STP

Projekt 1 zadanie 23 Kacper Marchlewicz

$$G(s) = \frac{(s+0.5)(s+3.5)}{(s+6)(s+4)(s+5)} = \frac{s^2+4s+1.75}{s^3+15s^2+74s+120}$$

1. Modele ciągłe w przestrzeni stanu

Korzystając z komendy '[A,B,C,D] = tf2ss([1 4 1.75],[1 15 74 120])'
w Matlab wyznaczyłem macierze potrzebne do zapisania pierwszego modelu ciągłego.
Następnie na jego podstawie na kartce metodą bezpośrednią
($A_2 = A_1^T, B_2 = C_1^T, C_2 = B_1^T, D_2 = D_1^T$) obliczyłem równania kolejnego modelu.

Pierwszy model ciągły (model A):

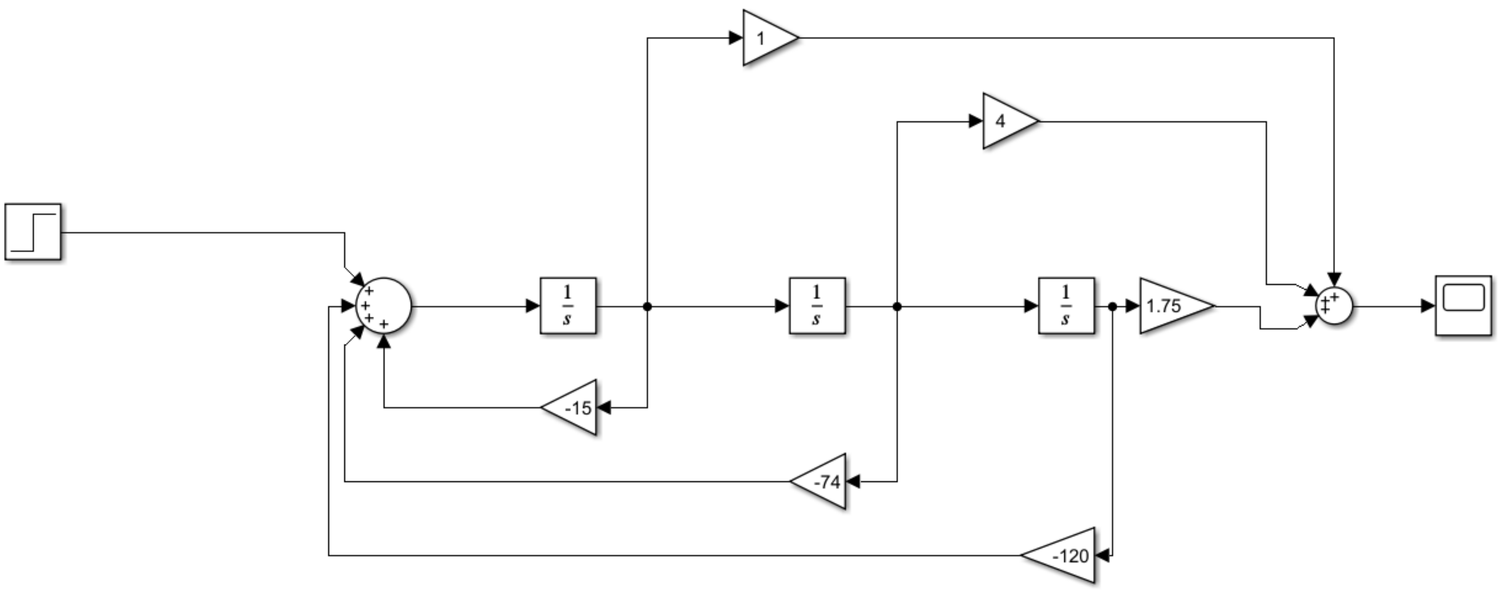
$$\dot{x}_1(t) = -15x_1(t) - 74x_2(t) - 120x_3(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t) + 4x_2(t) + 1.75x_3(t)$$

Reprezentacja graficzna:



Drugi model ciągły (model B):

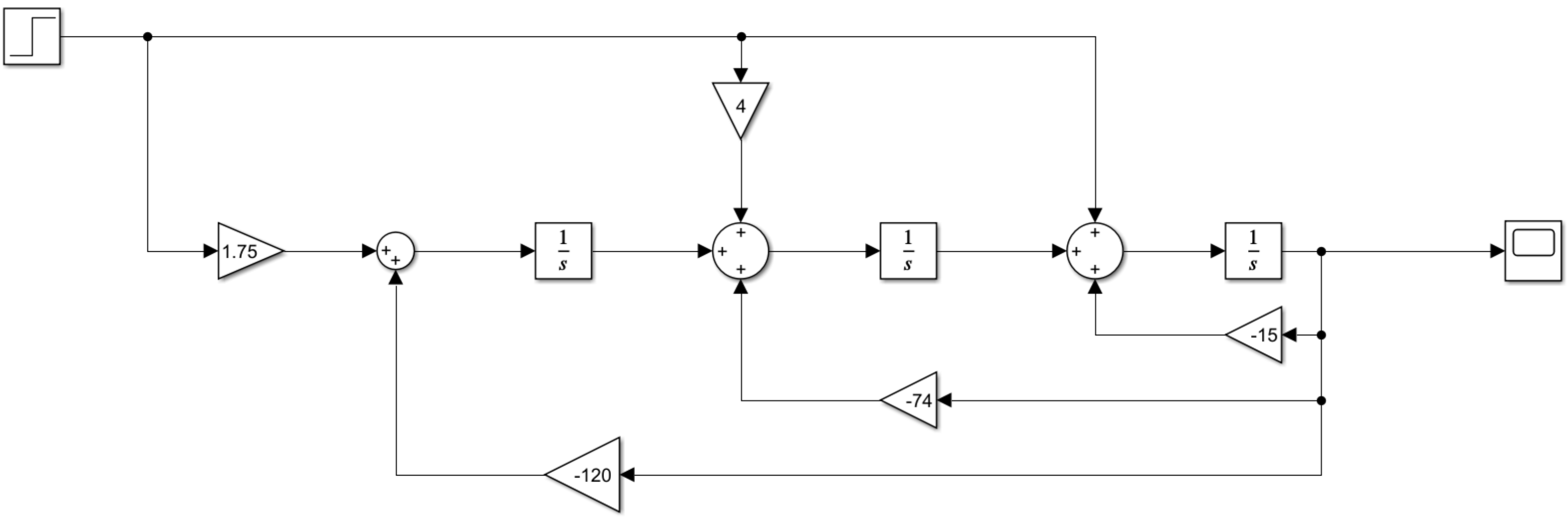
$$\dot{x}_1(t) = -15x_1(t) + x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -74x_1(t) + x_3(t) + 4u(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -120x_1(t) + 1.75u(t)$$

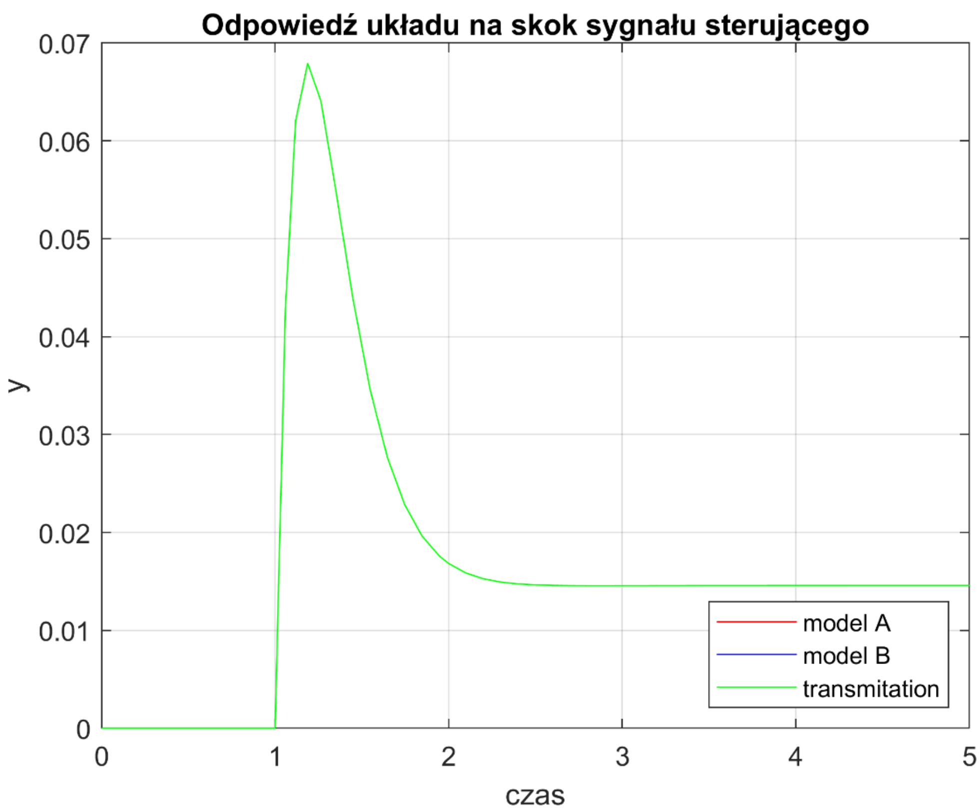
$$y(t) = x_1(t)$$

Reprezentacja graficzna:



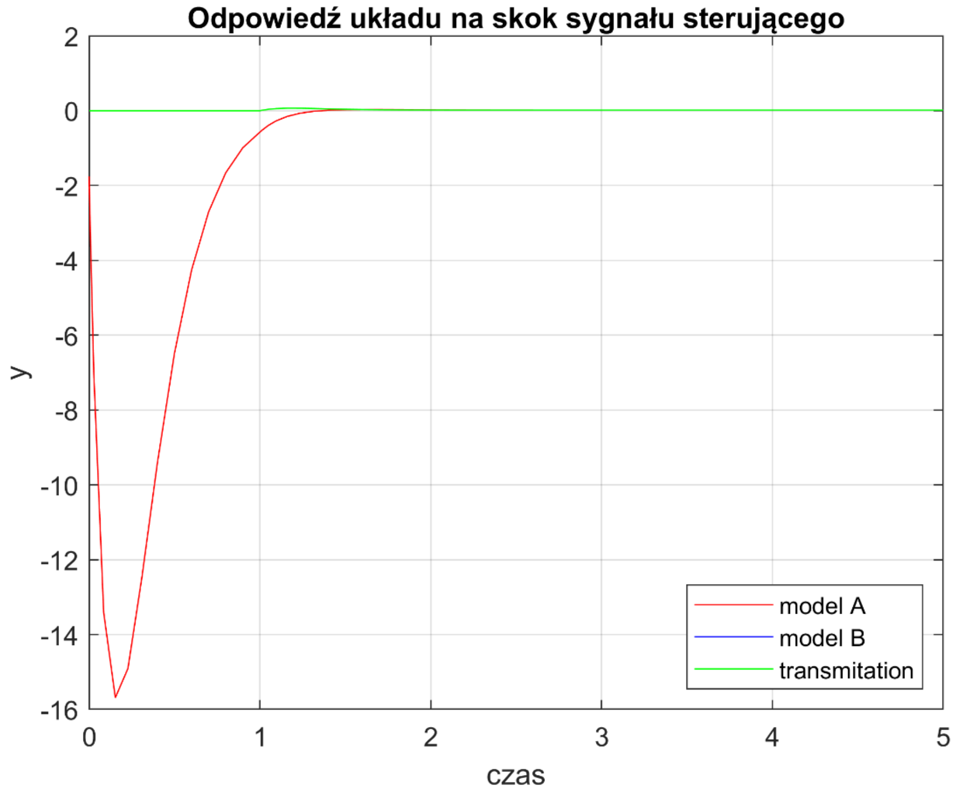
2. Odpowiedź skokowa w przestrzeni stanu

Zerowe warunki początkowe:



Niezerowe warunki początkowe:

X = [1 -2 3]



Jak widać model A jest bardziej podatny na skok sygnału przy niezerowych wartościach. Wynika to z jego większej zależności y od x_1, x_2, x_3.

3. Wartości elementu wektora K

Korzystając z równania charakterystycznego(det(s*I-A+B*K)=0, (s-s_b)*(s-s_b)=0) układu zamkniętego obliczyłem następujące wartości wektora K:

$k_1 = -3s_b - 15$

$k_2 = 3s_b{}^2 - 74$

$k_3 = -3s_b{}^3 - 120$

Numeryczne wyniki otrzymane komendą `k = acker(A,B,p)`, gdzie A i B to macierze modelu, a p = [s_b s_b s_b].
Dla $s_b = 0$

K = [-15   -74   -120]

Dla $s_b = -0.4$

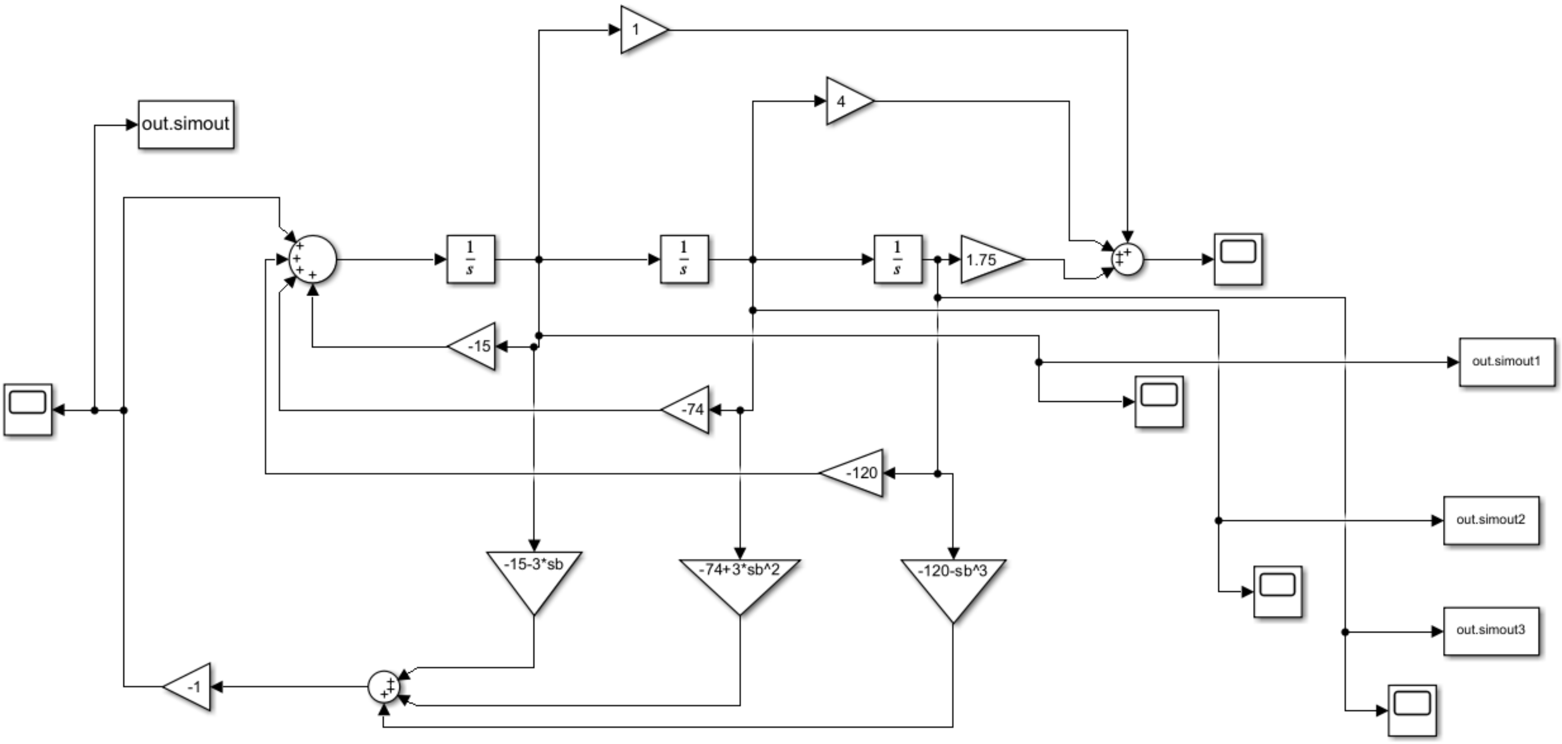
K = [-13.8   -73.52   -119.936]

Dla $s_b = -5$

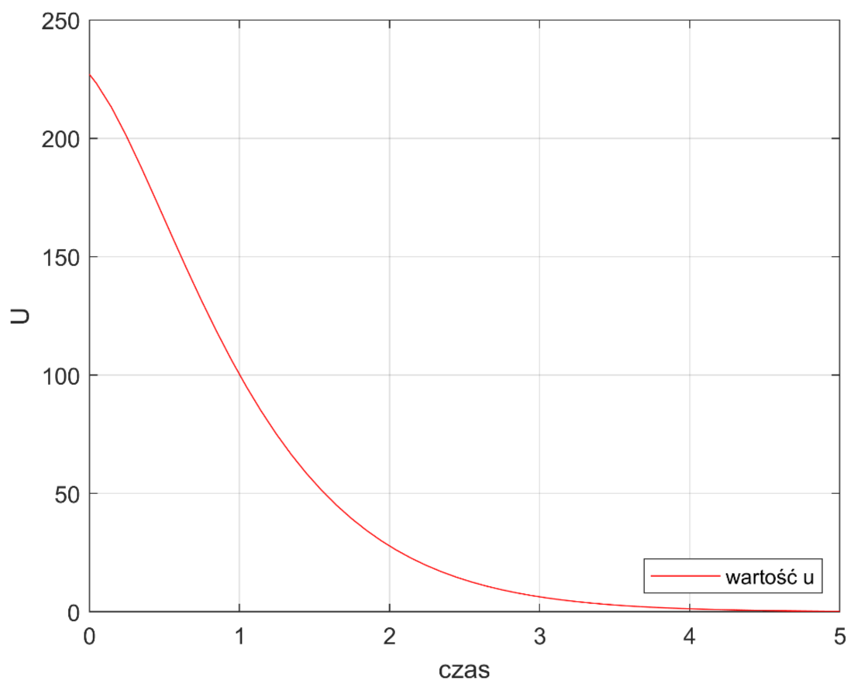
K = [0   1   5]

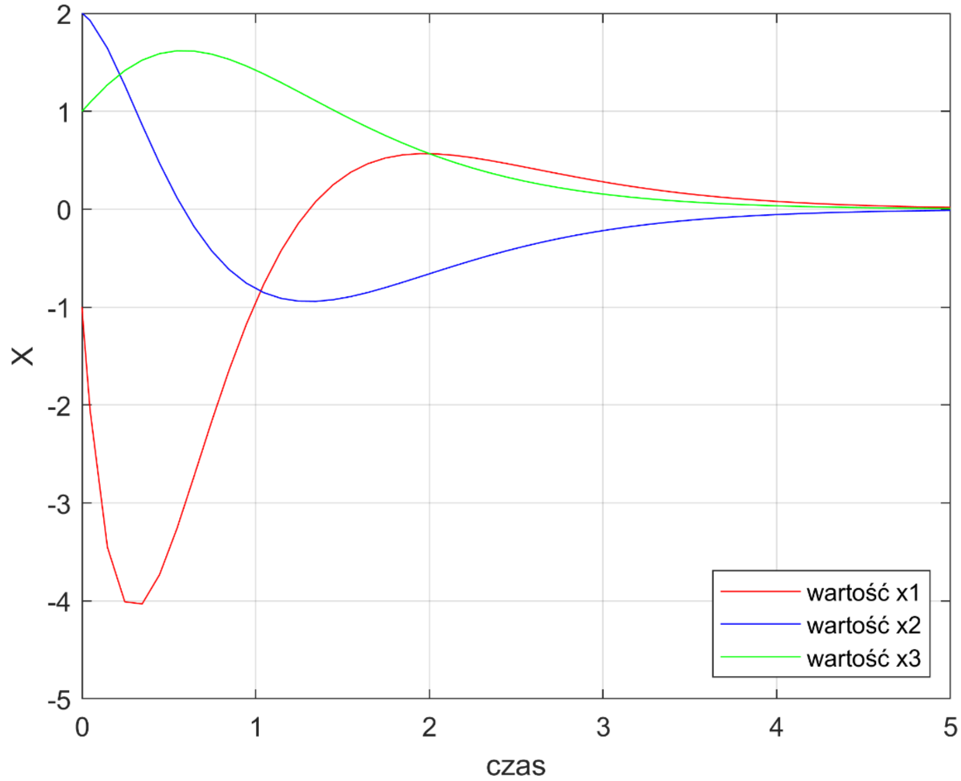
4. Symulacja obiektu z regulatorem ze sprzężeniem od stanu

Reprezentacja graficzna:

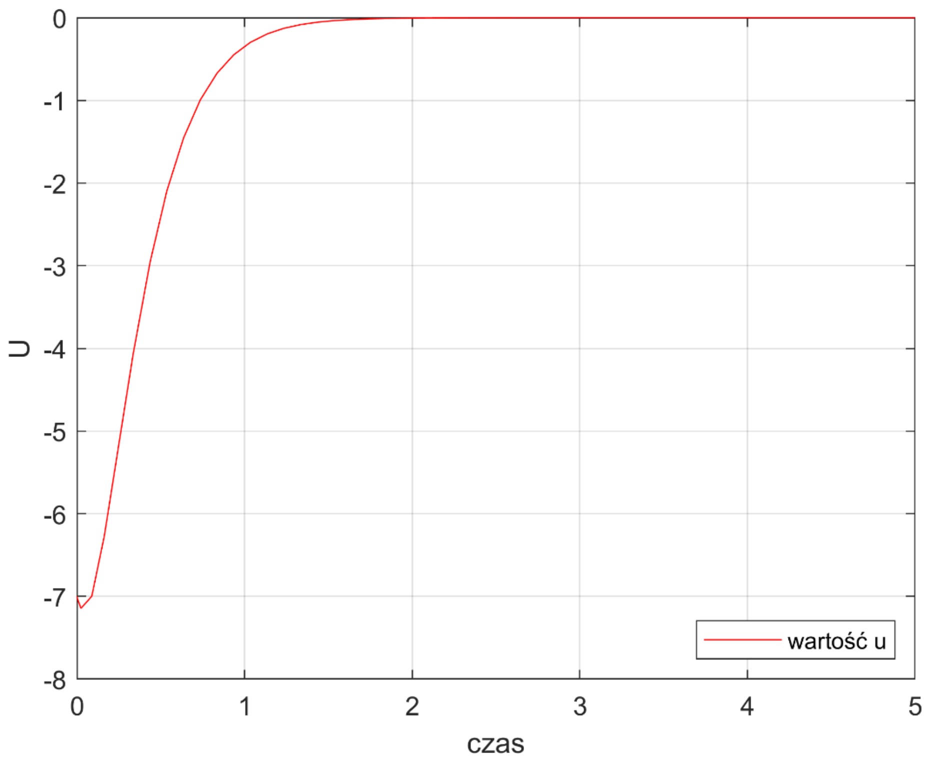


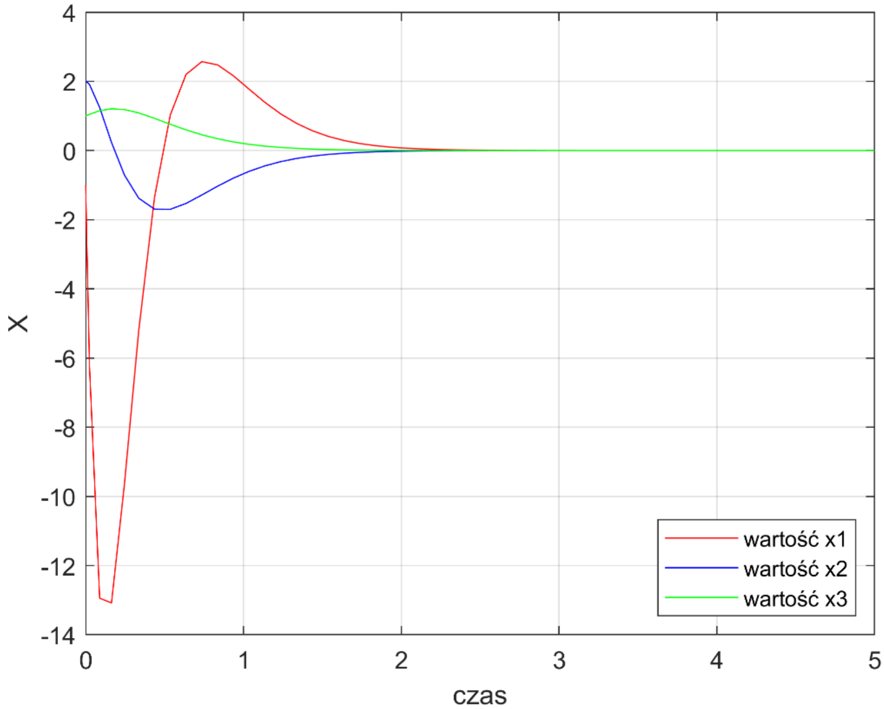
Dla $s_b = -2$:



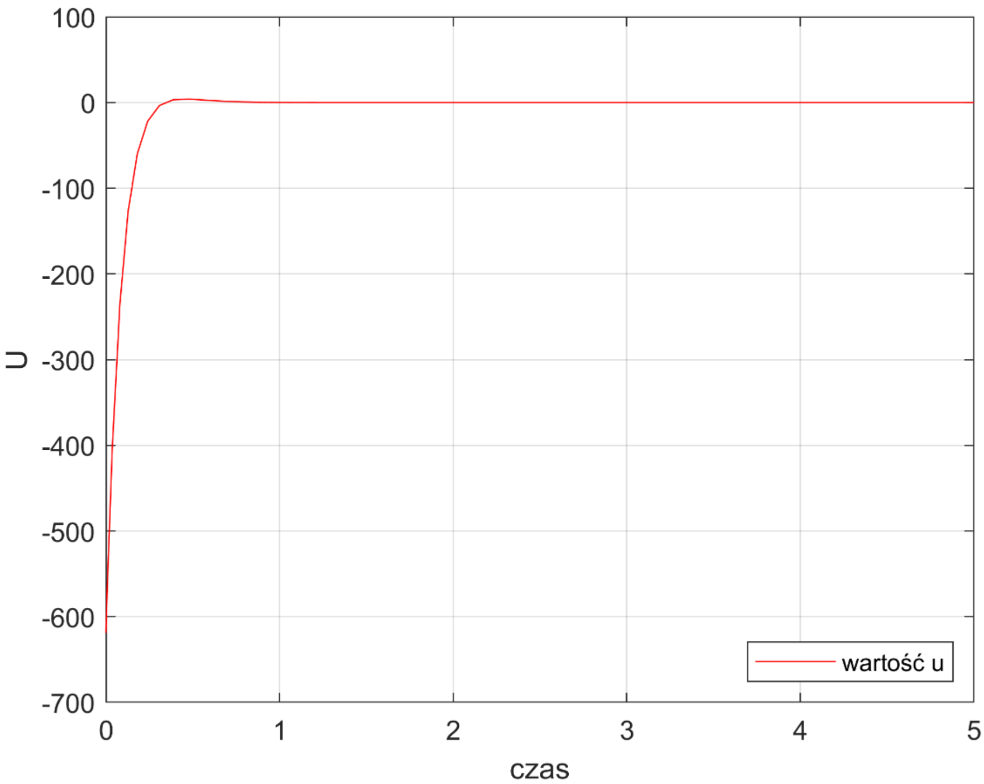

2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
X
0
1
2
3
4
5
czas
wartość x1
wartość x2
wartość x3

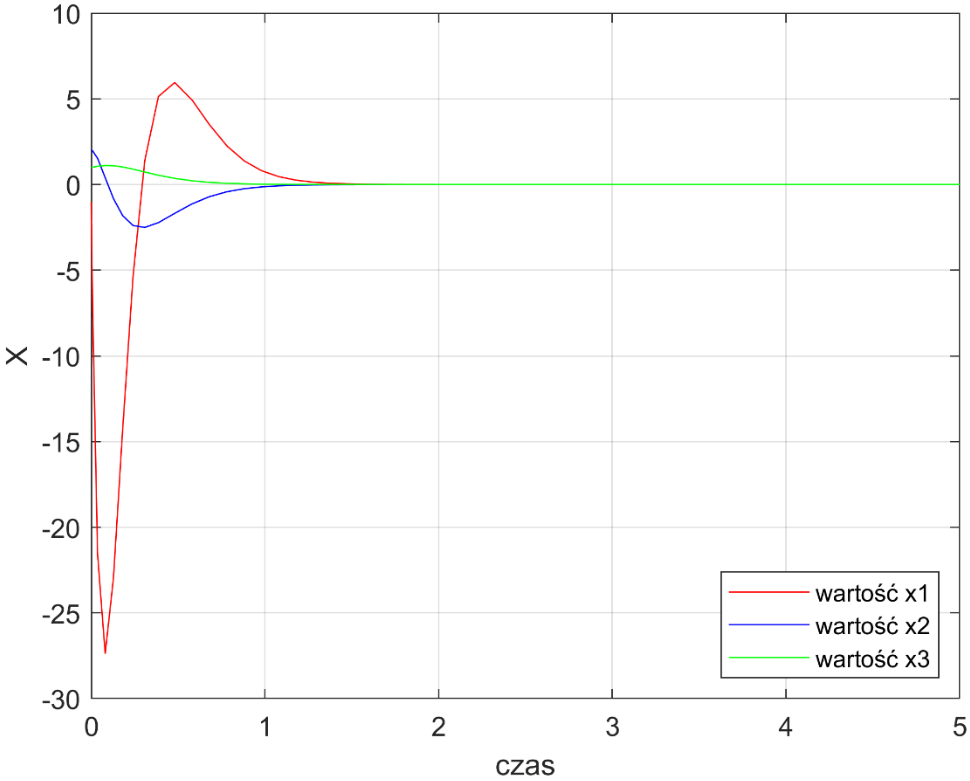
Dla $s_b = -5$


0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
U
0
1
2
3
4
5
czas
wartość u



Dla $s_b = -8$





Czas końcowy dla badanych biegunów wynosił 2.5 sekundy. Do dalszych działań zdecydowałem się na regulator o biegunie -5, gdyż zapewnia on kompromis między szybkością, a skokiem sygnału sterującego.

5. Obserwator pełnego rzędu

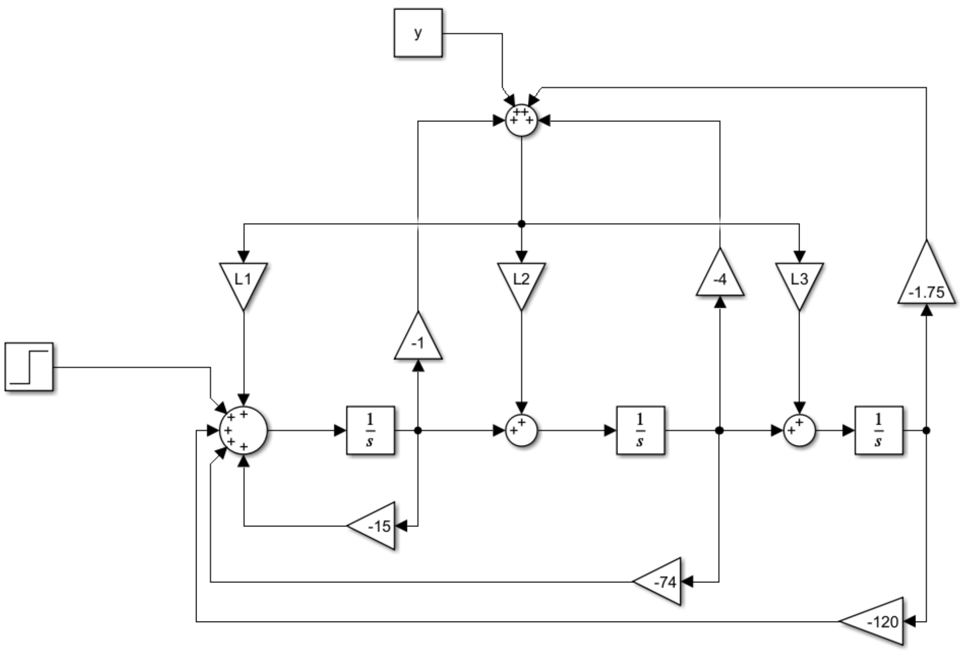
Na podstawie równania charakterystycznego obserwatora, za pomocą Matlab (bezpośrednio porównałem współczynniki `det((sI-A+l'*C))` i `(s-s0)^3)` udało mi się wyznaczyć wektor L. Z uwagi na złożoność i obszerność wzorów nie wstawiłem ich do poniższych równań. Dla upewnienia się czy wzory są poprawne porównałem je numerycznie z wynikami komendy `acker(A',C',p)`, gdzie A i C to macierze modelu.
Struktura obserwatora:

$$\frac{d\hat{x}_1(t)}{dt} = -15\hat{x}_1(t) - 74\hat{x}_2(t) - 120\hat{x}_3(t) + u(t) + l_1(y(t) - \hat{x}_1(t) - 4\hat{x}_2(t) - 1.75\hat{x}_3(t))$$

$$\frac{d\hat{x}_2(t)}{dt} = \hat{x}_1(t) + l_2(y(t) - \hat{x}_1(t) - 4\hat{x}_2(t) - 1.75\hat{x}_3(t))$$

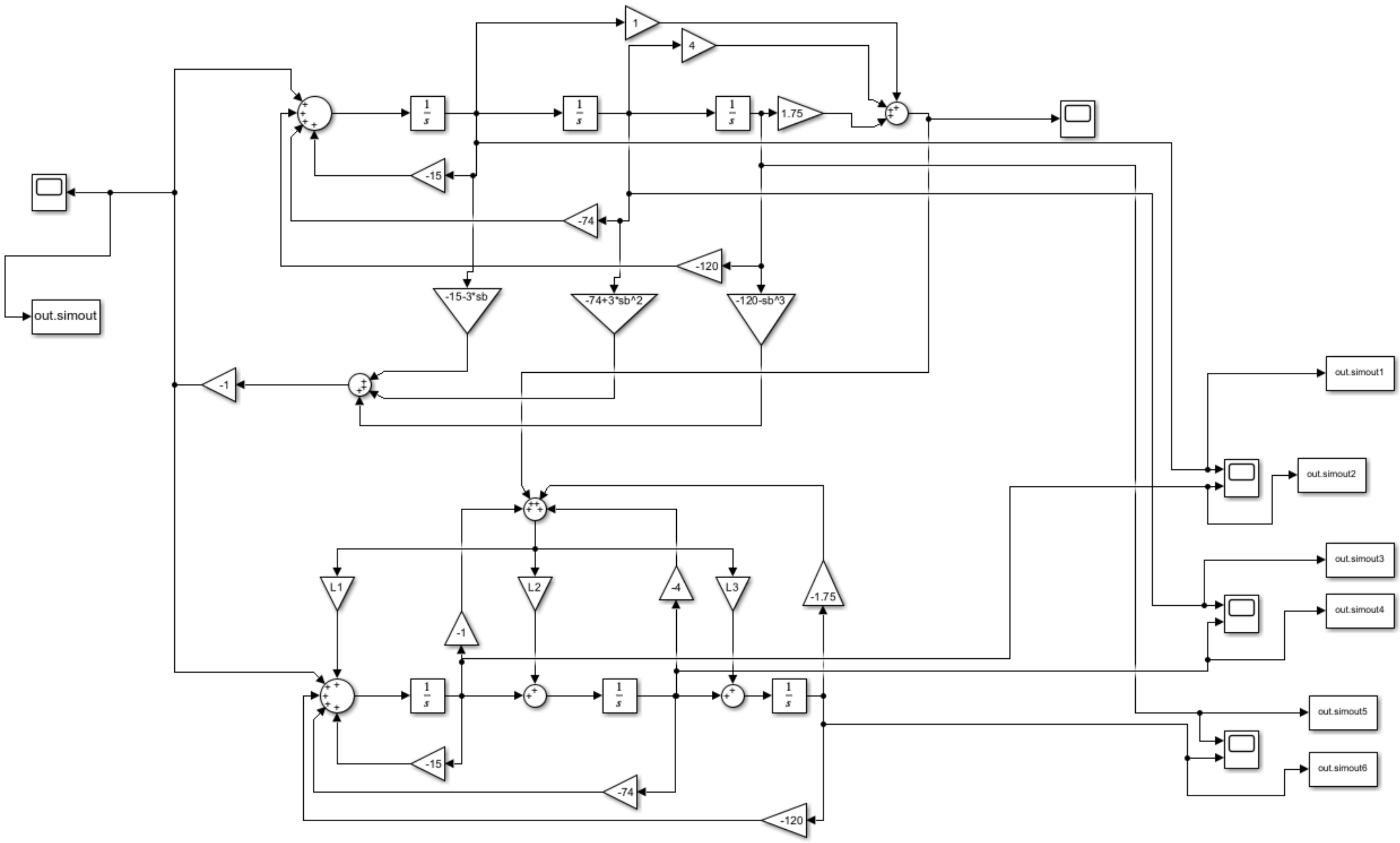
$$\frac{d\hat{x}_3(t)}{dt} = \hat{x}_2(t) + l_3(y(t) - \hat{x}_1(t) - 4\hat{x}_2(t) - 1.75\hat{x}_3(t))$$

Reprezentacja graficzna:

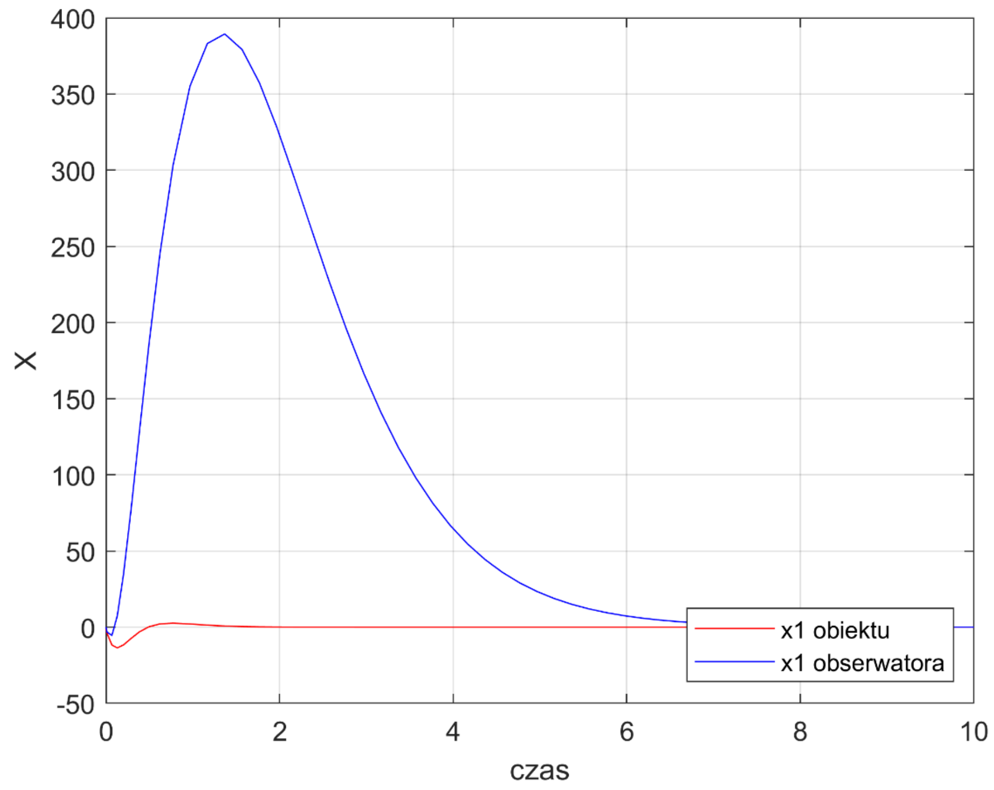


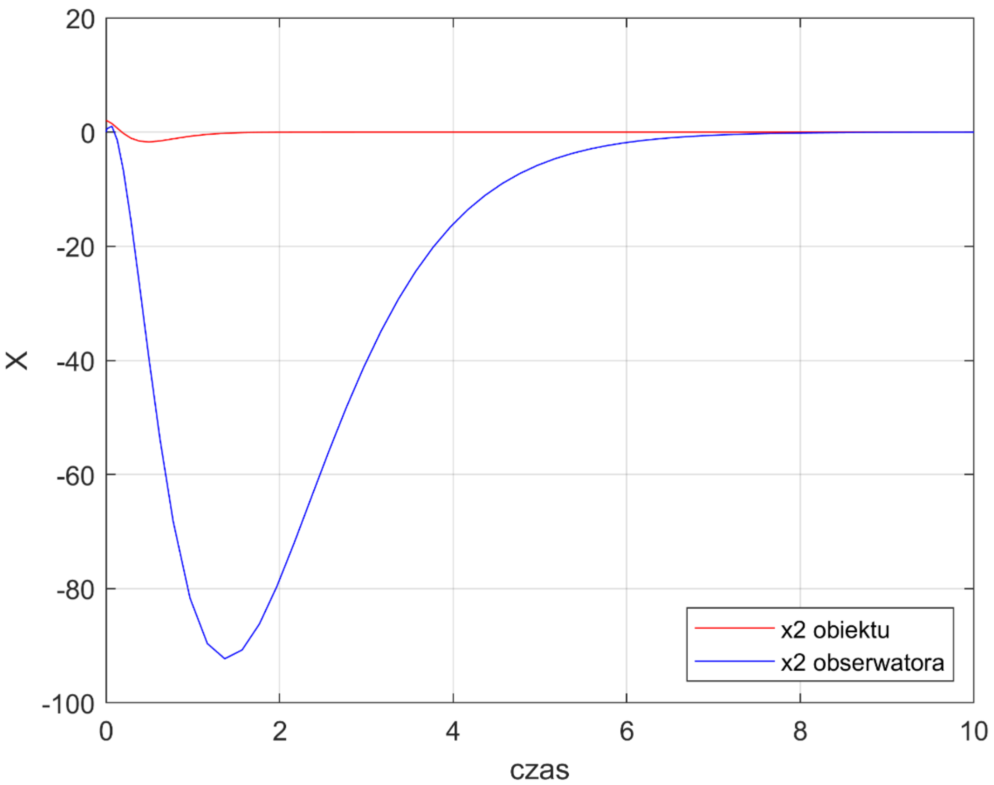
6. Działanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu

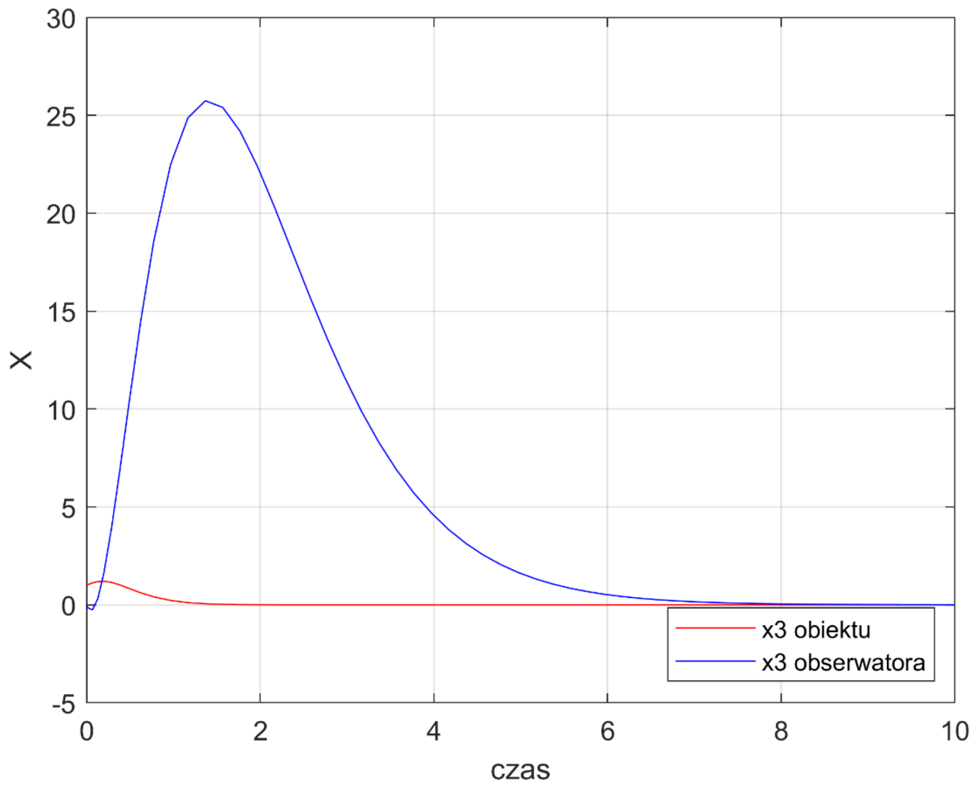
Reprezentacja graficzna:

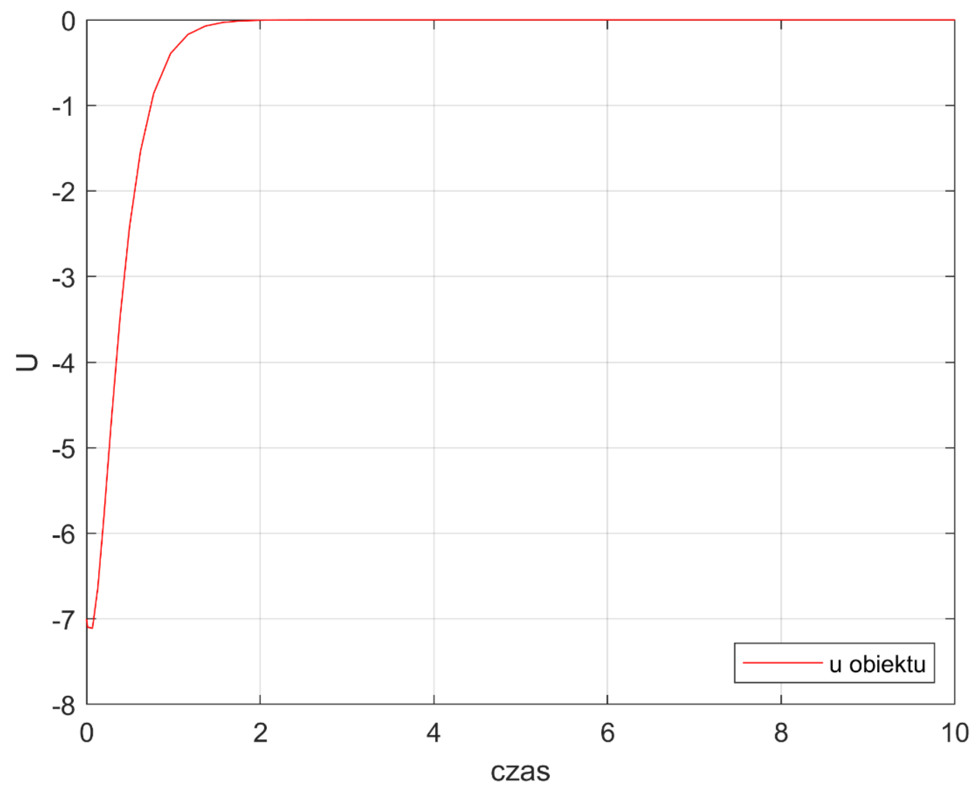


Biegun wolny $s_o = -1.5$

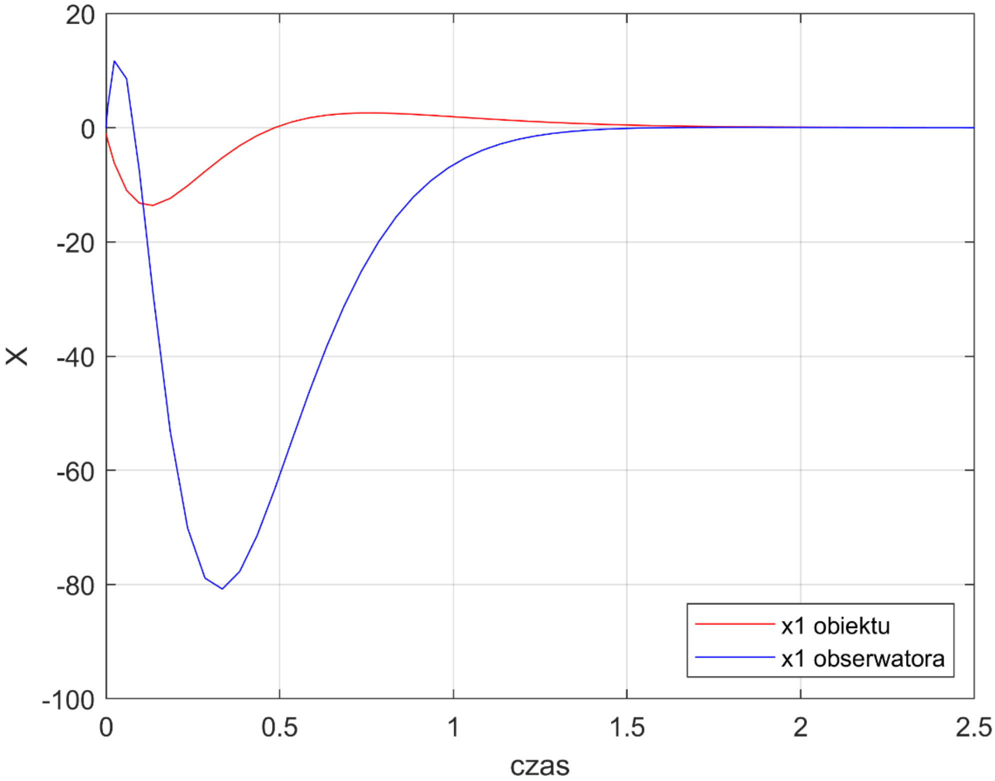




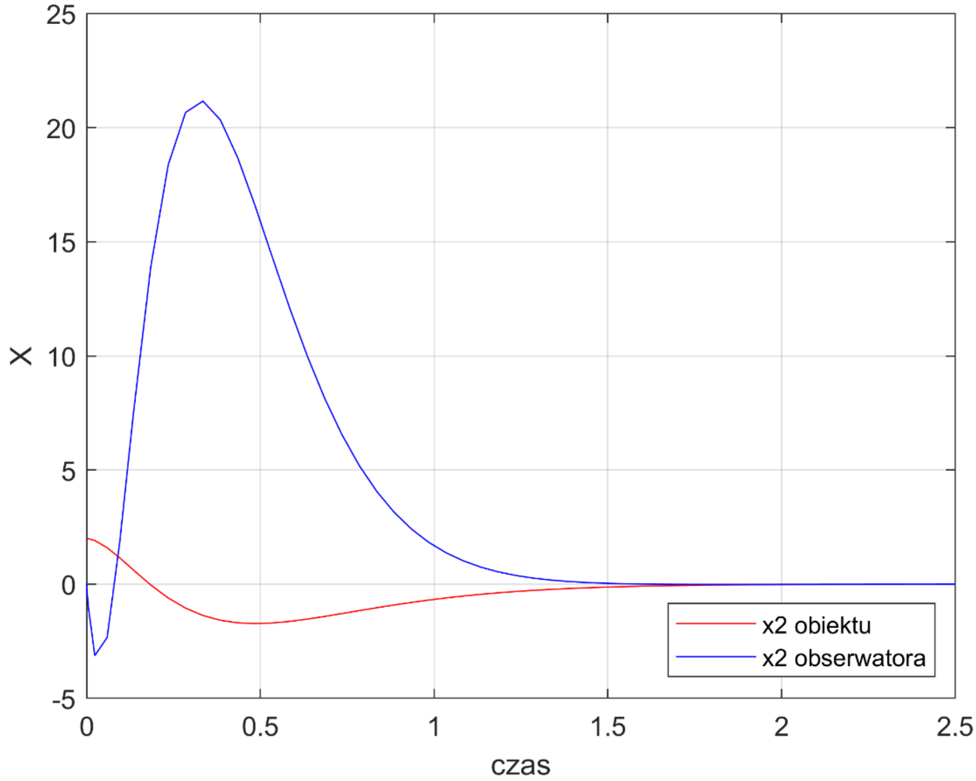




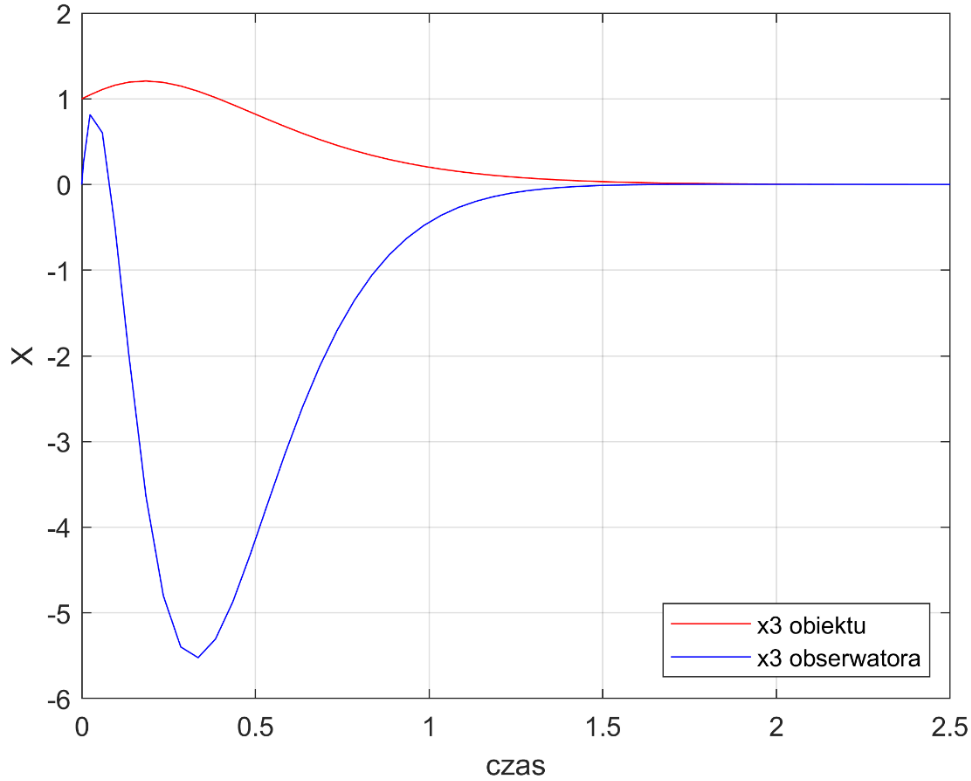
Biegun średni $s_o = -7$

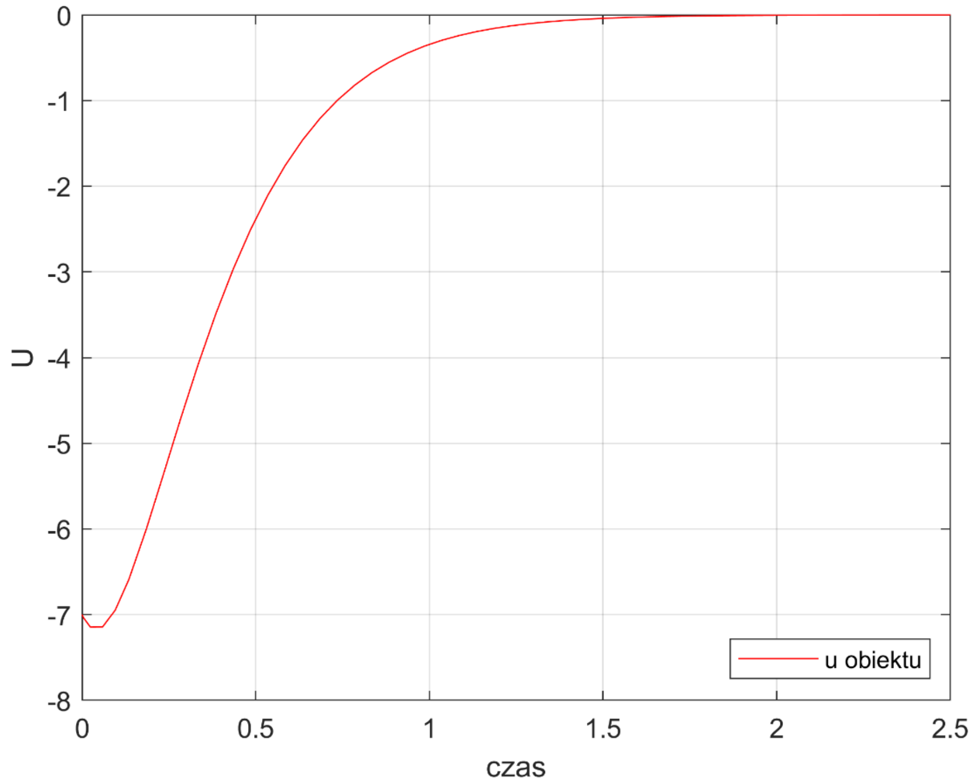


20
0
-20
-40
-60
-80
-100
0
0.5
1
1.5
2
2.5
X
czas
x1 obiektu
x1 obserwatora

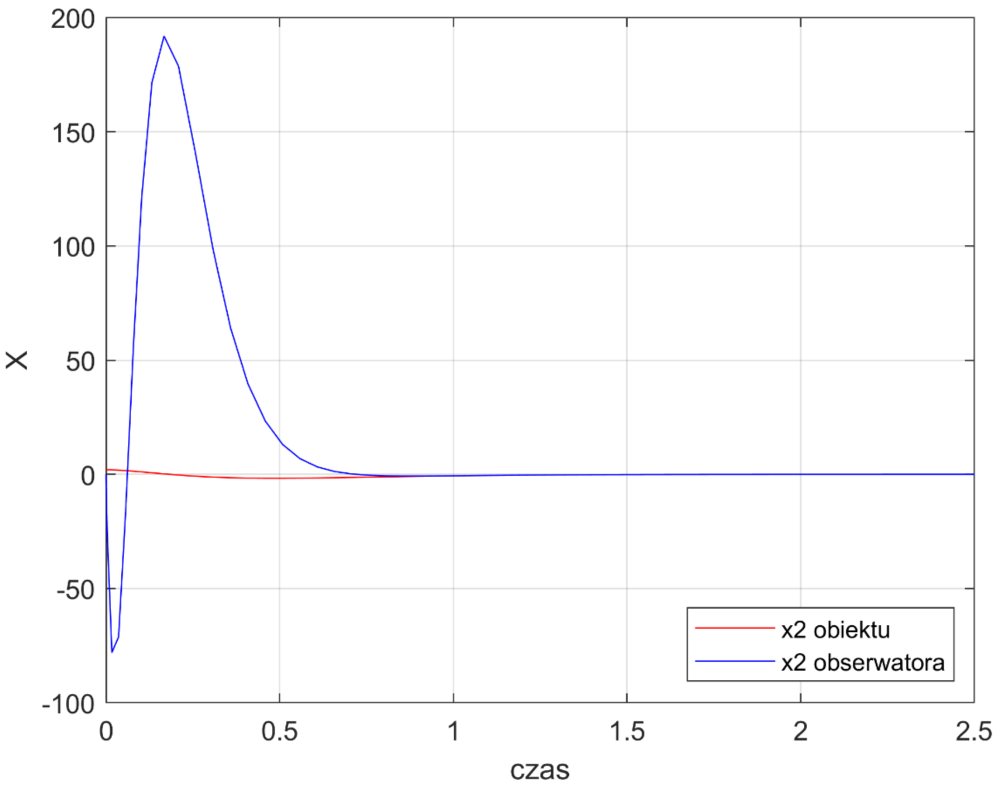


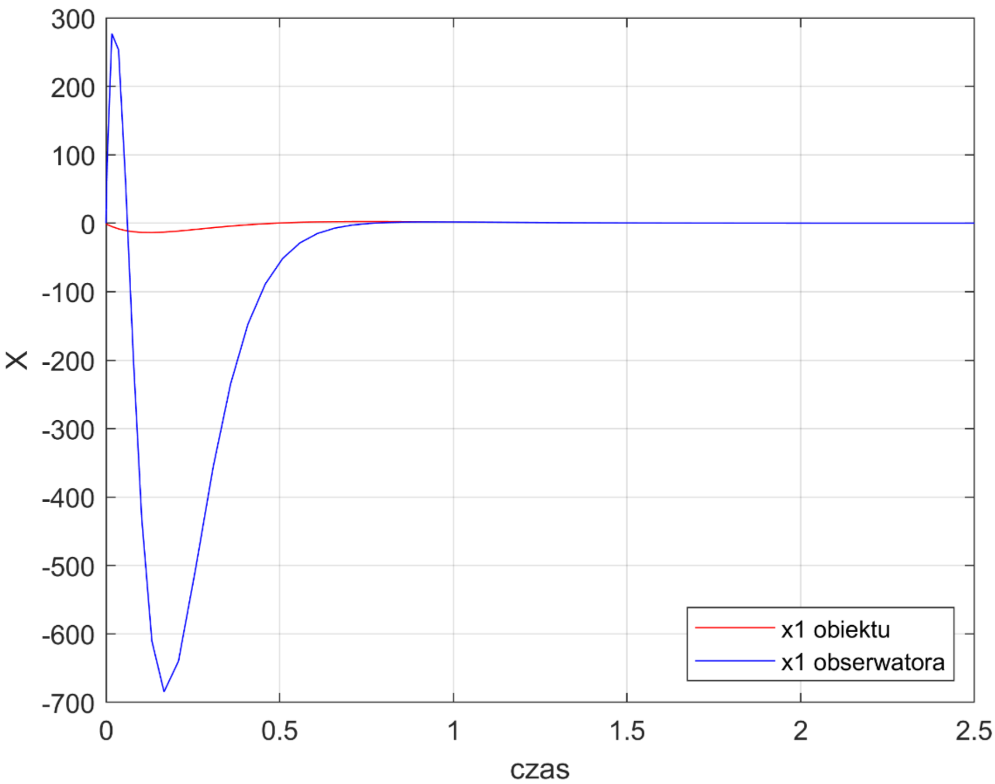
25
20
15
10
5
0
-5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
X
czas
x2 obiektu
x2 obserwatora

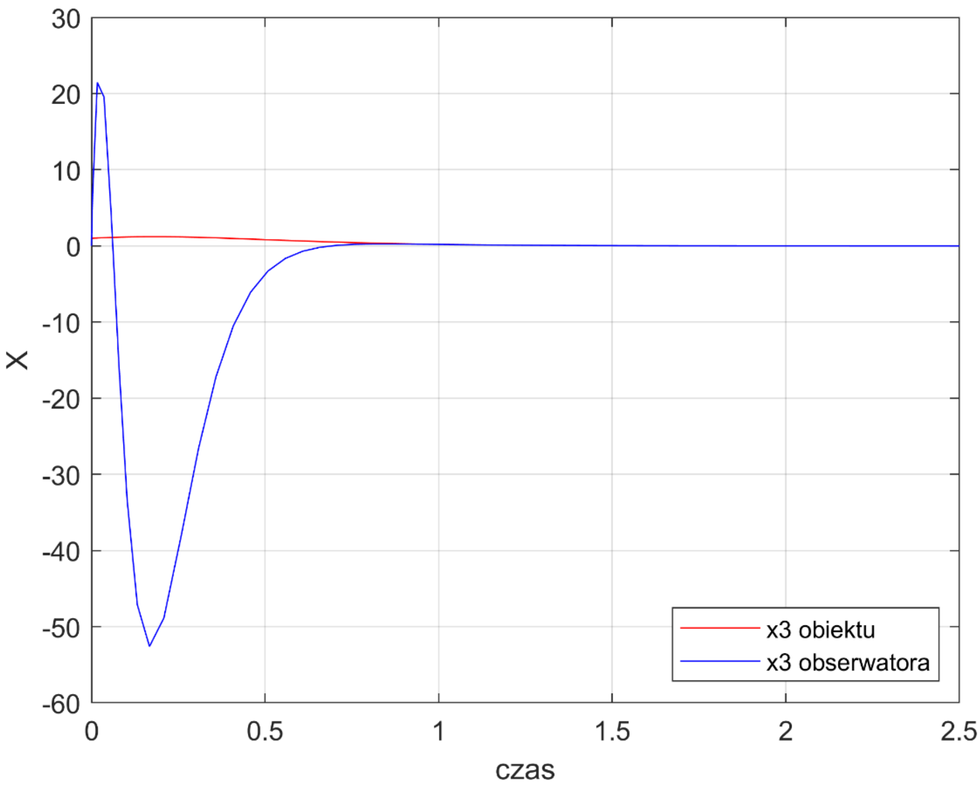


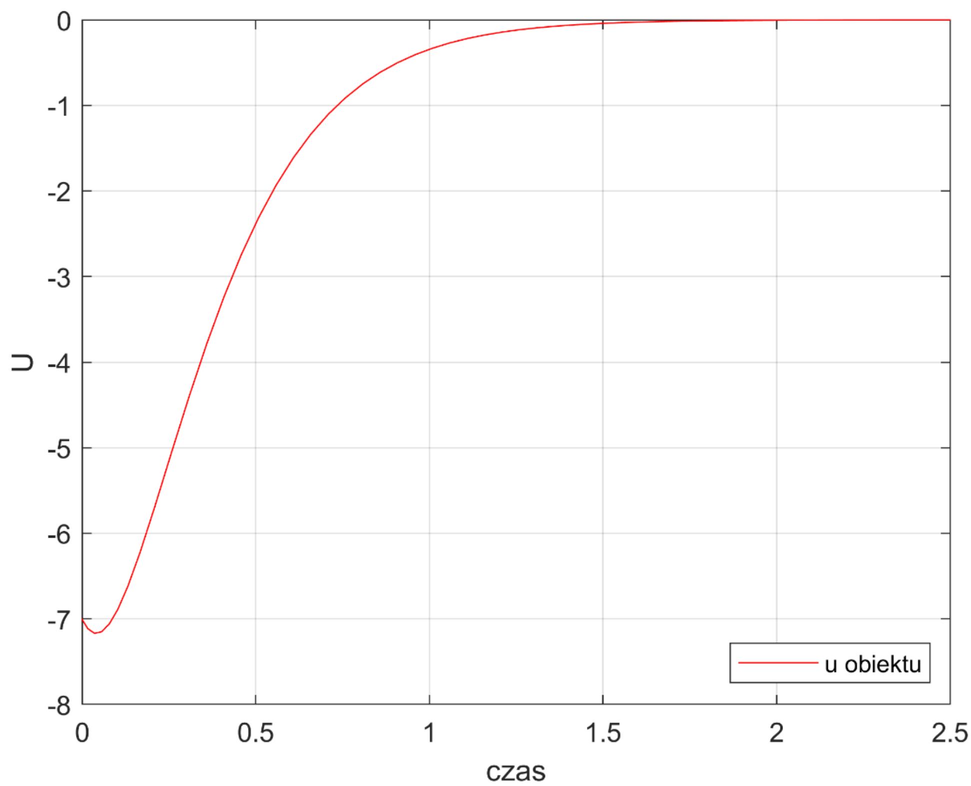


Biegun szybki $s_o = -15$


200
150
100
50
0
-50
-100
X
0
0.5
1
1.5
2
2.5
czas
x2 obiektu
x2 obserwatora

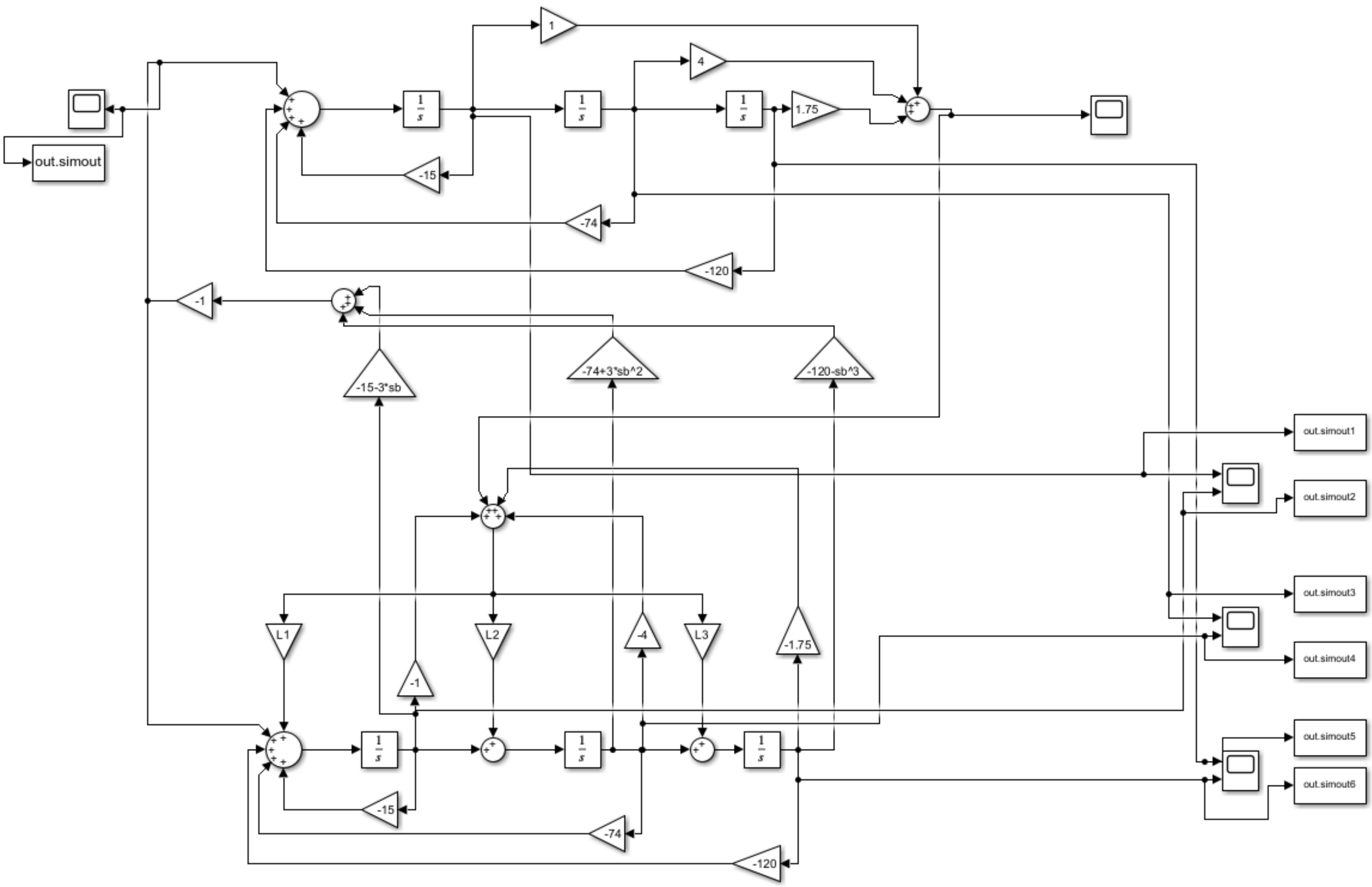

300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
-600
-700
X
0
0.5
1
1.5
2
2.5
czas
x1 obiektu
x1 obserwatora



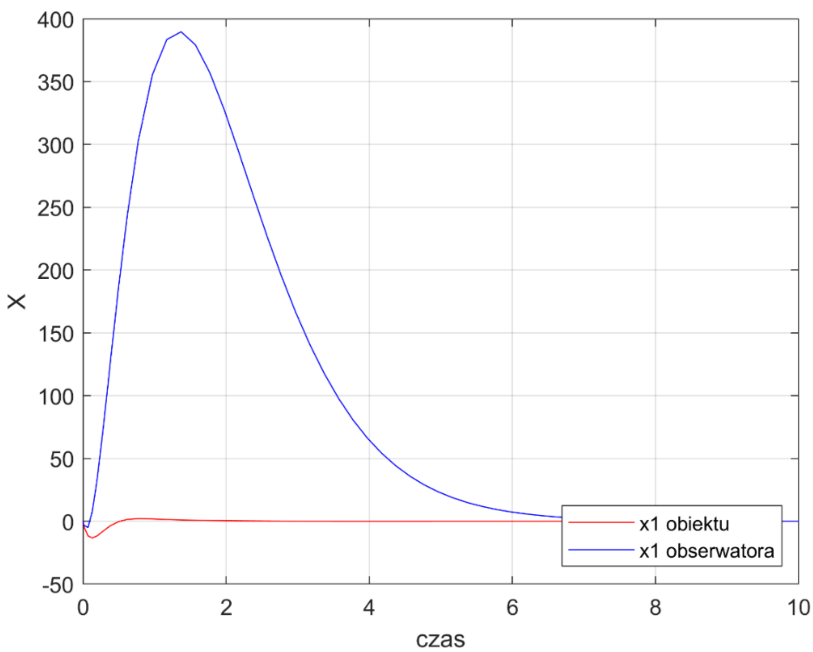


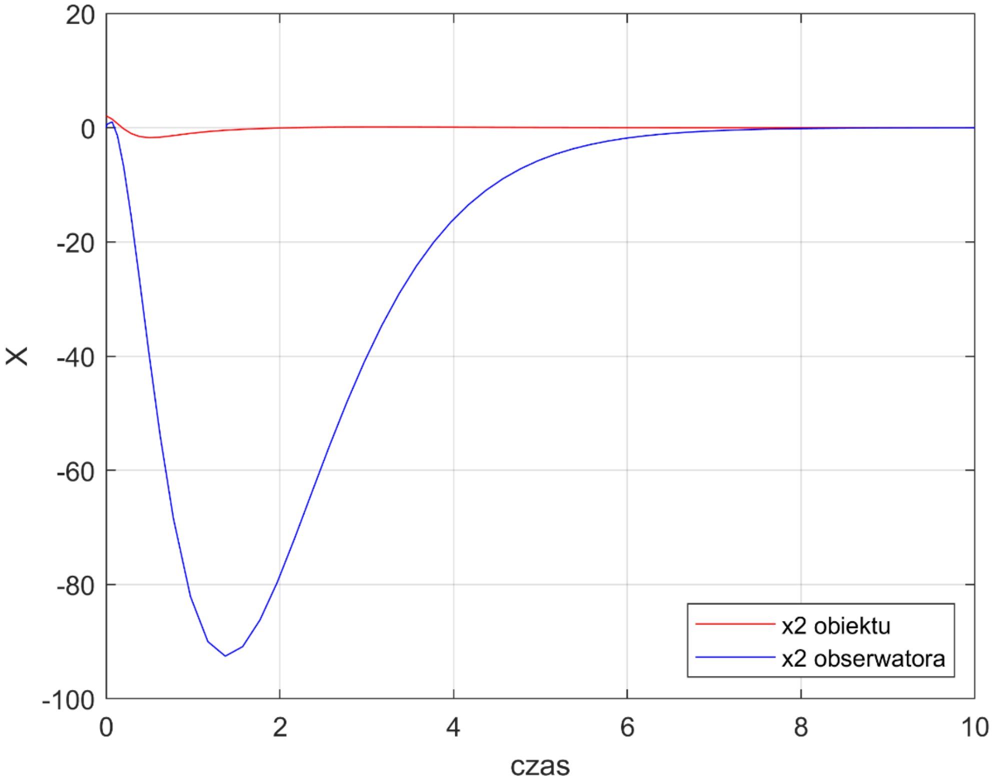
Jak widać, zależnie od bieguna, obserwator nadąża za zmianami wartości x w różnym czasie.

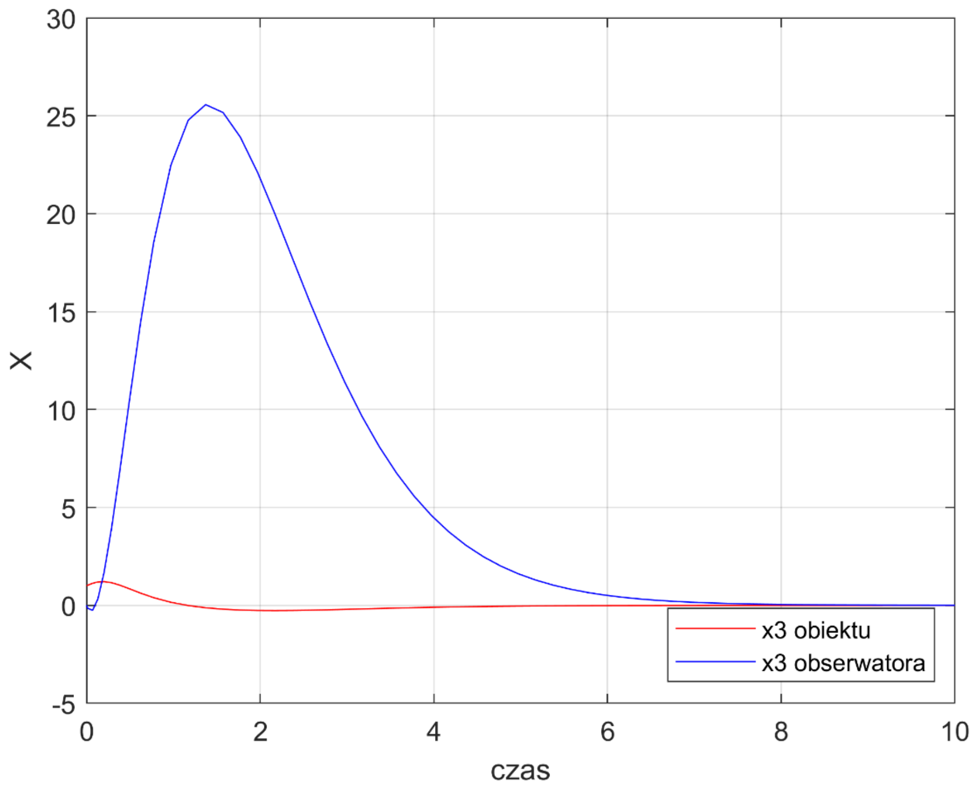
7.Działanie regulatora przy braku pomiaru zmiennych stanu

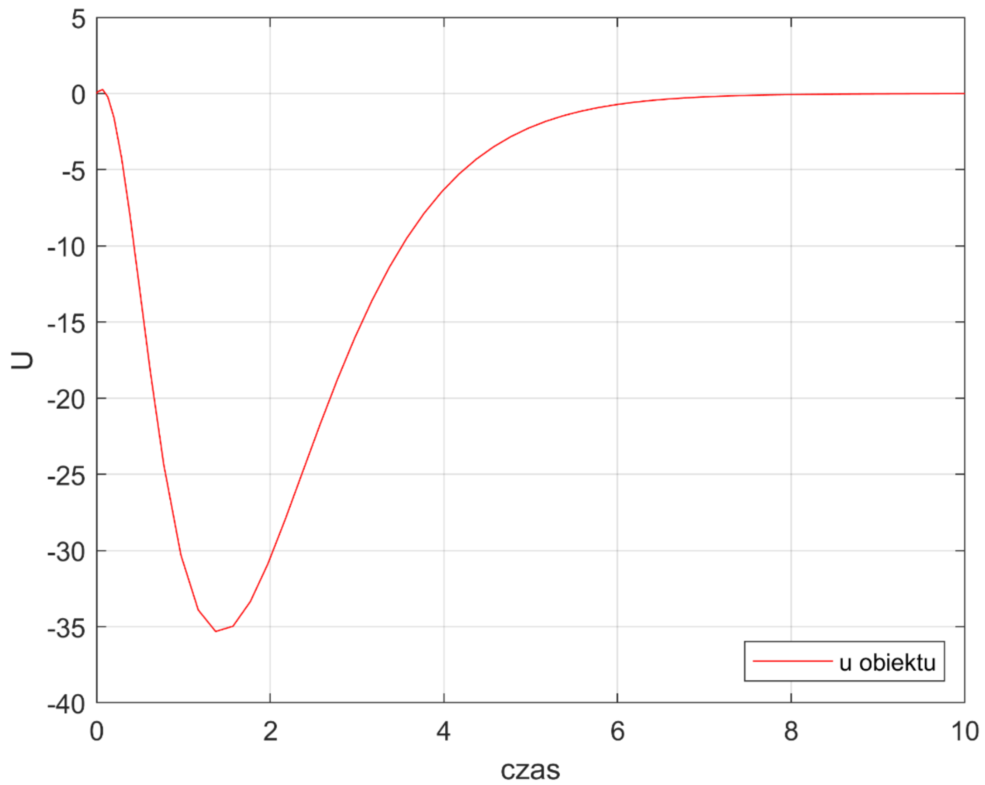


Biegun wolny $s_o = -1.5$

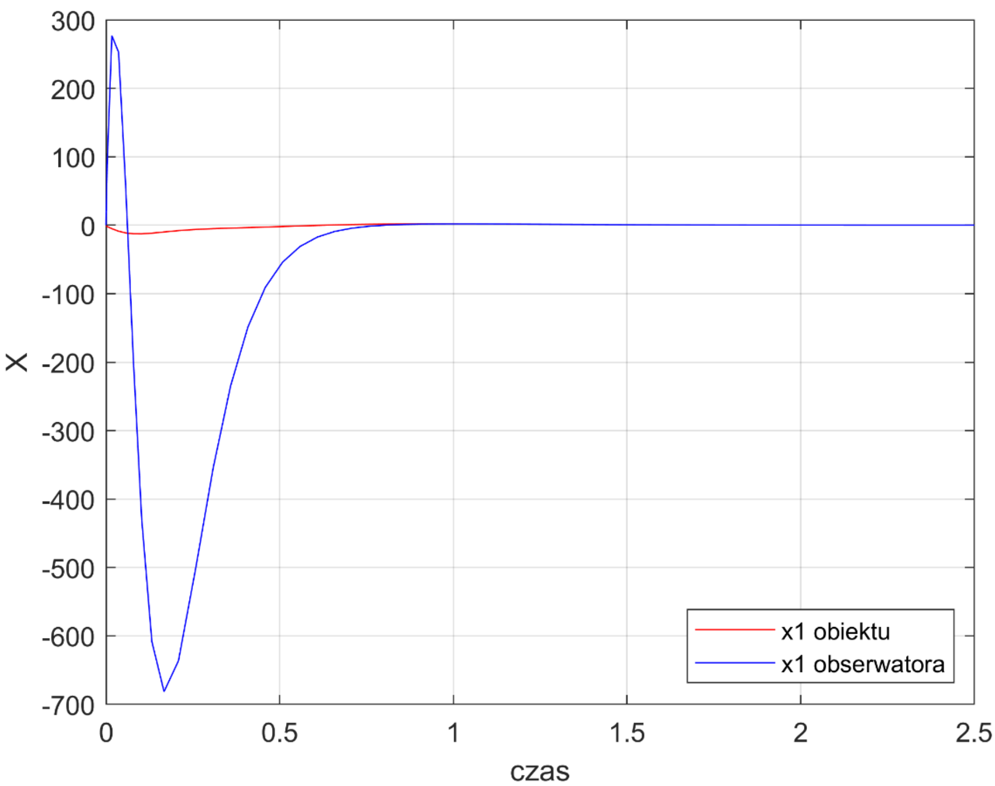


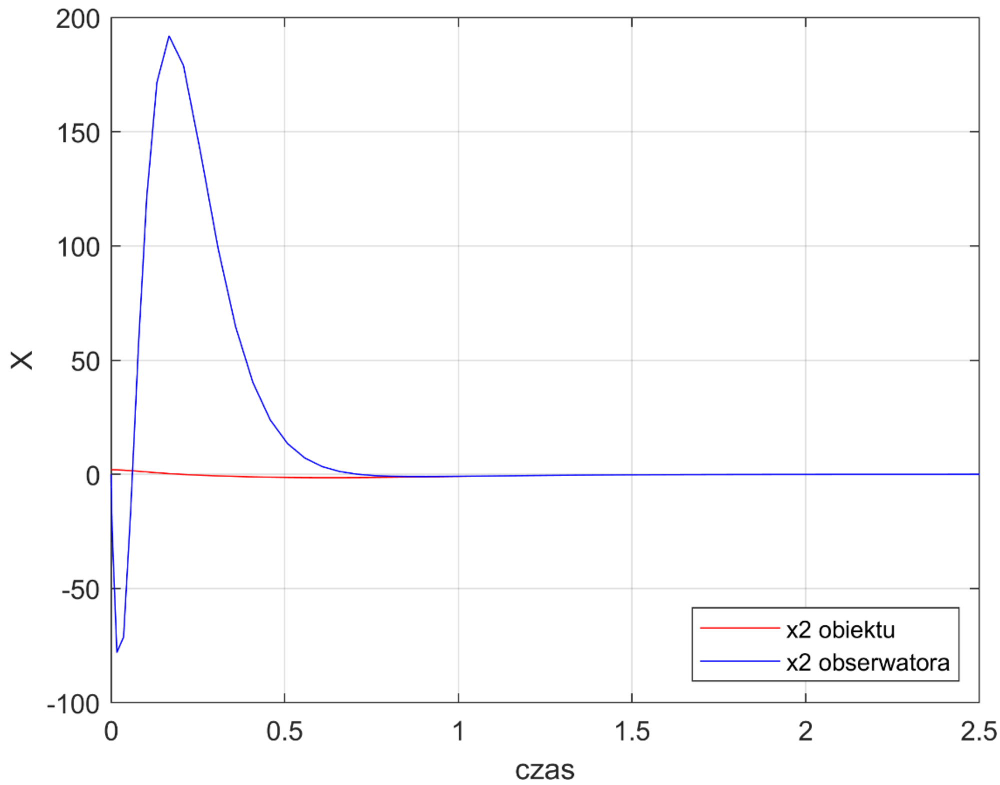

20
0
-20
-40
-60
-80
-100
X
0
2
4
6
8
10
czas
x2 obiektu
x2 obserwatora

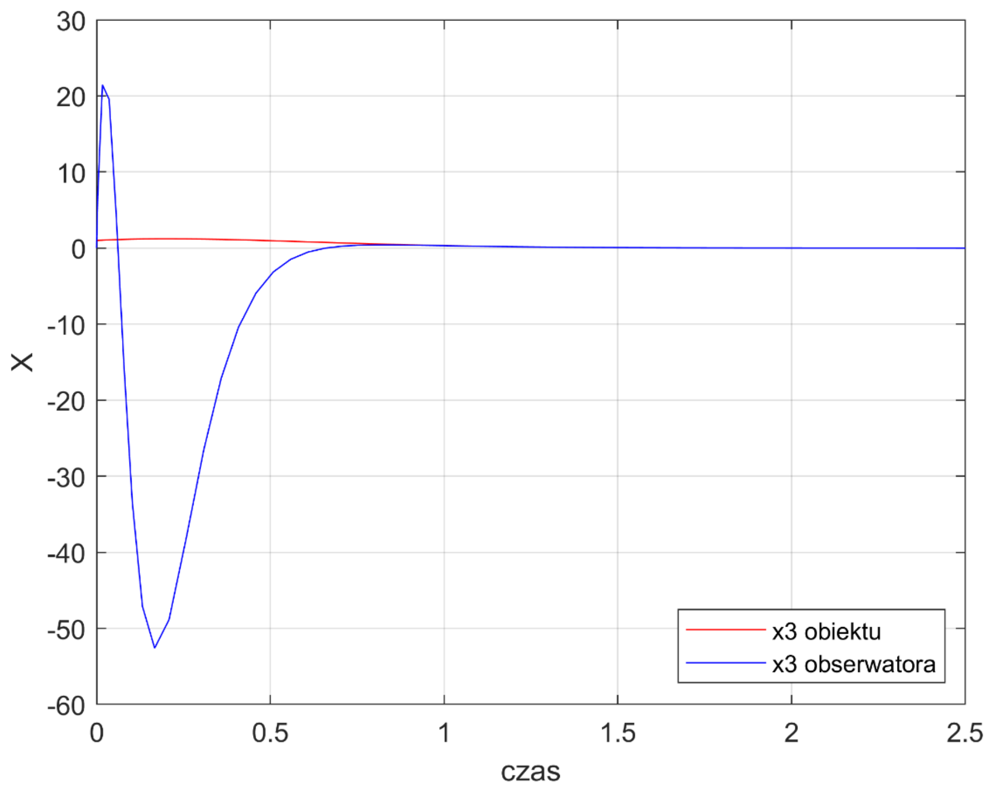

30
25
20
15
10
5
0
-5
X
0
2
4
6
8
10
czas
x3 obiektu
x3 obserwatora

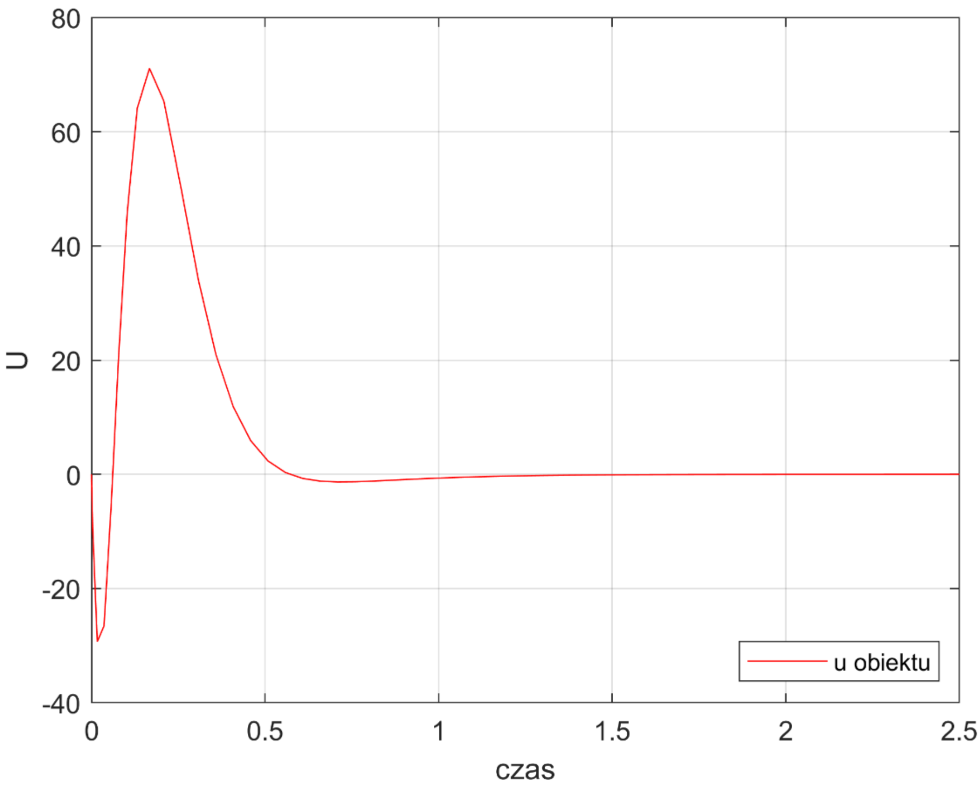


Biegun szybki $s_o = -15$




x2 obiektu
x2 obserwatora
X
czas


x3 obiektu
x3 obserwatora
X
czas



Regulator wykorzystujący stan obserwowany zadziałał wolniej niż korzystający z mierzonego stanu. Stało się tak, gdyż zmiany wartości zmiennych podawanych przez obserwator są opóźnione w stosunku do obiektu.

Zadanie dodatkowe. Regulator ze sprzężeniem od stanu i całkowaniem

Wyznaczyłem następujące macierze potrzebne do równania stany regulatora:

$$A_r = \begin{bmatrix} -15 & -74 & -120 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -1.75 & 0 \end{bmatrix}, \; B_r \; = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Elementy wektora K wzmocnienia obliczyłem komendą acker.

Równanie stanu:

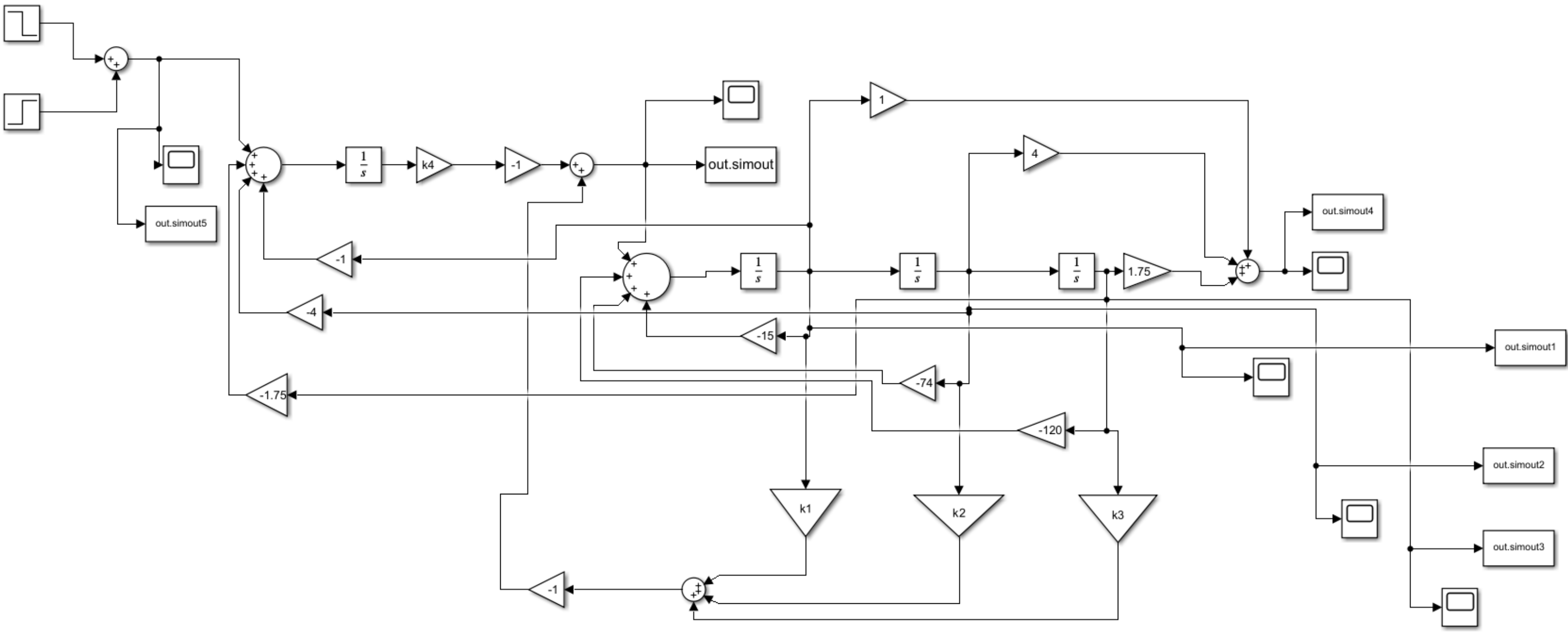
$$\dot{\mathrm{x}}_1(\mathrm{t}) = -15\mathrm{x}_1(\mathrm{t}) - 74\mathrm{x}_2(\mathrm{t}) - 120\mathrm{x}_3(\mathrm{t}) \; + \; \mathrm{u}(\mathrm{t})$$

$$\dot{\mathrm{x}}_2(\mathrm{t}) = \mathrm{x}_1(\mathrm{t})$$

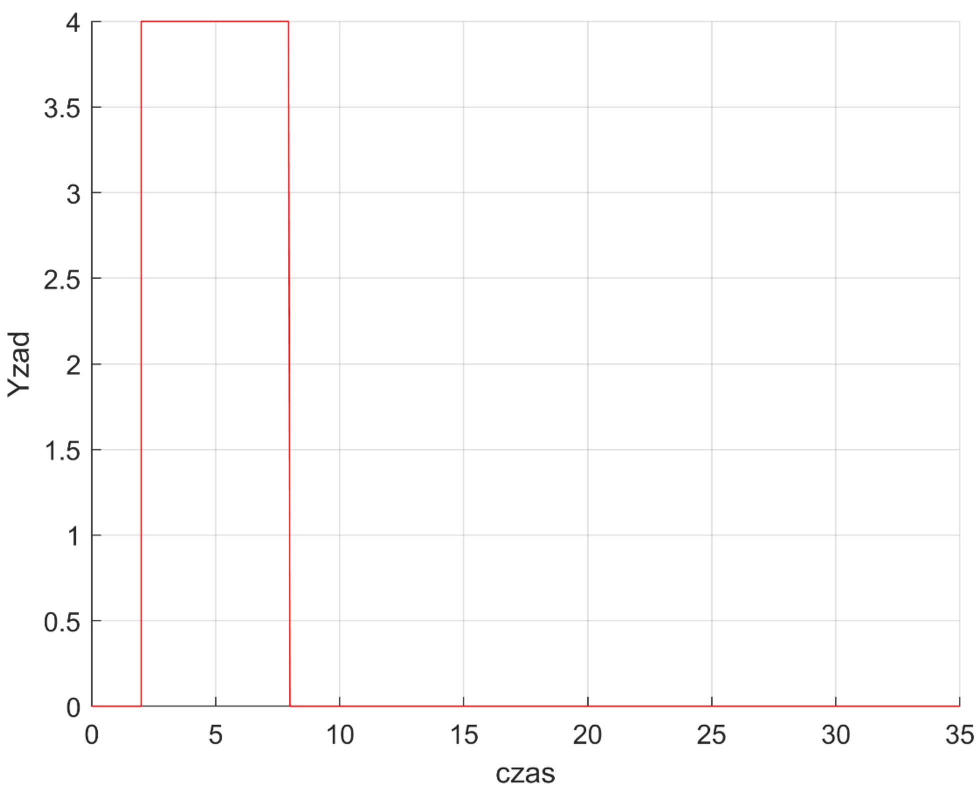
$$\dot{\mathrm{x}}_3(\mathrm{t}) = \mathrm{x}_2(\mathrm{t})$$

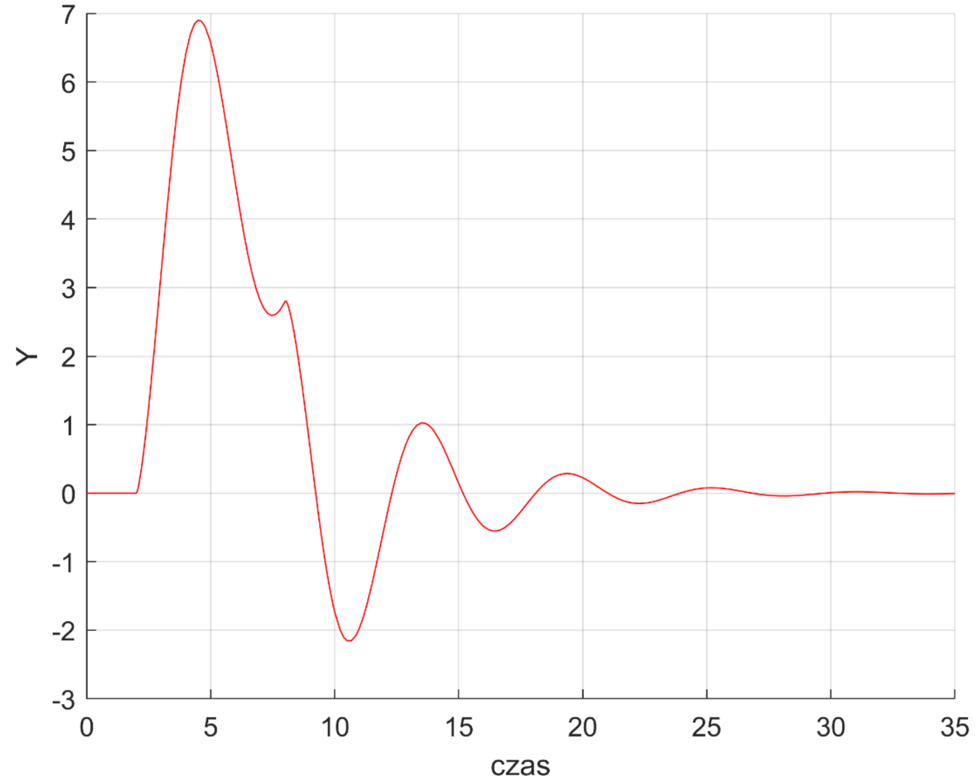
$$\dot{\mathrm{x}}_e(\mathrm{t}) = -1\mathrm{x}_1(\mathrm{t}) - 4\mathrm{x}_2(\mathrm{t}) - 1.75\mathrm{x}_3(\mathrm{t}) \; + \; y^{zad}(t)$$

Reprezentacja graficzna

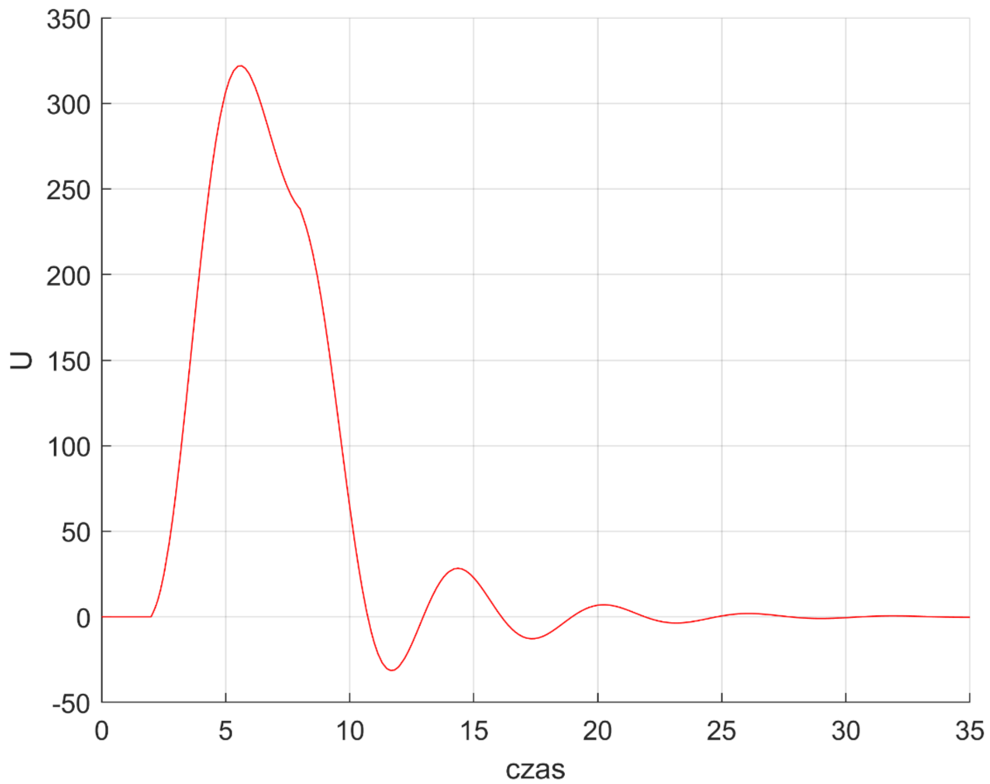


Dla $s_b = -2$

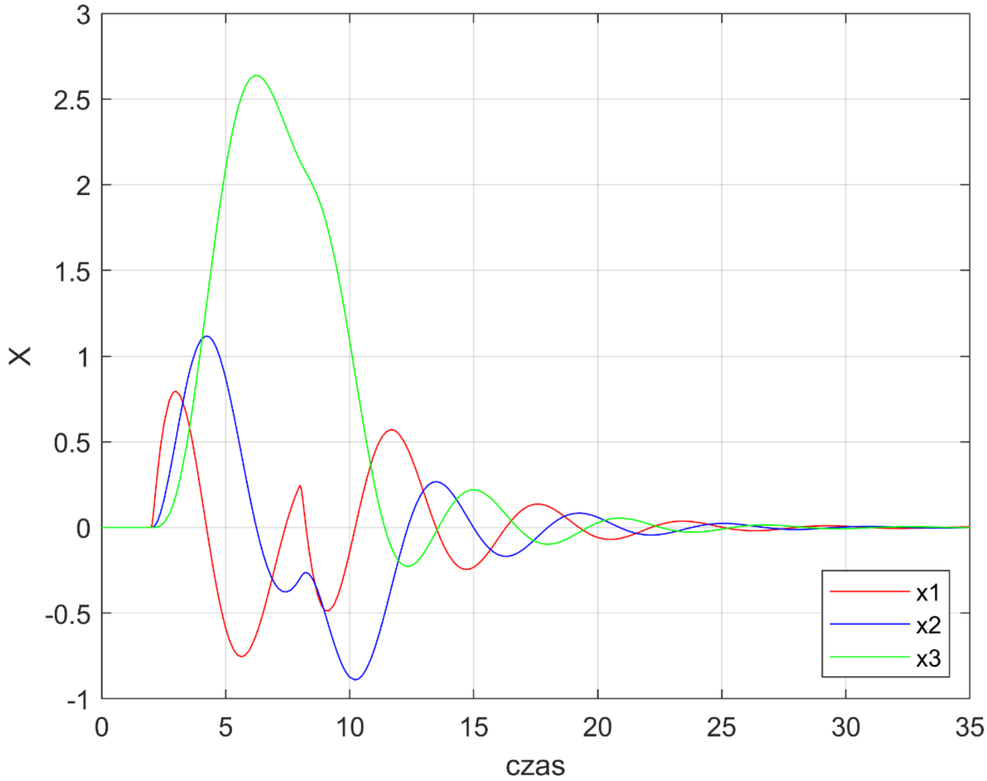




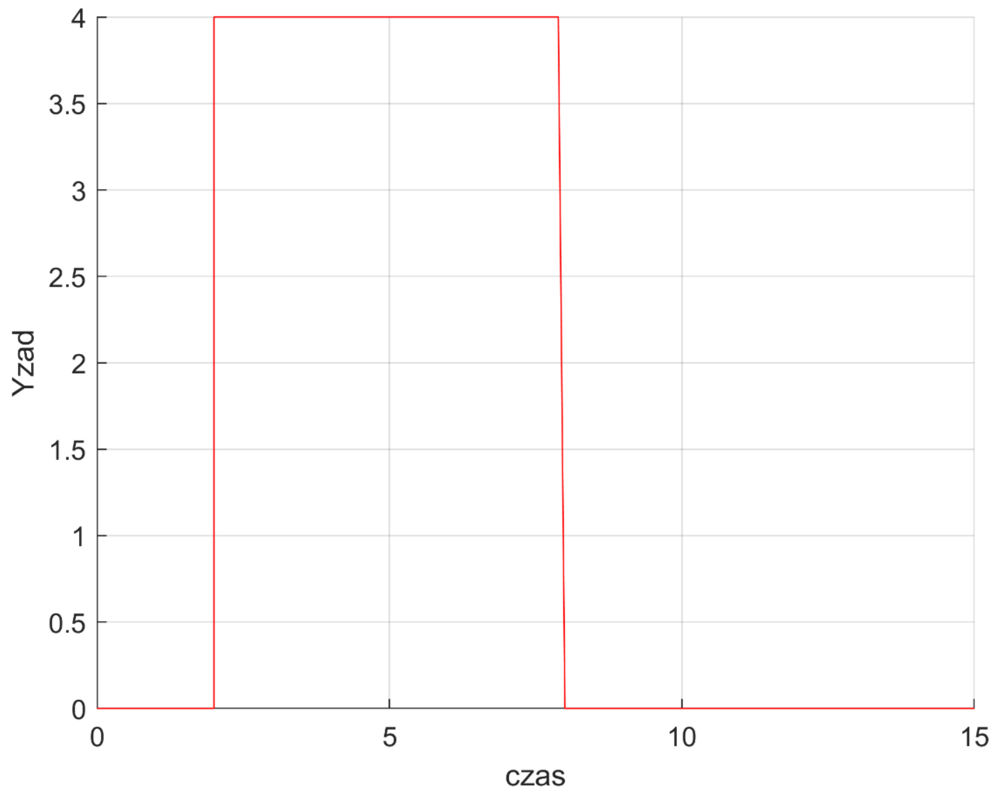
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
Y
0
5
10
15
20
25
30
35
czas

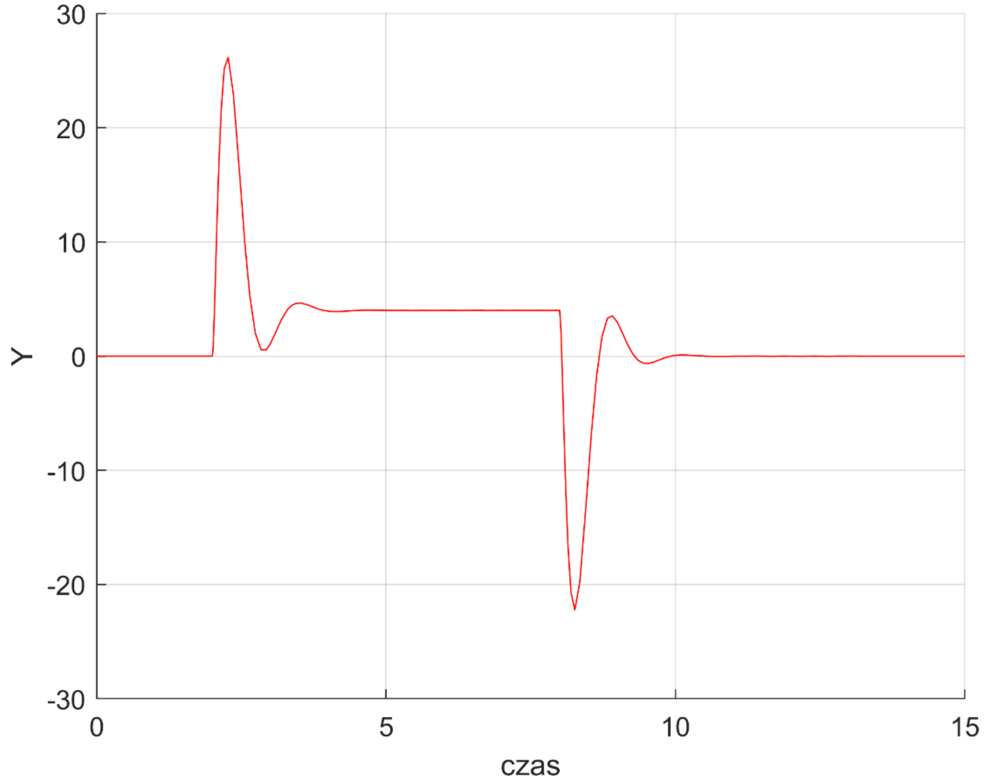


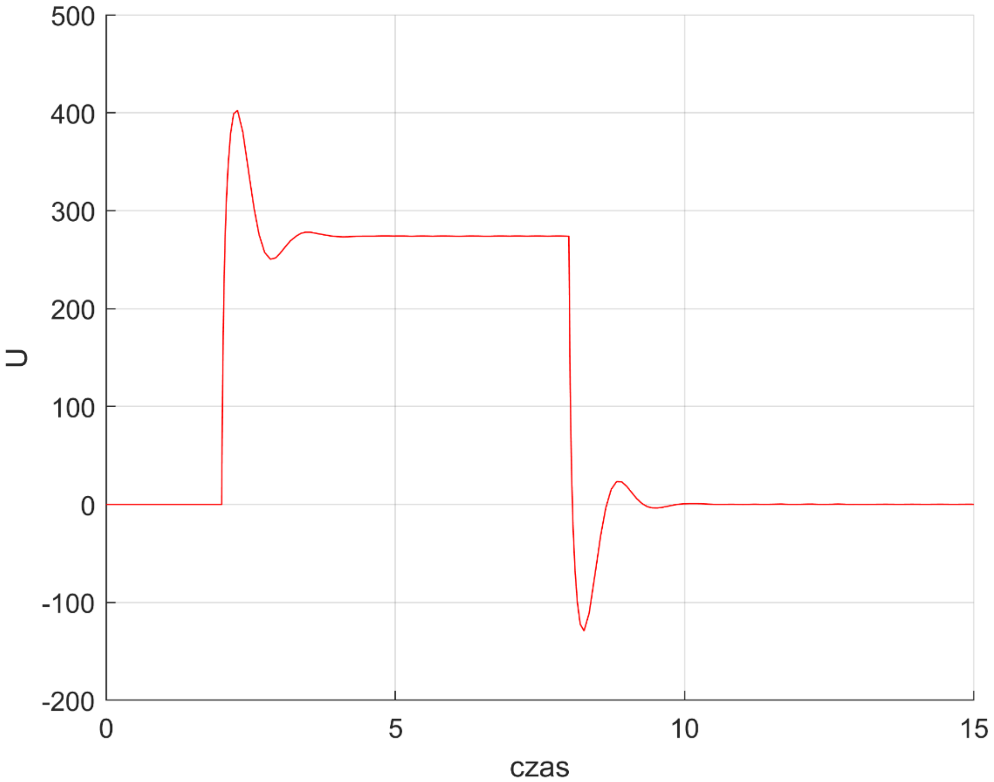
350
300
250
200
150
100
50
0
-50
U
0
5
10
15
20
25
30
35
czas

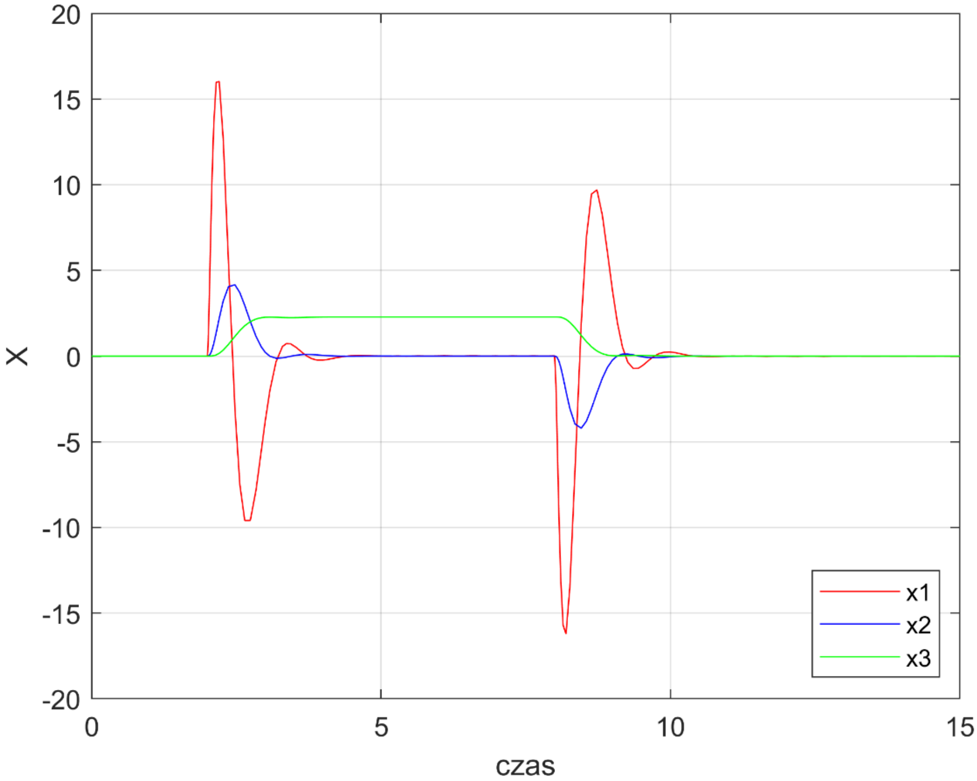

X
czas
x1
x2
x3
0
5
10
15
20
25
30
35
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3

Dla $s_b = -8$


Yzad
czas
0
5
10
15
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4

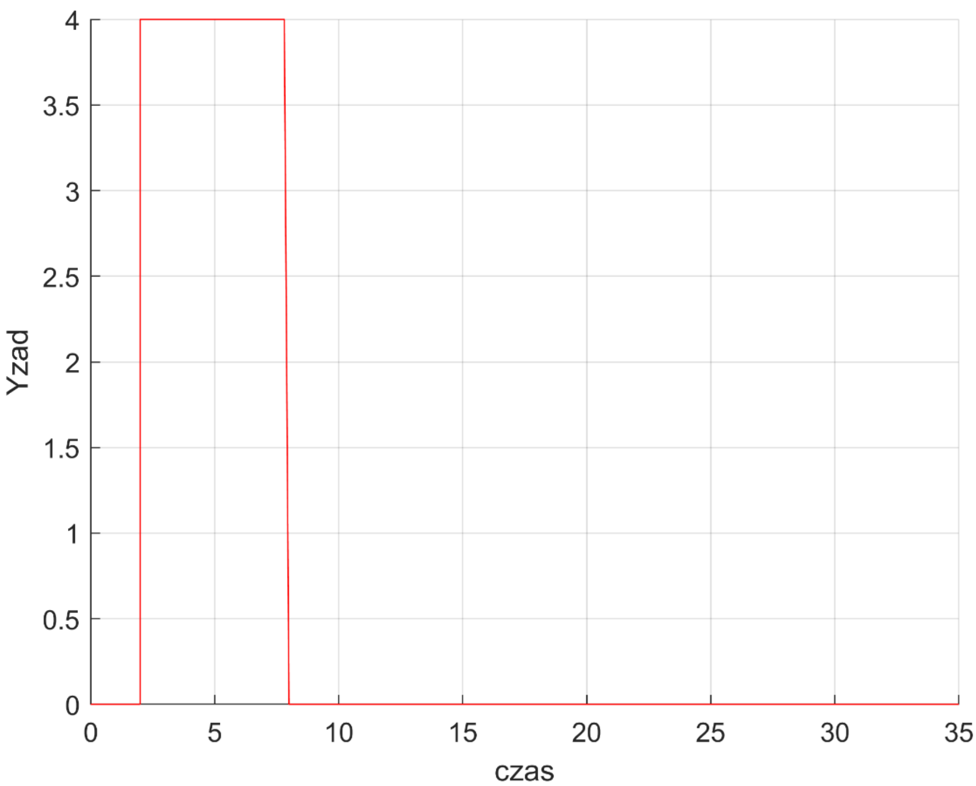

30
20
10
0
-10
-20
-30
Y
0
5
10
15
czas

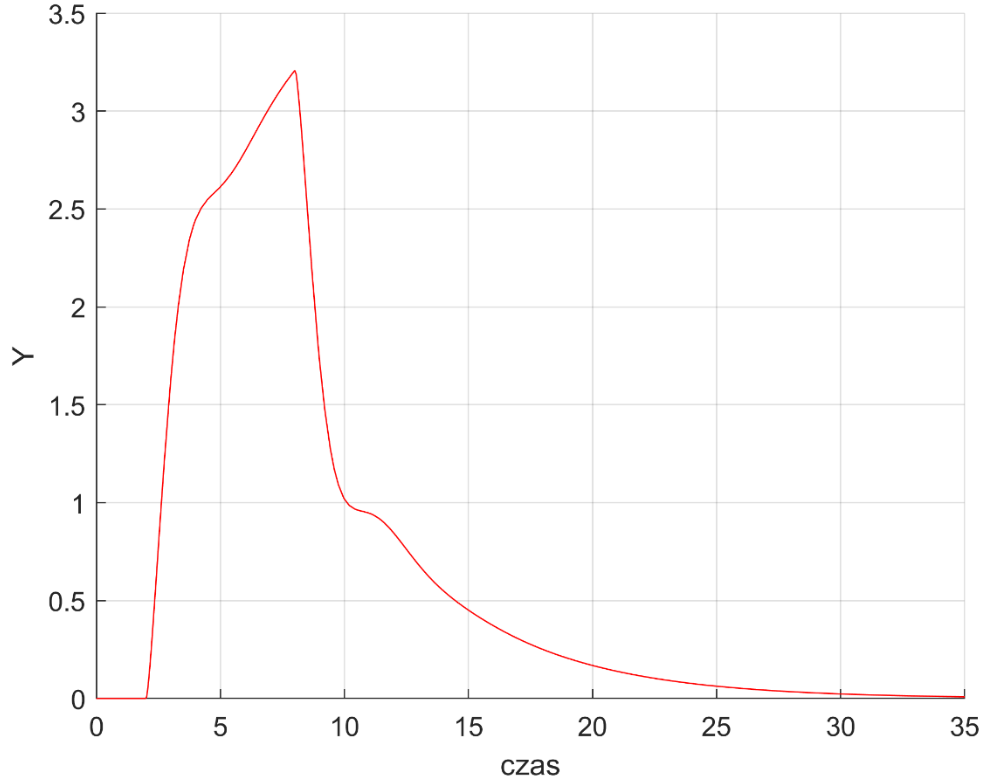

500
400
300
200
100
0
-100
-200
U
0
5
10
15
czas



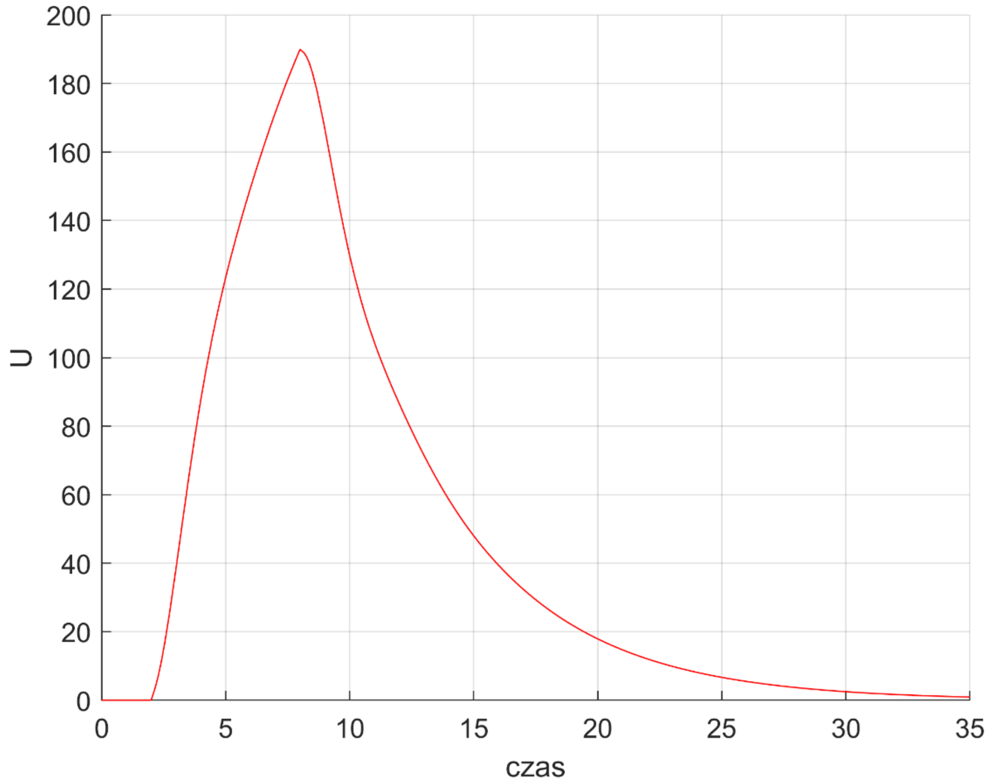
Następnie B zostało zwiększone o 50%

$Dla\ s_b = -2$

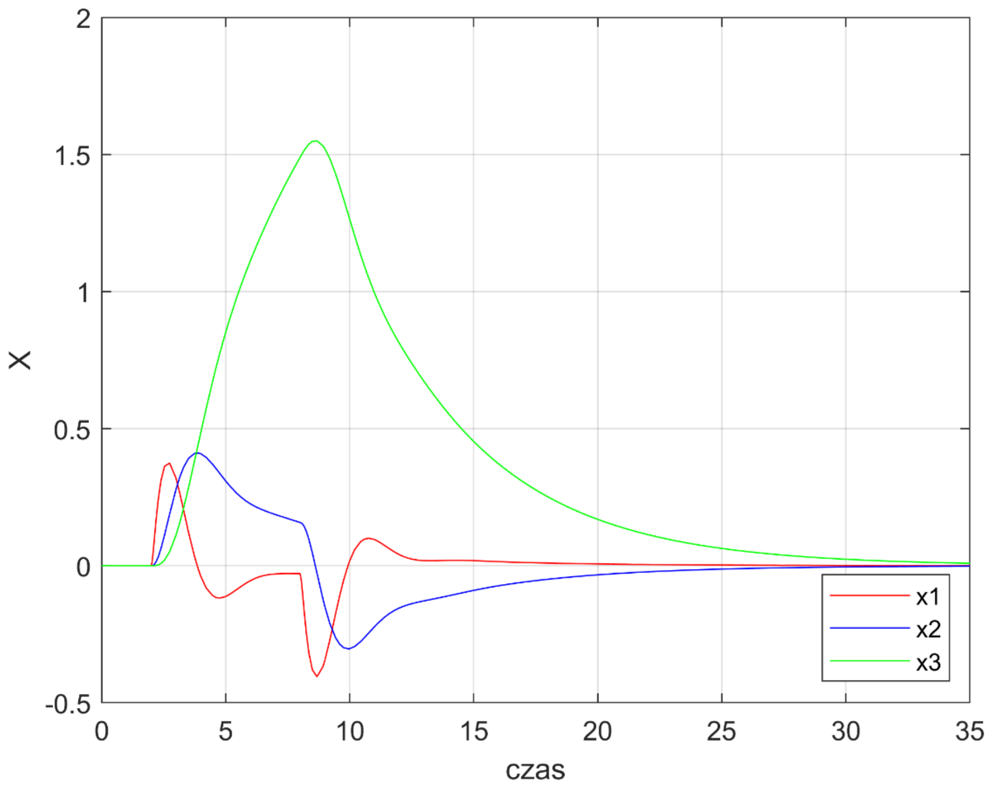




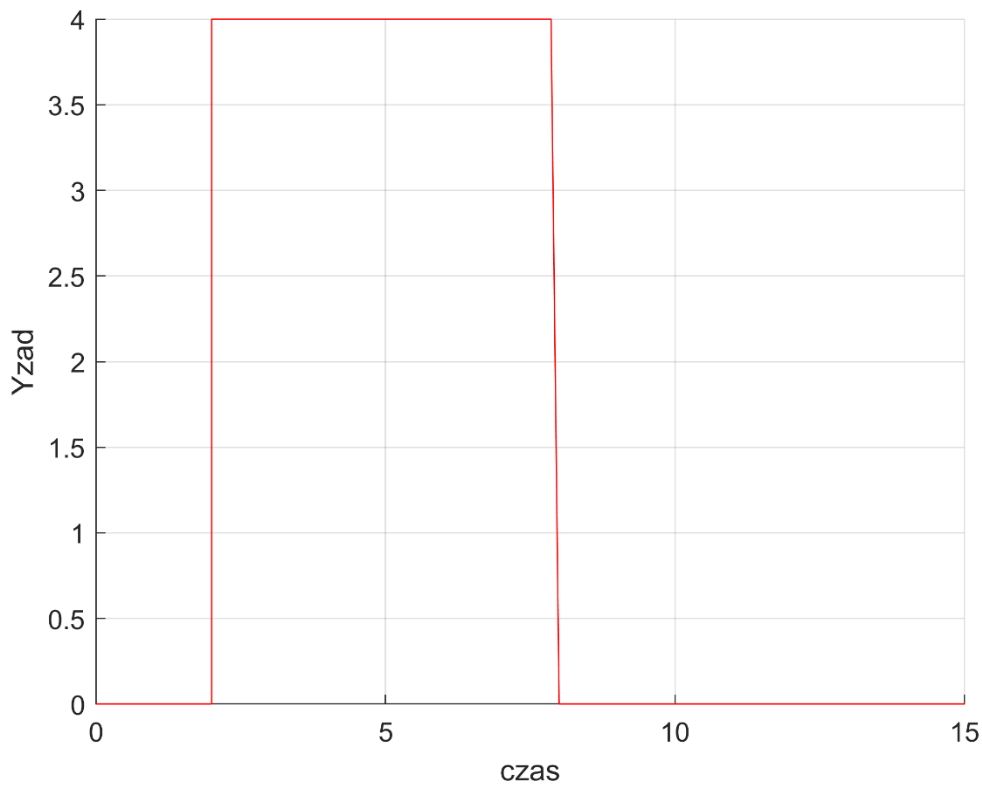
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
Y
0
5
10
15
20
25
30
35
czas

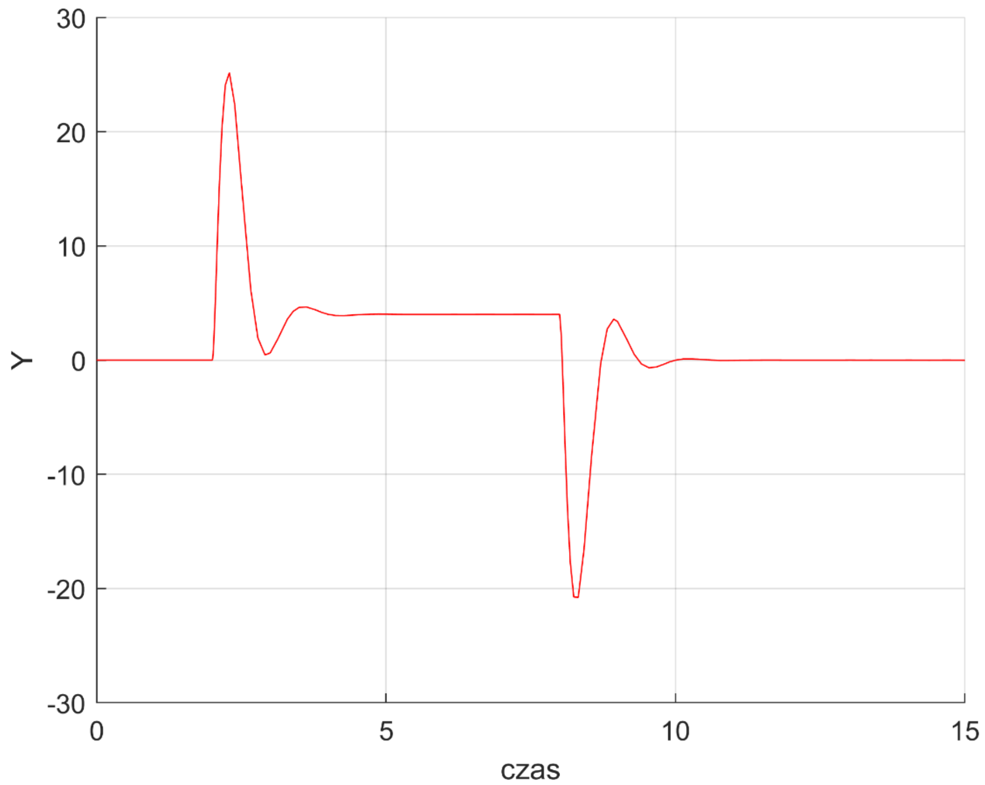


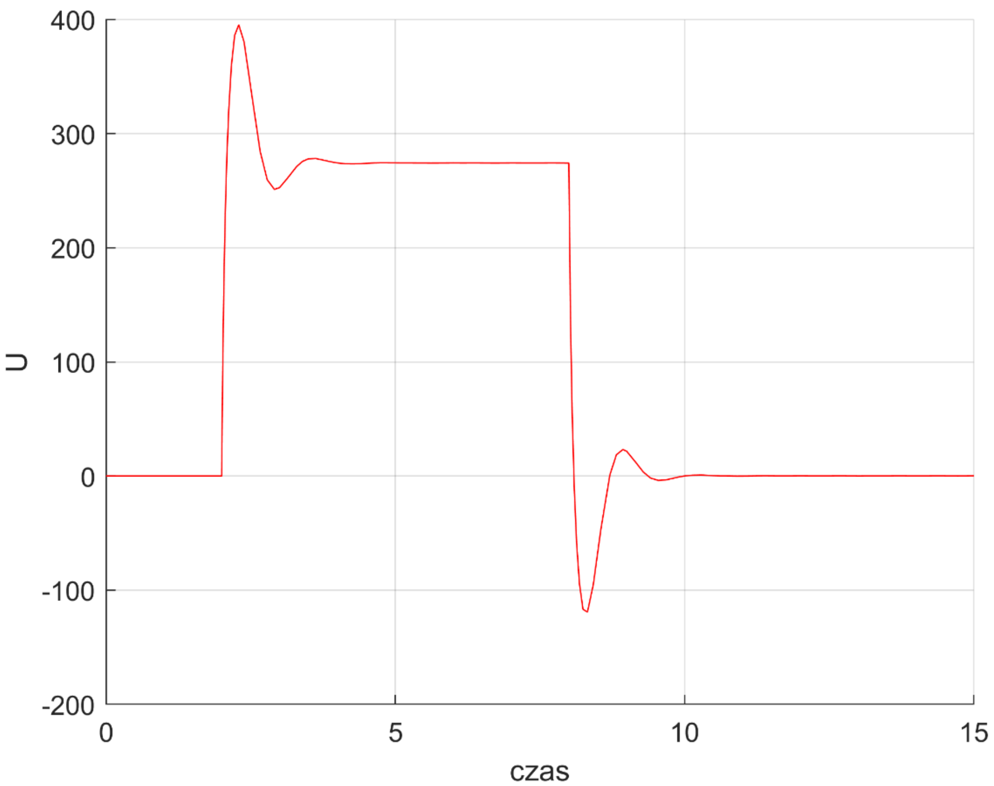
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
U
0
5
10
15
20
25
30
35
czas

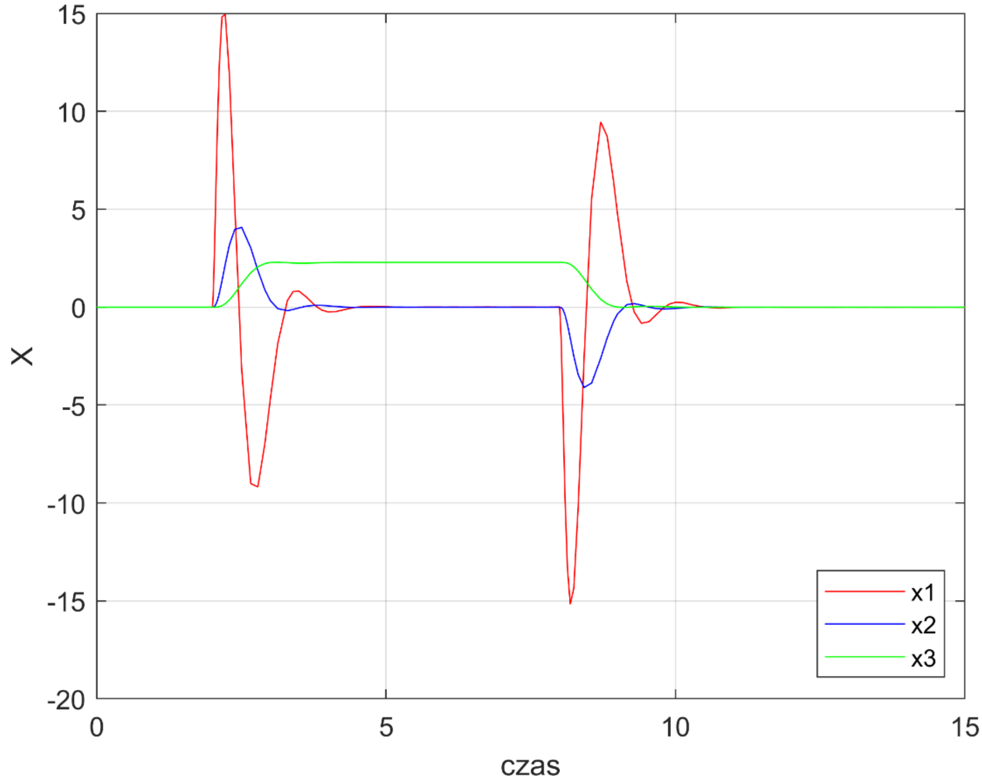


$$Dla\ s_b = -8$$




30
20
10
0
-10
-20
-30
Y
0
5
10
15
czas


400
300
200
100
0
-100
-200
U
0
5
10
15
czas



Y dość średnio nadąża za wartością zadaną. Wraz ze wzrostem wartości zadanej, Y w przeregulowany sposób skacze, aby po czasie osiągnąć oczekiwaną wartość. Biegun szybszy dynamiczniej dopasowuje się od wolnego. Zwiększenie B nie wywołało widocznej zmiany dla szybkiego bieguna. Dla wolnego natomiast uspokoiło oscylacje, stabilniej dąży do zadanej wartości.