30-4-2021

Problemario 2

Martínez Coronel Brayan Yosafat

PROBLEMAS 1, 2 Y 3

Problema 1. Calcular las siguientes integrales de convolución.

a). $u(t)*e^{-t}u(t)$

b). $u(t)*u(t)$

c). $e^{-t}u(t)*e^{-3t}u(t)$

j). $u(t)*t\,u(t)$

e). $e^{-t}u(t)*t\,u(t)$

f). $e^{-3t}u(t)*e^{-t}$

Problema 2. Calcular $f_1(t)*f_2(t)$ para cada par de señales de la figura 1

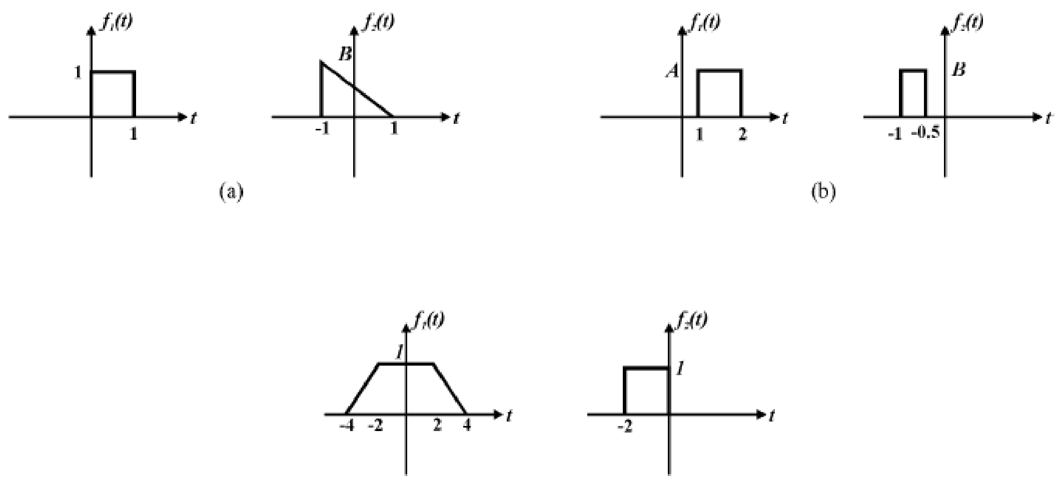


Figura 1. Gráficas para el problema 2.

Problema 3. Evalúe las funciones de convolución para las señales mostradas en la figura 2.

a) $f_1(t)*f_2(t)$.

b) $f_1(t)*f_3(t)$.

c) $f_2(t)*f_3(t)$.

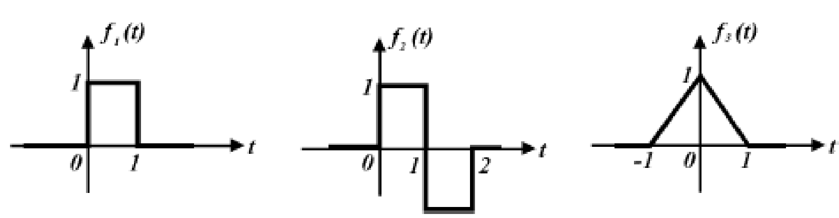


Figura 2. Gráficas para el problema 3.

1a
$$u(t) * e^{-t}u(t) = e^{-t}u(t) * u(t) = \int_0^t e^{-\lambda}\, d\lambda$$
$$= -e^{-\lambda}\Big|_0^t = -e^{-t} + 1 = \underline{1 - e^{-t}}$$

1b
$$u(t) * u(t) = \int_0^t d\lambda = \lambda\Big|_0^t = t - 0 = \underline{t}$$

1d.
$$u(t) * t u(t) = t u(t) * u(t) = \int_0^t \lambda\, d\lambda = \frac{\lambda^2}{2}\Big|_0^t$$
$$= t^2/2 - 0 = t^2/2$$

1c
$$e^{-t}u(t) * e^{-3t}u(t) = \int_0^t e^{-\lambda} e^{-3(t-\lambda)}\, d\lambda = e^{-3t}\int_0^t e^{+2\lambda}\, d\lambda$$
$$= e^{-3t}\left[\frac{+1}{2} e^{-4\lambda}\right]_0^t = \frac{e^{-3t}}{+4}\left(e^{+2t} - 1\right) = \frac{e^{-t} - e^{-3t}}{4}$$

1f
$$e^{-t}u(t) * t u(t) = \int_0^t \lambda e^{-(t-\lambda)}\, d\lambda = e^{-t}\int_0^t \lambda e^{\lambda}\, d\lambda = e^{-t}\left[\lambda\cos\lambda - e^{\lambda}\right]_0^t$$
$$= e^{-t}\left[t\cos t - e^{t} + 1\right] = te^{-t}\cos t - 1 + e^{-t}$$

2a $f_1 * f_2$ $\qquad f_2 = 1 \quad 0 \le t \le 1 \qquad f_1 = 1 - t \quad -1 \le t \le 1$

$$f_1 * f_2 = \int_{-1}^{t} (1-\lambda)\, d\lambda + \int_{t-1}^{t} (1-\lambda)\, d\lambda + \int_{t-1}^{1} (1-\lambda)\, d\lambda \qquad \int (1-\lambda)\, d\lambda = \lambda - \frac{\lambda^2}{2}$$

$-1 \le t \le 0$	$0 \le t \le 1$	$1 \le t \le 2$
$= t - \frac{t^2}{2} + 1 + \frac{1}{2}$	$\cancel{t} - \frac{t^2}{2} \cancel{-t} + 1 + \frac{(t-1)^2}{2}$	$1 - \frac{1}{2} - t + \frac{t^2}{2}$
$= -\frac{t^2}{2} + t + \frac{3}{2}$	$-t + 3/2$	$\frac{t^2}{2} - t + \frac{1}{2}$

2b $f_1 = A \quad 1 \le t \le 2 \qquad f_2 = B \quad -1 \le t \le 0.5$

$$f_1 * f_2 = \int_{1}^{t+1} AB\,d\lambda + \int_{t+\frac{1}{2}}^{t+1} AB\,d\lambda + \int_{t+\frac{1}{2}}^{2} AB\,d\lambda \qquad \int AB\,d\lambda = AB\lambda$$

$$= AB(t+\cancel{1}) - \cancel{AB} \quad \Big| \quad AB(\cancel{t}+1) - AB(\cancel{t}+\tfrac{1}{2}) \quad \Big| \quad 2AB - AB(t+\tfrac{1}{2})$$

$$= ABt \quad \Big| \quad \tfrac{1}{2}AB \quad \Big| \quad -AB(t-\tfrac{3}{2})$$

$$0 \le t \le \tfrac{1}{2} \qquad \tfrac{1}{2} \le t \le \tfrac{3}{2} \qquad \tfrac{3}{2} \le t \le 2$$

3a

$$f_1 * f_2 = \int_{0}^{t} d\lambda \;\Big|\; \int_{t-1}^{1} d\lambda + \int_{1}^{t} -d\lambda \;\Big|\; \int_{t-1}^{2} -d\lambda \qquad \int d\lambda = \lambda$$

$$= t \;\Big|\; 1-t+1-t+1 \;\Big|\; -2+t-1$$

$$= t \;\Big|\; -2t+3 \;\Big|\; t-3$$

$$0 \le t \le 1 \qquad 1 \le t \le 2 \qquad 2 \le t \le 3$$

3b

$$f_1 * f_3 = \int_{-1}^{t} (\lambda+1)\,d\lambda \;\Big|\; \int_{t-1}^{0} (\lambda+1)\,d\lambda + \int_{0}^{t} (1-\lambda)\,d\lambda \;\Big|\; \int_{t-1}^{1} (1-\lambda)\,d\lambda \qquad \frac{\lambda^2}{2}+\lambda \qquad \lambda - \frac{\lambda^2}{2}$$

$$-1 \le t \le 0 \qquad 0 \le t \le 1 \qquad 1 \le t \le 2$$

$$\frac{t^2}{2} + t - \frac{1}{2} + 1 \;\Big|\; -\frac{(t-1)^2}{2} - (\cancel{t}-1) + \cancel{t} - \frac{t^2}{2} \;\Big|\; 1 - \frac{1}{2} - (t-1) + \frac{(t-1)^2}{2}$$

$$\frac{t^2}{2} + t + \frac{1}{2} \;\Big|\; -t^2 + \cancel{t} + \frac{1}{2} \;\Big|\; \frac{t^2}{2} - 2t + 2$$

PROBLEMA 4 Y SECCIÓN 2: PREGUNTAS

Problema 4. Obtener y dibujar $f_1(t) * h(t)$, para las funciones mostradas en la figura 3.

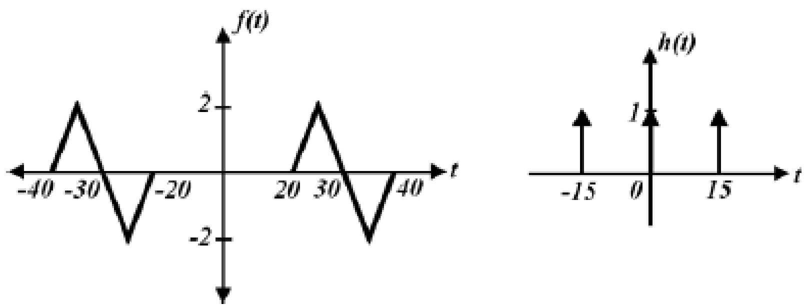
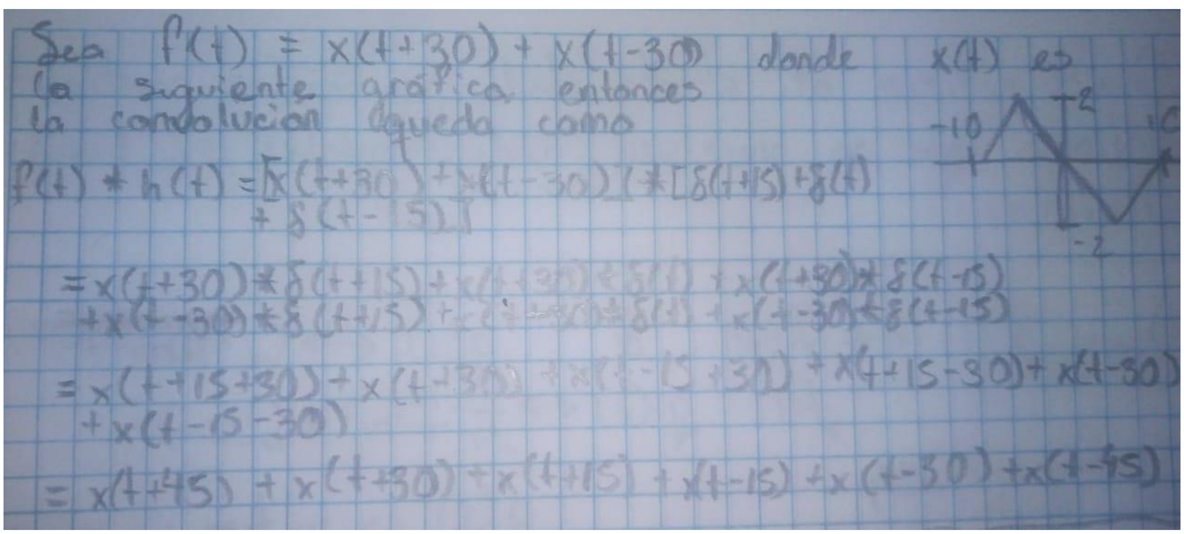


Figura 3. Gráficas para el problema 4.



Sea $f(t) = x(t+30) + x(t-30)$ donde $x(t)$ es la siguiente gráfica entonces la convolución queda como

$f(t) * h(t) = [x(t+30) + x(t-30)] * [\delta(t+15) + \delta(t) + \delta(t-15)]$

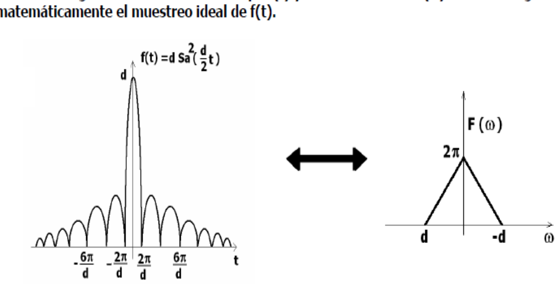
$= x(t+30) * \delta(t+15) + x(t+30) * \delta(t) + x(t+30) * \delta(t-15) + x(t-30) * \delta(t+15) + x(t-30) * \delta(t) + x(t-30) * \delta(t-15)$

$= x(t+15+30) + x(t+30) + x(t-15+30) + x(t+15-30) + x(t-30) + x(t-15-30)$

$= x(t+45) + x(t+30) + x(t+15) + x(t-15) + x(t-30) + x(t-45)$

Sección 2. Teorema de Muestreo y Tiempo Discreto

1. **Defina Procesamiento Digital de señales, procesador digital de señales y dibuje el diagrama a bloques de un sistema de procesamiento digital de señales (adquisición de datos)**
2. **Enuncie el teorema de muestreo**
3. **¿A qué se refiere el Efecto Alias?**
4. **Considere la siguiente función en el tiempo f(t) y su transformada F(ω). Desarrolle gráfica y matemáticamente el muestreo ideal de f(t).**



1) Rama de matemáticos que involucra algoritmos matemáticos para manipular señales. Por otra parte, el procesador digital de Señales es un sistema basado en un procesador con un conjunto de instrucciones, con hardware y software optimizados para operaciones de alta velocidad.

2) Dice que sea una señal $x(t)$ limitada en banda: que no tiene componentes mayores a la frecuencia f_m Hz. Entonces existe una función de pulso que la representa con separación $\frac{1}{2} f_m$ seg. entre muestras como mínimo

3) Se refiere al efecto dado por señales continuas distintas que se vuelven indistingibles en tiempo discreto.

4) Si $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ & $q(t) \leftrightarrow Q(\omega)$

$$f(t)\cdot q(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F(\omega) * Q(\omega)$$

$f(t) = d\, Sa^2\left(\frac{dt}{2}\right)$ q(t) es un tren de pulsos

$F(\omega) = 2\pi \Lambda(\omega/d)$ $Q(\omega) = ?$

$$Q(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, \delta(\omega - n\omega_0) \qquad C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} q(t)\, e^{-in\frac{2\pi}{T}t}\, dt$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\, e^{-in\pi 2t/T}\, dt = \frac{1}{T} e^{0} = 1/T$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * Q(\omega) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * \frac{2\pi}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)\,\delta(t-nT) \leftrightarrow \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_0)$$

PROBLEMAS

5. **Determinar la rapidez mínima de muestreo y el intervalo de Nyquist de las siguientes señales:**

   a)Sa(100t)
   b)Sa²(100t)
   c)Sa(100t) +Sa(50t)

6. **Se sabe que una señal de valor real x(t) ha sido determinada sólo por sus muestras cuando la frecuencia de muestreo es ω_s=10,000πt. ¿Para qué valores de ω se garantiza que F(ω) sea cero.**

7. **Aquella frecuencia que de acuerdo con el teorema de muestreo, debe ser excedida por la frecuencia de muestreo se llama razón de Nyquist. Determine la razón de Nyqist correspondiente a cada una de las siguientes señales:**
   a) x(t)=10 sen ωt + 5 sen 2ωt
   b) x(t)=1 + cos(2000πt)+ sen(4000πt)

8. **Una señal continua x(t) se obtiene a la salida de un filtro paso bajo ideal con frecuencia de corte ω_c=1000π. Si el muestreo con tren de impulsos se realiza sobre x(t), ¿Cuál de los siguientes periodos de muestreo garantiza que x(t) se pueda recuperar a partir de sus versiones muestreadas usando un filtro paso bajas adecuado?**
   a)T=0.5 x 10 $^{-3}$
   b)T=2 x 10 $^{-3}$
   c)T=10 $^{-4}$

5) a) $Sa(100t)$ $A\,C_d(t) \leftrightarrow Ad\,Sa\left(\frac{\omega d}{2}\right)$

$d\,Sa\left(\frac{td}{2}\right) \leftrightarrow 2\pi\,C_d(\omega)$ $\omega_m = 200$

$T = \frac{1}{2f_m} = \frac{\pi}{200}$

$200\,Sa(100t) \leftrightarrow 2\pi\,C_{200}(\omega)$

$Sa(100t) \leftrightarrow \pi\,C_{200}(\omega)/100$

$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = \frac{100}{\pi}$ $F_N = 2f_m = \frac{200}{\pi}$

b) $Sa^2(100t)$

$d\,Sa^2(td/2) \leftrightarrow 2\pi\,\Lambda(\omega/d)$ $\omega_m = 200$ rad/s

$200\,Sa^2(100) \leftrightarrow 2\pi\,\Lambda(\omega/d)$ $f_m = 200/2\pi = 100/\pi$

$Sa^2(100t) \leftrightarrow 2\pi\,\Lambda(\omega/200)/100$ $T = \pi/200$ seg

c) $Sa(100t) + Sa(50t)$ $C_d \leftrightarrow d\,Sa(\omega d/2)$

$Sa(100t) + Sa(50t) \leftrightarrow \frac{\pi}{100}C_{200}(\omega) + \frac{\pi}{50}C_{100}(\omega)$

La mayor es 200 de ancho. $\omega_m = 200$ rad/s

$f_m = 100/\pi$ Hz $T = \pi/200$ seg

6) Se divide entre 2π. $\omega_s = 10000\pi t/2\pi = 5000t$

7) a) $x(t) = 10\,sen(\omega t) + 5\,sen(2\omega_0 t)$

$1 \leftrightarrow 2\pi\,\delta(t)$ $10\,sen(\omega_0 t) \leftrightarrow 10\pi i[\delta(\omega+\omega_0) - \delta(\omega-\omega_0)]$

$5\,sen(\omega_0 t) \leftrightarrow 5\pi i[\delta(\omega+\omega_0) - \delta(\omega-\omega_0)]$

$f_m = \frac{\omega_0}{2\pi}$, $\omega_m = \omega_0$ $T_N = \frac{\pi}{\omega}$ $2f_m = \frac{\omega_0}{\pi}$

$F_N = 2f_m = \omega_0/\pi$ Hz

8) $W_0 = 1000\pi$, $f_m = 1000\pi/2\pi = 500$ Hz

$2f_m = 1000$ Hz $\quad T \leq 1/1000 = 1ms$

a) $T = 0.5 \times 10^{-3}$ ✓ $\quad$ c) $T = 10^{-4}$ ✓

b) $T = 2 \times 10^{-3}$ ✗

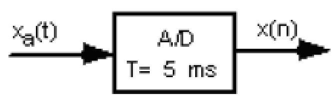
PROBLEMAS DEL 9 AL 12

9. Dibuje la función de transferencia H(ω) de un filtro pasabajas con ganancia 5 y frecuencia de corte f=100 Hz.

10. Dibuje la función caracteristica h(t) del filtro anterior.

11. Considere el sistema mostrado en la figura siguiente. La señal de entrada al sistema es: $x_a(t) = 3\cos 100\pi t + 2\,\mathrm{sen}\,250\pi t$.

Determine la versión discreta de $X_a(t)$. ¿Es posible recuperar la señal original a partir de x(n) usando un filtro pasabajas adecuado?



12. Analice las siguientes secuencias (esto es, su frecuencia digital), e indique si son o no periódicas. En caso de ser periódicas, halle su periodo.

a) $10\ sen\left(\frac{3}{2}\pi n\right)$ $\qquad$ b) $5\ cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$ $\qquad$ c) $2\ cos\left(\frac{4}{9} n\right)$

8) $W_0 = 1000\pi$, $f_m = 1000\pi/2\pi = 500$ Hz

$2f_m = 1000$ Hz $\quad T \leq 1/1000 = 1ms$

a) $T = 0.5 \times 10^{-3}$ ✓ $\quad$ c) $T = 10^{-4}$ ✓

b) $T = 2 \times 10^{-3}$ ✗

9) Siendo pasabajas ideal: Si $f_m = 100$ Hz

$\omega_m = 200\pi$ rad/s $= 2\pi f_m$

$H(\omega) = 5\, C_{400\pi}(\omega)$

11) $x_a(t) = 3\cos(100\pi t + 2sen\, 250\pi t$ $\quad T = 1/2f_m = 1/W_m$

$x_a(t)\Big|_{nT} = 3\cos(100\pi(.0005n)) + 2sen(250\pi(.0005n)$

muestreando cada 0.0005 segundos

$x_a(t) = 3\cos(\pi n/(2) + 2sen(5\pi n/(4))$

Como contamos con T, podemos obtener f_m y W_a

ergo, podemos recuperar la señal original

12) a) $10\, sen(\frac{3}{2}\pi n)$

Es periódica con $N=4$

$10sen(\frac{3}{2}\pi n) = 10sen(6\pi n)$

b) $5\cos(\frac{4}{9}\pi n)$

Si $N=9$, entonces $5\cos(\frac{4}{9}\pi n) \Rightarrow 5\cos(4\pi n)$

en tiempo discreto, es periódica

SECCIÓN 3. PROBLEMA 1

PROBLEMA 1. Considere las secuencias siguientes y realice con ellas las operaciones indicadas.

Si:

$$x[n] = \{\overline{0},1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$y[n] = \{2,4,8,16,\overline{32}\}$$
$$z[n] = \sum_{k=-3}^{3} \delta(n-k)$$
$$g[n] = \{\frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{9},\overline{\frac{1}{12}},\frac{1}{15},\frac{1}{18},....\}$$
$$k[n] = 2u(n-2)$$

Encuentre:

$a)g[-n]$

$b)z[n]+y[n]$

$c)3g[n]-6z[n]$

$d)y[n-6]$

$e)\frac{1}{2}y[n+3]$

$f)x[n-2]$

$g)x[3n-3]$

$h)x[\frac{n}{2}+5]$

$i)y[\frac{n-3}{3}]$

$j)k[\frac{4n-3}{10}]$

$k)k[-\frac{n}{4}+10]$

$l)x[\frac{3n-3}{3}]-g[-\frac{8n-7}{3}]$

3) $x = [\overline{0}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$

$y = [2, 4, 8, 16, \overline{32}]$

$g = [\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \overline{\frac{1}{12}}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}]$

$z = \sum_{k=-3}^{3} \delta(n-k)$

$K = 2u(n-2)$

a) $g(-n) = [\frac{1}{18}, \frac{1}{15}, \overline{\frac{1}{12}}, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}]$

b) $z(n) + y(n) = [2, 5, 9, 17, \overline{33}, 1, 1, 1]$

c) $3g(n) - 6z(n)$

$-6z(n) = [-6, -6, -6, \overline{-6}, -6, -6, -6]$

$3g(n) = [1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}]$

$3g(n) - 6z(n) = [-5, -5.5, -5.6, \overline{-5.75}, -5.8, -5.8\overline{4}]$

d) $y(n-6) = [\overline{0}, 0, 2, 4, 8, 16, 32]$

e) $\frac{1}{2} y(n+3) = \frac{1}{2} [2, 4, 8, 16, 32, 0, 0, \overline{0}]$

$= [1, 2, 4, 8, 16, 0, 0, \overline{0}]$

f) $x(n-2) = [\overline{0}, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$

g) $x(3n-3)$ / $x(n)|_{n=n-3} = [\overline{0}, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$

$x(3n-3) = [\overline{0}, 0, 3, 6]$

h) $x(\frac{n}{2}+5)$ donde $x(n+5) = [0, 1, 2, 3, 4, \overline{5}, 6, 7, 8]$

$x(\frac{n}{2}+5) = [0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, \overline{5}, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8]$

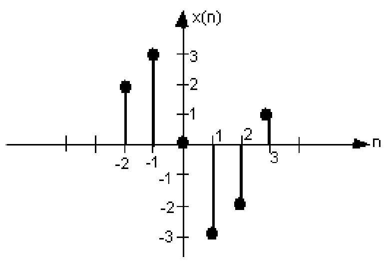
i) $y(\frac{n-3}{3})$ $y(\frac{n}{3}) = [2, 2, 2, 4, 4, 4, 8, 8, 8, 16, 16, 16, \overline{32}, 32, 32]$

$y(\frac{n-3}{3}) = [2, 2, 2, 4, 4, 4, 8, 8, 8, \overline{16}, 16, 16, 32, 32, 32]$

PROBLEMA 2

PROBLEMA 2. Encuentre la gráfica de la secuencia de convolución de dos secuencias definidas como: $x(n)=\{1,\underline{2},3,4,3,2,1\}$ **y** $y(n)=\{-2,-1,\underline{0},1,2\}$**. Use cualquier método.**

PROBLEMA 3. **A PARTIR DE LA SECUENCIA MOSTRADA EN LA FIGURA,**



Encuentre: $x\left(\frac{3n+3}{-4}\right)$ &

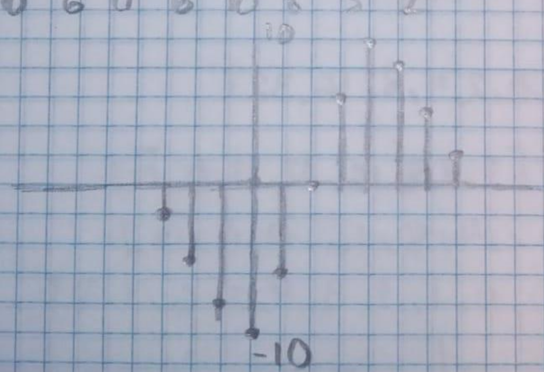
$$g[n]= x[n] * \{x[\tfrac{n}{2}+1]\cdot(u[n+1]-u[n-3])\}$$

2) $h(n) = x(n) * y(n) = [-2,-5,-8,\overline{-10},-6,0,6,10,8,5,2]$

1	$\overline{2}$	3	4	3	2	1				
-2	-1	$\overline{0}$	1	2						
-2	-4	-6	-8	-6	-4	-2				
	-1	-2	-3	-4	-3	-2	-1			
		0	0	0	0	0	0	0		
			1	2	3	4	3	2	1	
				2	4	6	8	6	4	2
-2	-5	-8	-10	-6	0	6	10	8	5	2

inicio = 3+2 = 5

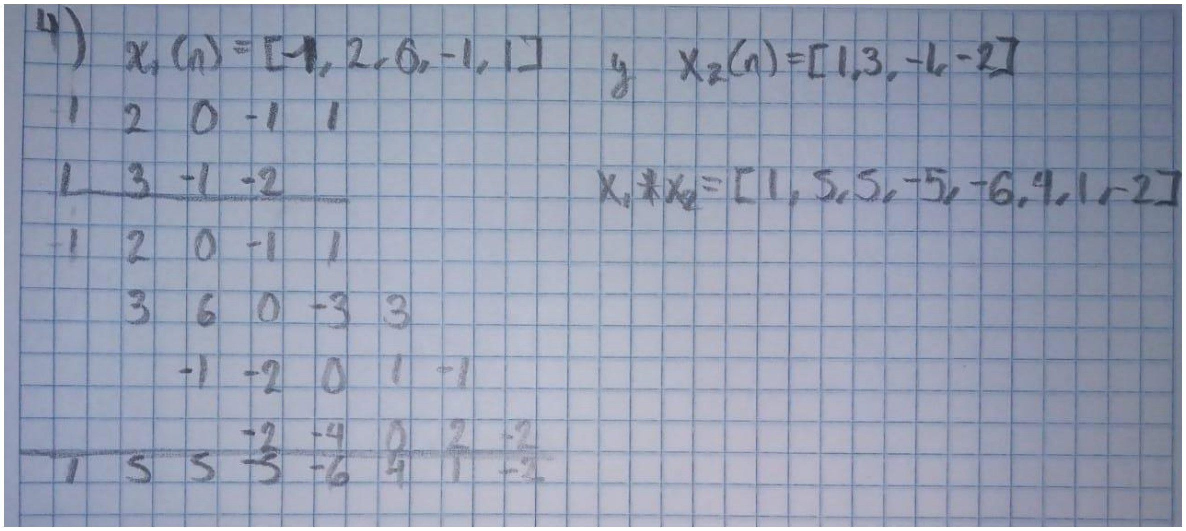
tamaño = 7+5-1 = 11



PROBLEMA 4

PROBLEMA 4. Las extensiones periódicas de dos secuencias, $x_1(n)$ y $x_2(n)$, se definen como:

$x_1(n)=\{1, 2, 0, -1, 1\}$ **y** $x_2(n)=\{1, 3, -1, -2\}$**. Halle la secuencia de convolución .**


4) $x_1(n) = [1, 2, 0, -1, 1]$ y $x_2(n) = [1, 3, -1, -2]$

1	2	0	-1	1			
1	3	-1	-2				
1	2	0	-1	1			
	3	6	0	-3	3		
		-1	-2	0	1	-1	
			-2	-4	0	2	-2
1	5	5	-5	-6	4	1	-2

$x_1 * x_2 = [1, 5, 5, -5, -6, 4, 1, -2]$

SECCIÓN 4

Sección 4. Transformada de Fourier y Transformada Z

PROBLEMA 1. Halle la transformada de Fourier de:

$$y(n) = \left(\frac{1}{8}\right)^n u(n+2) + 2^n u(-n)$$

PROBLEMA 2. Halle la transformada de Fourier de:

$$\mathbf{y(n)} = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ a^{-n} & n < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 3. Encuentre la transformada inversa de Fourier de X(Ω):

$$\mathbf{X(\Omega)} = \begin{cases} 2i & 0 < \Omega < \pi \\ -2i & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}$$

1) $y(n) = (\frac{1}{8})^n u(n+2) + 2^n u(-n)$

Como $y(n) = y_1 + y_2 \leftrightarrow Y_1(\Omega) + Y_2(\Omega) = Y(\Omega)$

donde $Y(\Omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} y(n) e^{-i\Omega n}$

Entonces $y_1(n)$ y $y_2(n)$ nos darían:

$Y_1(\Omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k = 1/1-\alpha$ $\quad Y_2(\Omega) = \sum_{k=m}^{\infty} \alpha^k = \frac{\alpha^m}{1-\alpha}$

$(\frac{1}{8})^n$

$u(n+2)$

$n-2<0$

$y_1(n) = \begin{cases} 0 & n<-2 \\ (\frac{1}{8}) & n\geq 2 \end{cases}$ $\quad Y(\Omega) = \sum_{n=-2}^{\infty} (\frac{1}{8})^n e^{-i\Omega n} = \sum (\frac{e^{-i\Omega}}{8})^n$

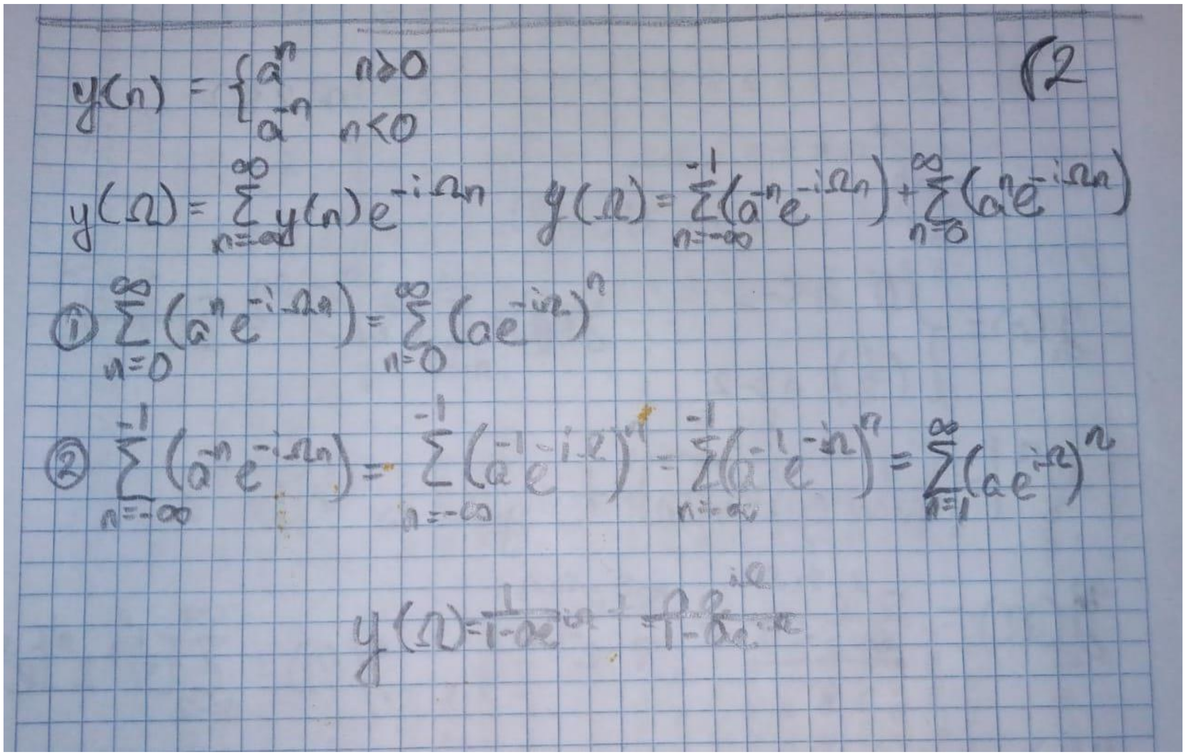
$(\frac{1}{8}) \quad n\geq 2 \quad n=-2$

$\left|\frac{e^{\Omega}}{8}\right| = \frac{1}{8}\sqrt{\cos^2(\Omega)+\sin^2(\Omega)} = \frac{1}{8}$ que es <1. $\therefore$

$Y_1(\Omega) = \frac{8^2 e^{2i\Omega}}{\frac{8-e^{-i\Omega}}{8}} = \frac{8^3 e^{2i\Omega}}{8-e^{-i\Omega}}$ $\quad Y(\Omega) = \sum_{n=-2}^{\infty} [\frac{1}{8}^n + 2^n] e^{\Omega n}$

$y_2(n) = 2^n u(-n)$

$y_2(n) = \begin{cases} 0 & n>0 \\ 2^n & n\leq 0 \end{cases}$



$$y(n)=\begin{cases} a^{n} & n\geq 0 \\ a^{-n} & n<0 \end{cases}$$

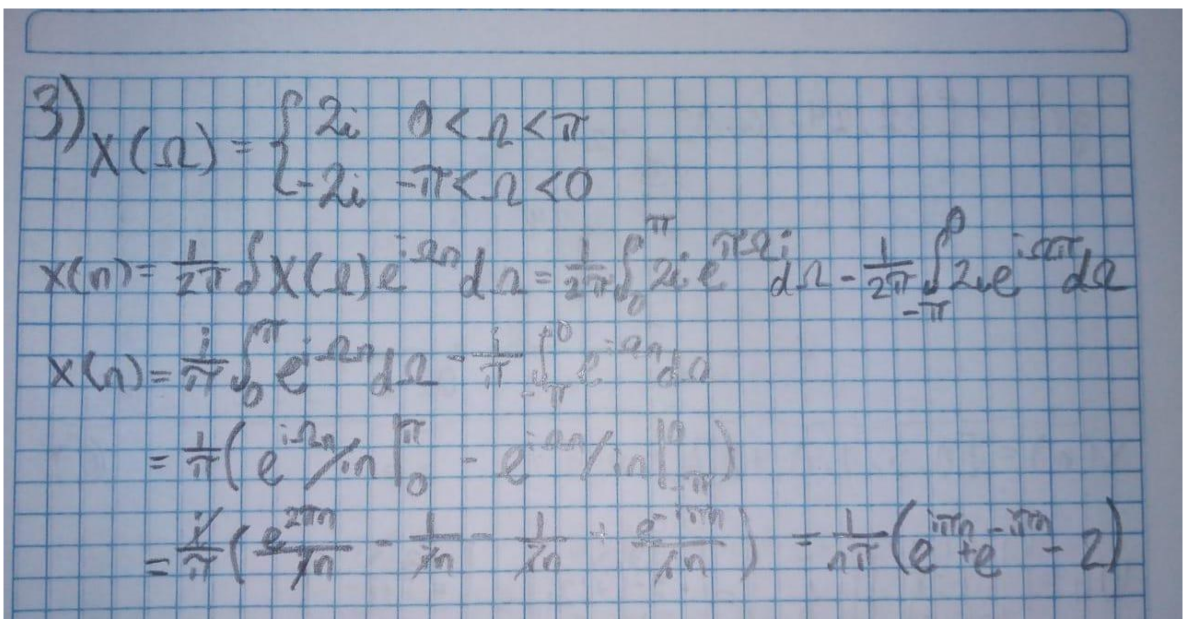
(2

$$Y(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)e^{-i\Omega n} \qquad Y(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{-1}\left(a^{-n}e^{-i\Omega n}\right)+\sum_{n=0}^{\infty}\left(a^{n}e^{-i\Omega n}\right)$$

$$① \sum_{n=0}^{\infty}\left(a^{n}e^{-i\Omega n}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(ae^{-i\Omega}\right)^{n}$$

$$② \sum_{n=-\infty}^{-1}\left(a^{-n}e^{-i\Omega n}\right)=\sum_{n=-\infty}^{-1}\left(a^{-1}e^{i\Omega}\right)^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{-1}\left(a^{-1}e^{-i\Omega}\right)^{n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(ae^{i\Omega}\right)^{n}$$

$$Y(\Omega)=\frac{1}{1-ae^{-i\Omega}}+\frac{ae^{i\Omega}}{1-ae^{i\Omega}}$$



3)
$$X(\Omega)=\begin{cases} 2i & 0<\Omega<\pi \\ -2i & -\pi<\Omega<0 \end{cases}$$

$$x(n)=\frac{1}{2\pi}\int X(\Omega)e^{i\Omega n}d\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\pi}2ie^{i\Omega n}d\Omega-\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{0}2ie^{i\Omega n}d\Omega$$

$$x(n)=\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\pi}e^{i\Omega n}d\Omega-\frac{i}{\pi}\int_{-\pi}^{0}e^{i\Omega n}d\Omega$$

$$=\frac{i}{\pi}\left(e^{i\Omega n}/in\Big|_{0}^{\pi}-e^{i\Omega n}/in\Big|_{-\pi}^{0}\right)$$

$$=\frac{i}{\pi}\left(\frac{e^{i\pi n}}{in}-\frac{1}{in}-\frac{1}{in}+\frac{e^{-i\pi n}}{in}\right)=\frac{1}{n\pi}\left(e^{i\pi n}+e^{-i\pi n}-2\right)$$

PROBLEMA 4, 5 Y 6

PROBLEMA 4. Calcule la transformada discreta de Fourier (DFT) de x(n)

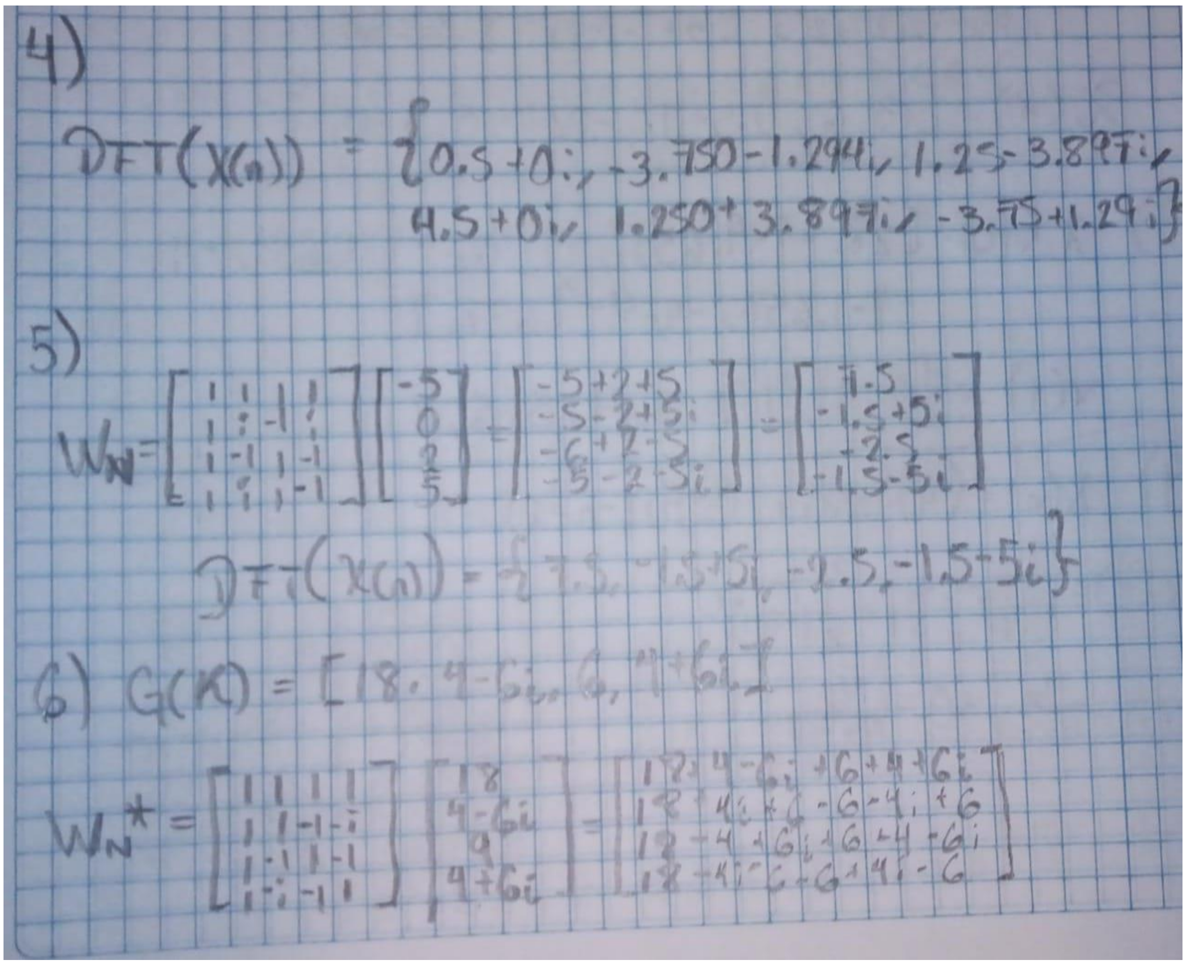
$$x(n)=[0,\frac{1}{2},1,2,-3,-4]$$

PROBLEMA 5. Use la forma matricial de la DFT y calcule:

$$g[n] = [0.5,\ 0,\ 2,\ 5]$$

PROBLEMA 6. Grafique la señal en el tiempo cuya transformada discreta de Fourier es la mostrada:

$$G(k) = [18, 4-6i, 6, 4+6i]$$


4)

$$DFT(X(n)) = \{0.5+0i,\ -3.750-1.294i,\ 1.25-3.897i,\ 4.5+0i,\ 1.250+3.897i,\ -3.75+1.29i\}$$

5)

$$W_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .5 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .5+2+5 \\ .5-2+5i \\ .5+2-5 \\ .5-2-5i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.5 \\ -1.5+5i \\ -2.5 \\ -1.5-5i \end{bmatrix}$$

$$DFT(X(n)) = \{7.5,\ -1.5+5i,\ -2.5,\ -1.5-5i\}$$

6) $G(K) = [18, 4-6i, 6, 4+6i]$

$$W_N^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 18 \\ 4-6i \\ 6 \\ 4+6i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18+4-6i+6+4+6i \\ 18+4i+6-6-4i+6 \\ 18-4+6i+6-4-6i \\ 18-4i-6-6+4i-6 \end{bmatrix}$$

PROBLEMA 7. Halle la FFT para la siguiente secuencia:

$$x[n] = [0.5,\ 1,\ 0,\ 12]$$

PROBLEMA 8. Halle la IFFT para la siguiente secuencia:

$$X[k] = [28, -4+9.657i, -4+4i, -4+1.657i, -4, -4-1.657i, -4-4i, -4-9.657i]$$

PROBLEMA 9. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de x(n)

$$x(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$$

PROBLEMA 10. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de x(n)

$$\mathbf{h(n)} = \begin{cases} \left(\frac{1}{6}\right)^n & n \geq 0 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$$

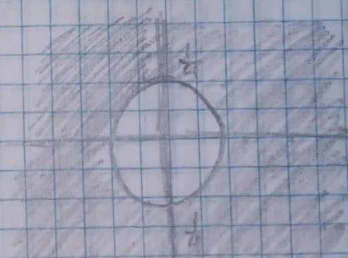
8) $X(K) = [28, -4+9.657i, -4+4i, -4+1.65i, -4, -4-1.657i, -4, -4-9.657i]$

$x(t) = \{0+0i, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

9) $x(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$

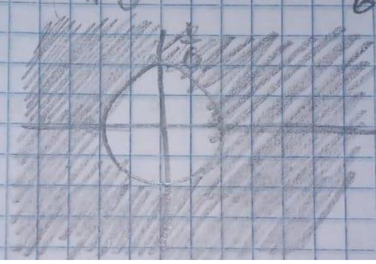
$X(z) = \dfrac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} + \dfrac{2}{1-\frac{1}{2}(-z-1)^{1}}$

$X(z) = \dfrac{4z}{4z-1} + 0 = \dfrac{4z}{4z-1}$



10) $h(n) = \begin{cases} (1/6)^n & n \geq 0 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$

$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{6}\right)^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{6z}\right)^n = \dfrac{1}{1-\frac{1}{6z}}$ $\quad z > \frac{1}{6}$ $\quad \left|\frac{1}{6z}\right| < 1$



PROBLEMA 12. Encuentre la transformada Z inversa:

$$Y(z) = \frac{z}{2z^2 - 3z + 3} \qquad |z| > \frac{3}{2}$$

PROBLEMA 13. Encuentre la transformada Z inversa:

$$X(z) = \frac{z(z+1)(z-5)}{z^3 - 5z^2 + 7z - 3} \qquad |z| > \frac{1}{3}$$

11)

$$h(n) = \begin{cases} (10)^n & n<0 \\ (1/10)^n & n \text{ par} \\ (1/5)^n & n \text{ impar} \end{cases}$$

$$H(z) = \sum_{-\infty}^{0}\left(\frac{z}{z-10}\right) + \sum_{n=\text{impar}}^{\infty}\left(\frac{10z}{10z-10}\right) + \sum_{n=\text{par}}^{\infty}\left(\frac{5z}{5z-5}\right)$$