Formulario

PRIMER PARCIAL

SERIES DE FOURIER

TRIGONOMÉTRICA		EXPONENCIAL O COMPLEJA		
$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n sen(n\omega_0 t)]$		$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$	$C_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$	
$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\cos(n\omega_0 t)dt$	$a_0 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)dt$	$\|C_n\| = \sqrt{Re^2\{C_n\} + Im^2\{C_n\}}$		MÓDULO
$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\,\mathrm{sen}(n\omega_0 t)dt$	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$	$\theta = \arctan\frac{Im\{C_n\}}{Re\{C_n\}}$		FASE

TRANSFORMADA DE FOURIER

DEFINICIÓN

DIRECTA	$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$	$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$	INVERSA

PROPIEDADES

$Si\ f(t) \leftrightarrow F(\omega)$

LINEALIDAD	DESPLAZAMIENTO EN EL TIEMPO
$\Longrightarrow f_1(t) + f_2(t) \leftrightarrow F_1(\omega) + F_2(\omega)$	$\Longrightarrow f(t \pm a) \leftrightarrow F(\omega)e^{\pm ja\omega}$, siendo $a \in \mathbb{R}$
DIFERENCIACIÓN EN TIEMPO	**ESCALAMIENTO**
$\Longrightarrow \frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n F(\omega)$	$\Longrightarrow f(at) \leftrightarrow \frac{1}{\|a\|}F(\omega)$, siendo $a \in \mathbb{R}$
SIMETRIA	**DESPLAZAMIENTO EN FRECUENCIA**
$\Longrightarrow F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$	$\Longrightarrow f(t)e^{\mp jat} \leftrightarrow f(\omega \pm a)$, siendo $a \in \mathbb{R}$
DIFERENCIACIÓN EN FRECUENCIA	**MODULACIÓN**
$\Longrightarrow (-jt)^n f(t) \leftrightarrow \frac{d^n F(\omega)}{d\omega^n}$	$\Longrightarrow f(t)\cos(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}[F(\omega+\omega_0) + F(\omega-\omega_0)]$ $\Longrightarrow f(t)\mathrm{sen}(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}[F(\omega+\omega_0) - F(\omega-\omega_0)]$

TABLAS DE TRANSFORMADAS

$\delta(t) \leftrightarrow 1$	$1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$	$e^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{a+j\omega}$, siendo $a > 0$
$AC_d(t) \leftrightarrow AdSa\frac{\omega d}{2}$	$sgn(t) \leftrightarrow \frac{2}{j\omega}$	$u(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$
$e^{-a\|t\|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2+\omega^2}$, siendo $a > 0$	$te^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{(a+j\omega)^2}$	$\wedge\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow dSa^2\frac{\omega d}{2}$
$e^{\pm j\omega_0 t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega \mp \omega_0)$	$e^{-\frac{t^2}{2a^2}} \leftrightarrow a\sqrt{2\pi}\, e^{-\frac{a^2\omega^2}{2}}$	**NOTA:** δ, Sa y $\wedge$ son funciones pares.

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

$sen(2A) = 2sen(A)Cos(A)$	$sen(A \pm B) = sen(A)\cos(B) \pm \cos(A)\, sen(B)$
$cos(2A) = \cos^2(A) - sen^2(A)$	$cos(A \pm B) = cos(A)\cos(B) \mp \text{sen}(A)\, sen(B)$
$sen^2(A) = \frac{1}{2}[1 - \cos(2A)]$	$sen(A)sen(B) = \frac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$
$cos^2(A) = \frac{1}{2}[1 + \cos(2A)]$	$cos(A)cos(B) = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$
$sen(A)cos(B) = \frac{1}{2}[\text{sen}(A-B) + \text{sen}(A+B)]$	$sen\left(\frac{\pi n}{k}\right)$ ó $cos\left(\frac{\pi n}{k}\right), k > 1$ oscila entre diversos valores.

$\cos(2\pi n) = 1, \ \forall n \in \mathbb{Z}$	$\text{sen}(\pi n) = 0, \ \forall n \in \mathbb{Z}$	$\cos(\pi n) = (-1)^n, \ \forall n \in \mathbb{Z}$
$e^{\pm jA} = \cos(A) \pm j sen(A)$	$\cos(A) = \frac{e^{jA} + e^{-jA}}{2}$	$\text{sen}(A) = \frac{e^{jA} - e^{-jA}}{2j}$

TABLA DE INTEGRALES

$\int a\, dt = at$	$\int t^n\, dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1}$, siendo $n \neq -1$	$\int \frac{dt}{t} = ln\lvert t\rvert$	$\int \ln(t)\, dt = t * ln\lvert t\rvert - t$

$\int e^{at}\, dt = \frac{1}{a} e^{at}$	$\int sen(at) dt = -\frac{1}{a}\cos(at)$	$\int cos(at) dt = -\frac{1}{a}\text{sen}(at)$

$\int sen(at)\, sen(bt)\, dt = \frac{sen[(a-b)t]}{2(a-b)} - \frac{sen[(a+b)t]}{2(a+b)}$	$\int cos(at)\, cos(bt)\, dt = \frac{sen[(a-b)t]}{2(a-b)} + \frac{sen[(a+b)t]}{2(a+b)}$
$\int sen(at)\, cos(bt)\, dt = -\frac{\cos[(a-b)t]}{2(a-b)} - \frac{cos[(a+b)t]}{2(a+b)}$	$\int (t \pm a) e^{bt} dt = \frac{1}{b}(t \pm a)\cos(bt) - \frac{1}{b^2} e^{bt}$
$\int (t \pm a)\cos(bt)\, dt = \frac{1}{b}(t \pm a) sen(bt) + \frac{1}{b^2}\cos(bt)$	$\int (t \pm a)\,\text{sen}(bt)\, dt = \frac{1}{b}(t \pm a) cos(bt) - \frac{1}{b^2}\text{sen}(bt)$
$\int e^{at} sen(bt) dt = \frac{e^{at}}{a^2 + b^2}[a\, sen(bt) - b\cos(bt)]$	$\int e^{at} cos(bt) dt = \frac{e^{at}}{a^2 + b^2}[a\, cos(bt) + b\,\text{sen}(bt)]$

TRANSFORMADA DE FUNCIONES POLINOMIALES

DIRECTA

- Se deriva n veces a f(t) hasta obtener solamente funciones impulso o derivadas de funciones Impulso.
- Se escribe anal í ticamente a esta $n-ésima$ derivada.
- Se aplica el operador TRANSFORMADA.
- Se aplica la propiedad de DIFERENCIACIÓN EN TIEMPO, para despejar a F(ω).

INVERSA

- Se deriva n veces a $F(\omega)$ hasta obtener solamente funciones impulso o derivadas de funciones Impulso.
- Se escribe anal í ticamente a esta $n-ésima$ derivada.
- Se aplica el operador TRANSFORMADA INVERSA.
- Se aplica la propiedad de DIFERENCIACIÓN EN FRECUENCIA, para despejar a $f(t)$.