

統計力学1 第4回練習問題

1. 確率分布に対してエントロピーの表式を $S(p) = - \int dX p(X) \ln(p(X))$ と置いた時、独立した系 1,2 の状態をそれぞれ X, Y として、同時確率分布が $p(X, Y) = p_1(X)p_2(Y)$ と書けるとする。エントロピーの相加性 $S_{12} = S_1 + S_2$ を要請した時、 $f(p)$ としてどのような関数型が許されるか導け。
2. 大きさ $L \times L \times L$ の箱に閉じ込められている質量 m の粒子のエネルギー固有値を Schrodinger 方程式より導け。(離散変数 $n_x, n_y, n_z (= 1, 2, 3, 4, \dots)$ を用いて表せ)
3. 2の結果を用いてこの粒子のエネルギー ϵ が E よりも小さいとした時の粒子の取りうる状態の数を求めよ。 $2\pi\hbar/L$ が十分小さく、 $2\pi\hbar n_\alpha/L$ を連続値としてみなしてよい。
4. 3の結果を用いて、粒子のエネルギーが E から $E + dE$ の間にある時の状態数を dE について 1 次のオーダーまでで表せ。またその結果を dE で割った状態密度 $W(E)$ を書いてみよ。
5. 同様の箱にお互いが相互作用しない粒子が N 個入っている時の、状態数・状態密度を計算せよ。(N 次元の半径 r の球の体積が $2\pi^{N/2}/N\Gamma(N/2)r^N$ と書けることを用いて良い。 Γ はガンマ関数である。(定義を知らなければ調べて書いてみよう。)) ここで N 個の粒子は互いに区別しないとして計算せよ。
6. 5の問題設定において、エントロピーを $S(E) = k_B \ln[W(E)]$ とおき、 N が十分大きいとして N の一番大きなオーダーのみ考えた時、理想気体のエネルギー E が $E = \frac{3}{2} N k_B T$ で与えられる事を示せ。