

単体的集合の圏に入るモデル構造

よの

2023 年 11 月 10 日

概要

単体的集合の圏に入る Kan-Quillen モデル構造について説明する.

目次

1 単体的集合の圏に入るモデル構造

1

1 単体的集合の圏に入るモデル構造

I を任意の $n \geq 0$ に対して, 包含 $\partial\Delta^n \hookrightarrow \Delta^n$ のなす射の集まりとする. J を任意の $n > 0$ と $0 \leq r \leq n$ に対して, 包含 $\Lambda_i^n \hookrightarrow \Delta^n$ のなす射の集まりとする.

定義 1.0.1. 幾何学実現がホモトピー同値となる \mathbf{sSet} の射を弱同値 (weak equivalence) という. $\mathrm{LLP}(\mathrm{RLP}(I))$ に属する \mathbf{sSet} の射をコファイブレーション (cofibration) という. $\mathrm{RLP}(J)$ に属する \mathbf{sSet} の射をファイブレーション (fibration) という. $\mathrm{LLP}(\mathrm{RLP}(J))$ に属する \mathbf{sSet} の射を緩射拡大 (anodyne extension) という.

\mathbf{sSet} におけるコファイブレーションは次のように簡単に表すことができる.

命題 1.0.2. $f: K \rightarrow L$ を単体的集合の射とする. f がコファイブレーションであることと, f が単射であることは同値である. また, 任意のコファイブレーションは相対 I 胞体単体である.

Proof.

□