統計：最尤原理の基礎

最尤原理とは

最尤原理「現実の標本は確率最大のものが実現した」

例:未知の確率(母数p)の推定

- $P(X=1)$がp, $P(X=0)$が$1-p$の二項分布
- $X_1=1, X_2=1, X_3=1, X_4=0, X_5=1$の標本$(n=5)$

この標本が得られる確率は, $L(p)=p^4(1-p)$

$L(p=0.2)=0.00128$

$L(p=0.8)=0.08192$

尤度関数 **尤度**

$p=0.8$の方が**尤もらしい!**

最尤法

最尤法：尤度関数$L(\theta)$を最大にするθを推定量とする(最尤推定量)

⇒ $\dfrac{dL(\theta)}{d\theta} = 0$ となる解を求める

尤度関数$\boldsymbol{L(\theta)}$：$X_1, X_2, \ldots, X_n$の同時確率分布をθの関数とみなしたもの

$$L(\theta) = f(x_1, \theta) \cdot f(x_2, \theta) \cdot \cdots \cdot f(x_n, \theta) = \prod f(x_i, \theta)$$

複数の母数$\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k$の時，$L(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k) = \prod f(x_i; \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k)$

⇒和の形にすることで数学的に扱いやすくする

対数尤度　$\log L(\theta) = \sum \log f(x_i, \theta)$ ⇒ **尤度方程式** $\dfrac{\partial}{\partial\theta} \log L(\theta) = 0$

おわり

フィードバック等お願いします.