



Δx en Δy zijn absolute waarden!

Rico: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

1) Als $m < 1 \Rightarrow \Delta y < \Delta x \Rightarrow A(x_i+1; y_i)$:

Lijn vgl: $y = m(x_i + 1) + b$ (1) en rico: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (2)

$$s_y = (y_i + 1) - y$$

$$t_y = y - y_i$$

$$\Rightarrow t_y - s_y = y - y_i - [(y_i + 1) - y]$$

$$= y - y_i - y_i - 1 + y$$

$$= 2y - 2y_i - 1 \quad (3)$$

(1) in (3): $t_y - s_y = 2m(x_i + 1) + 2b - 2y_i - 1$ (4)

(2) in (4): $t_y - s_y = 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} (x_i + 1) + 2b - 2y_i - 1$

$$\Rightarrow \Delta x(t_y - s_y) = 2\Delta y(x_i + 1) + \Delta x(2b - 2y_i - 1) \quad (5)$$

1.1) Keuzefactor:

$$P_i = \Delta x(t_y - s_y) \quad (6)$$

(6) in (5)

$$\Rightarrow P_i = 2x_i\Delta y + 2\Delta y + 2b\Delta x - 2y_i\Delta x - \Delta x$$

$$= 2x_i\Delta y - 2y_i\Delta x + 2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$$

$$= 2x_i\Delta y - 2y_i\Delta x + c \text{ met } c = 2\Delta y + \Delta x(2b - 1) \quad (7)$$

1.2) Opvolgende keuzefactor:

$P_{i+1} = 2x_{i+1}\Delta y - 2y_{i+1}\Delta x + c$ (8) maar $x_{i+1} = x_i + 1$ (9) (zie grafiek)

(8) in (9): $P_{i+1} = 2(x_i + 1)\Delta y - 2y_{i+1}\Delta x + c$ (10)

1.3) Verschil keuzefactors:

(10) en (7):

$$\begin{aligned}P_{i+1} - P_i &= 2(x_i + 1)\Delta y - 2y_{i+1}\Delta x + c - (2x_i\Delta y - 2y_i\Delta x + c) \\&= 2x_i\Delta y + 2\Delta y - 2y_{i+1}\Delta x + c - 2x_i\Delta y + 2y_i\Delta x + c \\&= 2\Delta y - 2y_{i+1}\Delta x + 2y_i\Delta x\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2\Delta y - 2y_{i+1}\Delta x + 2y_i\Delta x \quad (11)$$

1.4) Optie 1:

Als $P_i > 0 \Leftrightarrow y_{i+1} = y_i + 1$ (12), want $P_i = \Delta x(t_y - s_y)$ en als $P_i > 0$ dan is $t_y > s_y$

$\Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2\Delta y - 2\Delta x$, dit kunnen we bekomen door (12) in te vullen bij (11) en het verder uit te rekenen.

1.5) Optie2:

Als $P_i \leq 0 \Leftrightarrow y_{i+1} = y_i$ (13), want $P_i = \Delta x(t_y - s_y)$ en als $P_i \leq 0$ dan is $t_y \leq s_y$

$\Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2\Delta y$, dit kunnen we bekomen door (13) in te vullen bij (11) en het verder uit te rekenen.

1.6) Initiële keuzefactor bepalen (P_0):

$$P_0 = 2x_0\Delta y - 2y_0\Delta x + 2\Delta y + 2b\Delta x - \Delta x$$

We beschouwen het startpunt als (0;0)

$$\Rightarrow x_0 = 0, y_0 = 0 \text{ en } b = 0$$

$$\Rightarrow P_0 = 2\Delta y - \Delta x$$

2) Als $m > 1 \Rightarrow \Delta y > \Delta x \Rightarrow A(x_i, y_i + 1)$:

Als $\Delta y > \Delta x$ dan wisselen we x en y om \Rightarrow Lijn vgl: $x = m(y_i + 1) + b$ (1) en rico: $m = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ (2)

$$s_x = (x_i + 1) - x$$

$$t_x = x - x_i$$

$$\Rightarrow t_x - s_x = x - x_i - [(x_i + 1) - x]$$

$$= x - x_i - x_i - 1 + x$$

$$= 2x - 2x_i - 1$$
 (3)

$$(1) \text{ in } (3): t_x - s_x = 2m(y_i + 1) + 2b - 2x_i - 1$$
 (4)

$$(2) \text{ in } (4): t_x - s_x = 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (y_i + 1) + 2b - 2x_i - 1$$

$$\Rightarrow \Delta y(t_x - s_x) = 2\Delta x(y_i + 1) + \Delta y(2b - 2x_i - 1)$$
 (5)

2.1) Keuzefactor:

$$P_i = \Delta y(t_x - s_x)$$
 (6)

(6) in (5)

$$\Rightarrow P_i = 2y_i\Delta x + 2\Delta x + 2b\Delta y - 2x_i\Delta y - \Delta y$$

$$= 2y_i\Delta x - 2x_i\Delta y + 2\Delta x + 2b\Delta y - \Delta y$$

$$= 2y_i\Delta x - 2x_i\Delta y + c \text{ met } c = 2\Delta x + \Delta y(2b - 1)$$
 (7)

2.2) Opvolgende keuzefactor:

$$P_{i+1} = 2y_{i+1}\Delta x - 2x_{i+1}\Delta y + c$$
 (8) maar $y_{i+1} = y_i + 1$ (9) (zie grafiek)

$$(8) \text{ in } (9): P_{i+1} = 2(y_i + 1)\Delta x - 2x_{i+1}\Delta y + c$$
 (10)

2.3) Verschil keuzefactors:

(10) en (7):

$$P_{i+1} - P_i = 2(y_i + 1)\Delta x - 2x_{i+1}\Delta y + c - (2y_i\Delta x - 2x_i\Delta y + c)$$

$$= 2y_i\Delta x + 2\Delta x - 2x_{i+1}\Delta y + c - 2y_i\Delta x + 2x_i\Delta y - c$$

$$= 2\Delta x - 2x_{i+1}\Delta y + 2x_i\Delta y$$

$$P_{i+1} = P_i + 2\Delta x - 2x_{i+1}\Delta y + 2x_i\Delta y$$
 (11)

2.4) Optie 1:

Als $P_i > 0 \Leftrightarrow x_{i+1} = x_i + 1$ (12), want $P_i = \Delta y(t_x - s_x)$ en als $P_i > 0$ dan is $t_x > s_x$

$\Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2\Delta x - 2\Delta y$, dit kunnen we bekomen door (12) in te vullen bij (11) en het verder uit te rekenen.

2.5) Optie2:

Als $P_i \leq 0 \Leftrightarrow x_{i+1} = x_i$ (13), want $P_i = \Delta y(t_x - s_x)$ en als $P_i \leq 0$ dan is $t_x \leq s_x$

$\Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2\Delta x$, dit kunnen we bekomen door (13) in te vullen bij (11) en het verder uit te rekenen.

2.6) Initiële keuzefactor bepalen (P_0):

$$P_0 = 2y_0\Delta x - 2x_0\Delta y + 2\Delta x + 2b\Delta y - \Delta y$$

We beschouwen het startpunt als (0;0)

$$\Rightarrow x_0 = 0, y_0 = 0 \text{ en } b = 0$$

$$\Rightarrow P_0 = 2\Delta x - \Delta y$$

3) Speciale lijnen:

3.1) Horizontale lijnen:

Bij horizontale lijnen blijft y altijd gelijk, waardoor we alleen maar x moeten integreren en geen keuzefactor nodig hebben.

3.2) Verticale lijnen:

Bij verticale lijnen blijft x altijd gelijk, waardoor we alleen maar y moeten integreren en geen keuzefactor nodig hebben.

3.3) 45 graden lijnen:

Bij 45 graden lijnen moeten de x en y gewoon elke keer met 1 opgeteld worden en hebben we dus ook geen keuzefactor nodig.

4) Code:

```
if  $\Delta y < \Delta x$  then
     $P = 2\Delta y - \Delta x$ 
else
     $P = 2\Delta x - \Delta y$ 
end if;
if  $\Delta y < \Delta x$  then
     $x = x + \text{Richting}X$ 
    if  $P \leq 0$  then
         $P = P + 2\Delta y$ 
         $y = y$ 
    elseif  $P < 0$  then
         $P = P + 2\Delta y - 2\Delta x$ 
         $y = y + \text{Richting}Y$ 
    else
         $P = P$ 
         $y = y$ 
    elseif  $\Delta y < \Delta x$  then
         $y = y + \text{Richting}Y$ 
        if  $P \leq 0$  then
             $P = P + 2\Delta x$ 
             $x = x$ 
        elseif  $P < 0$  then
             $P = P + 2\Delta x - 2\Delta y$ 
             $x = x + \text{Richting}X$ 
        else
             $P = P$ 
             $x = x$ 
        else
            if  $\Delta x = 0$  then (Verticale lijnen)
                 $x = x$ 
                 $y = y + \text{Richting}Y$ 
            elseif  $\Delta y = 0$  then (Horizontale lijnen)
                 $x = x + \text{Richting}X$ 
                 $y = y$ 
            else ( $\Delta y = \Delta x$ , 45 graden lijnen)
                 $x = x + \text{Richting}X$ 
                 $y = y + \text{Richting}Y$ 
            end if;
        end if;
    end if;
```