



UNIVERSIDAD  
NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

PROBLEMAS RESUELTOS

---

# Automatas

---

*Integrantes:*

Yonathan Berith Jaramillo Ramírez. 419004640

*Profesor:* Lourdes del Carmen González Huesca

*Ayudantes:* María Fernanda Mendoza Castillo

5 Octubre, 2021

## Tarea 1

1. Sea  $\Sigma = \{a, b\}$ , da las definiciones formales de los siguientes lenguajes:

- a) Todas las cadenas de longitud mayor a 2 que empiecen y terminen con el mismo símbolo.
- b) Todas las cadenas de longitud par.

Respuestas:

- a)  $L = \{w \mid w = ava, a, v \in \Sigma, w \in \Sigma^*\}$
- b)  $M = \{w \mid |w| = 2k, k \in \mathbb{N}, w \in \Sigma^*\}$

## Tarea 2

1. Da la definición completa (no recursiva) del lenguaje que contenga las siguientes cadenas:

- "1"
- "01"
- "11101"
- "0101111"

**Solution:**

$$\Sigma = \{ "01", "1" \}$$

$$\{ w \mid w = a^n, n \in \mathbb{N} \wedge a \in \Sigma \}$$

2. Sea  $\Sigma = \{a, b\}$ , definimos los lenguajes  $L_1, L_2, L_3$  como sigue:

$$L_1 = \{ \epsilon, "aa", "baaaa", "bb" \}$$

$$L_2 = \{ "ababa", "bb", "aabaabaa", "abba", "aababbaa" \}$$

$$L_3 = \{ w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = n, n \text{ es par} \}$$

Escribe el resultado de las siguientes operaciones:

**Solution:**

$$\text{a) } L_1 \cup L_2 = \{ \epsilon, "aa", "baaaa", "ababa", "bb", "aabaabaa", "abba", "aababbaa" \}$$

$$\text{b) } L_2 \cap L_3 = \{ "abba", "aababbaa" \}$$

$$\text{c) } L_1 - L_3 = \{ \epsilon, "bb" \}$$

$$\text{d) } \overline{L_3} = L = \{ w = \Sigma^* \mid \#_a(w) = n, n \text{ es impar} \}$$

## Examen 1

1. Sean  $L_1 = \{aaa\}^*$ ,  $L_2 = \{wxyz \mid w, x, y, z \in \{a, b\}\}$  y  $L_3 = L_2^*$ .

Describe con palabras (en español) las características de las cadenas en cada uno de estos lenguajes. Describe las cadenas que contienen los lenguajes  $L_2 \cap L_3$  y  $L_1 \cup L_3$ .

**Solution:**

2. Sea  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ es impar y } \#_b(w) \text{ es par}\}$ .

Demuestra que  $L^*$  es el conjunto de cadenas donde el número de b's es par.

**Solution:** Para solucionar el problema crearé dos lenguajes que cumplen con las reglas anteriores.

Por ende:

$$\Sigma = \{\epsilon, a, b\}$$

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \text{ es impar} \}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_b(w) \text{ es par} \}$$

Por ende podríamos reescribir L como:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \in (L_1 \cup L_2)\}$$

Si

3. Sean  $\Sigma = \{a, b\}$  y L el lenguaje que contiene a todas las cadenas en cada uno de estos lenguajes tales que no terminan en b y no tienen a bb como subcadena.

Define de forma **no** recursiva a un lenguaje S de modo que  $L = S^*$  es decir usando lenguajes y operaciones entre ellos.

4. La siguiente notación  $|L_1 L_2| = |L_1| |L_2|$  denota que el *número de cadenas en la concatenación*  $L_1 L_2$  es el mismo que el *producto de dos números*  $|L_1|$  y  $|L_2|$ .

Si esta afirmación siempre es verdad para cualesquiera dos lenguajes, da argumentos formales para probarlo y si no, muestra dos lenguajes  $|L_1|$  y  $|L_2|$  tales que  $|L_1 L_2| \neq |L_1| |L_2|$  (para el contraejemplo, puedes considerar que los lenguajes pertenecen a  $\Sigma^*$  donde  $\Sigma = \{a, b\}$ ).