

# バイオイメーシングレポート課題（超音波イメージング、東） 2018夏

超音波撮像の原理を理解するには、手を動かして計算する必要があるが、講義中には演習時間を設けられなかったため、以下をレポート課題とする。数値計算の経験が無い人にも解けるように、webサイト上に計算用のエクセルファイルをupload、またこのファイルを作成した手順をappendixに記すので参考にすること(uploadしているファイルとこのファイル後半のインストラクション上の記述は必ずしも完全に同一ではないが、それぞれを対比することで、エクセルファイルの概要は理解できると思う)。

勿論、matlab, mathematica, Cなど親しんでいるプログラムがある人はそれを使っても良い。(難しい場合は、機械、電気、精密系など数値計算になじみのある学生もしくは、私宛([azuma@fel.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:azuma@fel.t.u-tokyo.ac.jp))に質問して下さい。) なお、回答は英語で答えても良い。

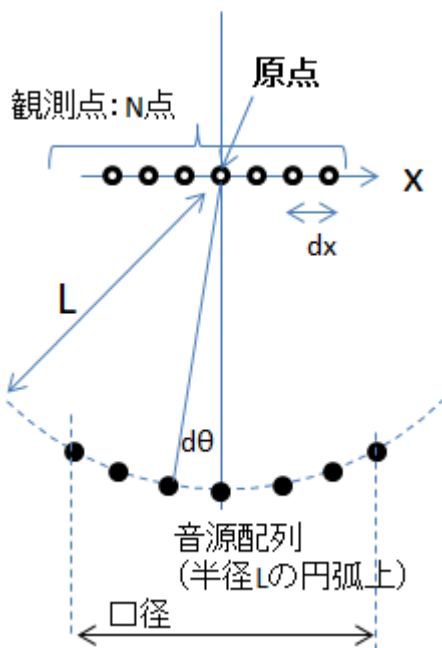
・〆切:8月10日 提出先:バイオ専攻事務室。

## 課題:ビーム計算

まず、複数の音源から放射された波面の合成により、超音波ビームを計算する手法を説明する。(簡単のため連続波の場合について考える。)

以下の検討では波を複素数:  $\cos x + j \sin x$  で表す( $j$ は虚数単位) \* (複素数で計算する理由の詳細は後述)。

- ①音源を半径 $L$ の円弧上に配列し、その円の中心を原点とする。音源から円の中心までは等距離になるので、円の中心が幾何学的な焦点位置となる。(以下、ある一つの音源の位置を $(X_s, Y_s)$ とする。
- ② $N$ 個の観測点に関して観測点番号に対応する $x$ 座標の位置を計算。
- ③一つの音源から各観測点への距離を計算。
- ④上記の求めた距離を、波長(=音速/周波数)で割り、位相を計算。波の実部( $\cos\theta$ )、虚部( $\sin\theta$ )を計算。
- ⑤異なる音源に関しても、上記の③と④のステップを計算。
- ⑥上記で計算した各音源からの波の実部と虚部それぞれの合成を行い、合成波の実部と虚部を計算。
- ⑦上記の合成波の絶対値(実部と虚部の二乗和の平方根)を計算し、ビームパターンをプロットする。



上記の $X_s, Y_s$ は、音源の角度間隔を $d\theta$ とすると、中心から $N$ 番目の音源では $X_s = L \sin((N-1)d\theta)$ ,  $Y_s = L \sin((N-1)d\theta)$

図 音源と観測点

以下、具体的な計算課題を示す。

A: 音源数2と5の場合に関して、(周波数 $f$ :3MHz、音速 $v$ :1540m/s、幾何学焦点の距離 $L$ :0.1m、観測点数 $N$ :32、観測点間距離 $dx$ :0.1mm( $=1e-4$ m)、音源間隔は $8^\circ$ )の条件にて計算を行い、ビームがどのように変化するかを、計算結果を用いながら説明せよ。(ヒント: 音源数2の場合は、エクセルのAD及びAEの列にて、実部と虚部それぞれを5成分ではなく、2成分だけ加算するようにすれば良い。)

B: 素子数が一定の場合、①間隔を広げて全体の口径(図参照)を広げた場合と、②全体の口径は狭いが間隔が密に配列した場合に、それぞれ観測面上での超音波ビームがどのようになるか議論せよ。

C: 今回の検討では、素子幅は十分に狭いものとして、また素子からの伝搬距離に応じた減衰や回折の考慮もしていない。これらの項を考慮すると、ビームはどのように変化すると考えられるか議論せよ。(グラフは示さなくとも良い)

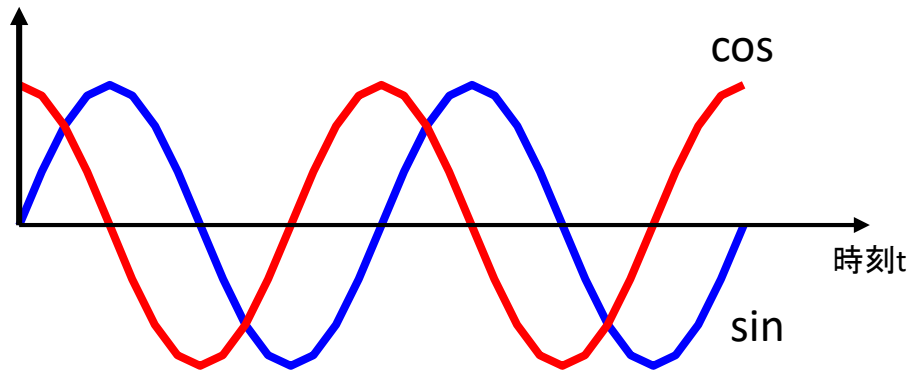
D: もし伝搬経路において、音速が部分的に不均一であった場合にどのような影響が生じるか。考えられることを議論せよ。(グラフは示さなくとも良い) (配点上、CとDを重視するので、丁寧に議論、説明をすること。)

### \* 複素数を用いて計算する理由:

ある場所における超音波の圧力変化は $A(t)\cos(\omega t + \Phi)$ のように記述できる(下図の赤線)。連続波の場合は $A(t) = A_0$ となる。これをある時刻 $t_0$ でのみ観察すると圧力が $-A_0$ から $+A_0$ の範囲で変動しており、その場に到達している超音波の時間平均エネルギーの評価をすることが出来ない。

そこで $A_0\cos(\omega t + \Phi)$ と合わせて $A_0\sin(\omega t + \Phi)$ (下図の青線)も考える。つまり、波を複素数として扱い、 $A_0\{\cos(\omega t + \Phi) + j\sin(\omega t + \Phi)\}$ と以下、表記する。このようにすると、この波に複素共役 $A_0\{\cos(\omega t + \Phi) - j\sin(\omega t + \Phi)\}$ を乗することで、 $A_0^2\{\cos^2(\omega t + \Phi) + \sin^2(\omega t + \Phi)\} = A_0^2$ となり、その場の時間平均エネルギーを計算することが可能となる。

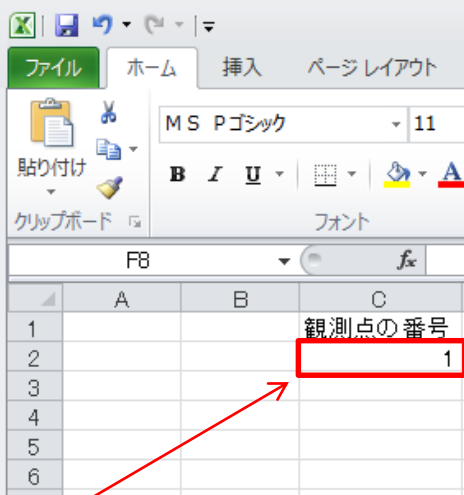
別の説明を補足すると、波を複素数で考えることにより、複素空間上のベクトル(ROから実部と虚部の直交に成分への分解)として波を扱うことが可能となる。このことにより、波の合成を行う時に、実部、虚部でそれぞれの合成を行い、最後に振幅を計算することで、位相の異なる波の合成が比較的簡単に計算できる。



## Appendix:

Excelでの計算ステップの例:

### 1. 観測点番号を配列として定義

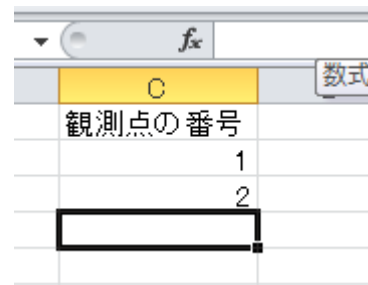


①一つのセル(例ではC列2行)に「1」を入力



②左記の①で作成したセルの一つ下のセルを選び(例ではC列3行)、ここに「=C2+1」と入力する。もしくは図中の赤丸の部分に式を入力しても良い。

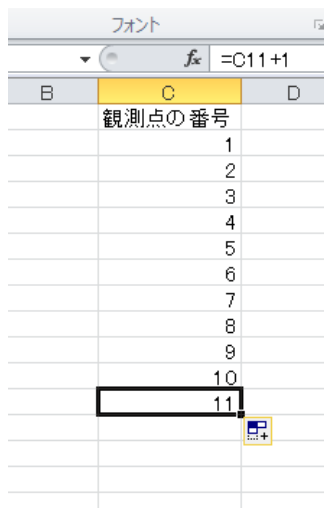
注: 上記C2は①で作成したセルに対応させる。(選択したいセルをクリックしても良い。)この状態でエンターキーを入力すると、下図のようになる



③前の②のステップで入力したセルの右下の角をマウスでつかみ、



角を掴んだまま下におろすと、



④観測点の番号が上から順に入れながら、必要な観測点の数だけセルを作る。

## 2. 観測点のx座標の計算例

	A	B	
1			観測点
2	N	32	
3	dx	2.00E-04	
4			
5			

①定数の設定： B列2(N=32)や、B列3(dx=0.2mm=2e-4m)に示すように計算で繰り返し使う定数をセルに置いておく。(A列2や、A列3は、対応するB列の説明に記述しているだけで、ここではA列とB列の間に対応関係はリンクさせていない)

	A	B	C	D
1			観測点の番号	観測点のx座標
2	N	32	1	-3.10E-03
3	dx	2.00E-04	2	
4			3	
5			4	
6			5	

②観測点のx座標の計算： 観測点番号Nに対して  $X = (N-32/2-0.5) \times dx$  を図中のセルD列2行目のように  $=(C2-B2/2-0.5)*B3$  と入力する。  
このままセルの右下角をマウスでつかんで下に引っ張ると観測点の番号(C列)に応じて、x座標(D列)の値が連動して計算される。

	A	B	C	D
1			観測点の番号	観測点のx座標
2	N	32	1	-3.10E-03
3	dx	2.00E-04	2	-2.90E-03
4			3	-2.70E-03
5			4	-2.50E-03
6			5	-2.30E-03
7			6	-2.10E-03
8			7	-1.90E-03
9			8	-1.70E-03
10			9	-1.50E-03

③しかし、同時に観測点数(N=32)と、観測点間の距離(dx=0.2mm)が格納されたセル番号も変化してしまう。そこで連動させたくない変数はB2を\$B\$2のように変更する。(同様にB3も\$B\$3)その上でセルD2の右下角を掴んで、下に引っ張れば、観測点の番号が入ったC列の値だけが連動して変化して、D列の計算が出来る。

## 2. 観測点と、音源間の距離、位相、実部、虚部の計算例

3	N	32
4	Freq	3.00E+06
5	dx	1.00E-04
6	v	1540
7	lambda	5.13E-04
8	L	1.00E-02
9	dtheta	8.00E+00
10		
11		
12		
13		
14		
15	S1x	1.39E-03
16	S1y	9.90E-03
17	S2x	-1.39E-03
18	S2y	9.90E-03

①他の定数、周波数、音速、波長、幾何学焦点の距離、音源間隔などを設定し、音源の位置座標を計算する。

(例えば、このように音源のx座標=B8\*SIN(B9/180\*3.1415)、y座標=B8\*COS(B9/180\*3.1415)のように計算。円周率πはPI()としても良い。

②音源と観測点の座標が計算されたら、二点(x1,y1)と(x2,y2)間の距離  $\sqrt{(x1-x2)^2+(y1-y2)^2}$  を計算(E列)、波長で割って位相θを求め

(F3=E3/\$B\$7\*2\*3.1415)、実部(G3=cos(F3))、虚部(H2=sin(F3))を計算して、これまでと同様にそれぞれのセルの右下を掴んで下に引っ張れば、観測点ごとの、音源1からの波の実部、虚部が計算できる。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1						音源1		
2			観測点の番号	観測点のx座標	音源と観測点の距離	位相	実部	虚部
3	N	32	1	-1.55E-03	0.010330386	1.26E+02	0.710971	0.703221
4	Freq	3.00E+06	2	-1.45E-03	0.010302355	1.26E+02	0.906099	0.423065
5	dx	1.00E-04	3	-1.35E-03	0.010275221	1.26E+02	0.994523	0.104518
6	v	1540	4	-1.25E-03	0.010248992	1.25E+02	0.976689	-0.21466
7	lambda	5.13E-04	5	-1.15E-03	0.010223673	1.25E+02	0.864699	-0.50229
8	L	1.00E-02	6	-1.05E-03	0.010199271	1.25E+02	0.678618	-0.73449
9	dtheta	8.00E+00	7	-9.50E-04	0.010175794	1.25E+02	0.442622	-0.89671
10			8	-8.50E-04	0.010153248	1.24E+02	0.181541	-0.98338
11			9	-7.50E-04	0.010131638	1.24E+02	-0.08185	-0.99664
12			10	-6.50E-04	0.010110972	1.24E+02	-0.32868	-0.94444
13			11	-5.50E-04	0.010091254	1.24E+02	-0.54488	-0.83851
14			12	-4.50E-04	0.01007249	1.23E+02	-0.72147	-0.69245
15	S1x	1.39E-03	13	-3.50E-04	0.010054686	1.23E+02	-0.85411	-0.52009
16	S1y	9.90E-03	14	-2.50E-04	0.010037847	1.23E+02	-0.94247	-0.33428
17	S2x	-1.39E-03	15	-1.50E-04	0.010021977	1.23E+02	-0.98927	-0.14607
18	S2y	9.90E-03	16	-5.00E-05	0.010007081	1.22E+02	-0.99936	0.035719
19			17	5.00E-05	0.009993164	1.22E+02	-0.97884	0.204617

③音源一つ毎に、E,F,G,H列の計算をしたのと、同様の操作を行う。

3. 波の合成の計算例

fx =G3+L3											
F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
音源1				音源2				波の合成			
位相	実部	虚部		音源と観測点の距離	位相	実部	虚部	実部	虚部	絶対値	
1.26E+02	0.710971	0.703221		0.009903945	1.21E+02	-0.26932	0.96305	0.441648	1.666271	1.723807	
1.26E+02	0.906099	0.423065		0.009902852	1.21E+02	-0.25641	0.966567	0.649686	1.389632	1.534004	
1.26E+02	0.994523	0.104518		0.009902769	1.21E+02	-0.25543	0.966829	0.739098	1.071347	1.301557	

①各音源からの波の合成は、実部、虚部それぞれに関して、図のO(O3=G3+L3)、P列(P3=H3+M3)のように計算し、絶対値(実部と虚部の二乗の和の平方根)を計算する。

最後にQ列、観測点番号1~32までをプロットすると、ビーム計算が完成する。