Cálculo Numérico - Lista de Exercícios 01

1) Converta os seguintes números para a base indicada:

$45.5625_{(10)}$	$=$	$--_{(2)}$	$1383_{(10)}$	$=$	$--_{(2)}$
$245.75_{(10)}$	$=$	$--_{(2)}$	$0.83984375_{(10)}$	$=$	$--_{(2)}$
$45.5625_{(10)}$	$=$	$--_{(4)}$	$1011.101_{(2)}$	$=$	$--_{(10)}$
$12340_{(5)}$	$=$	$--_{(10)}$	$1023.21_{(4)}$	$=$	$--_{(10)}$

2) Seja um sistema de aritmética de ponto flutuante de 4 dígitos significativos, base decimal e arredondamento. Dados os números

$$x = 0.4593 \times 10^{1} \qquad z = 0.3216 \times 10^{-3}$$
$$y = 0.4273 \times 10^{-3} \qquad \bar{z} = 0.3215 \times 10^{-3},$$

calcule

$$A = (x + y) + z \qquad C = y - xz$$
$$B = x + (y + z) \qquad \overline{C} = y - x\bar{z}.$$

Calcule o erro relativo entre z e $\bar{z}$ e entre C e $\overline{C}$.
Obs: A diferença entre A e B mostra que a aritmética de ponto flutuante não é associativa.
3) O sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 0.003x_1 + 30x_2 = 5.001 \\ 1x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases}$$

tem solução exata $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{1}{6}$. Calcule a solução do sistema acima, usando escalonamento com 5 dígitos significativos, e
a) sem inverter a ordem das equações
b) invertendo a ordem das equações
Compare os resultados com a solução exata. Como voce explica esses resultados?
4) Podemos calcular as raízes x_1 e x_2 da equação $ax^2 + bx + c = 0$ usando as fórmulas

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

mas quando e $|b^2| >> |4ac|$ podemos ter perda de dígitos significativo no cálculo de uma das raízes. Como alternativa podemos calcular o valor desta raiz através do valor da outra usando o fato de que $x_1 x_2 = c/a$. Calcule as raízes das equações

$$a) \quad x^2 - 100.22x + 1.2371 = 0 \qquad e \qquad b) \quad x^2 + 111.11x + 1.2121 = 0$$

através das duas alternativas usando 5 dígitos significativos. Compare e explique os resultados.
5) Calcule **aproximações** para o valor de $sen(1.4)$ usando os primeiros termos da série

$$sen(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots,$$

Ex:
aproximação 1: $sen(1.4) \sim 1.4 = 1.4$
aproximação 2: $sen(1.4) \sim 1.4 - \frac{(1.4)^3}{3!} =$
aproximação 3: $sen(1.4) \sim 1.4 - \frac{(1.4)^3}{3!} + \frac{(1.4)^5}{5!} =$
Execute as contas com 6 dígitos significativos e arredondamento. Pare de calcular as aproximações quando o erro relativo entre duas aproximações sucessivas for menor do que 0.01.