

## Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕ	Т «Информатика, искусственный интеллект и системы управления»
КАФЕДРА	«Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

## РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

## К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ НА ТЕМУ:

«Метод опорных точек сигнала для геопозиционирования в помещениях с помощью Wi-Fi»

Студент _	ИУ7-81Б (Группа)	(Подпись, дата)	Корниенко К. Ю. (И. О. Фамилия)
Руководит	гель ВКР	(Подпись, дата)	Кудрявцев М. А. (И. О. Фамилия)

#### РЕФЕРАТ

Расчетно-пояснительная записка 65 с., 13 рис., 3 табл., 55 источн., 1 прил. Целью работы является разработка и реализация метода опорных точек сигнала для геопозиционирования в помещении с помощью WiFi.

Выпускная квалификационная работа содержит четыре раздела. В первом разделе проводится анализ существующих методов геопозиционирования в помещении, а также приводится классификация методов геопозиционирования с помощью WiFi. Во втором разделе описан реализуемый метод, приведены схемы алгоритмов, используемых в методе. В третьем разделе приведены реализации алгоритмов, используемых для геопозиционирования в помещении с помощью WiFi. В четвертом разделе ...

Новизна работы заключается в применении градиентов уровней сигналов в сочетании с опорными точками сигналов. Представленный в работе подход позволяет увеличить точность определения местоположения объекта в помещении.

Ключевые слова: метод опорных точек сигнала, геопозиционирование, WiFi, градиент.

## СОДЕРЖАНИЕ

P	ЕФЕ	PAT		5
0	ПРЕ	ДЕЛЕ	RИНЗ	9
0	БОЗ	НАЧЕ	ЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	10
В	вед	ЕНИЕ		11
1	Ана	литич	неский раздел	12
	1.1	Преди	метная область	12
	1.2	Подхо	оды работы систем геопозиционирования в помещении	13
		1.2.1	Особенности и ограничения геопозиционирования в по-	
			мещениях	13
		1.2.2	Использование альтернативных радиотехнологий	14
		1.2.3	Применение инерциальных измерительных систем	15
		1.2.4	Методы компьютерного зрения и SLAM	16
		1.2.5	Интеграция различных сенсоров и данных	17
		1.2.6	Облачные вычисления и машинное обучение	19
		1.2.7	Выводы	21
	1.3	Суще	ствующие системы	21
		1.3.1	Ekahau Real-Time Location System	21
		1.3.2	IndoorAtlas	23
		1.3.3	SenionLab	25
		1.3.4	Анализ существующих систем и решений	26
		1.3.5	Выводы	27
	1.4	Анали	из существующих методов	28
		1.4.1	Методы, основанные на AOA	28
		1.4.2	Методы, основанные на ТОА	30
		1.4.3	Методы, использующие опорные точки сигнала	
		1.4.4	Классификация методов геопозиционирования на основе	
			WiFi	38
		1.4.5	Выводы	40
	1.5	Кали	бровка опорных точек сигнала	

		1.5.1 Генетические алгоритмы	41			
		1.5.2 Алгоритмы роя частиц	41			
		1.5.3 Имитация отжига	41			
		1.5.4 Выводы	42			
	1.6	Формализация постановки задачи	43			
2	Koı	нструкторский раздел	<b>45</b>			
	2.1	Структуры данных	45			
	2.2	Схемы алгоритмов	45			
		2.2.1 Алгоритм вычисления градиента в опорной точке	45			
		2.2.2 Алгоритм определения позиции агента	47			
		2.2.3 Алгоритм поиска оптимального положения опорных точек	48			
	2.3	Требования к ПО	49			
	2.4	Архитектура ПО	51			
	2.5	Функциональная модель метода	52			
3	Tex	ехнологический раздел 53				
	3.1	Выбор средств реализации	53			
	3.2	Формат входных и выходных данных	53			
	3.3	Реализации алгоритмов	54			
	3.4	Тестирование ПО	56			
	3.5	Сборка и конфигурирование	56			
4	Исо	следовательский раздел	57			
	4.1	Исследование точности метода	57			
		4.1.1 Постановка исследования	57			
		4.1.2 Результат исследования	57			
	4.2	Исследование влияния положения опорных точек на точность				
		метода	58			
	4.3	Исследование влияния количества опорных точек на точность				
		метода	58			
	4.4	Исследование влияния положения роутеров на точность метода	58			
	4.5	Исследование влияния количества роутеров на точность метода	58			
	4.6	Сравнение с аналогами	58			
34	АКЛ	ЮЧЕНИЕ	59			

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	64
приложение а	65

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей расчетно-пояснительной записке применяют следующие термины с соответствующими определениями.

Агент — позиционируемый объект, который может принимать WiFi сигналы.

Точка доступа — устройство, способное передавать WiFi сигналы.

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

В настоящей расчетно-пояснительной записке применяют следующие сокращения и обозначения.

ГЛОНАСС — глобальная навигационная спутниковая система.

AOA — Angle of Arrival (угол прибытия).

BLE — Bluetooth Low Energy

DOA — Direction of Arrival (направление прибытия).

GPS-Global Positioning System (глобальная система позиционирования).

LPS — Local Positioning Systems (системы локального позиционирования).

RSS — Received Signal Strength (мощность полученного сигнала).

TOA — Time of Arrival (время прибытия).

TDOA — Time Difference of Arrival (разница времени прибытия).

## ВВЕДЕНИЕ

Точное определение местоположения внутри помещений является задачей, имеющей множество применений в областях, таких как управление зданиями, отслеживание ресурсов, навигация, а также обеспечение безопасности и аварийно-спасательных операций [1]. В традиционных системах позиционирования, основанных на использовании глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), такая задача становится нерешаемой из-за ослабления или отсутствия сигнала ГНСС в закрытых помещениях [2].

В работе предлагается метод опорных точек сигнала для геопозиционирования внутри помещений с использованием беспроводных локальных сетей (Wi-Fi). Данный метод основан на пространственном картировании характеристик радиосигналов от точек доступа Wi-Fi и их последующем использовании для определения местоположения. Ключевым преимуществом этого подхода является возможность использования существующей Wi-Fi инфраструктуры без необходимости установки дополнительного оборудования.

Целью работы является разработка и исследование метода определения местоположения в помещениях на основе характеристик Wi-Fi сигналов. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

- 1. Провести анализ существующих методов геопозиционирования в помещениях с использованием Wi-Fi сигналов.
- 2. Разработать алгоритм определение местоположения объекта внутри помещения на основе сравнения характеристик сигналов агента с пространственной моделью.
- 3. Реализовать алгоритм определения местоположения объекта внутри помещения на основе сравнения характеристик сигналов агента с пространственной моделью.
- 4. Провести оценку точности предложенного метода.

Решение поставленных задач позволит создать эффективный метод геопозиционирования в помещениях, не требующий установки специального оборудования и основанный на использовании существующей Wi-Fi инфраструктуры. Результаты работы могут найти применение в различных областях, связанных с отслеживанием местоположения людей и объектов внутри зданий.

## 1 Аналитический раздел

## 1.1 Предметная область

Геопозиционирование в помещениях — это комплекс технологий, методов и алгоритмов, предназначенных для определения местоположения объектов (людей, устройств, товаров и т.д.) внутри закрытых пространств [1]. Данная предметная область находится на стыке навигационных систем, беспроводных сетей, инерциальной навигации, компьютерного зрения и обработки пространственных данных. В отличие от высокоточного позиционирования на открытом пространстве с использованием ГНСС, системы геопозиционирования в помещениях вынуждены использовать альтернативные технологические решения, учитывающие особенности закрытых пространств [3].

Потребность в точном и достоверном определении местоположения объектов внутри зданий обусловлена широким кругом практических задач:

- навигация и ориентирование людей внутри зданий (торговые центры, аэропорты, вокзалы, медицинские учреждения и т.д.) [4];
- отслеживание перемещения персонала, сотрудников, пациентов в офисах, больницах, промышленных объектах [5];
- управление перемещением мобильных роботов, беспилотных тележек и другой автономной техники в логистических центрах, на складах, на производственных площадках [1];
- контроль доступа и безопасности в зданиях [6];
- обнаружение местоположения вызывающих тревогу объектов (пожар, нарушители и т.п.) [7];
- аналитика посещаемости, поведения посетителей в торговых центрах,
   музеях, выставках [8];

Исходя из разнообразия и важности прикладных задач, можно утверждать, что технологии геопозиционирования в помещениях играют ключевую роль в развитии «умных» городов, зданий, логистики и других перспективных направлений цифровой трансформации.

## 1.2 Подходы работы систем геопозиционирования в помещении

# 1.2.1 Особенности и ограничения геопозиционирования в помещениях

Геопозиционирование в помещениях сталкивается с целым рядом технических сложностей, обусловленных спецификой закрытых пространств [1]. Если на открытом воздухе позиционирование базируется на использовании сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), то в закрытых помещениях данный подход не подходит из-за высокой погрешности позиционирования [4]. Основные ограничения и проблемы геопозиционирования в помещениях включают:

- 1. Экранирование ГНСС-сигналов конструкции зданий, стены, перекрытия, металлические элементы интерьера существенно ослабляют и искажают спутниковые сигналы, делая их непригодными для высокоточного позиционирования внутри помещений [9]. Переотражение сигналов от различных объектов также вносит значительные ошибки в определение местоположения [9].
- 2. Сложность и неоднородность радиопокрытия в отличие от открытых пространств, где радиопокрытие сотовых сетей, WiFi, Bluetooth относительно равномерно, в помещениях наблюдаются значительные перепады уровня сигналов, обусловленные расположением стен, мебели, оборудования, что затрудняет калибровку и предсказание распространения радиоволн [10].
- 3. Необходимость установки дополнительной инфраструктуры для реализации точного геопозиционирования в помещениях может потребоваться развертывание специальных навигационных маяков, ретрансляторов, антенн, датчиков, серверов, что обусловливает значительные капитальные и эксплуатационные расходы [1].
- 4. Динамичность и изменчивость обстановки помещения не являются статичной средой они постоянно меняются (перестановка мебели, открытие/закрытие дверей, наличие людей и т.д.), что ведет к искажению

радиосигналов и требует непрерывной адаптации и калибровки системы геопозиционирования [11].

- 5. Ограничения по энергопотреблению и вычислительной мощности мобильные устройства, используемые для геопозиционирования в помещениях, имеют существенные ограничения по автономности, вычислительным ресурсам и тепловыделению, что накладывает жесткие требования к алгоритмам и аппаратным решениям [12].
- 6. Приватность и защита данных геопозиционирование сопряжено с проблемами конфиденциальности, требующими соблюдения этических принципов, законодательных норм и политик безопасности [13].

Ключевыми технологическими направлениями в области геопозиционирования являются:

- 1. Использование альтернативных радиотехнологий [14].
- 2. Применение инерциальных измерительных систем [15].
- 3. Методы компьютерного зрения и SLAM [16].
- 4. Интеграция различных сенсоров и данных [17].
- 5. Облачные вычисления и машинное обучение [18].

# 1.2.2 Использование альтернативных радиотехнологий

Поскольку ГНСС не подходят для позиционирования в закрытых помещениях, широкое применение находят альтернативные радиотехнологии, использующие разнообразные беспроводные сети и сигналы.

1. Wi-Fi [19]. Благодаря массовому распространению точек доступа WiFi в помещениях, данная технология широко применяется для геопозиционирования в помещениях [20]. Измерение уровней сигналов (RSS) от нескольких точек доступа позволяет оценить местоположение устройств с точностью до 2-3 метров. Более сложные методы, такие как метод опорных точек сигнала [21] или измерение времен распространения [22], способны обеспечить точность до 1 метра.

- 2. Bluetooth [23]. Спецификация Bluetooth 5.1 добавила поддержку определения направления, что в совокупности с измерением расстояний обеспечивает позиционирование с точностью до 10 см [1]. Использование сети маяков Bluetooth Low Energy (BLE) является одним из наиболее популярных решений в области геопозиционирования в помещениях.
- 3. UWB (сверхширокополосные системы) [24]. Технология UWB, использующая широкополосные радиоимпульсы, обладает высокой точностью определения расстояний (до 10 см) и может применяться для трекинга объектов в помещениях с точностью до 30 см [25].
- 4. RFID [26]. Системы радиочастотной идентификации позволяют определять местоположение агента в пределах зоны обнаружения антенны с точностью до 1 метра [1]. Данная технология широко используется для отслеживания перемещения товаров, активов на складах и в цепочках поставок [9].

Комбинирование данных технологий, использование множества приемопередающих устройств, а также методы машинного обучения и интеграции с другими сенсорами позволяют создавать высокоточные системы геопозиционирования в помещении, обеспечивающие точность до 10-20 см [1].

## 1.2.3 Применение инерциальных измерительных систем

Для преодоления ограничений, связанных с использованием радиосигналов, активно развиваются решения на основе инерциальных измерительных устройств [27] (ИИУ) — акселерометров, гироскопов, магнитометров. Данные сенсоры, встроенные в смартфоны, носимые устройства, роботов, позволяют отслеживать перемещения объектов и вычислять их текущие координаты при помощи алгоритмов счисления координат (dead reckoning) [15].

Основные принципы работы инерциальной навигации [28]:

- акселерометр измеряет ускорения объекта в 3 осях, которые интегрируются дважды для получения текущих координат;
- гироскоп измеряет угловые скорости вращения, которые интегрируются для определения изменения ориентации;

— магнитометр измеряет направление магнитного поля Земли, что позволяет вычислять азимут движения.

Комбинация данных сенсоров в единой инерциальной измерительной системе (ИИС) дает возможность отслеживать перемещение объекта в пространстве, постоянно вычисляя его местоположение и ориентацию относительно начальной точки.

Однако, у чисто инерциальных решений есть ряд недостатков [1]:

- накопление ошибок в процессе интегрирования ускорений и угловых скоростей, что приводит к постепенному дрейфу вычисляемых координат;
- невозможность определения абсолютного местоположения без привязки к известным опорным точкам;
- ограниченность времени работы из-за быстрого расходования энергии батарей.

Для преодоления данных проблем применяются гибридные подходы [29], совмещающие инерциальную навигацию с другими технологиями позиционирования - RFID, WiFi, BLE, компьютерным зрением. Сочетание разнородной сенсорной информации и использование методов фильтрации, оценки состояния и машинного обучения позволяет обеспечить высокоточное и надежное геопозиционирование в помещениях [1].

## 1.2.4 Методы компьютерного зрения и SLAM

Альтернативным направлением геопозиционирования в помещениях являются технологии, основанные на компьютерном зрении и одновременной локализации и картографировании (SLAM - Simultaneous Localization And Mapping) [30].

В SLAM-подходе используются камеры, установленные на мобильных устройствах (смартфоны, роботы), которые захватывают изображения окружающей обстановки. Специальные алгоритмы компьютерного зрения анализируют видеопоток, распознают визуальные ориентиры (текстуры, геометрические формы, QR-коды и т.д.), отслеживают их положение и движение. Совмещая эту информацию с данными инерциальных сенсоров, можно вычислять текущие координаты объекта в пространстве.

Технология SLAM не только определяет местоположение, но и создает трехмерную карту окружающей среды, используя данные камер и ИИУ. Таким образом достигается одновременная локализация объекта и построение пространственной модели помещения.

Основные преимущества решений на базе компьютерного зрения [16]:

- отсутствие необходимости в развертывании специальной инфраструктуры (маяков, точек доступа) достаточно камер мобильных устройств;
- возможность одновременного отслеживания нескольких объектов в поле зрения;
- высокая точность позиционирования (до 10 см) в определенных условиях;
- синергия с технологиями дополненной реальности.

Вместе с тем, технологии компьютерного зрения и SLAM имеют ряд ограничений [30]:

- высокие вычислительные и энергетические требования;
- чувствительность к освещению, видимости, загроможденности среды;
- необходимость предварительного картографирования помещений;
- сложность масштабирования на большие пространства.

## 1.2.5 Интеграция различных сенсоров и данных

Использование комбинации различных сенсоров, включая Wi-Fi, Bluetooth, RFID, ультразвук, видеокамеры и инерциальные измерительные устройства, позволяет получать более полную и разностороннюю информацию о местоположении объекта [17]. Синтез данных от этих разнообразных источников с помощью сложных алгоритмов фильтрации и слияния повышает точность и устойчивость к помехам определения местоположения [20]. Кроме того, совместный анализ контекстной информации, такой как планировка помещения, расположение объектов инфраструктуры, модели движения людей, помогает точнее локализовать объекты.

Основными компонентами интегрированной системы определения местоположения в помещениях могут быть:

- сенсоры Wi-Fi и Bluetooth [31] определение местоположения на основе силы и направления сигналов беспроводных сетей и устройств;
- инерциальные измерительные блоки (IMU) [32] акселерометры, гироскопы и магнитометры для отслеживания перемещений и ориентации объектов;
- сенсоры видеонаблюдения [16] камеры и алгоритмы компьютерного зрения для визуального определения местоположения;
- радиочастотная идентификация (RFID) [1] метки и считыватели для определения местоположения объектов с метками;
- ультразвуковые датчики [9] определение местоположения на основе времени распространения ультразвуковых сигналов.

Данные от этих и других сенсоров обрабатываются с помощью методов обработки сигналов, фильтрации, слияния данных и алгоритмов машинного обучения для повышения точности и надежности определения местоположения.

Основными преимуществами технологии интегрированной системы определения местоположения в помещениях являются [17]:

- высокая точность комбинирование данных от различных сенсоров позволяет достичь точности определения местоположения в пределах нескольких метров, что значительно превосходит возможности GPS в помещениях;
- надежность избыточность сенсоров и данных повышает отказоустойчивость системы, снижая вероятность сбоев и потери сигнала;
- масштабируемость модульная архитектура таких систем позволяет легко наращивать количество сенсоров и расширять зону покрытия для обслуживания объектов любого размера;
- гибкость возможность адаптации к различным условиям и конфигурациям зданий, а также интеграция с другими системами делает технологию универсальной и легко настраиваемой.

Несмотря на множество преимуществ, интегрированные системы геопозиционирования в помещениях также имеют ряд недостатков [17]:

- высокая стоимость развертывание и обслуживание таких систем требует значительных капитальных и эксплуатационных затрат, связанных с установкой и обслуживанием множества сенсоров, вычислительной инфраструктуры и программного обеспечения;
- сложность внедрения интеграция разнородных сенсоров и данных, настройка алгоритмов и калибровка системы представляют собой трудоемкий и сложный процесс, требующий высокой квалификации специалистов;
- ограниченность географического покрытия такие системы, как правило, ограничены конкретными зданиями или объектами и не обеспечивают непрерывное отслеживание перемещений за их пределами;
- чувствительность к окружающей среде работа системы может нарушаться из-за электромагнитных помех, изменений в инфраструктуре здания, присутствия людей и других факторов, влияющих на распространение сигналов сенсоров.

## 1.2.6 Облачные вычисления и машинное обучение

Применение облачных вычислений [33] и технологий машинного обучения [34] являются вспомогательными технологиями, позволяющими улучшить показатели других методов, открывая новые перспективы для систем геопозиционирования в помещениях. Облачные платформы обеспечивают вычислительные ресурсы, необходимые для обработки больших объемов сенсорных данных и реализации сложных алгоритмов локализации [18]. Методы машинного обучения, такие как нейронные сети, позволяют автоматически извлекать скрытые закономерности в данных и повышать точность определения местоположения [34]. Кроме того, облачные решения упрощают интеграцию с другими системами и сервисами, расширяя возможности практического применения технологий геопозиционирования.

Основными преимуществами использования облачных вычислений и машинного обучения в системах геопозиционирования в помещениях являются [18]:

- повышение точности и надежности облачные вычислительные мощности и алгоритмы машинного обучения позволяют обрабатывать большие объемы данных, выявлять сложные закономерности и улучшать точность определения местоположения;
- повышение эффективности автоматизация анализа данных, прогнозирование и поддержка принятия решений позволяют повысить эффективность использования ресурсов, оптимизировать процессы и снизить затраты;
- гибкость и масштабируемость облачная архитектура обеспечивает легкое масштабирование системы по мере роста количества сенсоров и пользователей, а также возможность быстрого развертывания и настройки;
- сокращение затрат отсутствие необходимости в локальной вычислительной инфраструктуре и передача вычислений в облако позволяют значительно снизить капитальные и эксплуатационные расходы;
- централизованное управление облачные технологии позволяют централизованно управлять системами геопозиционирования, удаленно настраивать алгоритмы и обновлять программное обеспечение;
- интеграция и взаимодействие облачные платформы упрощают интеграцию с другими корпоративными системами, обеспечивая единую и согласованную экосистему.

Несмотря на множество преимуществ, использование облачных вычислений и машинного обучения в системах геопозиционирования в помещениях также имеет ряд недостатков [18]:

- зависимость от интернет-соединения стабильность и производительность системы напрямую зависит от качества интернет-соединения, что может быть проблематично в некоторых зданиях или удаленных объектах;
- сложность внедрения интеграция облачных технологий и настройка алгоритмов машинного обучения является более сложным и трудоемким процессом по сравнению с традиционными локальными системами;

- дополнительные расходы использование облачных вычислений и программного обеспечения может привести к дополнительным ежемесячным или ежегодным расходам, которые необходимо учитывать при бюджетировании;
- ограничения по обновлению обновление и доработка программного обеспечения, развернутого на облачной платформе, может быть ограничено возможностями поставщика облачных услуг;
- зависимость от поставщика облачных услуг использование облачных сервисов создает определенную зависимость от поставщика, что может усложнить переход на другие платформы в будущем.

### 1.2.7 Выводы

Использование альтернативных радиотехнологий, таких как WiFi обладает рядом ключевых преимуществ, включая широкую доступность инфраструктуры, достаточную точность, высокую отказоустойчивость и энергоэффективность. Хотя существуют определенные ограничения, связанные с многолучевым распространением сигналов и необходимостью предварительной калибровки, дальнейшее развитие методов обработки сигналов и картографирования помещений позволяет эффективно преодолевать эти проблемы. В совокупности, использование альтернативных радиотехнологий представляет собой конкурентоспособный и практичный подход к геопозиционированию в помещениях, который может найти широкое применение в различных отраслях и приложениях.

В работе будет развиваться подход с использованием WiFi технологий для геопозиционирования в помещениях.

## 1.3 Существующие системы

## 1.3.1 Ekahau Real-Time Location System

Ekahau Real-Time Location System (RTLS) — это программно-аппаратное решение для определения местоположения объектов в помещениях в режиме реального времени. Система состоит из нескольких компонентов, обеспечивающих сбор, обработку и визуализацию данных о местоположении объектов.

#### Основными компонентами Ekahau RTLS являются:

- 1. Метки Ekahau (Ekahau tags) это небольшие беспроводные устройства, прикрепляемые к отслеживаемым объектам. Метки периодически передают сигналы, содержащие информацию об их местоположении, используя радиочастотную связь.
- 2. Точки доступа Ekahau (Ekahau access points) это устройства, принимающие радиочастотные сигналы от меток и передающие их на сервер обработки данных. Точки доступа размещаются по всей области, для которой требуется определение местоположения.
- 3. Ekahau Positioning Engine программное обеспечение, выполняющее аналитическую обработку данных о радиочастотных сигналах, получаемых от точек доступа, и определяющее местоположение объектов, оснащенных метками.
- 4. Ekahau Site Survey программное обеспечение для создания карт помещений и планирования развертывания системы Ekahau RTLS.
- 5. Ekahau Vision программное обеспечение для визуализации местоположения объектов на планах помещений в режиме реального времени.

Принцип работы Ekahau RTLS основан на измерении силы принимаемого сигнала (RSSI) от меток, установленных на отслеживаемых объектах. Метки периодически передают сигналы, которые регистрируются точками доступа. Затем данные о RSSI передаются на сервер Ekahau Positioning Engine, который на основе алгоритмов трилатерации определяет координаты местоположения меток. Полученная информация о местоположении визуализируется в программном обеспечении Ekahau Vision.

Ekahau RTLS поддерживает работу со множеством меток одновременно, обеспечивая отслеживание перемещений персонала, оборудования, инвентаря и других объектов. Система способна работать в различных типах помещений, включая офисы, больницы, отели, промышленные объекты и другие.

Ekahau RTLS предоставляет широкие возможности по интеграции с другими системами, такими как системы управления зданиями, медицинские информационные системы, бизнес-приложения и так далее. Это позволяет

использовать данные о местоположении для решения широкого спектра задач, таких как оптимизация рабочих процессов, повышение эффективности использования ресурсов, обеспечение безопасности и многое другое.

Одним из преимуществ Ekahau RTLS является простота развертывания и настройки системы. Программное обеспечение Ekahau Site Survey позволяет легко создавать карты помещений и планировать расположение точек доступа, обеспечивая высокую точность определения местоположения. Кроме того, Ekahau RTLS отличается масштабируемостью, что позволяет адаптировать систему под потребности различных организаций, от небольших офисов до крупных предприятий.

#### 1.3.2 IndoorAtlas

IndoorAtlas — это платформа для определения местоположения в помещениях, основанная на использовании магнитного поля Земли. Система позволяет определять местоположение пользователей и объектов внутри зданий без необходимости развертывания дополнительной инфраструктуры, такой как Wi-Fi точки доступа или маячки Bluetooth.

Основными компонентами IndoorAtlas являются:

- 1. Мобильное приложение или SDK программное обеспечение, установленное на мобильных устройствах пользователей. Оно использует встроенные в устройства датчики для измерения магнитного поля и передает эти данные на сервер IndoorAtlas.
- 2. Сервер IndoorAtlas программное обеспечение, выполняющее обработку данных о магнитном поле и определение местоположения пользователей.
- 3. Карты помещений цифровые планы зданий, загруженные в систему IndoorAtlas и содержащие информацию о структуре и особенностях магнитного поля внутри помещений.

Принцип работы IndoorAtlas основан на том, что каждое здание имеет уникальный магнитный «отпечаток», который определяется особенностями его строительных материалов, размещением металлических конструкций, электропроводки и другими факторами. Система IndoorAtlas использует датчики магнитного поля, встроенные в мобильные устройства пользователей, для

измерения этого "отпечатка"и сравнения его с заранее созданными картами магнитного поля помещений.

Для создания карт магнитного поля специалисты IndoorAtlas проводят картографирование объектов, во время которого измеряют магнитное поле в различных точках помещений. Полученные данные загружаются в систему, формируя цифровые карты, которые впоследствии используются для определения местоположения пользователей.

Когда пользователь, использующий мобильное приложение или SDK IndoorAtlas, находится внутри здания, его устройство измеряет магнитное поле и передает данные на сервер. Сервер сравнивает полученные данные с картами магнитного поля, хранящимися в базе данных, и определяет местоположение пользователя в здании с точностью до нескольких метров.

Одним из главных преимуществ IndoorAtlas является то, что она не требует развертывания дополнительной инфраструктуры, такой как Wi-Fi точки доступа или Bluetooth маячки. Система использует уже существующие магнитные поля в зданиях, что значительно упрощает и удешевляет ее внедрение. Кроме того, IndoorAtlas обеспечивает высокую точность определения местоположения, сравнимую с другими технологиями позиционирования в помещениях.

Еще одним преимуществом IndoorAtlas является возможность ее интеграции с различными мобильными приложениями и сервисами, такими как навигация, управление доступом, отслеживание активов и другие. Это позволяет использовать данные о местоположении пользователей для решения широкого спектра задач.

В то же время, следует отметить, что точность определения местоположения в IndoorAtlas может варьироваться в зависимости от особенностей магнитного поля в конкретном здании. Кроме того, система может быть чувствительна к изменениям в магнитном поле, вызванным перемещением металлических объектов или работой электрооборудования. Поэтому для обеспечения высокой точности позиционирования требуется тщательное картографирование магнитного поля и регулярная калибровка системы.

#### 1.3.3 SenionLab

SenionLab — это платформа для определения местоположения в помещениях, использующая несколько технологий локализации, включая Bluetooth, Wi-Fi и магнитные поля.

Основными компонентами SenionLab являются:

- 1. Сенсорные устройства небольшие беспроводные устройства, размещаемые в помещениях и оснащенные датчиками Bluetooth, Wi-Fi и магнитометрами. Эти устройства измеряют параметры окружающей среды и передают данные на сервер.
- 2. Мобильное приложение или SDK программное обеспечение, устанавливаемое на мобильные устройства пользователей. Оно использует встроенные датчики для сбора данных и взаимодействует с серверным программным обеспечением SenionLab.
- 3. Сервер SenionLab программное обеспечение, выполняющее обработку данных, полученных от сенсорных устройств и мобильных приложений, и определение местоположения пользователей.
- 4. Карты помещений цифровые планы зданий, загруженные в систему SenionLab и содержащие информацию о расположении сенсорных устройств.

Принцип работы SenionLab основан на комбинированном использовании нескольких технологий локализации:

- 1. Bluetooth сенсорные устройства, оснащенные Bluetooth-приемниками, измеряют силу сигналов от мобильных устройств пользователей. Эти данные используются для определения приблизительного местоположения.
- 2. Wi-Fi сенсорные устройства, оснащенные Wi-Fi-приемниками, измеряют параметры сигналов от точек доступа Wi-Fi, что также может быть использовано для локализации.

3. Магнитное поле — сенсорные устройства, оснащенные магнитометрами, измеряют магнитное поле в помещениях, позволяя определять местоположение пользователей, аналогично системе IndoorAtlas.

Сервер SenionLab объединяет данные, полученные от различных источников, и применяет алгоритмы позиционирования, основанные на методах трилатерации и магнитного картографирования, для определения местоположения пользователей с высокой точностью.

Одним из преимуществ SenionLab является ее гибкость и возможность адаптации к различным условиям и требованиям. Система может работать как с использованием специализированных сенсорных устройств, так и с датчиками, встроенными в мобильные устройства пользователей. Кроме того, SenionLab поддерживает интеграцию с другими системами, такими как системы управления зданиями, навигационные приложения, системы безопасности и так далее.

Еще одной особенностью SenionLab является ее способность адаптироваться к изменениям в окружающей среде. Система постоянно собирает и анализирует данные от сенсорных устройств, что позволяет ей обновлять карты помещений и настраивать алгоритмы позиционирования для поддержания высокой точности определения местоположения.

Вместе с тем, внедрение SenionLab требует установки специализированных сенсорных устройств, что может увеличивать стоимость и сложность развертывания системы по сравнению с решениями, использующими только встроенные в мобильные устройства датчики, такие как IndoorAtlas. Кроме того, в некоторых случаях возможны сложности с интеграцией SenionLab с существующими системами и инфраструктурой организации.

## 1.3.4 Анализ существующих систем и решений

Ekahau RTLS, IndoorAtlas и SenionLab являются представителями различных подходов к определению местоположения в помещениях, каждый из которых имеет свои особенности и преимущества. Ekahau RTLS использует радиочастотную технологию и специализированные метки, обеспечивая высокую точность и масштабируемость. IndoorAtlas полагается на магнитное поле Земли, не требуя развертывания дополнительной инфраструктуры. SenionLab комбинирует несколько технологий локализации, обеспечивая гибкость и адап-

тивность.

Таблица 1.1 – Анализ существующих систем позиционирования в помещении

Характеристика	Ekahau RTLS	IndoorAtlas	SenionLab
Технология	Wi-Fi, Bluetooth	Магнитные датчики, акселе- рометры	Wi-Fi, Bluetooth, магнитные датчи-
Точность позиционирования	1-3 метра	2-5 метров	1-3 метра
Требования к инфраструкту- ре	Доступ к точкам доступа Wi-Fi	Магнитные кар-	Сеть точек до- ступа, Bluetooth- маяки
Использование	Отслеживание перемещений персонала, оборудования, активов	Навигация, отслеживание положения	Отслеживание перемещений, навигация, поиск объектов
Область приме- нения	Больницы, офи- сы, логистиче- ские центры	Торговые центры, музеи, аэропорты	Предприятия, склады, логисти- ка

## 1.3.5 Выводы

Представленные в таблице 1.1 системы зависят от специфической инфраструктуры. Каждая система требует определенной инфраструктуры: точек доступа Wi-Fi, магнитных карт помещений или Bluetooth-маяков. Это может усложнять внедрение и увеличивать затраты на внедрение системы, особенно в уже существующих зданиях.

Для упрощения внедрения и изучения систем геопозиционирования в помещениях, необходимо предоставить пользователю возможность оценить влияние положения опорных точек и роутеров на эффективность позиционирования в помещениях.

## 1.4 Анализ существующих методов

Современные технологии дают возможность определять местоположение в открытой местности с помощью таких систем, как ГЛОНАСС и GPS. Представленные системы повсеместно используются, так как им необходим только один получатель (например, телефон) для определения местоположения [20]. Однако сигналы от спутников GPS и ГЛОНАСС не могут проникать в помещения, чтобы точно определять местоположение объектов в закрытой местности, так как между спутником и объектом, местоположение которого необходимо определить, не должно быть препятствий [35].

В случае необходимости определения позиции объекта в помещении, применяют следующие технологии геопозиционирования: инерциальное [27], Bluetooth [23], WiFi [19], ультразвуковое [36], видимого освещения [37]. Наиболее популярными являются методы, использующие механизмы на основе WiFi [20].

Исторически выделяют три категории методов определения местоположения с применением устройств, генерирующих радиосигналы [38]:

- методы, применяющие AOA и связанный с ним DOA;
- методы, применяющие TOA и связанный с ним TDOA;
- методы, использующие опорные точки сигнала.

## 1.4.1 Методы, основанные на АОА

При рассмотрении методов, основным рабочим параметром которых является угол прибытия сигнала между принятой волной и некоторым направлением (ориентацией), необходимый угол измеряется как минимум от двух точек доступа [39].

## Алгоритм ангуляции

На рисунке 1.1 представлена простейшая LPS, состоящая из двух точек доступа и агента. Для определения местоположения источника сигнала (агента), необходимо задать координаты точек доступа —  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  для первой и второй точки доступа соответственно. Искомые параметры — координаты  $(x_3, y_3)$  агента определяются по формулам (1.1) и (1.2).

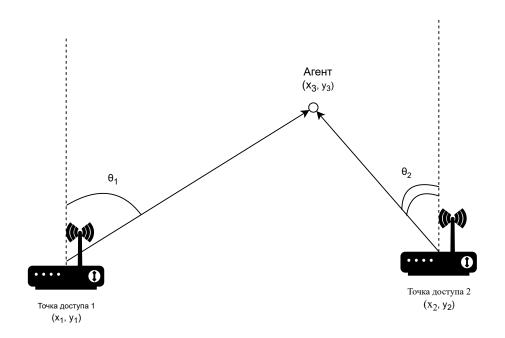


Рисунок 1.1 – Принцип работы методов, основанных на АОА

$$x_3 = \frac{y_1 - y_2 + \frac{x_1}{tg\theta_1} + \frac{x_2}{tg\theta_2}}{\frac{1}{tg\theta_1} + \frac{1}{tg\theta_2}}$$
(1.1)

$$y_3 = y_1 - \frac{1}{tg\theta_1} \left( x_1 - \frac{y_1 - y_2 + \frac{x_1}{tg\theta_1} + \frac{x_2}{tg\theta_2}}{\frac{1}{tg\theta_1} + \frac{1}{tg\theta_2}} \right)$$
(1.2)

Основной проблемой представленного метода является зависимость точности определения углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , необходимых для вычисления координат агента, от используемого оборудования, поэтому рассмотренный метод не является самым доступным [40]. Также метод чувствителен к помехам и отражениям сигнала, что может привести к неточностям в определении местоположения, кроме того, точность этого метода снижается с увеличением дистанции между мобильным устройством и точками доступа. Это делает его менее надежным в больших помещениях или при наличии преград, таких как стены или перегородки [39].

## 1.4.2 Методы, основанные на ТОА

Методы, использующие для определения местоположения агента параметр ТОА полагаются на время, за которое электромагнитная волна от агента достигает точки доступа [20]. Метод требует строгой синхронизации часов, но отличается низкой стоимостью и низким потреблением энергии [22].

На рисунке 1.2 представлен пример LPS с использованием TOA.

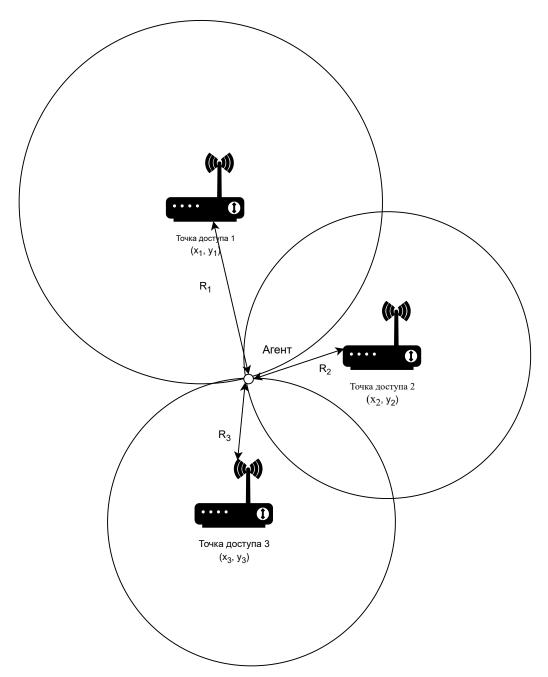


Рисунок 1.2 – Принцип работы методов, основанных на ТОА

## Алгоритм латерации

Пусть (x,y) — неизвестные координаты агента, а  $(x_i,y_i)$ ,  $i \in [1,3]$  — координаты i-й точки доступа. Расстояние  $R_i$  между точкой доступа и агентом определяется по формуле (1.3):

$$R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}. (1.3)$$

Без ограничения общности, положим, что агент испускает сигнал во время  $\tau_0 = 0$ , а i-я точка доступа принимает сигнал во время  $\tau_i$ , где  $\tau_i$  — TOA. Тогда  $R_i$  рассчитывается по формуле (1.4):

$$R_i = c \cdot \tau_i, \tag{1.4}$$

где c — скорость света. В таком случае позиция агента может быть определена как пересечение окружностей, с радиусами  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , в условиях отсутствия помех [22].

Недостатком метода является ограниченная точность определения местоположения из-за влияния помех и отражений сигнала [22], когда сигнал от точки доступа распространяется через различные препятствия, могут возникать задержки и искажения, что усложняет точное определение времени прибытия сигнала и, следовательно, точности геопозиционирования.

Другим недостатком является ограничения аппаратного обеспечения, так как большинство коммерческих смартфонов не предназначены для точного измерения времени прибытия сигналов Wi-Fi — у них отсутствует необходимое аппаратное обеспечение для выполнения таких измерений с высокой точностью [41].

## 1.4.3 Методы, использующие опорные точки сигнала

Методы, использующие опорные точки сигнала, также называемые методами сопоставления с образцом, представляют собой алгоритмы, построенные на анализе RSS. Сопоставление с образцом обычно происходит в два этапа: калибровка и геопозиционирование [4].

На рисунке 1.3 изображены две стадии работы метода опорных точек сигнала.

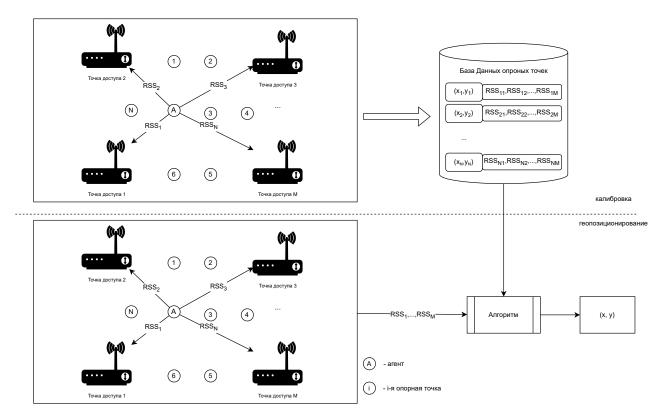


Рисунок 1.3 – Принцип работы методов, основанных на опорных точках сигнала

В стадии калибровки (автономной фазы измерений) пространственновременные RSS-данные от каждой точки доступа объединяются в общую базу данных и сохраняются как координаты опорных точек.

Местоположение агента может быть определено на стадии геопозиционирования с помощью измерения уровня сигналов от точек доступа и поиска наиболее точных совпадений в базе данных, с привязкой к точке на карте, где измерены такие же уровни сигналов.

Недостатками метода являются трудозатратный процесс конфигурации базы данных, необходимость переконфигурации при изменении ландшафта, а также высокая вычислительная сложность —  $O(N \cdot M)$ , где N — количество

записей в базе данных (количество опорных точек), а M — количество точек доступа ( $M \ge 3$ ) [21].

Методы геопозиционирования, основанные на опорных точках сигнала, используют один из двух подходов: детерминированный и стохастический [4].

## Детерминированный подход

Детерминированный подход полагается на измерение уровня сигнала от каждой точки доступа и на основании этого определяет местоположение агента. Методы, использующие упомянутый подход, сравнивают уровни сигнала, полученные от агента с уровнями сигнала опорных точек, хранящихся в базе данных, оперируя Евклидовым расстоянием для определение ближайших соседей [21].

## Алгоритм к-ближайших соседей

Алгоритм k-ближайших соседей [42] предполагает использование набора данных, полученного на стадии калибровки в методе опорных точек сигнала. Сам алгоритм работает следующим образом: для агента определяются k ближайших опорных точек из базы данных с помощью расстояния от i-й опорной точки до агента, которое рассчитывается по формуле (1.5)

$$D_{i} = \left(\frac{\sum_{j=1}^{m} (|rss_{j} - rss_{ij}|)^{t}}{m}\right)^{\frac{1}{t}}, \tag{1.5}$$

где  $i=\overline{1,n},\,D_i$  — манхэттенское расстояние от i-й опорной точки до агента (при t=1) или евклидово расстояние (при t=2), m — количество точек доступа,  $rss_j$  — уровень сигнала от агента до j-й точки доступа,  $rss_{ij}$  — уровень сигнала от i-й опорной точки до j-й точки доступа.

После выбора k ближайших к агенту опорных точек, местоположение агента может быть вычислено по формуле (1.6)

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i, y_i)}{k}, \tag{1.6}$$

где  $(\hat{x}, \hat{y})$  — координаты агента,  $(x_i, y_i)$  — координаты i-й опорной точки.

Ключевым преимуществом алгоритма k-ближайших соседей является эффективность при достаточном объеме данных, возможность использовать алгоритм в разнообразных сценариях, не имея предположений о распределении данных [20].

Недостатками алгоритма является высокая вычислительная сложность при большом объеме данных, а также требования к опорным точкам сигналов: на вход необходимо подать подготовленный набор данных, который минимизирует ошибки при аппроксимации местоположения агента в помещении [43].

## Алгоритм взвешенных к-ближайших соседей

Алгоритм взвешенных k-ближайших соседей [44] заключается в присваивании весовых коэффициентов координатам различных опорных точек, которые обычно устанавливаются как обратное значение евклидова расстояния между опорной точкой и агентом [45]. Данный алгоритм поддается улучшениям, что показывает множество исследований, например, модификация алгоритма, которая заключается в высчитывания весовых коэффициентов на основе модели распространения сигнала, благодаря выявленной нелинейной связи между уровнем сигнала и физическим расстоянием [46].

## Алгоритмы на основе нейронных сетей

Алгоритмы геопозиционирования на основе метода опорных точек, использующие нейронные сети, анализируют наборы векторов, описывающих распространение сигналов в опорных точках, используя эти данные для обучения [47].

Нейронная сеть может быть спроектирована как многослойный перцептрон, способный обрабатывать входные векторы отпечатков и выводить прогнозируемое местоположение. Обучение модели происходит путем подачи входных данных (пар местоположений опорных точек и векторов уровней сигналов в этих точках).

После завершения обучения модель можно использовать для геопозиционирования в реальном времени. При поступлении нового отпечатка сигнала WiFi нейронная сеть обрабатывает его и предсказывает местоположение, основываясь на заранее выученных закономерностях [20].

Преимущества подхода включают высокую точность определения ме-

стоположения в помещениях, а также возможность обучения модели на конкретных объектах, что позволяет улучшить качество геопозиционирования для конкретного помещения или даже отдельной зоны [47].

Основные недостатки алгоритмов на основе нейронных сетей включают в себя следующие факторы: изменчивость среды может сильно влиять на точность геопозиционирования; для реализации геопозиционирования с помощью нейронных сетей необходимы дополнительные вычислительные ресурсы при большом количестве точек доступа и опорных точек.

## Стохастический подход

Стохастический подход предполагает использование функции условного распределения для неизвестных параметров (координат агента)

Одной из ключевых особенностей стохастических алгоритмов является их способность учитывать случайные шумы и изменения в окружающей среде. Это означает, что данные, полученные с помощью метода опорных точек, могут быть подвержены различным искажениям, таким как влияние стен и преград, а также изменения внутренних условий помещения. Стохастические алгоритмы способны адаптироваться к таким условиям и проводить статистическую обработку данных для определения местоположения с учетом неопределенности [20].

Использование стохастических алгоритмов требует предварительной калибровки с помощью точных измерений сигналов WiFi в различных точках помещения [48]. Это может быть сложным и затратным процессом, требующим значительных ресурсов, особенно для больших помещений или для помещений с переменной конфигурацией.

## Скрытая Марковская модель

Скрытая Марковская модель — это статистическая модель, в которой система моделируется как Марковский процесс с ненаблюдаемыми состояниями [49]. Её можно использовать для решения задачи геопозиционирования в помещении, так как она подходит для обработки временных рядов, которые представляют собой информацию о полученных агентом и опорными точками уровнями сигналов.

Рассмотрим помещение, разделённое на несколько областей (состояний

модели), таких как комнаты или коридоры. Будем считать, что местоположение объекта в конкретный момент времени — это состояние модели. Для примера, в случае, если у объекта только два возможных местоположения, мы получаем модель с двумя состояниями.

Вектор уровней сигналов, служит «наблюдением» в контексте скрытой Марковской модели. При использовании метода опорных точек на этапе обучения собираются данные о силе сигнала WiFi в каждом из возможных состояний, создавая так называемую «опорную точку». Задача в этом контексте — предсказать скрытое состояние модели (текущее местоположение объекта) на основе набора измерений векторов сигналов.

Формулы для Скрытой Марковской модели можно записать с помощью переходных (1.7) и эмиссионных (1.8) вероятностей.

$$P(i,j) = P(S_{t+1} = j | S_t = i), (1.7)$$

$$B_j(k) = P(O_t = k | S_t = j),$$
 (1.8)

формула (1.7) представляет собой вероятность того, что система перейдёт из состояния i в состояние j, а формула (1.8) располагает вероятностью того, что при сигнале k, система окажется в состоянии j.

Основная задача в этом случае — на основе наблюдаемых данных (уровней сигналов WiFi) определить фактическое местоположение. Это можно сделать с помощью алгоритма Витерби [50], который вычисляет наиболее вероятную последовательность скрытых состояний, давших наблюдаемые результаты.

Таким образом, построив Скрытую Марковскую модель и использовав уровни сигналов WiFi, можно определить местоположение объекта в помещении. Важным преимуществом подхода является его способность учитывать историю перемещения объекта, что делает его более точным при определении местоположения объекта в динамике, однако алгоритм неустойчив к изменениям в среде и интерференциям, а также требует предварительной калибровки [51].

## Выводы из подраздела

В результате рассмотрения методов геопозиционирования в помещениях на основе Wi-Fi, можно сделать следующие выводы:

- метод на основе анализа времени прибытия сигнала обеспечивает возможность точного позиционирования агента, при условии синхронизации часов на устройствах, участвующих в геопозиционировании, однако является неустойчивым к изменениям в среде и преградам между точкой доступа и агентом;
- метод на основе анализа угла прибытия сигнала обеспечивает простую аппроксимацию местоположения агента на коротких расстояниях, но требует дополнительного оборудования для работы, а также может выдавать неверные результаты на больших расстояниях и при наличии помех и преград;
- метод опорных точек сигнала поддается модификациям, что дает настроить геопозиционирование в конкретных помещениях, учитывая возможные помехи и преграды между точками доступа, однако неустойчив к изменениям в среде и требует предварительной калибровки перед использованием.

## 1.4.4 Классификация методов геопозиционирования на основе WiFi

На рисунке 1.4 приведена классификация рассмотренных методов геопозиционирования в помещениях на основе Wi-Fi.

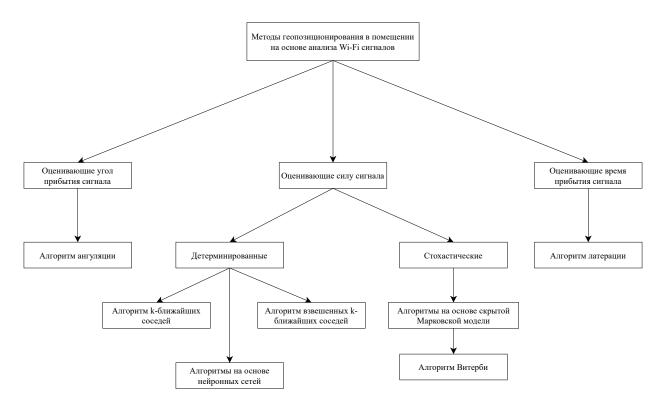


Рисунок 1.4 – Классификация методов геопозиционирования в помещении

В таблице 1.2 приведено сравнение методов геопозиционирования в помещении.

Таблица 1.2 – Классификация алгоритмов геопозиционирования в помещении

Метод	Используемая информация	Измерения	Недостатки и преимущества
Анализа времени прибытия сигналов	геометрические параметры	время прибы- тия сигнала	ограничения аппаратно- го обеспечения; сильное влияние помех и отраже- ний сигнала на результат
Анализа угла прибытия сиг- налов	геометрические параметры	углы прибы- тия сигнала	необходимо дополнительное оборудование; чувствителен к помехам и отражениям сигнала; ненадежен на больших расстояниях
Опорных то- чек сигнала	статистические и эмпирические результаты	уровень сиг- нала	отсутствие необходимо- сти в дополнительном оборудовании для поме- щений, в которых настро- ена сеть Wi-Fi; затрудни- тельны для использова- ния в часто изменяющих- ся пространствах; требу- ют предварительной ка- либровки

Исходя из классификации видно, что наиболее гибким и эффективным методом определения местоположения является использование метода, основанного на опорных точках сигнала. Это связано с тем, что для конкретного помещения можно занести в базу данных, необходимую для работы алгоритма, специально расположенные опорные точки, которые будут учитывать помехи и отражения сигнала, давая более точные данные для определенного набора помещений [52]. Также следует отметить, что алгоритмы, работающие на основе метода опорных точек, не требуют дополнительных закупок со стороны организации, планирующей использовать его в своих помещениях, если в них настроена сеть Wi-Fi с более, чем тремя точками доступа.

#### 1.4.5 Выводы

Метод опорных точек сигнала является одним из наиболее подходящих для геопозиционирования внутри помещений с использованием WiFi. В сравнении с другими методами, он имеет ряд преимуществ, которые делают его привлекательным выбором в таких условиях.

Во-первых, метод опорных точек сигнала не требует дополнительного специализированного оборудования, кроме уже установленной WiFi-инфраструктуры в помещении. Это делает его более экономичным и простым в реализации, в отличие от методов анализа времени прибытия или угла прибытия сигналов, которым необходимы специальные датчики и антенны.

Во-вторых, метод опорных точек сигнала основан на статистических и эмпирических данных об уровне сигнала в различных точках помещения. Это делает его более устойчивым к помехам и отражениям сигнала, которые часто встречаются в закрытых пространствах и могут существенно влиять на результаты других методов, таких как анализ времени или угла прибытия сигналов.

Однако следует учитывать, что применение метода опорных точек сигнала требует предварительной калибровки - построения карты опорных точек в помещении. Это может быть трудоемким процессом, особенно в случае часто изменяющихся пространств. Тем не менее, при наличии стабильной WiFi-инфраструктуры и возможности проведения предварительной калибровки, метод опорных точек сигнала представляется наиболее подходящим выбором для геопозиционирования внутри помещений.

## 1.5 Калибровка опорных точек сигнала

Одним из ключевых аспектов задачи геопозиционирования с использованием метода опорных точек является оптимальное расположение опорных точек, служащих для определения положения объектов. Добиться оптимального расположения опорных точек можно с помощью методов оптимизации, таких как генетические алгоритмы, алгоритмы роя частиц и имитации отжига.

#### 1.5.1 Генетические алгоритмы

Генетические алгоритмы (ГА) основаны на принципах естественного отбора и генетики, где популяция особей эволюционирует для нахождения оптимального решения. ГА могут быть эффективны при решении сложных многомодальных задач, однако они требуют тщательной настройки параметров, таких как размер популяции, вероятности скрещивания и мутации.

Сходимость ГА может быть медленной, особенно в задачах с большим числом переменных, что негативно сказывается на времени вычислений.

#### 1.5.2 Алгоритмы роя частиц

Алгоритмы роя частиц (PSO) имитируют поведение стаи птиц или рыб, где каждая частица представляет собой возможное решение задачи. PSO отличаются простотой реализации, быстрой сходимостью и хорошей масшта-бируемостью даже для задач с большим числом переменных. В контексте расстановки опорных точек в помещении с использованием WiFi, PSO эффективно находит оптимальное расположение точек, учитывая такие факторы, как сила сигнала и покрытие области.

#### 1.5.3 Имитация отжига

Алгоритм имитации отжига (Simulated Annealing, SA) моделирует процесс термического отжига в металлургии для поиска глобального минимума функции. SA может быть эффективен при решении задач с большим количеством локальных минимумов, однако настройка параметров алгоритма, таких как температура и скорость охлаждения, требует тщательной подготовки. Применительно к задаче расстановки опорных точек в помещении с использованием WiFi, SA может столкнуться с проблемами преждевременной сходимости в локальных минимумах, что негативно скажется на качестве решения.

## 1.5.4 Выводы

Таблица 1.3 – Сравнительный анализ методов оптимизации

Метод	Преимущества	Недостатки
Генетические алгоритмы	- Эффективны для сложных многомодаль- ных задач	- Требуют тщательной настройки параметров
		- Медленная сходи-
		мость, особенно для
		задач с большим чис-
		лом переменных
Алгоритмы роя частиц	- Простота реализации	- Могут застревать в
		локальных минимумах
	- Быстрая сходимость	
	- Хорошая масштаби-	
	руемость	
	- Эффективны для за-	
	дачи расстановки опор-	
	ных точек в помеще-	
	нии с использованием	
	WiFi	
Имитация отжига	- Эффективны при на-	- Требуют тщательной
	личии большого числа локальных минимумов	настройки параметров
	, and the second	- Возможна преждевре-
		менная сходимость в
		локальных минимумах

Алгоритмы роя частиц являются предпочтительным методом оптимизации для решения задачи расстановки опорных точек в помещении с использованием WiFi сигналов. Их простота реализации, быстрая сходимость и хорошая масштабируемость делают их более эффективными по сравнению с генетическими алгоритмами и имитацией отжига в контексте решаемой задачи.

### 1.6 Формализация постановки задачи

Метод опорных точек сигнала для геопозиционирования в помещениях с использованием сигналов Wi-Fi основывается на сравнении измеренных характеристик сигнала Wi-Fi в произвольной точке помещения с заранее собранной базой данных опорных точек.

#### Входные данные

- 1. Топология комнаты в виде многоугольника.
- 2. Список опорных точек, содержащий информацию о характеристиках сигналов Wi-Fi в каждой из опорных точек. Типичными характеристиками являются уровень принимаемого сигнала (RSSI) от различных точек доступа Wi-Fi.
- 3. Текущие измерения характеристик сигналов Wi-Fi в произвольной точке помещения, для которой необходимо определить местоположение (в точке нахождения агента).

#### Выходные данные

- 1. Оценка местоположения объекта в помещении, выраженная в координатах на карте.
- 2. Координаты ближайшей опорной точки.

Применение метода позволяет достичь точности геопозиционирования в помещениях на уровне нескольких метров при относительно невысокой стоимости развёртывания системы, поскольку он использует существующую инфраструктуру Wi-Fi.

 ${
m Ha}$  рисунке 1.5 представлена формализация постановки задачи в виде IDEF0-диаграммы.

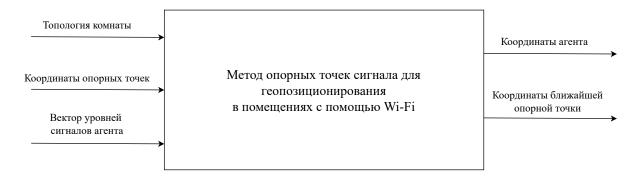


Рисунок 1.5 – Формализация постановки задачи в виде IDEF0

## 2 Конструкторский раздел

#### 2.1 Структуры данных

В ходе реализации проектируемого метода предлагается использовать следующие структуры данных:

- матрица опорных точек, содержащая координаты опорных точек;
- матрица уровней сигналов опорных точек;
- матрица градиентов уровней сигналов опорных точек;
- вектор уровней сигналов агента;
- список вершин многоугольника, определяющего границу помещения.

## 2.2 Схемы алгоритмов

## 2.2.1 Алгоритм вычисления градиента в опорной точке

В контексте разрабатываемого метода необходимо вычислять градиент вектор-функции от двух переменных — координат опорной точки. Введем следующие обозначения:

- $-\ (x_i,y_i)$  координаты і-ой опорной точки;
- $-RSSI_{i}$  вектор уровней сигналов в і-ой опорной точке;
- $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^N$  функция, сопоставляющая каждой точке пространства вектор уровней сигналов, где N количество роутеров,

тогда функция f в окрестности опорной точки может быть аппроксимирована следующим образом:

$$f(\vec{x}) \approx f(\vec{x}_0) + \Delta \vec{x} \otimes \vec{\nabla} f(\vec{x}_0).$$
 (2.1)

Из приведенной в формуле (2.1) аппроксимации составляется уравнение линейной регрессии:

$$Y = XB, (2.2)$$

где  $Y = f(\vec{x}) - f(\vec{x}_0), X = \Delta \vec{x}$ , а  $B = \vec{\nabla} f(\vec{x}_0)$ . В уравнении (2.2) матрица B может быть найдена методом наименьших квадратов.

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y. (2.3)$$

Для расчета градиента уровней сигналов в опорной точке осуществляется поиск двух ближайших опорных точек, алгоритм выбора которых представлен на рисунке 2.1.

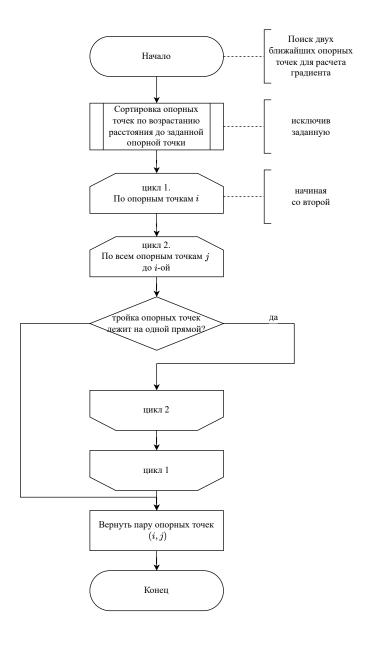


Рисунок 2.1 – Алгоритм выбора пары ближайших опорных точек

После выбора пары ближайших опорных точек, составляются матрицы X и Y, и решается уравнение (2.3). Значения, полученные в матрице B являются приблежением градиента уровней сигналов в заданной опорной точке.

## 2.2.2 Алгоритм определения позиции агента

На рисунке 2.2 представлена схема алгоритма поиска позиции агента в помещении.

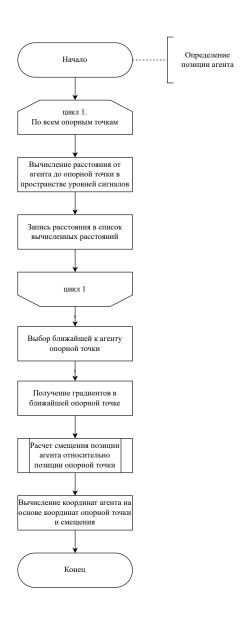


Рисунок 2.2 – Алгоритм определения позиции агента в помещении

# 2.2.3 Алгоритм поиска оптимального положения опорных точек

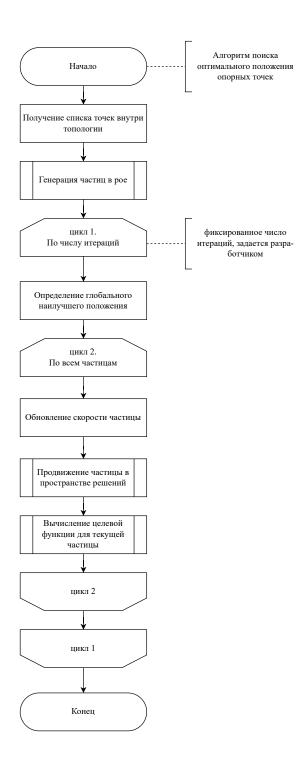


Рисунок 2.3 – Алгоритм поиска оптимального положения опорных точек

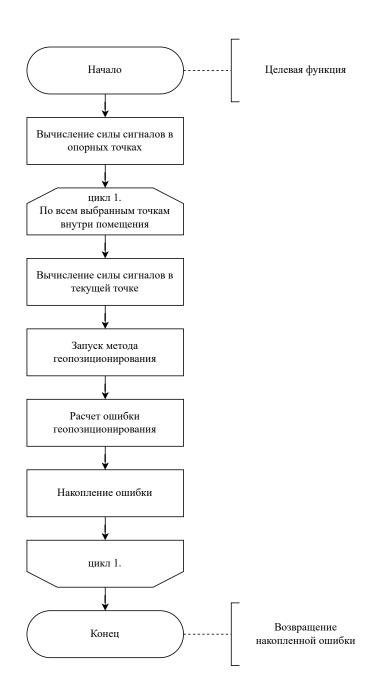


Рисунок 2.4 – Алгоритм расчета целевой функции

## 2.3 Требования к $\Pi O$

К разрабатываемому ПО предъявляются следующие требования:

- пользователь должен иметь возможность редактировать количество и положение опорных точек;
- пользователь должен иметь возможность редактировать количество и

положение точек доступа;

- пользователь должен иметь возможность перемещать агента по помещению;
- предусмотреть возможность изменения топологии помещения;
- предусмотреть возможность оптимальной расстановки опорных точек в помещении по запросу пользователя.

К входным данным предъявляются следующие ограничения:

- количество опорных точек должно быть больше трех;
- опорные точки не должны лежать на одной линии;
- количество точек доступа должно быть больше двух.

## 2.4 Архитектура $\Pi O$

Разрабатываемое в работе программное обеспечение будет представлено в виде клиент-серверного приложения. Все вычисления будут происходить в серверной части приложения, которая состоит из трех слоев:

- презентационный слой обеспечивает взаимодействие между клиентом и сервером;
- слой бизнес-логики содержит основную функциональность приложения, а также контракты, согласно которым происходит обращение к базе данных и методам работы с сущностями приложения;
- слой доступа к данным представляет собой конкретную реализацию методов доступа к данным, описанным в слое бизнес-логики.

Разделение приложения на три модуля позволит разрабатывать и развертывать каждый из них независимо друг от друга, что упростит процесс разработки, модернизации и поддержки системы.

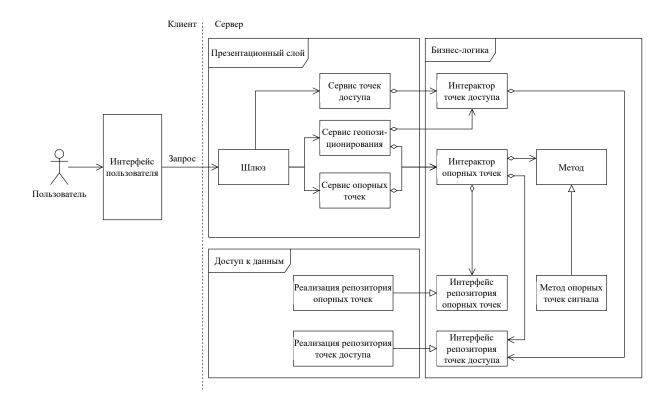


Рисунок 2.5 – Принципиальная схема ПО

## 2.5 Функциональная модель метода

На рисунке 2.6 представлена функциональная модель метода опорных точек сигналов для геопозиционирования в помещении с помощью WiFi. Метод основан на анализе уровней сигналов опорных точек и агента, а также градиентов уровней сигналов в опорных точках.

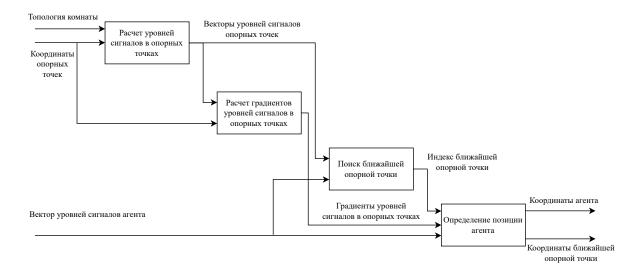


Рисунок 2.6 – Функциональная модель метода

## 3 Технологический раздел

### 3.1 Выбор средств реализации

Для реализации серверной части приложения будет использоваться язык программирования Python [53] в связи с обширной библиотечной базой языка для построения веб-приложений, а также инструментами для работы с данными, позволяющими выполнять необходимые вычисления [54]. Для реализации клиентской части будет использован язык программирования TypeScript [55] в сочетании с фреймворком Vue3. Для организации стилистической части приложения будет использована библиотека компонентов shadon-vue.

### 3.2 Формат входных и выходных данных

Входными данными являются:

- список вершин, представляющий собой топологию комнаты;
- координаты опорных точек;
- действительная позиция агента;
- используемый для геопозиционирования метод;
- координаты точек доступа.

Выходными данными являются:

- предсказанная позиция агента;
- координаты ближайшей опорной точки.

#### 3.3 Реализации алгоритмов

Листинг 3.1 – Реализация метода опорных точек сигнала

```
import numpy as np
import itertools
class Model:
    def fit(self, test_points_pos: np.ndarray, test_points_rssi:
      np.ndarray):
        , , ,
        Функция обучения модели
        'test_points_pos' - матрица позиций Nx2 опорных точек
        'test_points_rssi' - матрица уровней сигналов NxM от M
          роутеров для каждой опорной точки
        , , ,
        self.test_points_pos = test_points_pos
        self.test_points_rssi = test_points_rssi
        self.test_points_count = test_points_rssi.shape[0]
        self.routers_count = test_points_rssi.shape[1]
        # Подготовительный этап - вычисление матрицы расстояний
          между опорными точками
        distances = [[np.inf for j in
           range(self.test_points_count)] for i in
           range(self.test_points_count)]
        for i, (xi, yi) in enumerate(self.test_points_pos[:-1]):
            for j, (xj, yj) in
               enumerate(self.test_points_pos[i+1:]):
                d = np.sqrt((xi - xj) ** 2 + (yi - yj) ** 2)
                distances[i][i+1+j] = d
                distances[i+1+j][i] = d
        # Вычисление градиентов в каждой опорной точке
        self.points_grad = []
        for i in range(self.test_points_count):
            # Вычислить градиент в точке і
            grad = self._compute_rssi_grad(i, distances)
            self.points_grad.append(grad)
        self.distances = distances
```

```
self.points_grad = np.array(self.points_grad)
def predict(self, rssi: np.ndarray) -> tuple[np.ndarray,
  float]:
    , , ,
    Функция предсказания позиции агента по уровням сигналов
      RSST
    'rssi' - вектор уровней сигналов размерности М, равной
      числу роутеров в системе
    Возвращает вектор-позицию агента и расстояние до
      ближайшей опорной точки
    , , ,
   # выбираем ближайшую опорную точку
    i, pos_closest, rssi_closest =
      self._get_closest_test_point(rssi)
   # вычисление изменений уровней сигналов от опорной точки
      по направлениям х у
   P_B = self.points_grad[i].T
   P = rssi - rssi_closest
    offset = np.linalg.inv(P_B.T.dot(P_B)).dot(P_B.T).dot(P)
   # вычисление координат по ближайшей опорной точке
    pos = pos_closest + offset
    return pos, np.linalg.norm(pos - pos_closest)
def _compute_rssi_grad(self, i: int, distances: np.ndarray)
  -> np.ndarray:
    closest_idx = np.argsort(distances[i])
    for j, k in itertools.combinations(closest_idx, 2):
        X = np.array([
            self.test_points_pos[j] -
               self.test_points_pos[i],
            self.test_points_pos[k] -
               self.test_points_pos[i],
        ])
        if np.linalg.matrix_rank(X.T.dot(X)) == 2:
```

```
Y = np.array([
                self.test_points_rssi[j] -
                   self.test_points_rssi[i],
                self.test_points_rssi[k] -
                   self.test_points_rssi[i],
            ])
            break
    else:
        raise ValueError('Cannot compute gradient')
    grad = np.linalg.inv(X.T.dot(X)).dot(X.T).dot(Y)
    return grad
def _get_closest_test_point(self, rssi: np.ndarray) ->
  tuple[int, np.ndarray, np.ndarray]:
    D = []
    for i in range(self.test_points_count):
        sum_d = 0
        for j in range(self.routers_count):
            sum_d += np.abs(rssi[j] -
               self.test_points_rssi[i][j]) ** 2
        D.append(sum_d)
    D = np.array(D)
    # выбираем ближайшего соседа
    idx = np.argsort(D)[0]
    return idx, self.test_points_pos[idx],
       self.test_points_rssi[idx]
```

## 3.4 Тестирование ПО

TODO

## 3.5 Сборка и конфигурирование

TODO

## 4 Исследовательский раздел

### 4.1 Исследование точности метода

Целью исследования является оценка точности работы реализованного метода, а также сравнение с точностью методов KNN и WKNN. Исследование будет проводиться с использованием набора данных, содержащего в себе топологию помещения, позиции точек доступа и наборов координат и уровней сигналов опорных точек.

#### 4.1.1 Постановка исследования

TODO

## 4.1.2 Результат исследования

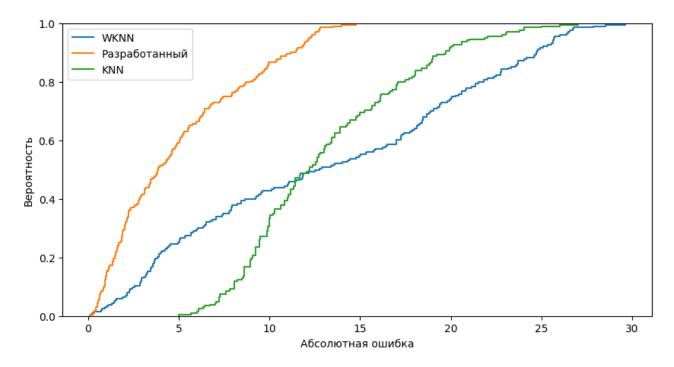


Рисунок 4.1 – График выборочной функции распределения абсолютной ошибки

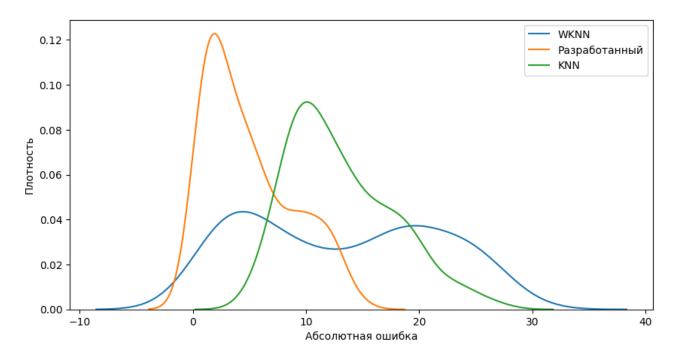


Рисунок 4.2 – График ядерной оценки плотности функции распределения абсолютной ошибки

# 4.2 Исследование влияния положения опорных точек на точность метода

- 4.3 Исследование влияния количества опорных точек на точность метода
- 4.4 Исследование влияния положения роутеров на точность метода
- 4.5 Исследование влияния количества роутеров на точность метода
  - 4.6 Сравнение с аналогами

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Pahlavan K. Indoor Geolocation Science and Technology: At the Emergence of Smart World and IoT. River Publishers, 2022.
- 2. Real-time indoor geolocation tracking for assisted healthcare facilities / K. Gala [ $\mu$   $\mu$ ] // International Journal of Interdisciplinary Telecommunications and Networking (IJITN). 2020. T. 12,  $\aleph$  2. C. 1—21.
- 3. Louro P., Vieira M., Vieira M. A. Indoors geolocation based on visible light communication // Sensors & Transducers. 2020. T. 245, № 6. C. 57—64.
- 4. Geok~T.~K.,~Aung~K.~Z. Review of Indoor Positioning: Radio Wave Technology // Applied Sciences, MDPI. 2021. DOI: 10 . 3390 / app11010279.
- 5. Real-time indoor geolocation tracking for assisted healthcare facilities / K. Gala [ $\mu$  др.] // International Journal of Interdisciplinary Telecommunications and Networking (IJITN). 2020. T. 12,  $\mathbb{N}$  2. C. 1—21.
- 6. Supporting internet-based location for location-based access control in enterprise cloud storage solution / M. I. Sukmana [и др.] // Advanced Information Networking and Applications: Proceedings of the 33rd International Conference on Advanced Information Networking and Applications (AINA-2019) 33. Springer. 2020. C. 1240—1253.
- 7. Policing the pandemic: estimating spatial and racialized inequities in New York City police enforcement of COVID-19 mandates / S. Kajeepeta [и др.] // Critical Public Health. 2022. Т. 32, № 1. С. 56—67.
- 8. Happle G., Fonseca J. A., Schlueter A. Context-specific urban occupancy modeling using location-based services data // Building and Environment. 2020. T. 175.
- 9. Indoor positioning system: A review / N. H. A. Wahab [и др.] // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. 2022. Т. 13, № 6.
- 10. Crowdsourcing-based fingerprinting for indoor location in multi-storey buildings / R. Santos [и др.] // Ieee Access. 2021. Т. 9.

- 11. Long short-term indoor positioning system via evolving knowledge transfer / L. Li [и др.] // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2022. T. 21,  $N_2$  7. C. 5556—5572.
- 12. A platform for power management based on indoor localization in smart buildings using long short-term neural networks / M. Elbes [и др.] // Transactions on Emerging Telecommunications Technologies. 2022. Т. 33, № 3.
- 13. Fathalizadeh A., Moghtadaiee V., Alishahi M. Indoor geo-indistinguishability: Adopting differential privacy for indoor location data protection // IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing. 2023.
- 14. Subedi S., Pyun J.-Y. A survey of smartphone-based indoor positioning system using RF-based wireless technologies // Sensors. 2020. T. 20,  $\mathbb{N}^2$  24.
- 15. Novel indoor positioning algorithm based on Lidar/inertial measurement unit integrated system / P. Jiang [и др.] // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2021. Т. 18, № 2.
- 16. A comprehensive survey of indoor localization methods based on computer vision / A. Morar [и др.] // Sensors. 2020. Т. 20, № 9.
- 17. Multi-sensor integrated navigation/positioning systems using data fusion: From analytics-based to learning-based approaches / Y. Zhuang [и др.] // Information Fusion. 2023. Т. 95. С. 62—90.
- 18. A novel indoor localization system using machine learning based on bluetooth low energy with cloud computing / Q. Hu [и др.] // Computing. 2023. C. 1—27.
- 19. Kaemarungsi K., Krishnamurthy P. Modeling of indoor positioning systems based on location fingerprinting // IEEE INFOCOM. 2004. T. 2. C. 1012—1022.
- 20. Bellavista-Parent V. New trends in indoor positioning based on WiFi and machine learning: A systematic review // IEEE. 2021. DOI: 10.1109/IPIN51156.2021.9662521.

- 21. Liu G., Qian Z. An Indoor WLAN Location Algorithm Based on Fingerprint Database Processing // International Journal of Pattern Recognition. 2020. T.  $34, N_{2}$  10.
- 22. Guo X., Ansari N. A Survey on Fusion-Based Indoor Positioning // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2019.
- 23. Faragher R., Harle R. An analysis of the accuracy of bluetooth low energy for indoor positioning applications // Institute of Navigation. 2014. T. 1. C. 201—210.
- 24. Yao L., Yao L., Wu Y.-W. Analysis and improvement of indoor positioning accuracy for uwb sensors // Sensors. 2021. T. 21,  $\mathbb{N}$  17.
- 25. Self-calibration and collaborative localization for UWB positioning systems: A survey and future research directions / M. Ridolfi [ $\mu$  др.] // ACM Computing Surveys (CSUR). 2021. T. 54, № 4. C. 1—27.
- 26. A review of RFID based solutions for indoor localization and location-based classification of tags / G. Esposito [и др.] // Proceedings of the Summer School Francesco Turco. 2021.
- 27. Jimenez A., Seco F. Indoor Pedestrian navigation using an INS/EKF framework for yaw drift reduction and a foot-mounted IMU // WPNC. 2010. C. 135-143.
- 28. Human activity recognition for indoor localization using smartphone inertial sensors / D. Moreira [и др.] // Sensors. 2021. Т. 21, № 18. С. 6316.
- 29. HyLoc: An Indoor Single-site Hybrid Localization Scheme based on LOS/NLOS Identification / J. Zhang [и др.] // IEEE Access. 2023.
- 30. Improving computer vision-based perception for collaborative indoor navigation / L. Ruotsalainen [и др.] // IEEE Sensors Journal. 2021. Т. 22, № 6. С. 4816—4826.
- 31. Sou S.-I., Lin W.-H. Indoor Location Learning over Wireless Fingerprinting System with Particle Markov Chain Model // IEEE Access. 2019.
- 32. A robust integration platform of Wi-Fi RTT, RSS signal, and MEMS-IMU for locating commercial smartphone indoors / G. Guo [и др.] // IEEE Internet of Things Journal. 2022. Т. 9, № 17.

- 33. Mobile geolocation techniques for indoor environment monitoring / R. Ouni [и др.] // KSII Transactions on Internet and Information Systems (TIIS). 2020. T. 14, № 3.
- 34. GPS-based indoor/outdoor detection scheme using machine learning techniques / V. Bui [и др.] // Applied Sciences. 2020. Т. 10, № 2.
- 35. Pahlavan K. Indoor Geolocation Science And Technology: At the Emergence of Smart World and IoT. Denmark: River Publishers, 2019.
- 36. Paredes J. A. 3d indoor positioning of uavs with spread spectrum ultrasound and time-of-flight cameras // Sensors. 2018. T. 18,  $\mathbb{N}$  1.
- 37. Yoshino M., Haruyama S., Nakagawa M. High-accuracy positioning system using visible LED lights and image sensor // IEEE Radio and Wireless Symposium, RWS. -2008. C. 439-442.
- 38. Khalajmehrabadi A. Modern WLAN Fingerprinting Indoor Positioning Methods and Deployment Challenges // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2017. T. 19, № 3.
- 39. Rong P., Sichitiu M. L. Angle of arrival localization for wireless sensor networks // IEEE Commun. Soc. Sensor Ad Hoc Commun. Netw. 2006. C. 374—382.
- 40. Baik K.-J., Lee S., Jang B.-J. AoA-Based Local Positioning System Using a Time-Modulated Array // Journal of Electromagnetic Engineering and Science. 2017. T. 17, № 4. C. 181—185.
- 41. Shi W., Goodchild M. F. Urban Informatics / под ред. W. Shi. Springer, 2021. C. 467—490.
- 42. Kim J., Kim B.-S., Savarese S. Comparing image classification methods: K-nearest-neighbor and support-vector-machines // Proceedings of the 6th WSEAS international conference on Computer Engineering and Applications, and Proceedings of the 2012 American conference on Applied Mathematics. 2012. C. 133—138.
- 43. Thuong N. T., Phong H. T. Android Application for WiFi Based Indoor Position: System Design and Performance Analysis // IEEE. 2016.
- 44. Improved RSSI-based Euclidean distance positioning algorithm for large and dynamic WLAN environments / S. Gansemer [и др.]. 2010.

- 45. Zhou R., Yang Y., Chen P. An RSS transform—Based WKNN for indoor positioning // Sensors. 2021. T. 21,  $\mathbb{N}$  17.
- 46. Smallest enclosing circle-based fingerprint clustering and modified-WKNN matching algorithm for indoor positioning / W. Liu [и др.] // 2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN). IEEE. 2016. С. 1—6.
- 47. Nabati M., Ghorashi S. A. A real-time fingerprint-based indoor positioning using deep learning and preceding states // Expert Systems with Applications. -2023. T. 213.
- 48. Lin P. T., Liao C.-A., Liang S.-H. Probabilistic indoor positioning and navigation (PIPN) of autonomous ground vehicle (AGV) based on wireless measurements // IEEE Access. 2021. T. 9. C. 25200—25207.
- 49. Mor B., Garhwal S., Kumar A. A systematic review of hidden Markov models and their applications // Archives of computational methods in engineering. 2021. T. 28. C. 1429—1448.
- 50. Dong Z., Yangv Y., Xie Y. Sequential Vessel Trajectory Identification Using Truncated Viterbi Algorithm // ICASSP 2020-2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE. 2020. C. 3792—3796.
- 51. A geometry-aware hidden Markov model for indoor positioning / B. Rudić [ $\mu$  др.] // 2020 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). IEEE. 2020. C. 547—552.
- 52. WLAN RSS-based fingerprinting for indoor localization: A machine learning inspired bag-of-features approach / A. Khattak [и др.] // Sensors. 2022. Т. 22, № 14.
- 53. Ramalho L. Fluent python. "O'Reilly Media, Inc.", 2022.
- 54. Jalolov T. S. Solving Complex Problems in Python // American Journal of Language, Literacy and Learning in STEM Education. 2023. T. 1, № 9. C. 481—484.
- 55.  $Vanderkam\ D.$  Effective TypeScript. "O'Reilly Media, Inc.", 2024.

## приложение а