UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

Yosef Shmuel Guevara Salamanca
C.C. 1014236208

Taller II

1. Se ha determinado que el número de camiones que llegan cada hora a un almacén tiene la distribución de probabilidad que se muestra en la tabla anexa. Realice una tabla en Excel para calcular:

   a) el número esperado de llegadas por hora, y

   b) la varianza de esta distribución de probabilidad para la variable aleatoria discreta.

Llegada de camiones a un almacén cada hora

Número de camiones X	0	1	2	3	4	5	6
Probabilidad P (X)	0.05	0.10	0.15	0.25	0.30	0.10	0.05

Número de camiones x	Probabilidad p(x)	$xp(x)$	$(x-\mu)$^2 $p(x)$
0	0,05	0	0,496125
1	0,1	0,1	0,46225
2	0,15	0,3	0,198375
3	0,25	0,75	0,005625
4	0,3	1,2	0,21675
5	0,1	0,5	0,34225
6	0,05	0,3	0,406125

Medida	Valor
Número esperado de llegadas por hora (μ)	3,15
Varianza (σ^2)	2,1275
Desviacion estandar (σ)	1,4586

2. Una empresa de comercialización por correo tiene una circular que produce una tasa de respuestas de 10 %. Suponga que se envían por correo 20 de esas circulares en calidad de prueba de mercado, en un área geográfica nueva. Suponiendo que se aplica la tasa de respuesta del 10 % en la nueva área, determine las probabilidades de los siguientes eventos, asumiendo que se trata de un experimento bionomial:

$$p = P\,[Se\ responde\ a\ la\ circular] = 0.1$$

$$n = 20$$

a) nadie responde,

$$P\left(x=0\right)=0.1216$$

b) exactamente dos personas responden,

$$P\left(x=2\right)=0.2852$$

c) once de las personas responde,

$$P\left(x=11\right)=0.000000651$$

d) cuando menos el 20 % de las personas responde.

$$20\left(0.2\right)=4$$
$$P\left(x\geq 4\right)=1-P\left(x<4\right)$$
$$1-P\left(x<1\right)=1-0.8670$$
$$P\left(x\geq 1\right)=0.1329$$

3. Para estudiar la regulación hormonal de una línea metabólica, se inyecta a ratas albinas un fármaco que inhibe la síntesis de proteínas del organismo. En general, 4 de cada 20 ratas mueren a causa del fármaco antes de que el experimento haya concluido. Si se trata a 10 animales con el fármaco, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 8 lleguen vivos al final del experimento?

$$p\ =\ P\left[Ratas\ muertas\ por\ el\ farmaco\right]=\frac{4}{20}=0.2$$
$$n=10$$
$$P\left(x\leq 2\right)=\sum_{k=0}^{2}p\left(x=k\right)=0.6778$$

4. En una cierta población, se ha observado un número medio anual de muertes por cáncer de pulmón de 12. Si el número de muertes causadas por la enfermedad sigue una distribución de Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que durante el año en curso:

a) Haya exactamente diez muertes por cáncer de pulmón?

$$P\left(x=10\right)=0.1048$$

b) Quince personas o más mueran a causa de la enfermedad?

$$P\left(x\geq 15\right)$$
$$1-P\left(x<15\right)=1-0.7720$$
$$P\left(x\geq 15\right)=0.2279$$

c) Diez personas o menos mueran a causa de la enfermedad?

$$P\left(x<=10\right)=0.3472$$

5. Se estima que sólo uno de cada 50 loros capturados en la cuenca del Amazonas, para su utilización como animales domésticos, sobrevive al cambio. Se capturan 700 pájaros en un día. ¿Cuál es el número esperado de supervivientes? ¿Cuál es la probabilidad de que sobreviva un máximo de 10 pájaros? Se capturan diariamente 700 pájaros durante un período de tres días, ¿cuál es la probabilidad de que en cada uno de los tres días sobreviva un máximo de 10 pájaros?

$$\mu = [\mathit{Loros\ que\ sobreviven\ al\ cambio}] = \frac{1}{50} = 0.02$$

¿Cuál es el número esperado de supervivientes?

$$\mu = \frac{700}{50} = 14$$

¿Cuál es la probabilidad de que sobreviva un máximo de 10 pájaros?

$$P(x \leq 10) = \sum_{k=0}^{10} p(x = k) = 0.1756$$

¿cuál es la probabilidad de que en cada uno de los tres días sobreviva un máximo de 10 pájaros?

$$P(\mathit{día}\ 1) \cdot P(\mathit{día}\ 2) \cdot P(\mathit{día}\ 3) = (0.1756)^3 = 0.005415$$

6. El recuento de glóbulos blancos de un individuo sano puede presentar un promedio en valor mínimo de hasta 6000 por milímetro cúbico de sangre. Para detectar una deficiencia de glóbulos blancos se determina su número en una gota de sangre de 0.001 milímetros cúbicos. ¿Cuántos glóbulos blancos cabe esperar en un individuo sano? ¿Cuánto de raro sería encontrar un máximo de 2 glóbulos blancos?

$$\mu\left[\mathit{Globulos\ roos\ por\ mm^3\ de\ sangre}\right] = 6000$$

¿Cuántos glóbulos blancos cabe esperar en un individuo sano?

$$\mu\left[\mathit{Globulos\ rojos\ por\ gota\ de\ sangre\ de\ sangre}\right] = 6000\,(0.001) = 6$$

R// Se espera encontrar 6 globulos blancos usando Poisson tenemos que:

$$P(x = k) = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!} = \frac{6^k e^{-6}}{k!}$$

¿Cuánto de raro sería encontrar un máximo de 2 glóbulos blancos?

$$P(x \leq 2) = \sum_{k=0}^{2} p(x = k) = 0.06196$$

7. calcule lo que se indica en cada caso, usando la tabla de la distribución normal estándar y compruebe los resultados en R[1] y usando la funcón dnorm(x,mean=μ,sd=σ) donde x es una realización de una variable aleatoria normal con media μ, varianza σ^2.

[1]si no tiene R instalado, puede ingresar al siguiente compilador online: https://rextester.com/l/r_online_compiler

a. Si $Z \sim N(0,1)$, calcular $P(Z > 2)$

$$P\,(Z > 2)$$
$$1 - P\,(Z < 2) = 1 - 0.9772$$
$$P\,(Z > 2) = 0.2275$$

b. Si $Z \sim N(0,1)$, calcular $P(-2 \leq Z \leq 2)$

$$P\,(-2 < Z < 2)$$
$$P\,(Z < 2) - P\,(Z < -2)$$
$$P\,(-2 < Z < 2) = 0.9545$$

c. Si $X \sim N(100,50)$, calcular $P(X \leq 400)$

$$P\,(X \leq 400)$$
$$Zo \;=\; \frac{(x-\mu\,)}{\sigma} = \frac{400-100}{50} = 6$$
$$P\,(X \leq 400) = P\,(Z \leq 6) = 1$$

d. Si $X \sim N(100,50)$, calcular $P(100 \leq X \leq 400)$

$$P\,(100 \leq x \leq 400)$$
$$Zo = \frac{(X-\mu)}{\sigma} = \frac{(100-100)}{50} = 0$$
$$P\,(0 \leq z \leq 6) \;= P\,(Z \leq 6) - P\,(Z \leq\; 0)$$
$$P\,(100 \leq X \leq 400) \;= 1 - 0.5 = 0.5$$

```r
#7
u <- 0
sd <- 1

#a P(z > 2)
# 1- P(< 2)
a <-  1 - pnorm(2,mean=u,sd=sd);a

#b P(-2 < z < 2)

b <-  pnorm(2,mean=u,sd=sd)- pnorm(-2,mean=u,sd=sd);b

#c P(z <= 6)

c <-  pnorm(6,mean=u,sd=sd);c

#d P(0<= z <= 400)

d <-  pnorm(6,mean=u,sd=sd)- pnorm(0,mean=u,sd=sd);d

```

```
> # 1- P(< 2)
> a <-  1 - pnorm(2,mean=u,sd=sd);a
[1] 0.02275013
> b <-  pnorm(2,mean=u,sd=sd)- pnorm(-2,mean=u,sd=sd);b
[1] 0.9544997
> c <-  pnorm(6,mean=u,sd=sd);c
[1] 1
> d <-  pnorm(6,mean=u,sd=sd)- pnorm(0,mean=u,sd=sd);d
[1] 0.5
>
```

8. Se ha comprobado que la distribución del índice de colesterol para un gran número de personas es la siguiente: inferior a 165 centigramos, 58 %; comprendido entre 165 y 180 centigramos, 38 %. Se sabe que dicha distribución sigue una ley normal.

$$P\,(x < 165) = 0.58$$
$$P\,(165 < x < 180) = 0.38$$

a) Calcular el valor medio del índice de colesterol y su desviación estándar.

$$para\ el\ 58\,\%,\ Z_0 = 0.2$$
$$para\ el\ \ (58 + 38)\ \%\ =\ 96\,\%,\ Z_0 = 1.755$$

(1)
$$\mu + 0.2\sigma = 165$$

(2)
$$\mu + 175\sigma = 180$$

despejando:

(1)
$$\mu + 0.2\sigma = 165$$

(2)
$$-\mu - 175\sigma = -180$$
$$-1.55\sigma = -15$$
$$\sigma = 9.68$$

reemplazando en 1.
$$\mu = 165 - 0.2\,(9.68)$$
$$\mu = 163$$

b) Se admite que las personas cuyo índice es superior a 183 centigramos deben ser sometidas a tratamiento. ¿Cuál es el número de personas a tratar en una población de 100000 individuos?

$$P\,(X > 183)$$
$$Zo = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{183 - 163}{9.68} = 2.066 = 2.07$$
$$P\,(Z > 2.07) = 1 - P\,(Z < 2.07)$$
$$1 - 0.9965 = 0.0035$$
$$Res =\ 100000\,(0.0035) = 350$$

R// El numero de personas a tratar es 350

9. Una confitura puede ser calificada de «almíbar» si contiene entre 420 y 520 gramos de azúcar por kilo de confitura. Un fabricante comprueba 200 botes de confitura de 1 kg encontrando que el peso medio de azúcar es de 465 gramos, con una desviación típica de 30 gramos. Sabiendo que el contenido de azúcar se distribuye normalmente (porque proviene de frutas con un contenido variable de azúcar), calcular el porcentaje de la producción del fabricante que no debe ser etiquetado como almíbar, considerando la muestra como representativa de la producción total

$$P\left(420 \leq x \leq 520\right) = [Confitura\, de\, almibar]$$
$$Zo = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{420-465}{30} = 1.5$$
$$P\left(Z < -1.5\right) = 0.0668$$
$$Zo = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{520-465}{30} = 1.83$$
$$P\left(Z < -1.5\right) = 0.9664$$
$$P\left(-1.5 < Z < 1.83\right) = P\left(Z < 1.83\right) - P\left(Z < -1.5\right)$$
$$P\left(-1.5 < Z < 1.83\right) = 0.9664 - 0.0668 = 0.8996$$
$$Porcentaje\ a\ no\ ser\ considerado\ =\ 1 - 0.9$$

Es decir que el porcetaje que no debe ser considerado como almibar considerando la muestra es de aproximadamente el 10

10. En una investigación sobre los efectos teratogénicos del tabaquismo se estudió una muestra de embarazadas de la cual el 40 % fumaba y el 60 %, no. Cuando nacieron los niños se encontró que 20 de ellos tenían algún tipo de tara de nacimiento. Sea ξ el número de niños cuya madre fumaba durante el embarazo. Si no hay relación entre el hecho de que la madre fumara y los defectos de nacimiento, entonces ξ es una binomial con $n = 20$ y $p = 0.4$. ¿Cuál es la probabilidad de que 12 o más niños afectados tengan madres que fumaban?

$$n = 20$$
$$p = 0.4$$
$$P\left(x \geq 12\right) = 1 - P\left(x < 12\right)$$
$$P\left(x \geq 12\right) = 1 - 0.9434 = 0.0565$$