

Teoría de Comunicaciones y Señales Prof. Jacqueline Arzate Gordillo

PROBLEMARIO 2° parcial

Sección 1. Convolución Continua

Problema 1. Calcular las siguientes integrales de convolución.

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------|
| a). $u(t) * e^{-t} u(t)$ | j). $u(t) * t u(t)$ |
| b). $u(t) * u(t)$ | e). $e^{-t} u(t) * t u(t)$ |
| c). $e^{-t} u(t) * e^{-3t} u(t)$ | f). $e^{-3t} u(t) * e^{-t}$ |

Problema 2. Calcular $f_1(t) * f_2(t)$ para cada par de señales de la figura 1

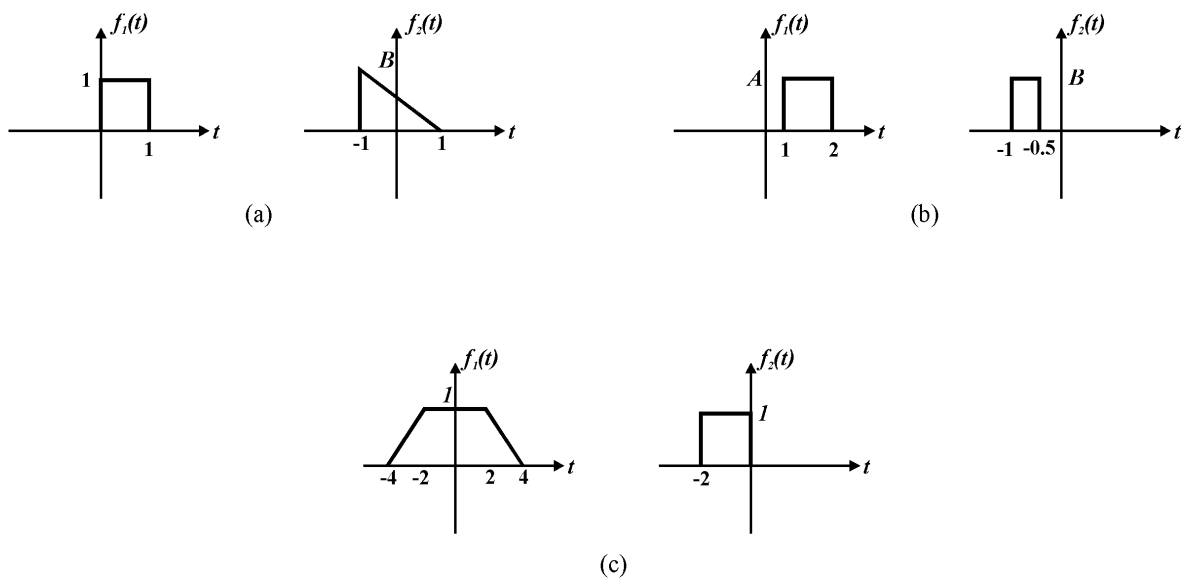


Figura 1. Gráficas para el problema 2.

Problema 3. Evalúe las funciones de convolución para las señales mostradas en la figura 2.

- a) $f_1(t) * f_2(t)$.
- b) $f_1(t) * f_3(t)$.
- c) $f_2(t) * f_3(t)$.

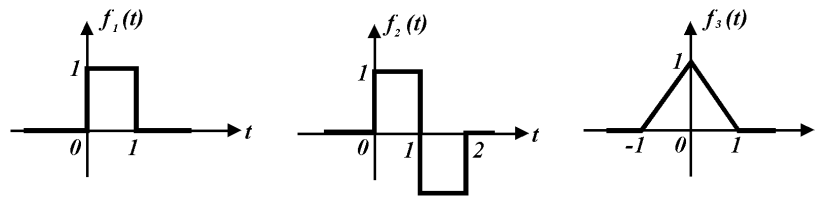


Figura 2. Gráficas para el problema 3.

Problema 4. Obtener y dibujar $f_1(t) * h(t)$, para las funciones mostradas en la figura 3.

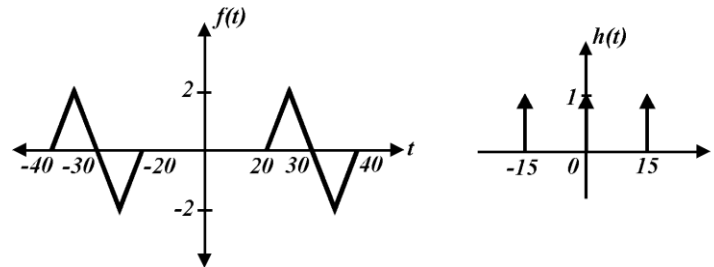
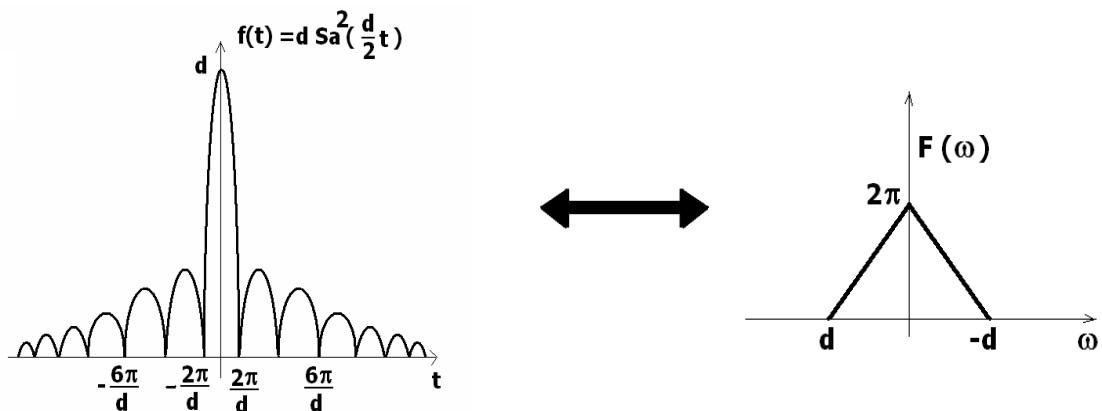


Figura 3. Gráficas para el problema 4.

Sección 2. Teorema de Muestreo y Tiempo Discreto

1. Defina Procesamiento Digital de señales, procesador digital de señales y dibuje el diagrama a bloques de un sistema de procesamiento digital de señales (adquisición de datos)
2. Enuncie el teorema de muestreo
3. ¿A qué se refiere el Efecto Alias?
4. Considere la siguiente función en el tiempo $f(t)$ y su transformada $F(\omega)$. Desarrolle gráfica y matemáticamente el muestreo ideal de $f(t)$.



5. Determinar la rapidez mínima de muestreo y el intervalo de Nyquist de las siguientes señales:

- a) $\text{Sa}(100t)$
- b) $\text{Sa}^2(100t)$
- c) $\text{Sa}(100t) + \text{Sa}(50t)$

6. Se sabe que una señal de valor real $x(t)$ ha sido determinada sólo por sus muestras cuando la frecuencia de muestreo es $\omega_s = 10,000\pi$. ¿Para qué valores de ω se garantiza que $F(\omega)$ sea cero.

7. Aquella frecuencia que de acuerdo con el teorema de muestreo, debe ser excedida por la frecuencia de muestreo se llama razón de Nyquist. Determine la razón de Nyquist correspondiente a cada una de las siguientes señales:

- a) $x(t) = 10 \sin \omega t + 5 \sin 2\omega t$
- b) $x(t) = 1 + \cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$

8. Una señal continua $x(t)$ se obtiene a la salida de un filtro paso bajo ideal con frecuencia de corte $\omega_c = 1000\pi$. Si el muestreo con tren de impulsos se realiza sobre $x(t)$, ¿Cuál de los siguientes periodos de muestreo garantiza que $x(t)$ se pueda recuperar a partir de sus versiones muestreadas usando un filtro paso bajas adecuado?

- a) $T = 0.5 \times 10^{-3}$
- b) $T = 2 \times 10^{-3}$
- c) $T = 10^{-4}$

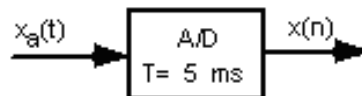
9. Dibuje la función de transferencia $H(\omega)$ de un filtro pasabajas con ganancia 5 y frecuencia de corte $f = 100$ Hz.

10. Dibuje la función característica $h(t)$ del filtro anterior.

11. Considere el sistema mostrado en la figura siguiente. La señal de entrada al sistema es:

$$x_a(t) = 3 \cos 100\pi t + 2 \sin 250\pi t.$$

Determine la versión discreta de $x_a(t)$. ¿Es posible recuperar la señal original a partir de $x(n)$ usando un filtro pasabajas adecuado?



12. Analice las siguientes secuencias (esto es, su frecuencia digital), e indique si son o no periódicas. En caso de ser periódicas, halle su periodo.

a) $10 \sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right)$

b) $5 \cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$

c) $2 \cos\left(\frac{4}{9}n\right)$

d) $x[n] = \cos \frac{2\pi n}{3} + e^{jn}$

e) $y[n] = 2 + \text{Re}\left\{e^{j\frac{\pi n}{3}}\right\} + \cos \frac{3\pi n}{2}$

13. Grafique la siguiente señal $y(n)$ que es una suma de sinusoides, indique su periodo. ¿Cuál es el periodo de la suma de dos sinusoides de periodo N_1 y N_2 ?

$$y(n) = 10 \sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right) + 5 \cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$$

Sección 3. Operaciones Básicas entre secuencias

PROBLEMA 1. Considere las secuencias siguientes y realice con ellas las operaciones indicadas.

Si:

$$x[n] = \{\overline{0}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$y[n] = \{2, 4, 8, 16, \overline{32}\}$$

$$z[n] = \sum_{k=-3}^3 \delta(n-k)$$

$$g[n] = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \overline{\frac{1}{12}}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \dots\}$$

$$k[n] = 2u(n-2)$$

Encuentre:

a) $g[-n]$

b) $z[n] + y[n]$

c) $3g[n] - 6z[n]$

d) $y[n-6]$

e) $\frac{1}{2}y[n+3]$

f) $x[n-2]$

g) $x[3n-3]$

h) $x[\frac{n}{2}+5]$

i) $y[\frac{n-3}{3}]$

j) $k[\frac{4n-3}{10}]$

k) $k[-\frac{n}{4}+10]$

l) $x[\frac{3n-3}{3}] - g[-\frac{8n-7}{3}]$

m) $u[n] \cdot g[n] + z[n]$

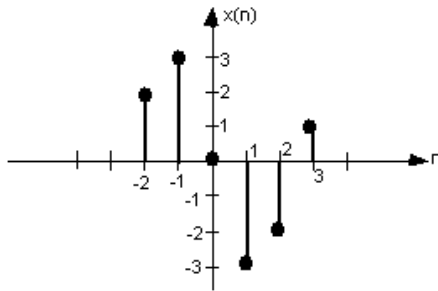
n) $x[\frac{n}{2}] * y[\frac{n}{3}]$

ñ) $g[\frac{3n-1}{2}] * y[\frac{2n}{2}+2]$

-->

PROBLEMA 2. Encuentre la gráfica de la secuencia de convolución de dos secuencias definidas como: $x(n) = \{1, 2, 3, 4, 3, 2, 1\}$ y $y(n) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Use cualquier método.

PROBLEMA 3. A PARTIR DE LA SECUENCIA MOSTRADA EN LA FIGURA,



Encuentre: $x\left(\frac{3n+3}{-4}\right)$ &

$$g[n] = x[n] * \left\{ x\left[\frac{n}{2} + 1\right] \cdot (u[n+1] - u[n-3]) \right\}$$

NOTA: Use interpolación escalón.

PROBLEMA 4. Las extensiones periódicas de dos secuencias, $x_1(n)$ y $x_2(n)$, se definen como:

$$x_1(n) = \{1, 2, 0, -1, 1\} \text{ y } x_2(n) = \{1, 3, -1, -2\}. \text{ Halle la secuencia de convolución.}$$

Sección 4. Transformada de Fourier y Transformada Z

PROBLEMA 1. Halle la transformada de Fourier de:

$$y(n) = \left(\frac{1}{8}\right)^n u(n+2) + 2^n u(-n)$$

PROBLEMA 2. Halle la transformada de Fourier de:

$$y(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ a^{-n} & n < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 3. Encuentre la transformada inversa de Fourier de $X(\Omega)$:

$$X(\Omega) = \begin{cases} 2i & 0 < \Omega < \pi \\ -2i & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 4. Calcule la transformada discreta de Fourier (DFT) de $x(n)$

$$x(n) = [0, \frac{1}{2}, 1, 2, -3, -4]$$

PROBLEMA 5. Use la forma matricial de la DFT y calcule:

$$g[n] = [0.5, 0, 2, 5]$$

PROBLEMA 6. Grafique la señal en el tiempo cuya transformada discreta de Fourier es la mostrada:

$$G(k) = [18, 4 - 6i, 6, 4 + 6i]$$

PROBLEMA 7. Halle la FFT para la siguiente secuencia:

$$x[n] = [0.5, 1, 0, 12]$$

PROBLEMA 8. Halle la IFFT para la siguiente secuencia:

$$X[k] = [28, -4 + 9.657i, -4 + 4i, -4 + 1.657i, -4, -4 - 1.657i, -4 - 4i, -4 - 9.657i]$$

PROBLEMA 9. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de $x(n)$

$$x(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$$

PROBLEMA 10. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de $x(n)$

$$h(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{6}\right)^n & n \geq 0 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 11. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de $x(n)$

$$h(n) = \begin{cases} (10)^n & n < 0 \\ \left(\frac{1}{10}\right)^n & n \text{ par} \\ \left(\frac{1}{5}\right)^n & n \text{ impar} \end{cases}$$

PROBLEMA 12. Encuentre la transformada Z inversa:

$$Y(z) = \frac{z}{2z^2 - 3z + 3} \quad |z| > \frac{3}{2}$$

PROBLEMA 13. Encuentre la transformada Z inversa:

$$X(z) = \frac{z(z+1)(z-5)}{z^3 - 5z^2 + 7z - 3} \quad |z| > \frac{1}{3}$$

PROBLEMA 14. Encuentre $y(n)$ y dibuje su ROC, si ésta se define como:

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Donde:

$$w(n) = 5^n u(-n-1).$$

$x(n)$ Suponga que está limitada por la izquierda. Y se conoce que su transformada Z es:

$$X(z) = \frac{z(z+2)}{(z+3)(z+1)^2},$$

Tabla 8.2. Pares de transformadas Z

$x(n)$ para $n \geq 0$	$X(z)$	Radio de convergencia $ z > R$
1. $\delta(n)$	1	0
2. $\delta(n - m)$	z^{-m}	0
3. $u(n)$	$\frac{z}{z - 1}$	1
4. n	$\frac{z}{(z - 1)^2}$	1
5. n^2	$\frac{z(z + 1)}{(z - 1)^3}$	1
6. a^n	$\frac{z}{z - a}$	$ a $
7. na^n	$\frac{az}{(z - a)^2}$	$ a $
8. $(n + 1)a^n$	$\frac{z^2}{(z - a)^2}$	$ a $
9. $\frac{(n + 1)(n + 2) \cdots (n + m)a^n}{m!}$	$\frac{z^{m+1}}{(z - a)^{m+1}}$	$ a $
10. $\cos \Omega_0 n$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$	1
11. $\sin \Omega_0 n$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$	1
12. $a^n \cos \Omega_0 n$	$\frac{z(z - a \cos \Omega_0)}{z^2 - 2za \cos \Omega_0 + a^2}$	$ a $
13. $a^n \sin \Omega_0 n$	$\frac{za \sin \Omega_0}{z^2 - 2za \cos \Omega_0 + a^2}$	$ a $
14. $\exp[-anT]$	$\frac{z}{z - \exp[-aT]}$	$ \exp[-aT] $
15. nT	$\frac{Tz}{(z - 1)^2}$	1
16. $nT \exp[-anT]$	$\frac{Tz \exp[-aT]}{[z - \exp[-aT]]^2}$	$ \exp[-aT] $
17. $\cos n\omega_0 T$	$\frac{z(z - \cos \omega_0 T)}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$	1
18. $\sin n\omega_0 T$	$\frac{z \sin \omega_0 T}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$	1
19. $\exp[-anT] \cos n\omega_0 T$	$\frac{z[z - \exp[-aT] \cos \omega_0 T]}{z^2 - 2z \exp[-aT] \cos \omega_0 T + \exp[-2aT]}$	$ \exp[-aT] $
20. $\exp[-anT] \sin n\omega_0 T$	$\frac{z[z - \exp[-aT] \sin \omega_0 T]}{z^2 - 2z \exp[-aT] \cos \omega_0 T + \exp[-2aT]}$	$ \exp[-aT] $

NOTA: Para $x(n)$ cuando $n < 0$ (secuencias anticausales o limitadas a la izquierda), lo que se obtiene es la señal $x(n)u[-n - 1]$, donde $x(n)$ es la secuencia que aparece en la tabla