

## Universidad Nacional Autónoma de México

## FACULTAD DE CIENCIAS

## Formulario de Reconocimiento de Patrones y Aprendizaje Automatizado.

Integrantes:

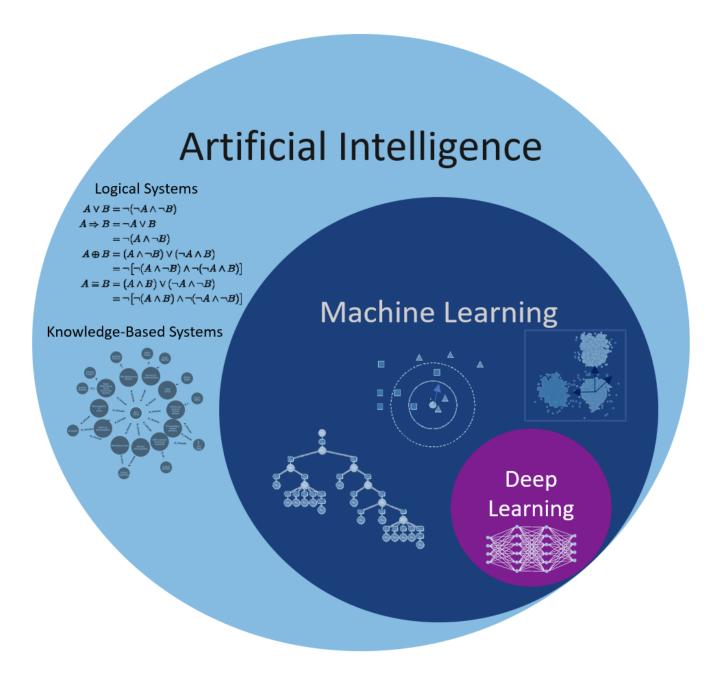
Yonathan Berith Jaramillo Ramírez. 419004640

Profesor: Miguel Daniel Garrido Reyes Ayudantes: Melissa Vázquez Gónzalez Luis Emilio Gónzalez Covarrubias

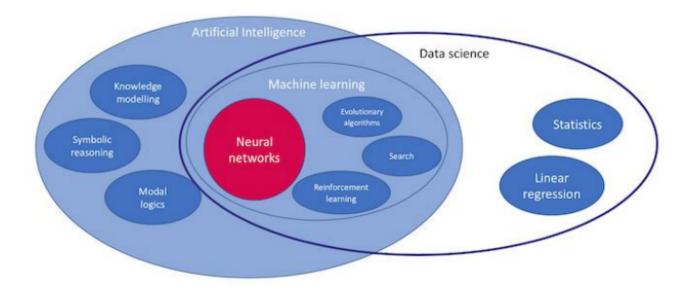
12 Febrero, 2024

Reconocimiento de Patrones y Aprendizaje Automatizado

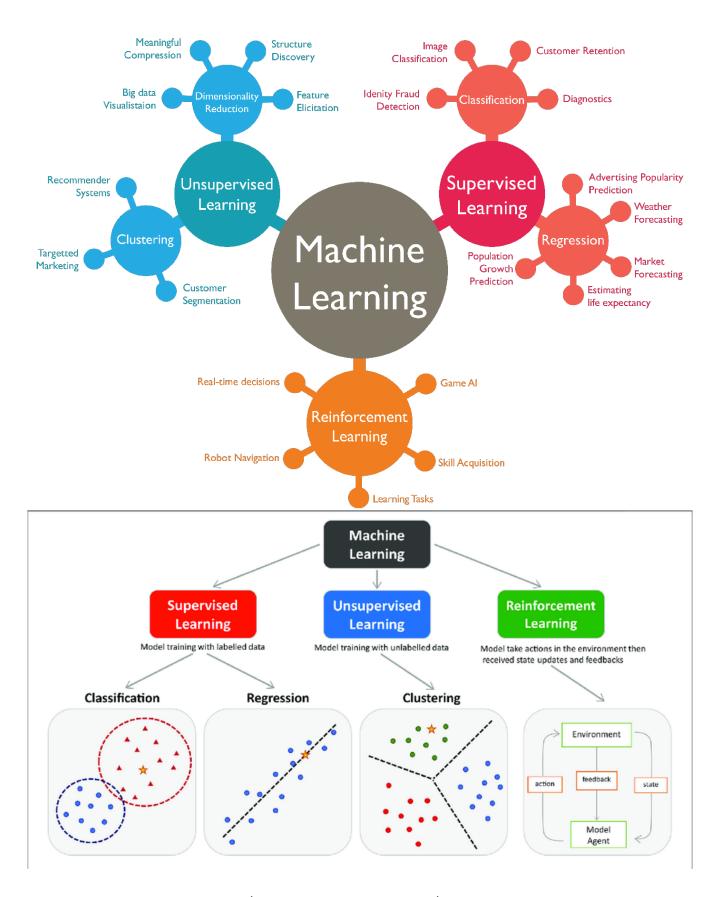
Teoría y Conceptos



• Inteligencia Artificial (IA): Campo de la informática que busca crear sistemas capaces de realizar tareas que normalmente requieren inteligencia humana.



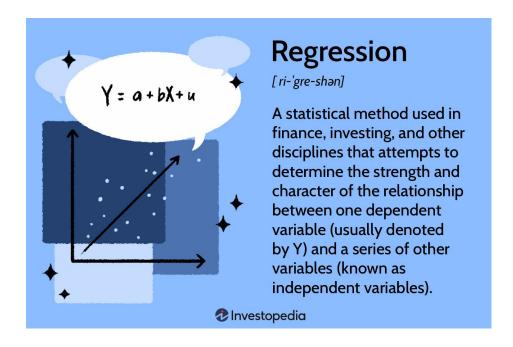
• Aprendizaje Automático (Machine Learning, ML): Rama de la IA que se centra en el desarrollo de algoritmos que pueden aprender de los datos y mejorar su desempeño con la experiencia.



• Aprendizaje Profundo (Deep Learning, DL): Subconjunto del aprendizaje

automático que utiliza redes neuronales multicapa para aprender de grandes cantidades de datos.

- Modelado del Conocimiento: Proceso de crear estructuras y conceptos para representar información en un campo específico, facilitando que una máquina emule el entendimiento humano.
- Razonamiento Simbólico: Manipulación de símbolos y abstracciones en lugar de números, enfocándose en la lógica y la inferencia.
- Lógicas Modales: Sistemas de lógica que tratan conceptos de posibilidad y necesidad, comúnmente usados en el razonamiento simbólico.
- Algoritmos Evolutivos: Métodos de optimización y búsqueda inspirados en la teoría de la evolución biológica.
- Búsqueda (Search): Técnicas en la IA para explorar sistemáticamente posibles configuraciones de un problema para encontrar una solución.
- Aprendizaje por Refuerzo (Reinforcement Learning): Tipo de aprendizaje automático donde un agente toma decisiones por medio de recompensas o penalizaciones.
- Ciencia de Datos (Data Science): Disciplina que combina estadísticas, análisis de datos y técnicas de aprendizaje automático para entender y analizar fenómenos reales.
- Estadísticas: Rama de las matemáticas que se ocupa del análisis, interpretación y presentación de datos.
- Regresión Lineal: Método estadístico que modela la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes asumiendo una relación lineal.



- Patrón: Regularidad detectable en un conjunto de datos que facilita la clasificación y análisis.
- **Probabilidad:** La probabilidad es una herramienta matemática utilizada para estudiar el azar. Se trata de la oportunidad (la posibilidad) de que se produzca un evento.
- Espacio muestral: Conjunto de todos los posibles resultados del experimento  $\Omega$  por ejemplo de un dado  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$
- Evento: Cualquier subconjunto del espacio muestral por ejemplo del dado  $A = \{2, 4, 6\}.$

## Algoritmos y Fórmulas

- Axiomas de la probabilidad:
  - 1.  $P(A) \ge 0$
  - 2.  $P(\Omega) = 1$
  - 3.  $P(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k) = \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k)$  cuando  $A_1, A_2, \ldots$  son ajenos dos a dos.
- Probabilidad Clásica: Sea A un subconjunto de un espacio muestral  $\Omega$  de cardinalidad finita. Se define la probabilidad clásica del evento A como el cociente en donde el símbolo #A denota la cardinalidad o número de elementos del conjunto A.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

• Probabilidad Frecuentista: Sea  $n_A$  el número de ocurrencias de un evento A en n realizaciones de un experimento aleatorio. La probabilidad

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_A}{n}$$

• Probabilidad Condicional: Sea A y B dos eventos y supongamos que B tiene probabilidad estrictamente positiva. La probabilidad condicional del evento A, dado el evento B, se denota por el símbolo P(A|B) y se define como el cociente

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

• Teorema de probabilidad total: Sea  $B_1, \ldots, B_n$  una partición de  $\Omega$  tal que  $P(B_i) \neq 0, i = 1, \ldots, n$ . Para cualquier evento A,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i).$$

Además, para un caso particular con dos eventos B y  $B^C$  (el complemento de B),

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|B^{C})P(B^{C}).$$

• Teorema de Bayes: Sea  $B_1, \ldots, B_n$  una partición de  $\Omega$  tal que  $P(B_i) \neq 0$ ,  $i = 1, \ldots, n$ . Sea A un evento tal que  $P(A) \neq 0$ . Entonces para cada  $j = 1, 2, \ldots, n$ ,

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)}.$$

Para un caso particular con dos eventos B y  $B^C$  (el complemento de B),

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|B^{C})P(B^{C})}.$$

• Independencia Lineal: El concepto de independencia representa la situación cuando la ocurrencia de un evento no afecta la probabilidad de ocurrencia de otro evento.

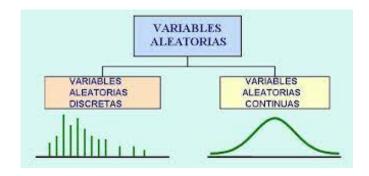
$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

• Variables aleatorias: Una variable aleatoria es una transformación X del espacio de resultados  $\Omega$  al conjunto de números reales, esto es,

$$X:\Omega\to\mathbb{R},$$

tal que para cualquier número real x,

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \le x\} \in \mathcal{F}.$$



• Función de probabilidad: Es la función que indica la probabilidad en los distintos valores que toma la variable aleatoria.

$$f(x) = \begin{cases} P(X = x) & \text{si } x = x_0, x_1, \dots \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

• Función de distribución: La función de distribución evaluada en un número x cualquiera es la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor menor o igual a x, o en otras palabras, que tome un valor en el intervalo  $(-\infty, x]$ .

$$F(x) = P(X \le x).$$

Para una variable aleatoria discreta, se expresa como:

$$F(x) = \sum_{u \le x} f(u),$$

y para una variable aleatoria continua, como:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u) \, du.$$

• Esperanza (media, valor esperado o valor promedio): Es un número que indica el promedio ponderado de los diferentes valores que la variable puede tomar. Para una variable aleatoria discreta se define como:

$$E(X) = \sum_{x} x f(x),$$

y para una variable aleatoria continua se define como:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \, dx.$$

• Varianza: Es una medida del grado de dispersión de los diferentes valores tomados por la variable. Para una variable aleatoria discreta se define como:

$$Var(X) = \sum_{x} (x - \mu)^2 f(x),$$

y para una variable aleatoria continua se define como:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) \, dx.$$

En ambos casos, la varianza también se puede expresar en términos de la esperanza como:

$$Var(X) = E\left[ (X - \mu)^2 \right].$$

• Covarianza: Describe la relación estadística entre dos variables aleatorias. Se define como la media del producto de las desviaciones de cada una de las variables respecto a su propia media.

$$Cov(X,Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$$
$$Cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$$

- Algebra lineal: Proporciona las herramientas matemáticas esenciales para representar y manipular datos mediante vectores y matrices.
- Vector: Es una matriz de una sola columna que representa una cantidad con magnitud y dirección en el espacio.

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

• Matriz: Es un arreglo rectangular de números, símbolos o expresiones, dispuestos en filas y columnas.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

- Matriz cuadrada: Es una matriz con el mismo número de filas y columnas.
- Matriz identidad: Es una matriz cuadrada en la que todos los elementos de la diagonal principal son 1 y el resto son 0.

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

• Matriz diagonal: Es una matriz cuadrada en la que solo los elementos de la diagonal principal son distintos de cero.

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_n \end{bmatrix}$$

• Matriz triangular superior: Es una matriz cuadrada donde todos los elementos por debajo de la diagonal principal son cero.

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix}$$

• Matriz simétrica: Es una matriz cuadrada que es igual a su transpuesta, es decir,  $a_{ij} = a_{ji}$ .

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix}$$

Código