Teoría de Comunicaciones y Señales *Prof. Jacqueline Arzate Gordillo*

PROBLEMARIO 2° parcial

Sección 1. Convolución Continua

Problema 1. Calcular las siguientes integrales de convolución.

a). $u(t) * e^{-t}u(t)$

b). $u(t) * u(t)$

c). $e^{-t}u(t) * e^{-3t}u(t)$

j). $u(t) * t\,u(t)$

e). $e^{-t}u(t) * t\,u(t)$

f). $e^{-3t}u(t) * e^{-t}$

Problema 2. Calcular $f_1(t) * f_2(t)$ para cada par de señales de la figura 1

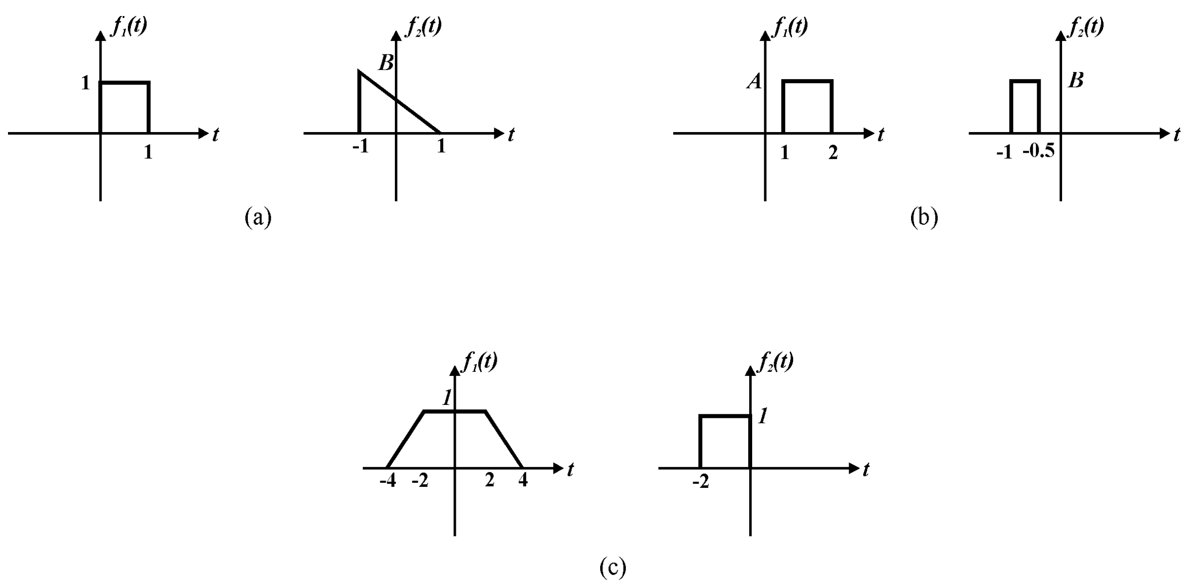


Figura 1. Gráficas para el problema 2.

Problema 3. Evalúe las funciones de convolución para las señales mostradas en la figura 2.

a) $f_1(t) * f_2(t)$.

b) $f_1(t) * f_3(t)$.

c) $f_2(t) * f_3(t)$.

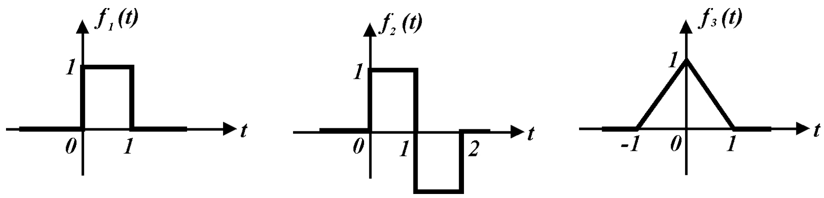


Figura 2. Gráficas para el problema 3.

Problema 4. Obtener y dibujar $f_1(t) * h(t)$, para las funciones mostradas en la figura 3.

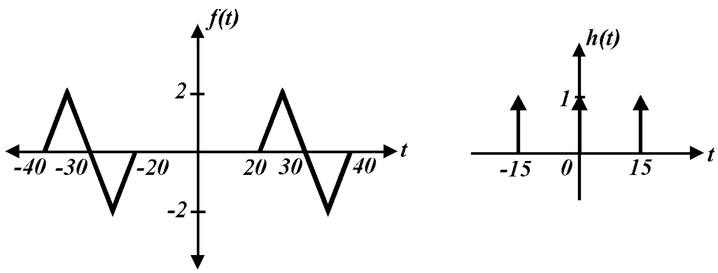


Figura 3. Gráficas para el problema 4.

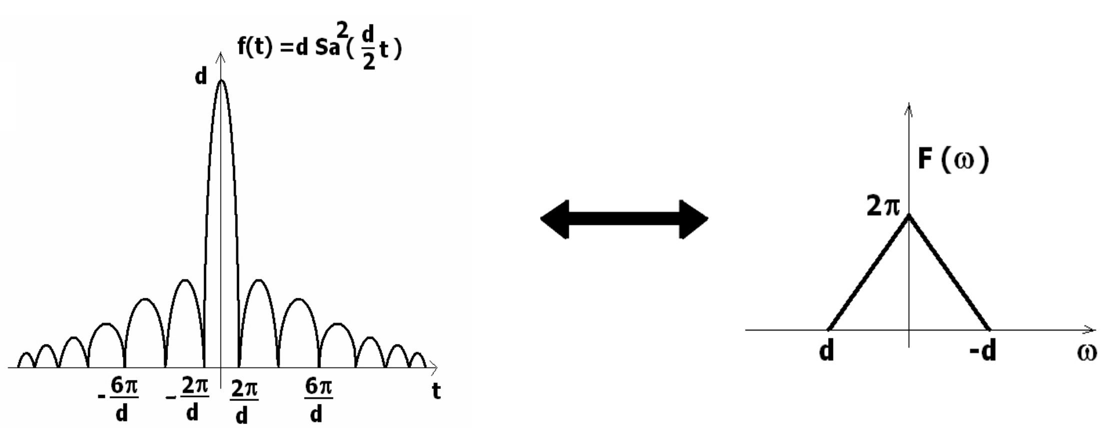
Sección 2. Teorema de Muestreo y Tiempo Discreto

1. **Defina Procesamiento Digital de señales, procesador digital de señales y dibuje el diagrama a bloques de un sistema de procesamiento digital de señales (adquisición de datos)**

2. **Enuncie el teorema de muestreo**

3. **¿A qué se refiere el Efecto Alias?**

4. **Considere la siguiente función en el tiempo f(t) y su transformada F(ω). Desarrolle gráfica y matemáticamente el muestreo ideal de f(t).**



5. **Determinar la rapidez mínima de muestreo y el intervalo de Nyquist de las siguientes señales:**

   a)Sa(100t)
   b)Sa^2(100t)
   c)Sa(100t) +Sa(50t)

6. **Se sabe que una señal de valor real x(t) ha sido determinada sólo por sus muestras cuando la frecuencia de muestreo es ω_s=10,000πt. ¿Para qué valores de ω se garantiza que F(ω) sea cero.**

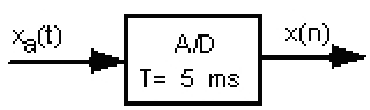
7. **Aquella frecuencia que de acuerdo con el teorema de muestreo, debe ser excedida por la frecuencia de muestreo se llama razón de Nyquist. Determine la razón de Nyqist correspondiente a cada una de las siguientes señales:**
   a) x(t)=10 sen ωt + 5 sen 2ωt
   b) x(t)=1 + cos(2000πt)+ sen(4000πt)

8. **Una señal continua x(t) se obtiene a la salida de un filtro paso bajo ideal con frecuencia de corte ω_c=1000π. Si el muestreo con tren de impulsos se realiza sobre x(t), ¿Cuál de los siguientes periodos de muestreo garantiza que x(t) se pueda recuperar a partir de sus versiones muestreadas usando un filtro paso bajas adecuado?**
   a)T=0.5 x 10^{-3}
   b)T=2 x 10^{-3}
   c)T=10^{-4}

9. **Dibuje la función de transferencia H(ω) de un filtro pasabajas con ganancia 5 y frecuencia de corte f=100 Hz.**

10. **Dibuje la función caracteristica h(t) del filtro anterior.**

11. **Considere el sistema mostrado en la figura siguiente. La señal de entrada al sistema es:** $x_a(t) = 3\cos 100\pi t + 2\,\mathrm{sen}\, 250\pi t$ **.**
    Determine la versión discreta de *$X_a(t)$* . ¿Es posible recuperar la señal original a partir de x(n) usando un filtro pasabajas adecuado?



12. Analice las siguientes secuencias (esto es, su frecuencia digital), e indique si son o no periódicas. En caso de ser periódicas, halle su periodo.

a) $10\, sen\left(\frac{3}{2}\pi n\right)$ **b)** $5\, cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$ **c)** $2\, cos\left(\frac{4}{9}n\right)$

d) $x[n] = \cos\frac{2\pi n}{3} + e^{\pi n}$ e) $y[n] = 2 + \mathrm{Re}\left\{e^{j\frac{\pi n}{3}}\right\} + \cos\frac{3\pi n}{2}$

13. Grafique la siguiente señal y(n) que es una suma de sinusoides, indique su periodo. ¿Cuál es el periodo de la suma de dos sinusoides de periodo N_1 y N_2?

$$y(n) = 10\, sen\left(\frac{3}{2}\pi n\right) + 5\, cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$$

Sección 3. Operaciones Básicas entre secuencias

PROBLEMA 1. Considere las secuencias siguientes y realice con ellas las operaciones indicadas.

Si:

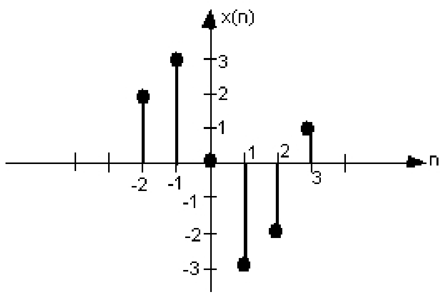
$$x[n] = \{\overline{0},1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$y[n] = \{2,4,8,16,\overline{32}\}$$
$$z[n] = \sum_{k=-3}^{3} \delta(n-k)$$
$$g[n] = \{\frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{9},\overline{\frac{1}{12}},\frac{1}{15},\frac{1}{18},....\}$$
$$k[n] = 2u(n-2)$$

Encuentre:

$$a)g[-n]$$
$$b)z[n]+y[n]$$
$$c)3g[n]-6z[n]$$
$$d)y[n-6]$$
$$e)\frac{1}{2}y[n+3]$$
$$f)x[n-2]$$
$$g)x[3n-3]$$
$$h)x[\frac{n}{2}+5]$$
$$i)y[\frac{n-3}{3}]$$
$$j)k[\frac{4n-3}{10}]$$
$$k)k[-\frac{n}{4}+10]$$
$$l)x[\frac{3n-3}{3}]-g[-\frac{8n-7}{3}]$$
$$m)u[n].g[n]+z[n]$$
$$n)x[\frac{n}{2}]*y[\frac{n}{3}]$$
$$ñ)g[\frac{3n-1}{2}]*y[\frac{2n}{2}+2]$$

PROBLEMA 2. Encuentre la gráfica de la secuencia de convolución de dos secuencias definidas como: $x(n) = \{1, \underline{2}, 3, 4, 3, 2, 1\}$ **y** $y(n) = \{-2, -1, \underline{0}, 1, 2\}$**. Use cualquier método.**

PROBLEMA 3. **A PARTIR DE LA SECUENCIA MOSTRADA EN LA FIGURA,**



Encuentre: $x\left(\frac{3n+3}{-4}\right)$ &

$$g[n] = x[n] * \left\{x\left[\tfrac{n}{2}+1\right] \cdot \left(u[n+1] - u[n-3]\right)\right\}$$

NOTA: Use interpolación escalón.

PROBLEMA 4. Las extensiones periódicas de dos secuencias, $x_1(n)$ **y** $x_2(n)$**, se definen como:**

$x_1(n) = \{1, 2, 0, -1, 1\}$ **y** $x_2(n) = \{1, 3, -1, -2\}$**. Halle la secuencia de convolución .**

Sección 4. Transformada de Fourier y Transformada Z

PROBLEMA 1. Halle la transformada de Fourier de:

$$y(n) = \left(\frac{1}{8}\right)^n u(n+2) + 2^n u(-n)$$

PROBLEMA 2. Halle la transformada de Fourier de:

$$\mathbf{y(n)} = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ a^{-n} & n < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 3. Encuentre la transformada inversa de Fourier de X(Ω):

$$\mathbf{X(\Omega)} = \begin{cases} 2i & 0 < \Omega < \pi \\ -2i & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 4. Calcule la transformada discreta de Fourier (DFT) de x(n)

$x(n) = [0, \frac{1}{2}, 1, 2, -3, -4]$

PROBLEMA 5. Use la forma matricial de la DFT y calcule:

$$g[n] = [0.5,\ 0,\ 2,\ 5]$$

PROBLEMA 6. Grafique la señal en el tiempo cuya transformada discreta de Fourier es la mostrada:

$$G(k) = [18,\ 4-6i,\ 6,\ 4+6i]$$

PROBLEMA 7. Halle la FFT para la siguiente secuencia:

$$x[n] = [0.5,\ 1,\ 0,\ 12]$$

PROBLEMA 8. Halle la IFFT para la siguiente secuencia:

$$X[k] = [28, -4+9.657i, -4+4i, -4+1.657i, -4, -4-1.657i, -4-4i, -4-9.657i]$$

PROBLEMA 9. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de x(n)

$$x(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$$

PROBLEMA 10. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de x(n)

$$\mathbf{h(n)=}\begin{cases} \left(\frac{1}{6}\right)^n & n \geq 0 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 11. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de x(n)

$$\mathbf{h(n)=}\begin{cases} (10)^n & n < 0 \\ \left(\frac{1}{10}\right)^n & n\ par \\ \left(\frac{1}{5}\right)^n & n\ impar \end{cases}$$

PROBLEMA 12. Encuentre la transformada Z inversa:

$$\boldsymbol{Y(z) = \frac{z}{2z^2 - 3z + 3} \qquad |z| > \frac{3}{2}}$$

PROBLEMA 13. Encuentre la transformada Z inversa:

$$\boldsymbol{X(z) = \frac{z(z+1)(z-5)}{z^3 - 5z^2 + 7z - 3} \qquad |z| > \frac{1}{3}}$$

PROBLEMA 14. Encuentre $y(n)$ y dibuje su ROC, si ésta se define como:

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Donde:

$w(n) = 5^n u(-n-1)$**.**

$x(n)$ **Suponga que está limitada por la izquierda. Y se conoce que su transformada Z es:**

$$X(z) = \frac{z(z+2)}{(z+3)(z+1)^2}\text{ ,}$$

Tabla 8.2. Parejas de transformadas Z

	$x(n)$ para $n \geqslant 0$	$X(z)$	Radio de convergencia $\lvert z\rvert > R$
1.	$\delta(n)$	1	0
2.	$\delta(n-m)$	z^{-m}	0
3.	$u(n)$	$\dfrac{z}{z-1}$	1
4.	n	$\dfrac{z}{(z-1)^2}$	1
5.	n^2	$\dfrac{z(z+1)}{(z-1)^3}$	1
6.	a^n	$\dfrac{z}{z-a}$	$\lvert a\rvert$
7.	na^n	$\dfrac{az}{(z-a)^2}$	$\lvert a\rvert$
8.	$(n+1)a^n$	$\dfrac{z^2}{(z-a)^2}$	$\lvert a\rvert$
9.	$\dfrac{(n+1)(n+2)\cdots(n+m)a^n}{m!}$	$\dfrac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$	$\lvert a\rvert$
10.	$\cos\Omega_0 n$	$\dfrac{z(z-\cos\Omega_0)}{z^2-2z\cos\Omega_0+1}$	1
11.	$\operatorname{sen}\Omega_0 n$	$\dfrac{z\operatorname{sen}\Omega_0}{z^2-2z\cos\Omega_0+1}$	1
12.	$a^n\cos\Omega_0 n$	$\dfrac{z(z-a\cos\Omega_0)}{z^2-2za\cos\Omega_0+a^2}$	$\lvert a\rvert$
13.	$a^n\operatorname{sen}\Omega_0 n$	$\dfrac{za\operatorname{sen}\Omega_0}{z^2-2za\cos\Omega_0+a^2}$	$\lvert a\rvert$
14.	$\exp[-anT]$	$\dfrac{z}{z-\exp[-aT]}$	$\lvert\exp[-aT]\rvert$
15.	nT	$\dfrac{Tz}{(z-1)^2}$	1
16.	$nT\exp[-anT]$	$\dfrac{Tz\exp[-aT]}{[z-\exp[-aT]]^2}$	$\lvert\exp[-aT]\rvert$
17.	$\cos n\omega_0 T$	$\dfrac{z(z-\cos\omega_0 T)}{z^2-2z\cos\omega_0 T+1}$	1
18.	$\operatorname{sen} n\omega_0 T$	$\dfrac{z\operatorname{sen}\omega_0 T}{z^2-2z\cos\omega_0 T+1}$	1
19.	$\exp[-anT]\cos n\omega_0 T$	$\dfrac{z[z-\exp[-aT]\cos\omega_0 T]}{z^2-2z\exp[-aT]\cos\omega_0 T+\exp[-2aT]}$	$\lvert\exp[-aT]\rvert$
20.	$\exp[-anT]\operatorname{sen} n\omega_0 T$	$\dfrac{z[z-\exp[-aT]\operatorname{sen}\omega_0 T]}{z^2-2z\exp[-aT]\cos\omega_0 T+\exp[-2aT]}$	$\lvert\exp[-aT]\rvert$

NOTA: Para $x(n)$ $\boldsymbol{cuando\ n<0}$ $\boldsymbol{(secuencias\ anticausales\ o\ limitadas\ a\ la\ izquierda)}$, lo que se obtiene es la señal
$x(n)u[-n-1]$, $\boldsymbol{donde\ x(n)\ es\ la\ secuencia\ que\ aparece\ en\ la\ tabla}$