

Tarea 1 - Analisis multivariado

Yosef Guevara Salamanca Esp. Estadística

1 de septiembre de 2020

Ejercicios Capitulo 1.8

1

Calcule las operaciones de las siguientes matrices.

```
A <- matrix ( c(1, 2, -1,
               -1, 3, -1,
               2, 2, 4), nrow=3, byrow=TRUE)
B <- matrix ( c(3, 2, -1,
               2, 3, 1,
               -1, 1, 3), nrow=3, byrow=TRUE)
C <- matrix ( c(2, 0,
               -1, 1,
               3, 2), nrow=3, byrow=TRUE)
```

Matrix A

A

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    1    2   -1
## [2,]   -1    3   -1
## [3,]    2    2    4
```

Matrix B

B

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3    2   -1
## [2,]    2    3    1
## [3,]   -1    1    3
```

Matrix C

C

```
##      [,1] [,2]
## [1,]    2    0
## [2,]   -1    1
## [3,]    3    2
```

Operaciones entre matrices.

```
# a)  $A + B$ 
```

```
A + B
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    4    4   -2
## [2,]    1    6    0
## [3,]    1    3    7
```

```
# b)  $A - 2B$ 
```

```
A - 2*B
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   -5   -2    1
## [2,]   -5   -3   -3
## [3,]    4    0   -2
```

```
# c)  $A' + B$ 
```

```
t(A) + B
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    4    1    1
## [2,]    4    6    3
## [3,]   -2    0    7
```

```
# d)  $A + C$ 
```

```
"No es posible realizar la sumatoria de A + C, debido a que el numero de columnas de A > C"
```

```
## [1] "No es posible realizar la sumatoria de A + C, debido a que el numero de columnas de A > C"
```

```
# e)  $(A + B)'$ 
```

```
t(A + B)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    4    1    1
## [2,]    4    6    3
## [3,]   -2    0    7
```

```
# f)  $(3A' - 2B)'$ 
```

```
t(3*t(A) - 2*B)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   -3    2   -1
## [2,]   -7    3   -5
## [3,]    8    4    6
```

2

Compute los productos de las siguientes matrices

```
# Definición de la matrices

P <- matrix ( c(3, 2, 1,
                2, 5, -1,
                1, -1, 3), nrow=3, byrow = TRUE)
Q <- matrix ( c(1, 2, 2, 1,
                1, 1, 1, 4,
                1, 1, 2, 1), nrow=3, byrow = TRUE)

R <- matrix( c(1, 2,
               -5, 2,
                3, -1,
               -2, 2), nrow=4, byrow = TRUE)

# Definición de los vectores

x <- matrix(c(1, 0, -1), nrow=3, byrow=TRUE)

y <- matrix(c(2, 3, 2), nrow=3, byrow=TRUE)

z <- matrix(c(-1, -2, -3, -4), nrow=4, byrow=TRUE)
```

Operaciones punto 2

```
# a) PQ
```

```
P%*%Q
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    6    9   10   12
## [2,]    6    8    7   21
## [3,]    3    4    7    0
```

```
# b) PQR
```

```
P%*%Q%*%R
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]  -33   44
## [2,]  -55   63
## [3,]    4    7
```

```
# c) QR'
```

```
"No es posible calcular QR' debido a que Q es una matriz 3x4 y R' es una matriz 2x4"
```

```
## [1] "No es posible calcular QR' debido a que Q es una matriz 3x4 y R' es una matriz 2x4"
```

```
# d)  $yx'$ 
```

```
y%*%t(x)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    2    0   -2
## [2,]    3    0   -3
## [3,]    2    0   -2
```

```
# e)  $x'y$ 
```

```
t(x)%*%y
```

```
##      [,1]
## [1,]    0
```

```
# f)  $x'Py$ 
```

```
t(x)%*%P%*%y
```

```
##      [,1]
## [1,]    9
```

```
# h)  $P(x + y)$ 
```

```
P%*%(x + y)
```

```
##      [,1]
## [1,]   16
## [2,]   20
## [3,]    3
```

5

Calcule le determinante de las siguientes matrices

```
# a)
```

```
a <- matrix ( c(4, 2, 0,
                 5, 3, 0,
                 6, 9, 2), nrow=3, byrow=TRUE)
```

```
det(a)
```

```
## [1] 4
```

```
# b)
```

```
b <- matrix ( c( 1, 0.8, 0.5,
                 0.8, 1, 0.6,
                 0.5, 0.6, 1), nrow=3, byrow=TRUE)
```

```
det(b)
```

```
## [1] 0.23
```

```
# c)
```

```
c <- matrix ( c(5, 0, 0,  
                0, 3, 0,  
                0, 0, 1), nrow=3, byrow=TRUE)
```

```
det(c)
```

```
## [1] 15
```

```
# d)
```

```
d <- matrix ( c(1, 4, -1,  
                3, 12, -3,  
                0, 35, 7), nrow=3, byrow=TRUE)
```

```
det(d)
```

```
## [1] 0
```

```
# e)
```

```
e <- matrix ( c(2, 0, 4, 0,  
                0, 3, 0, 5,  
                5, 0, 1, 0,  
                0, 4, 0, 1), nrow=4, byrow=TRUE)
```

```
det(e)
```

```
## [1] 306
```

```
# f)
```

```
f <- matrix ( c(2, 0, 1, 1, 1,  
                0, 2, 3, 3, 3,  
                1, 3, 1, 0, 0,  
                1, 3, 0, 1, 0,  
                1, 3, 0, 0, 1), nrow=5, byrow=TRUE)
```

```
det(f)
```

```
## [1] -56
```

6

Calcule la inversas de las siguientes matrices

```
# a)

a <- matrix ( c(5, 1, -2,
                2, 6, 3,
                -1, 0, 3), nrow=3, byrow=TRUE)

solve(a)
```

```
##           [,1]      [,2]      [,3]
## [1,] 0.26086957 -0.04347826 0.2173913
## [2,] -0.13043478 0.18840580 -0.2753623
## [3,] 0.08695652 -0.01449275 0.4057971
```

b)

$$M = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix}$$

Usando la matriz aumentada

$$M = \left[\begin{array}{ccc|ccc} a & b & b & 1 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 1 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Reduciendo a una matriz escalonada

$$M. = \left[\begin{array}{ccc|ccc} b & b & a & 0 & 0 & 1 \\ 0 & b-a & \frac{b^2-a^2}{b} & 1 & 0 & -\frac{a}{b} \\ 0 & 0 & \frac{2b^2-ab-a^2}{b} & 1 & 1 & \frac{-b-a}{b} \end{array} \right]$$

Reduciendo a una matriz escalonada por renglones

$$M.. = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{a+b}{(a-b)(a+2b)} & -\frac{b}{(a-b)(a+2b)} & -\frac{b}{(a-b)(a+2b)} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{b}{(b-a)(a+2b)} & -\frac{a+b}{(b-a)(a+2b)} & \frac{b}{(b-a)(a+2b)} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{b}{2b^2-ab-a^2} & \frac{b}{2b^2-ab-a^2} & \frac{-b-a}{2b^2-ab-a^2} \end{array} \right]$$

Nos queda como resultado

$$M... = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{a+b}{(a-b)(a+2b)} & -\frac{b}{(a-b)(a+2b)} & -\frac{b}{(a-b)(a+2b)} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{b}{(b-a)(a+2b)} & -\frac{a+b}{(b-a)(a+2b)} & \frac{b}{(b-a)(a+2b)} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{b}{2b^2-ab-a^2} & \frac{b}{2b^2-ab-a^2} & \frac{-b-a}{2b^2-ab-a^2} \end{array} \right]$$

Eliminando la matriz extendida, nos da como resultado.

$$M' = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{(a-b)(a+2b)} & -\frac{b}{(a-b)(a+2b)} & -\frac{b}{(a-b)(a+2b)} \\ \frac{b}{(b-a)(a+2b)} & -\frac{a+b}{(b-a)(a+2b)} & \frac{b}{(b-a)(a+2b)} \\ \frac{b}{2b^2-ab-a^2} & \frac{b}{2b^2-ab-a^2} & \frac{-b-a}{2b^2-ab-a^2} \end{pmatrix}$$

```
# c)

c <- matrix ( c(5, 0, 0,
                0, 8, 6,
                0, 6, 5), nrow=3, byrow=TRUE)

solve(c)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]  0.2  0.00  0.0
## [2,]  0.0  1.25 -1.5
## [3,]  0.0 -1.50  2.0
```

```
# d)

d <- matrix ( c(4, 3, 2, 1,
                0, 3, 2, 1,
                0, 0, 2, 1,
                0, 0, 0, 1), nrow=4, byrow=TRUE)

solve(d)
```

```
##      [,1]      [,2]      [,3] [,4]
## [1,] 0.25 -0.2500000  0.0000000  0.0
## [2,] 0.00  0.3333333 -0.3333333  0.0
## [3,] 0.00  0.0000000  0.5000000 -0.5
## [4,] 0.00  0.0000000  0.0000000  1.0
```

7

Calcule el rango de las siguientes funciones

```
# a)

a <- matrix ( c(1, 0, 2, 1,
                1, 1, 2, 0,
                1, -1, 2, 2,
                1, 1, 2, 0), nrow=4, byrow=TRUE)

## Calculando en rango

a <- qr(a)
a$rank
```

```
## [1] 2
```

```
# b)

b <- matrix ( c( 1, 2, 3, 4, 5,
                1, 0, -1, 3, 1,
                2, 1, 1, 0, 1,
                0, 3, 8, -5, 3,
```

```

-1, 2, 6, -2, 3,
1, 1, 2, -3, 0), nrow=6, byrow=TRUE)

## Calculando en rango

b <- qr(b)
b$rank

```

```
## [1] 4
```

12

Calcule los vectores ortogonales entre si y los vectores ortonormales y el angulo entre ellos.

Funciones auxiliares

```

# Esta funcion calcula el tamaño de los vectores

magnitud.vector <- function (vector){

  magnitud <- sqrt(vector[1]**2 + vector[2]**2 + vector[3]**2 + vector[4]**2)

  return (magnitud)

}

angulo.vector <- function(u,v){

  angulo <- u%*%v/(magnitud.vector(u)*magnitud.vector(v))
  angulo <- acos(angulo)*(180/pi)

  return(angulo)

}

calcular.vector <- function(u,v){

  angulo = angulo.vector(u,v)

  cat("Los vectores son ortogonales ")

  print("")

  cat("Normal del vector: ",u," es ",u/magnitud.vector(u))

  print("")

  cat("Normal del vector: ",v," es ",v/magnitud.vector(v))

  print("")

  # angulos

```



```

cat("El Angulo entre los vecotres es: ", angulo, "°")
}

```

Se definen los vectores

```

t <- c(0.5, 0.5, 0.5, 0.5)
u <- c(1, 0, -1, 0)
v <- c(sqrt(2)/2, 0, sqrt (2)/2, 0)

```

Se comprueba si los vectores son ortogonales y ortonormales

```

if (t%*%u == 0){

  calcular.vector(t,u)

}else{

  cat("t y u NO son ortogonales")
  print(":")
  cat("El Angulo entre los vecotres es: ", angulo.vector(t,u), "°")

}

```

```

## Los vectores son ortogonales [1] ""
## Normal del vector:  0.5 0.5 0.5 0.5  es  0.5 0.5 0.5 0.5[1] ""
## Normal del vector:  1 0 -1 0  es  0.7071068 0 -0.7071068 0[1] ""
## El Angulo entre los vecotres es:  90 °

```

```

if (t%*%v == 0){

  calcular.vector(t,v)

}else{

  cat("t y u NO son ortogonales")
  print(":")
  cat("El Angulo entre los vecotres es: ", angulo.vector(t,v), "°")

}

```

```

## t y u NO son ortogonales[1] ":"
## El Angulo entre los vecotres es:  45 °

```

```

if (u%*%v == 0){

  calcular.vector(u,v)

```

```

}else{

  cat("t y u NO son ortogonales")
  print(":")
  cat("El Angulo entre los vecotres es: ", angulo.vector(u,v), "°")

}

## Los vectores son ortogonales [1] ""
## Normal del vector:  1 0 -1 0  es  0.7071068 0 -0.7071068 0[1] ""
## Normal del vector:  0.7071068 0 0.7071068 0  es  0.7071068 0 0.7071068 0[1] ""
## El Angulo entre los vecotres es:  90 °

```

13

La siguiente Matriz es ortogonal?

```

M <- matrix ( c( sqrt(3)/2, 1/2, 0,
                -sqrt(2)/2, sqrt(6)/4, -sqrt(2)/2,
                -sqrt(2)/2, sqrt(6)/4,  sqrt(2)/2), nrow=3, byrow=TRUE)

# Calculando ortogonalidad Sabiendo que  $M^{-1} == M'$ 

ortogonal <- solve(M) == t(M)

cat("La matriz no es ortogonal como se puede ver a continuación:")

```

La matriz no es ortogonal como se puede ver a continuación:

```

ortogonal

```

```

##      [,1] [,2] [,3]
## [1,] FALSE FALSE FALSE
## [2,] FALSE FALSE FALSE
## [3,]  TRUE FALSE FALSE

```

2. Instale R y a partir del manual de introducción conteste:

2.1. ¿En R hay diferencia entre mayúsculas y minúsculas?

R// Sí, R en un software es case sensitive

2.2. ¿Con qué se separan las instrucciones de R?

R// Mediante la creacion de una nueva linea

2.3. ¿Cómo se escriben comentarios en R?

R// Los comentarios en R se escriben añadiendo el caracter #

2.4. ¿Qué significa cuando aparece + luego de teclear Enter?

R// Se genera una nueva para concatenar codigo

2.5. ¿Cómo se recuerdan comandos tecleados previamente en R?

R//Mediante la tecla de flecha hacia arriba

2.6. ¿Qué es el workspace?

R// Es el entorno de trabajo actual, en el cual están definido los vectores, las matrices, las listas, los dataframes y las funciones

2.7. ¿Qué se almacena en .RData?, ¿qué en .Rhistory?

R// .RData es un formato de almacenamiento de objetos en R y Rhistory muestra los comandos ejecutados por R

2.8. ¿Cómo se obtiene ayuda en R para una función específica?

R// Puedes escribir en la consola de comandos help(commando)

2.9. ¿Cuáles son los símbolos de comparación en R: menor que, menor o igual, mayor, mayor o igual, igual y diferente?

Caracter	operación
=	Igual
>	Mayor que
<	Menor que
>=	Mayor igual que
<=	Menor igual que
!=	Diferente

2.10. ¿Cuáles son los operadores lógicos: OR, AND y negación?

Caracter	operación
	OR
&	AND
!x	Negación

2.11. ¿Qué efecto tienen n t b al imprimir una cadena de caracteres?

Caracter	operación
n	Salto de línea
t	Tabulación
b	Backspace

2.12. ¿Cuáles son los principales objetos de R?

R// Los principales objetos en r son los:

- Vectores, `x <- c(3, 2, 1)`
- Vectores especiales, `x <- c(NA, NaN, Inf, 2, 7, NULL)`
- Matrices, `matrix(1:9, nrow = 3)`
- Listas, `milista <- list(Apellido = "Franco", no.carros = 3, modelo = c(2000, 2001, 2007))`
- Data frame, `MyDT <- data.frame(periodo = x, año = y)`

- Factores, `yfactor <- factor(y)`

2.13. ¿Cómo se define un escalar en R?

R// Asignandolo a una variable con <-

2.14. ¿Qué es un factor y qué atributos tiene?

R// Son una estructura de datos para variables categoricas, para datos finitos y que pueden pertenecer a varias clases o categorías

atributos:

El atributo class: Toma el valor factor.

El atributo levels: Que define los valores que puede tomar la variable.

2.15. ¿Qué hace la función `tapply`?

R//Permite aplicar una funcion a varios grupos de valores de variables

3. Escriba para cada instrucción un comentario resumiendo lo que hace cada función:

3.1. `help.start()` **#Abre el manual de R**

3.2. `sink("record.lis")` **#Todas las salidas de los comandos de R seran ejecutadas en un archivo llamado "record.lis"**

3.3. `misdatos <- read.table('data.dat')` **#Crea un DataFrame de las variable en data.dat"**

3.4. `L2 <- list(A=x, B=y)` **#Crea una lista con las variable A y B d**

3.5. `ts(1:47, frequency = 12, start = c(1959, 2))` **# Crea una serie de tiempo de 47 valores con frecuencia mensual desde el segundo mes de 1959**

3.6. `exp1 <- expression(x/(y + exp(z)))` **# Crea la expresión asignada**

3.7. `x <- rpois(40, lambda=5)` **#Crea una distribucion de poisson con lambda = 5**

3.8. `x[x %% 2 == 0]` **#Evalua si los valores dentro del vector son pares**

3.9. `x <- rnorm(50)` **#Crea un distribución normal de 50 Valores**

3.10. `mean(x)` **#Calcula la media de x**

4. Suponga que usted es la consola de R. Responda al frente a cada uno de los comandos:

4.1.

```
0/0
```

```
## [1] NaN
```

4.2.

```
labs <-paste(c('X','Y'), 1:10, sep=',');labs
```

```
## [1] "X1" "Y2" "X3" "Y4" "X5" "Y6" "X7" "Y8" "X9" "Y10"
```

4.3.

```
c("x","y")[rep(c(1,2,2,1), times=4)]
```

```
## [1] "x" "y" "y" "x" "x" "y" "y" "x" "x" "y" "y" "x" "x" "y" "y" "x"
```

4.4.

```
ls()
```

```
## [1] "a"          "A"          "angulo.vector"
## [4] "b"          "B"          "c"
## [7] "C"          "calcular.vector" "d"
## [10] "e"          "f"          "labs"
## [13] "M"          "magnitudo.vector" "ortogonal"
## [16] "P"          "Q"          "R"
## [19] "t"          "u"          "v"
## [22] "x"          "y"          "z"
```

4.5.

```
apropos("eigen")
```

```
## [1] "eigen"      "print.eigen"
```

4.6.

```
x <- 1; mode(x)
```

```
## [1] "numeric"
```

4.7.

```
seq(1, 5, 0.5)
```

```
## [1] 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0
```

4.8.

```
gl(3, 5)
```

```
## [1] 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3
## Levels: 1 2 3
```

4.9.

```
expand.grid(a=c(60,80), p=c(100, 300),
sexo=c("Macho","Hembra"))->trat
dim(trat);class(trat)
```

```
## [1] 8 3
```

```
## [1] "data.frame"
```

4.10.

```
v <- c(10, 20, 30);diag(v)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   10    0    0
## [2,]    0   20    0
## [3,]    0    0   30
```