

# **Laboratorio Interdisciplinare II Seminario di Fondamenti di Automatica**

## **Controllo di un Elicottero Quadrirotore**

**Marilena Vendittelli**

Dipartimento di Informatica e Sistemistica “A. Ruberti”  
Università di Roma “La Sapienza”

Roma, 26 gennaio 2011

- Introduzione
- Descrizione del nostro prototipo
- Modellistica
- Problemi di controllo
- Modelli per il controllo
- Esempi di controllori



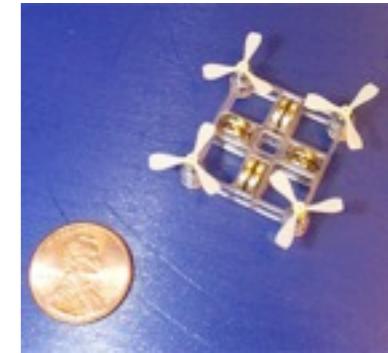
Hummingbird Ascending Technologies GmbH



CEA Quadrotor



DraganFlyer X4 Draganfly Innovations Inc.



Mesicopter Stanford University

## applicazioni

- monitoraggio ambientale
- esplorazione
- comunicazione
- interventi in ambienti ostili

attività che richiedono capacità di  
**volo verticale, stazionario, lento**

un quadrirotore **autonomo** è

- molto manovrabile
- capace di decollare, atterrare e orbitare in aree molto ridotte



microdrones GmbH



STARMAC Stanford University

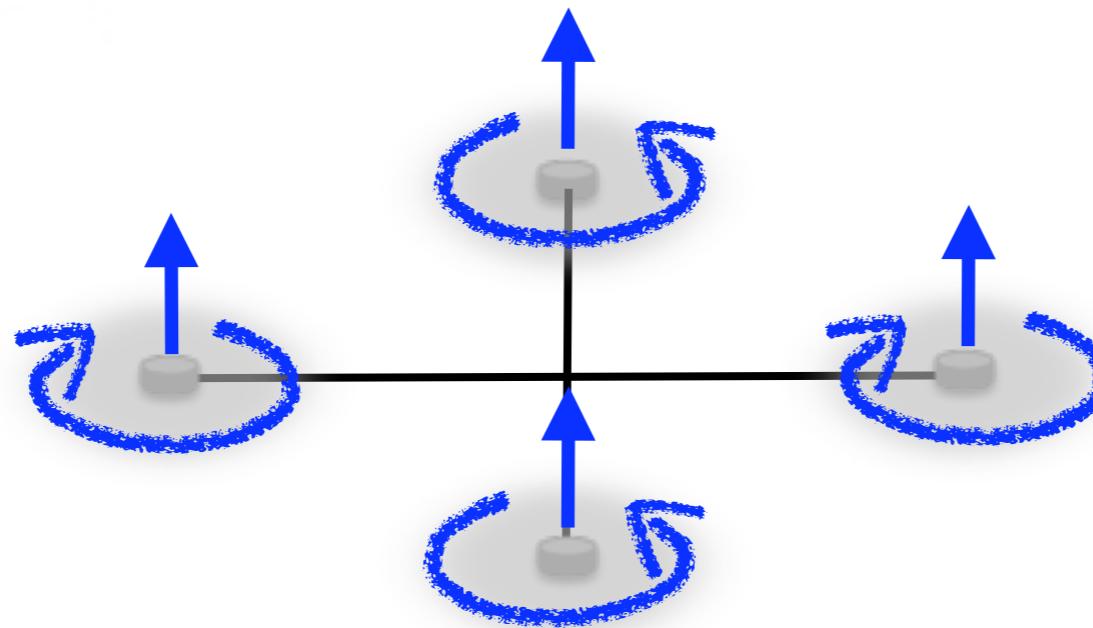
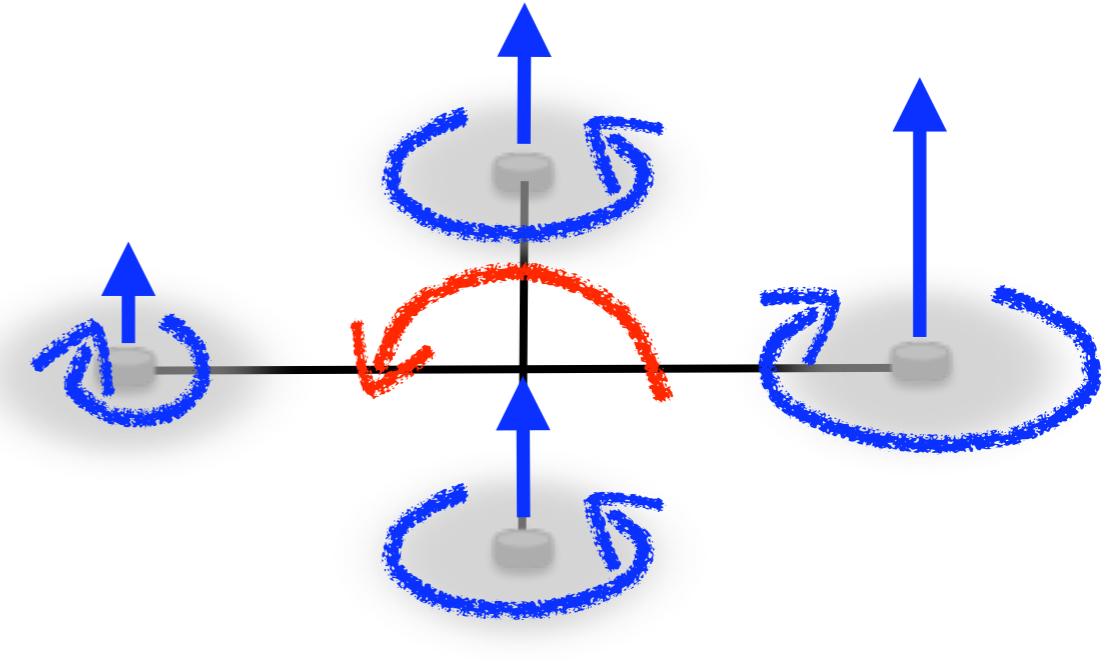


Pelican

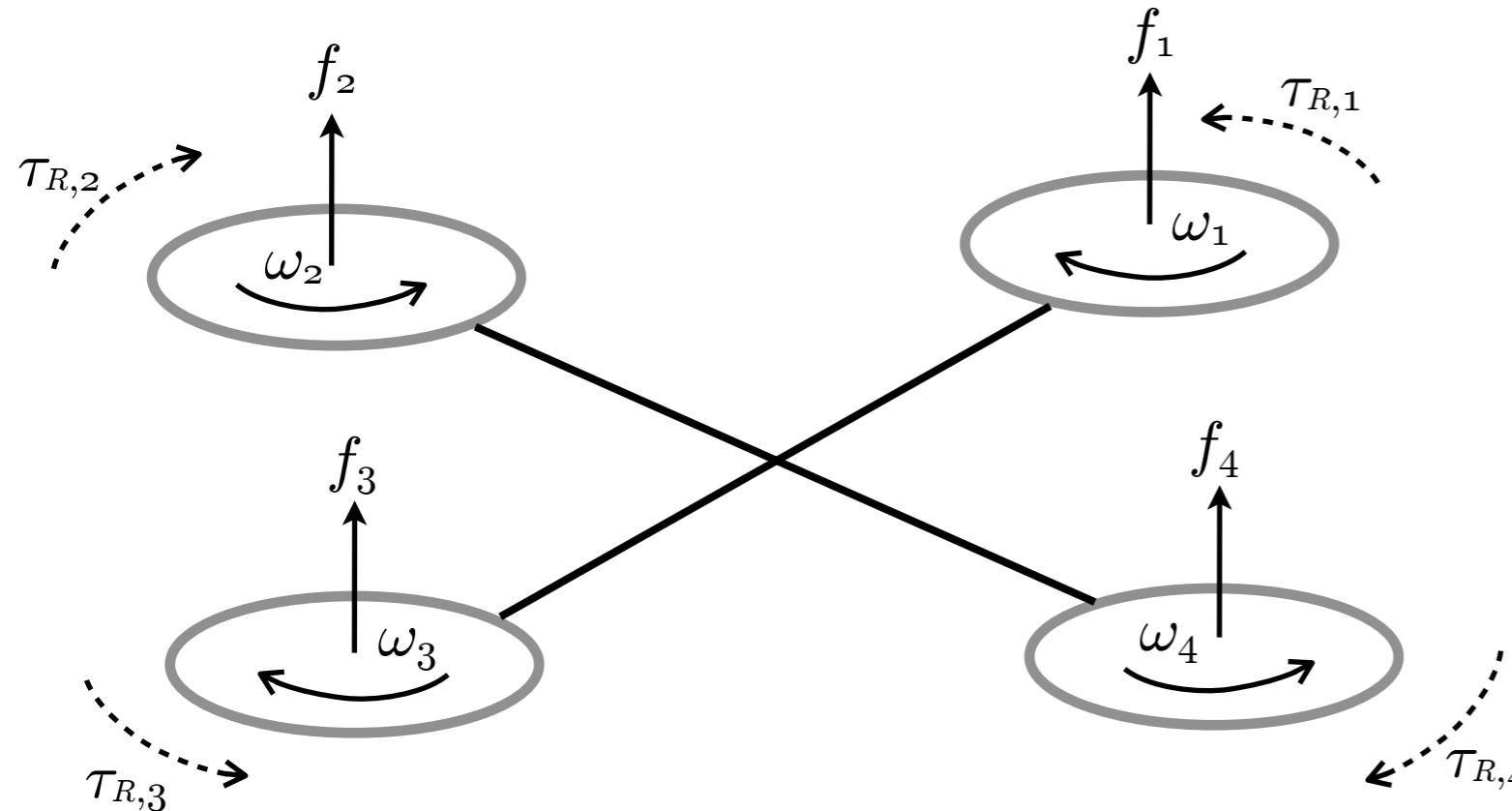


MIT in coll. with Ascending Technologies GmbH

- quattro motori collocati alle estremità di un telaio a croce
- si controlla variando le velocità di ciascun rotore



# distribuzione delle forze

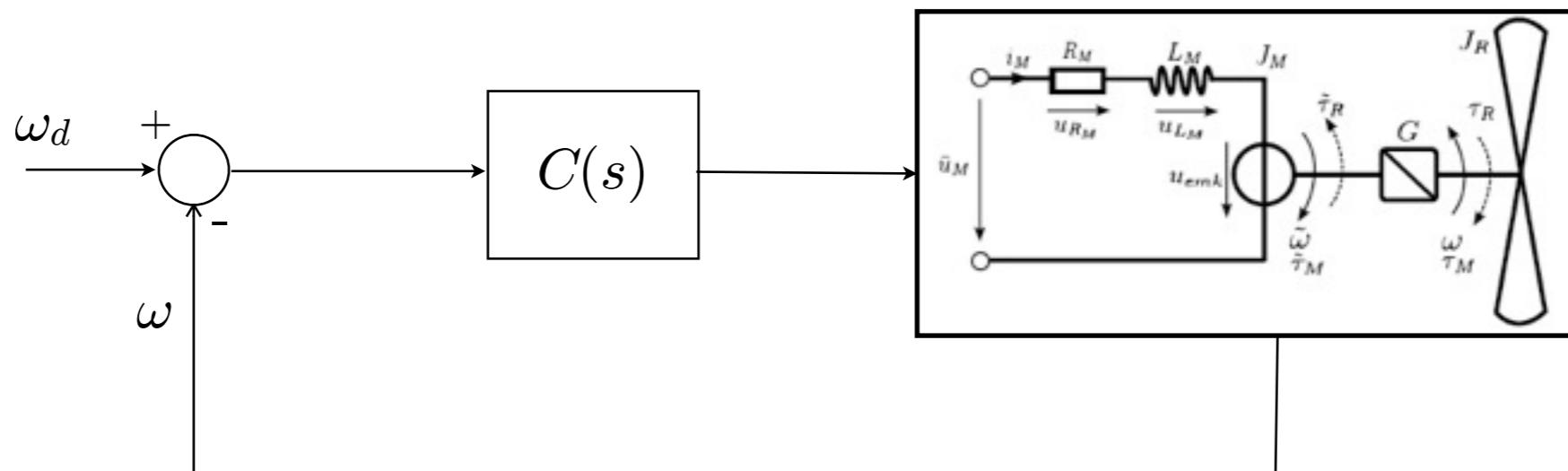


$$f_i = b \omega_i^2 \quad i = 1, \dots, 4$$

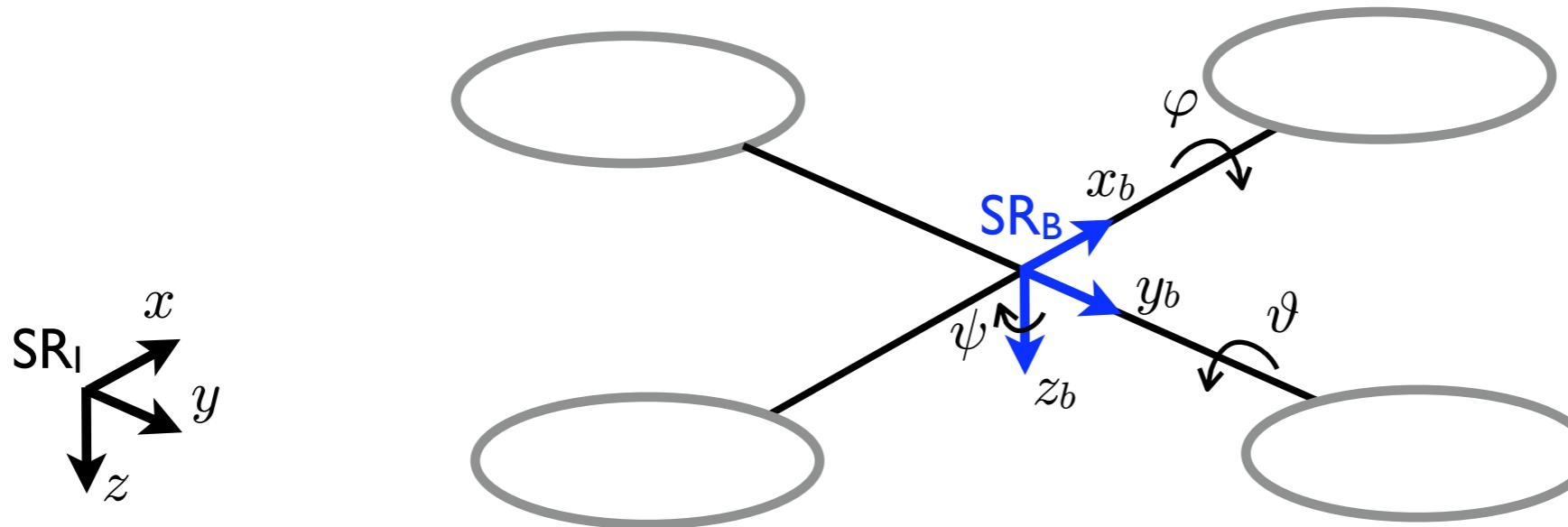
$$\tau_{R,i} = d \omega_i^2$$

## attuazione

un controllo di basso livello regola la velocità di rotazione di ciascuna elica



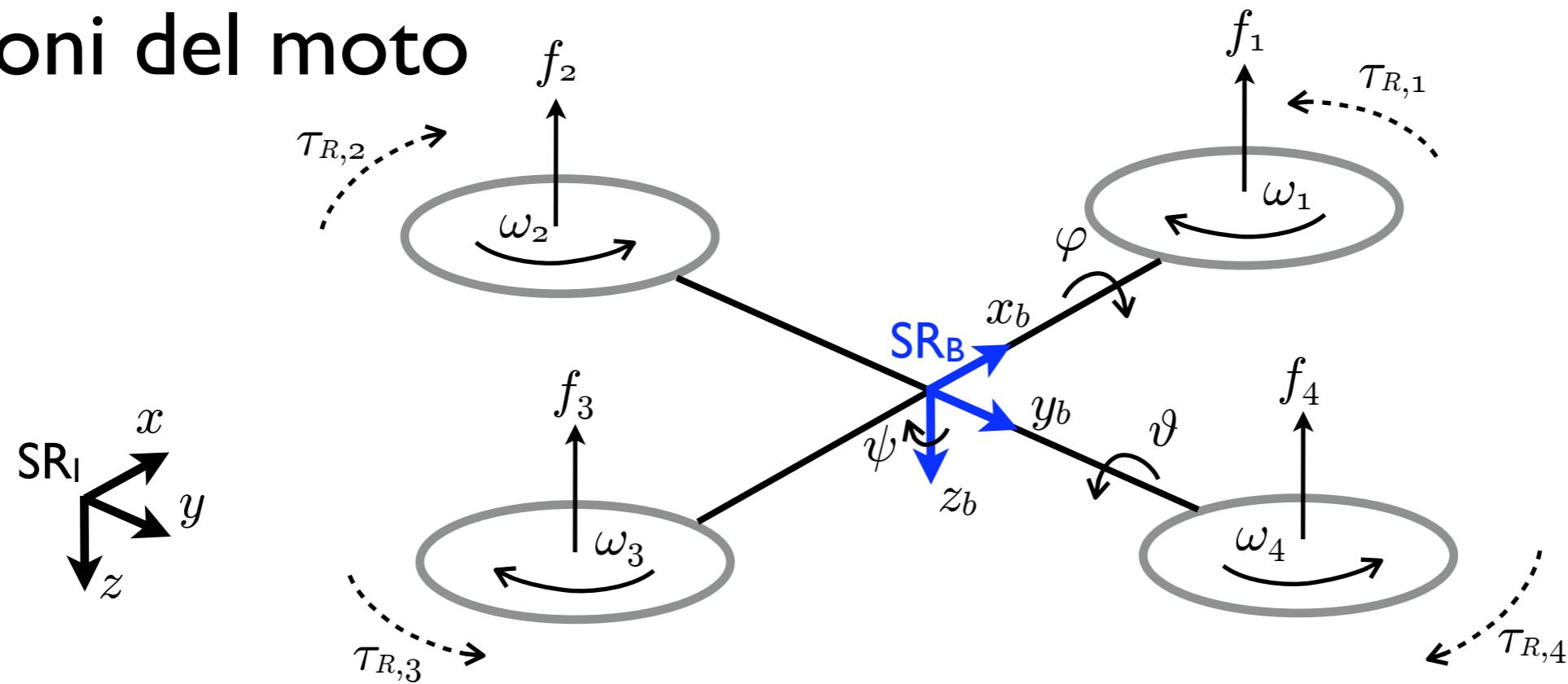
# configurazione



- $(x, y, z)$  posizione dell'origine di  $\text{SR}_B$  in  $\text{SR}_I$
- $(\varphi, \vartheta, \psi)$  orientamento di  $\text{SR}_B$  rispetto a  $\text{SR}_I$

$${}^I \mathbf{R}_B = \begin{pmatrix} c_\psi c_\vartheta & c_\psi s_\vartheta s_\varphi - s_\psi c_\varphi & c_\psi s_\vartheta c_\varphi + s_\psi s_\varphi \\ s_\psi c_\vartheta & s_\psi s_\vartheta s_\varphi + c_\psi c_\varphi & s_\psi s_\vartheta c_\varphi - s_\varphi c_\psi \\ -s_\vartheta & c_\vartheta s_\varphi & c_\vartheta c_\varphi \end{pmatrix}$$

# equazioni del moto



dinamica di un corpo rigido di massa  $m$  soggetto a forze esterne applicate al centro di massa derivata utilizzando il formalismo di Newton-Eulero

dinamica traslazionale in  $\text{SR}_I$

$$\sum F_I = m \dot{V}_I$$

$F_I$  forza esterna applicata al centro di massa espressa in  $\text{SR}_I$

$V_I = (v_x, v_y, v_z)'$  velocità del centro di massa espressa in  $\text{SR}_I$

dinamica rotazionale in  $\text{SR}_B$

$$\sum M_B = J \dot{\Omega} + \Omega \times J \Omega$$

$M_B$ ,  $J$  coppia esterna intorno al c.m. e tensore di inerzia espressi in  $\text{SR}_B$

$\Omega = (p, q, r)'$  velocità di rotazione espressa in  $\text{SR}_B$

Vendittelli: Controllo di un Elicottero Quadrirotore

# matrice di inerzia e velocità di rotazione

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -s_\vartheta \\ 0 & c_\varphi & c_\vartheta s_\varphi \\ 0 & -s_\varphi & c_\vartheta c_\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

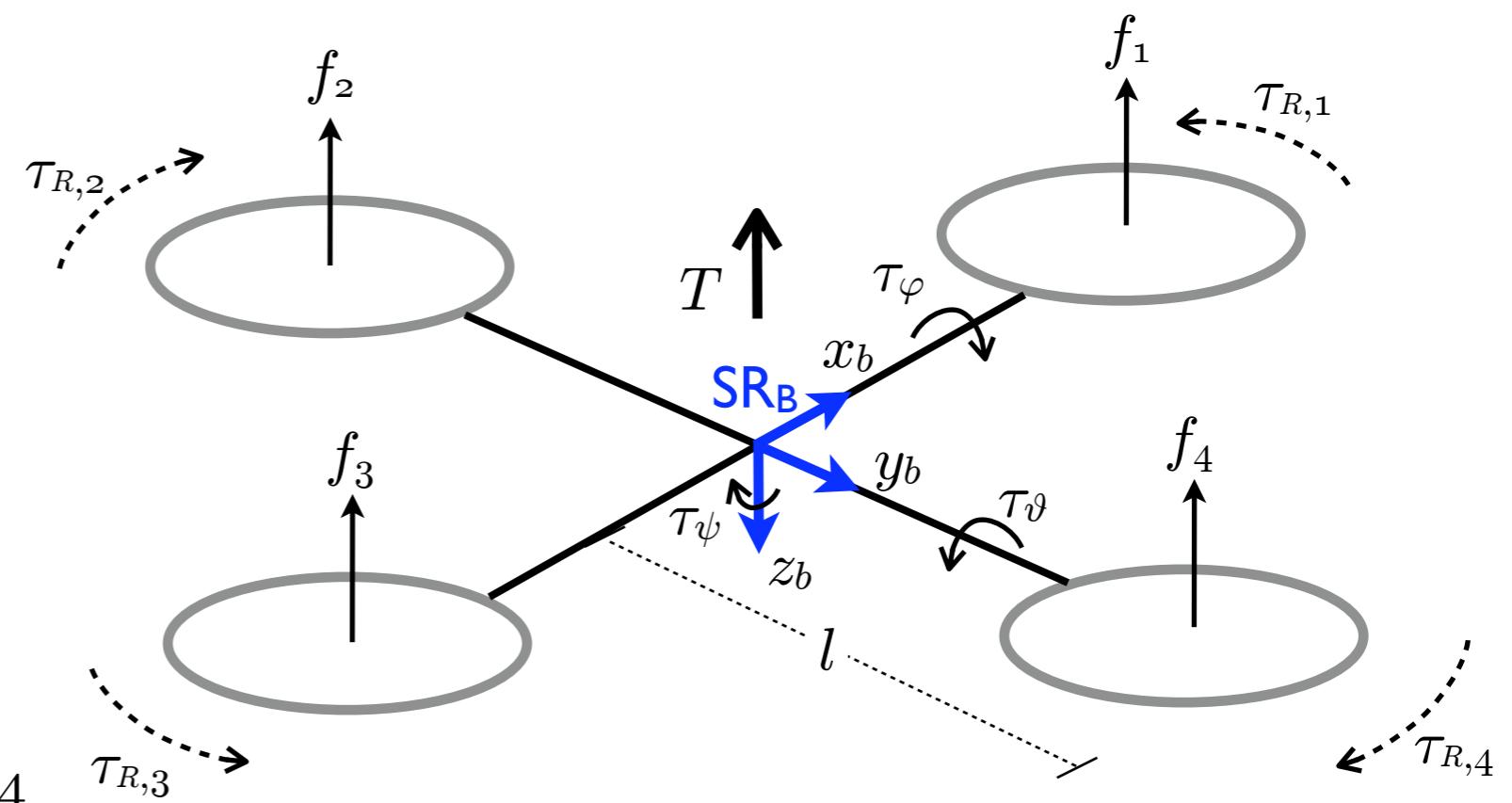
## ingressi di controllo

$$T = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

$$\tau_\varphi = l(f_2 - f_4)$$

$$\tau_\vartheta = l(f_1 - f_3)$$

$$\tau_\psi = -\tau_{R,1} + \tau_{R,2} - \tau_{R,3} + \tau_{R,4}$$



# forze applicate

$$\sum F_I = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} + {}^I\mathbf{R}_B(\varphi, \vartheta, \psi) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{pmatrix} + F_A + F_D$$

peso

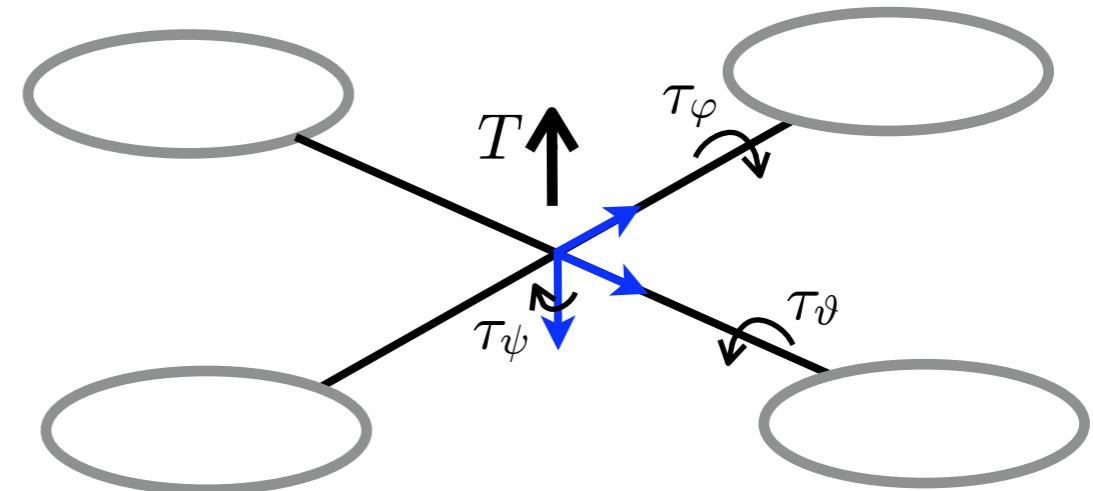
attuazione

aerodinamica

disturbi

$$\sum M_B = \begin{pmatrix} L_\varphi \\ L_\vartheta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_\varphi \\ \tau_\vartheta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} + \tau_A + \tau_D$$

effetti giroscopici dovuti  
alla rotazione delle eliche



# modello (non lineare) del sistema

$$\dot{x} = v_x$$

$$\dot{y} = v_y$$

$$\dot{z} = v_z$$

$$\dot{v}_x = F_{A,x} - (\cos(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\varphi) + \sin(\psi) \sin(\varphi)) \frac{T}{m}$$

$$\dot{v}_y = F_{A,y} - (\sin(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\varphi) - \sin(\varphi) \cos(\psi)) \frac{T}{m}$$

$$\dot{v}_z = F_{A,z} + g - \cos(\vartheta) \cos(\varphi) \frac{T}{m}$$

$$\dot{\varphi} = p + \sin(\varphi) \tan(\vartheta) q + \cos(\varphi) \tan(\vartheta) r$$

$$\dot{\vartheta} = \cos(\varphi) q - \sin(\varphi) r$$

$$\dot{\psi} = \sin(\varphi) \sec(\vartheta) q + \cos(\varphi) \sec(\vartheta) r$$

$$\dot{p} = \tau_{A,x} + \frac{I_r}{I_x} q \Omega_r + \frac{I_y - I_z}{I_x} q r + \frac{\tau_\varphi}{I_x}$$

$$\dot{q} = \tau_{A,y} + \frac{I_r}{I_y} p \Omega_r + \frac{I_z - I_x}{I_y} p r + \frac{\tau_\vartheta}{I_y}$$

$$\dot{r} = \tau_{A,z} + \frac{I_x - I_y}{I_z} p q + \frac{\tau_\psi}{I_z}$$

$$\dot{\xi} = f(\xi) + g(\xi) u$$

**stato**

$$\xi = (x, y, z, v_x, v_y, v_z, \varphi, \vartheta, \psi, p, q, r)'$$

**ingressi**

$$u = (T, \tau_\varphi, \tau_\vartheta, \tau_\psi)'$$

# problemi di controllo

- controllo di **assetto**
- controllo di **quota**
- controllo di **posizione**
- tracking di **traiettorie**
- controllo **basato su dati sensoriali**

# modello semplificato per la sintesi del controllo

trascurando

- aerodinamica
- disturbi
- effetti giroscopici

assumendo

- $\varphi$  e  $\vartheta$  piccoli  $\Rightarrow (\dot{\varphi}, \dot{\vartheta}, \dot{\psi}) \simeq (p, q, r)$
- forma simmetrica

$$\ddot{x} = -(\cos(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\varphi) + \sin(\psi) \sin(\varphi)) \frac{T}{m}$$

$$\ddot{y} = -(\sin(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\varphi) - \sin(\varphi) \cos(\psi)) \frac{T}{m}$$

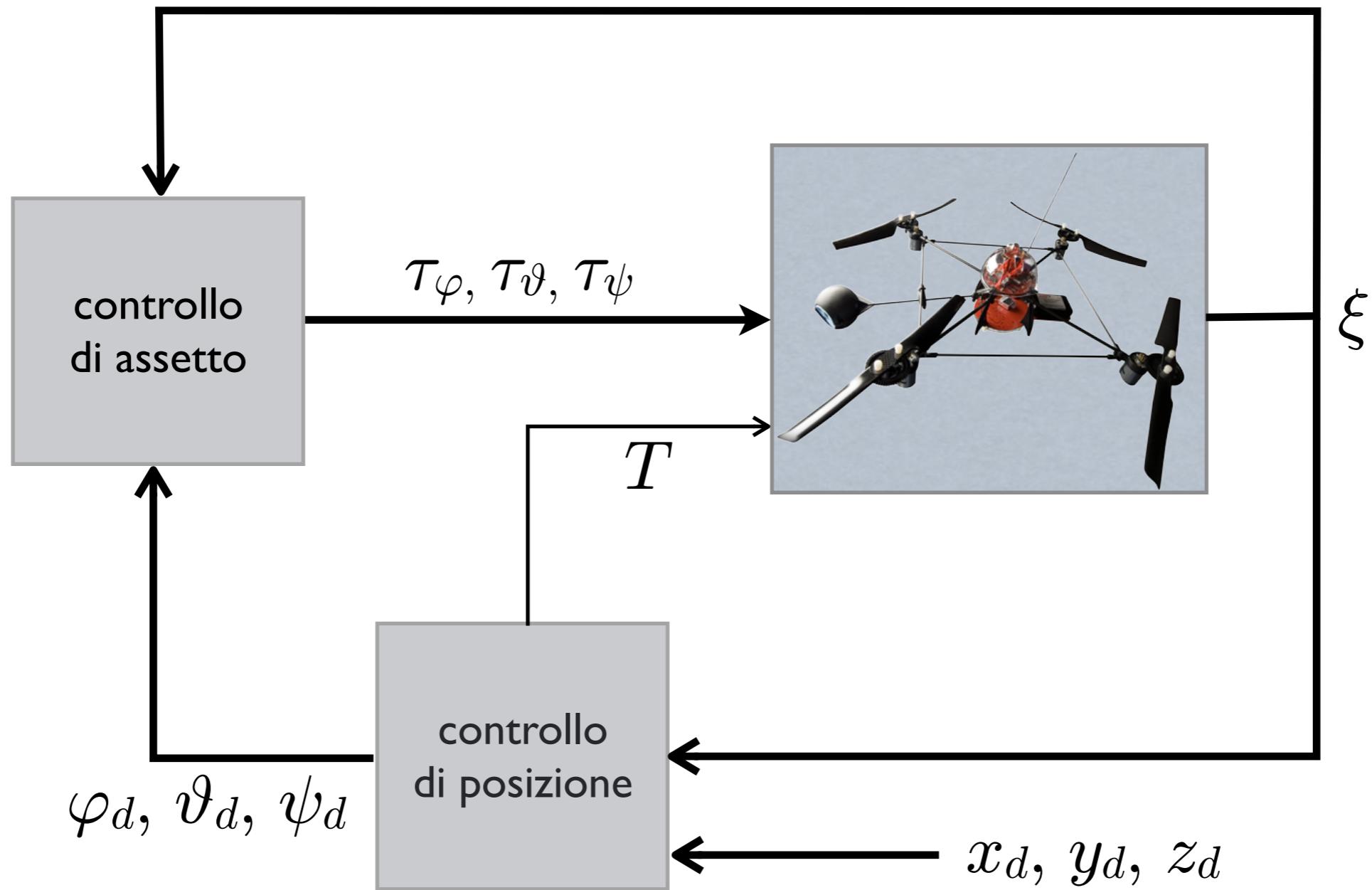
$$\ddot{z} = -\cos(\vartheta) \cos(\varphi) \frac{T}{m} + g$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{\tau_\varphi}{I_x}$$

$$\ddot{\vartheta} = \frac{\tau_\vartheta}{I_y}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\tau_\psi}{I_z}$$

# sistema di controllo



# controllo di assetto

determina le coppie  $\tau_\varphi, \tau_\vartheta, \tau_\psi$  necessarie a realizzare un assetto desiderato  $\varphi_d, \vartheta_d, \psi_d$

$$\tau_\varphi = [K_{\varphi p}(\varphi_d - \varphi) + K_{\varphi d}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi})]$$

$$\tau_\vartheta = [K_{\vartheta p}(\vartheta_d - \vartheta) + K_{\vartheta d}(\dot{\vartheta}_d - \dot{\vartheta})]$$

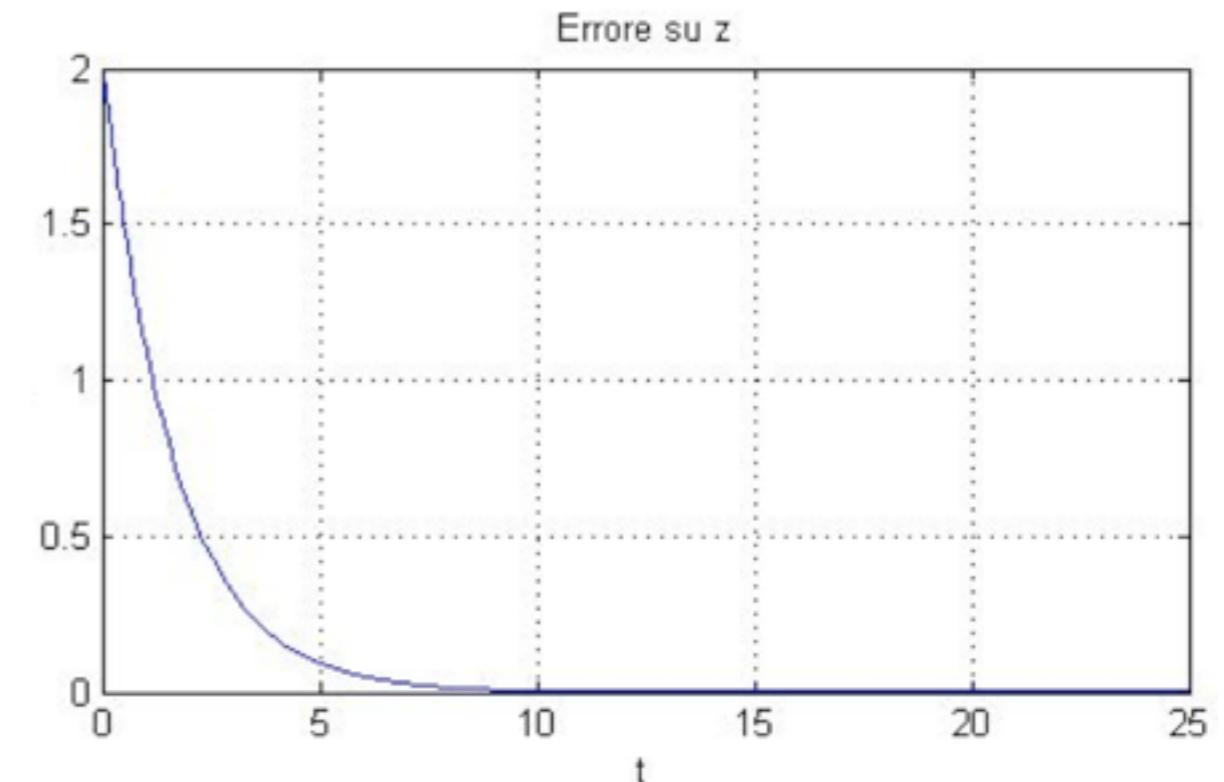
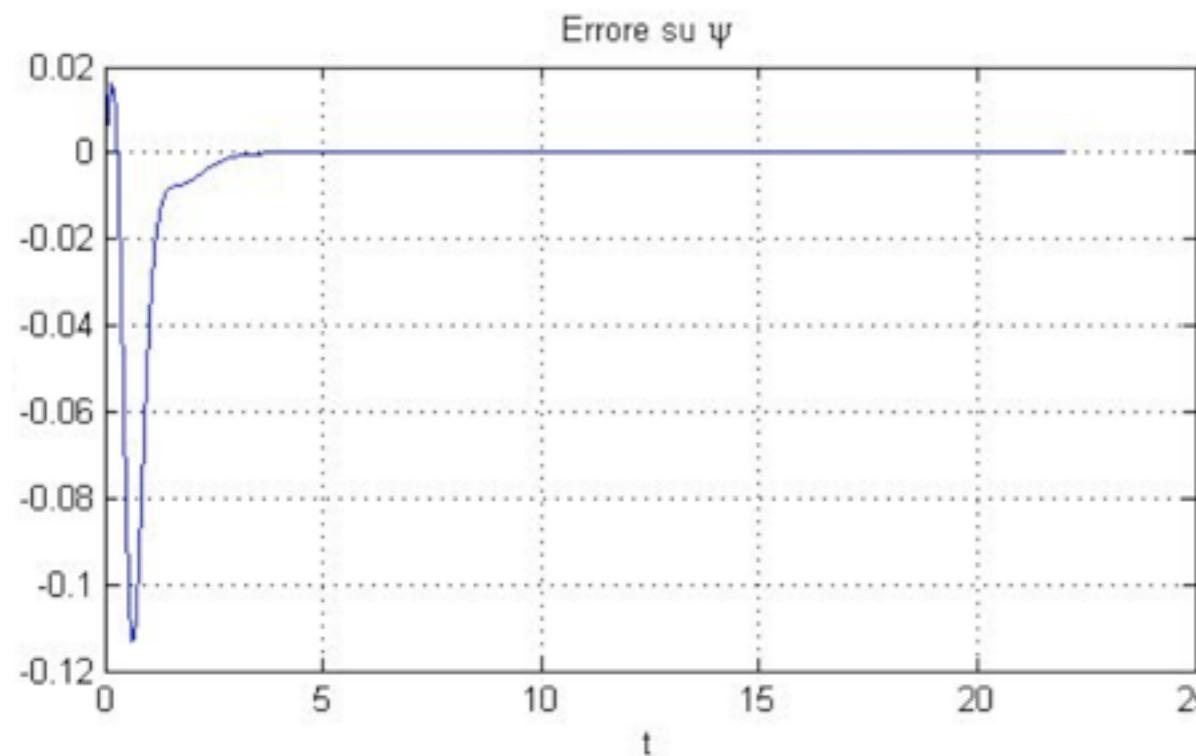
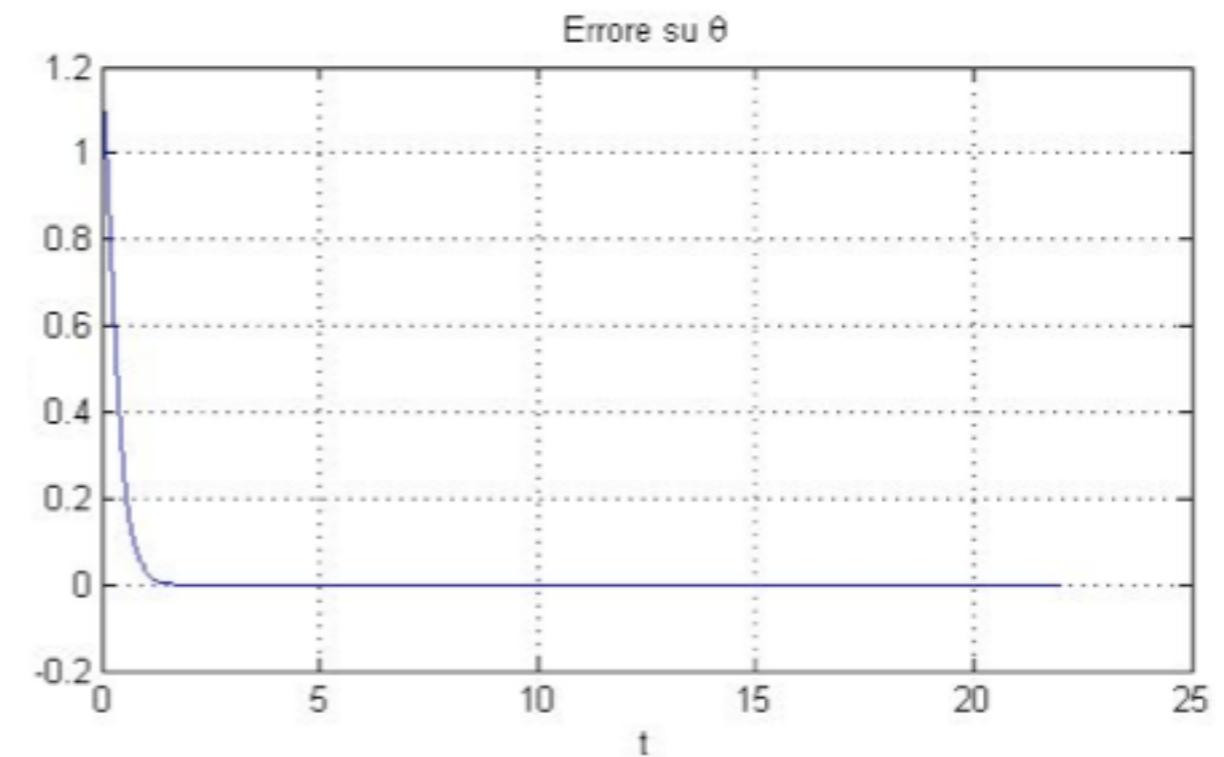
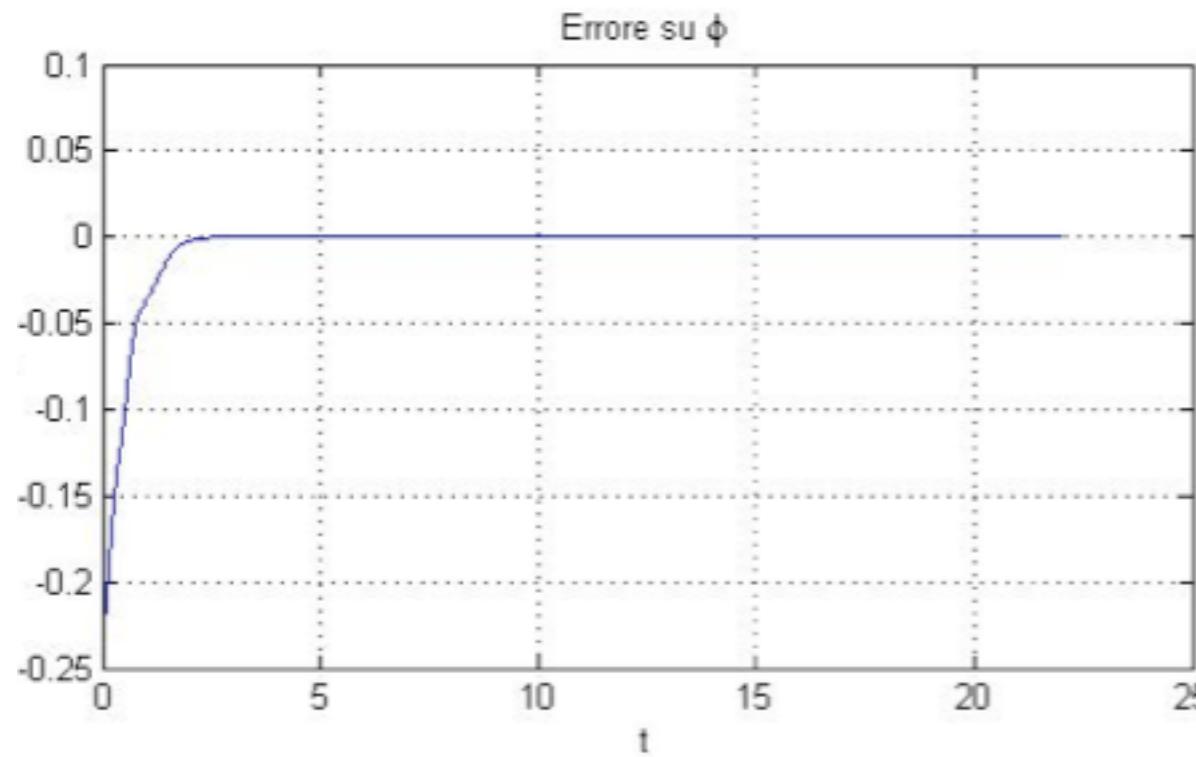
$$\tau_\psi = [K_{\psi p}(\psi_d - \psi) + K_{\psi d}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi})]$$

# controllo di quota

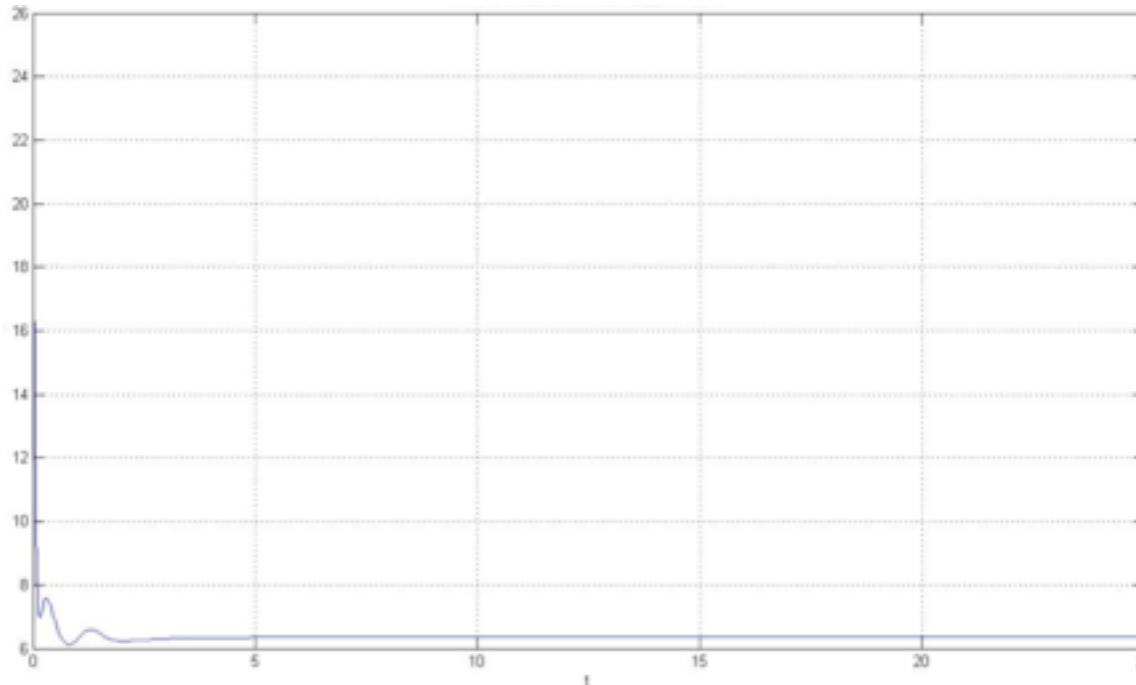
determina il thrust  $T$  necessario a portare il velivolo ad una quota desiderata  $z_d$ ; dalla dinamica relativa a  $z$  si ottiene

$$T = \frac{m}{\cos(\vartheta) \cos(\varphi)} [g - K_{zp}(z_d - z) + K_{zd}(\dot{z}_d - \dot{z})]$$

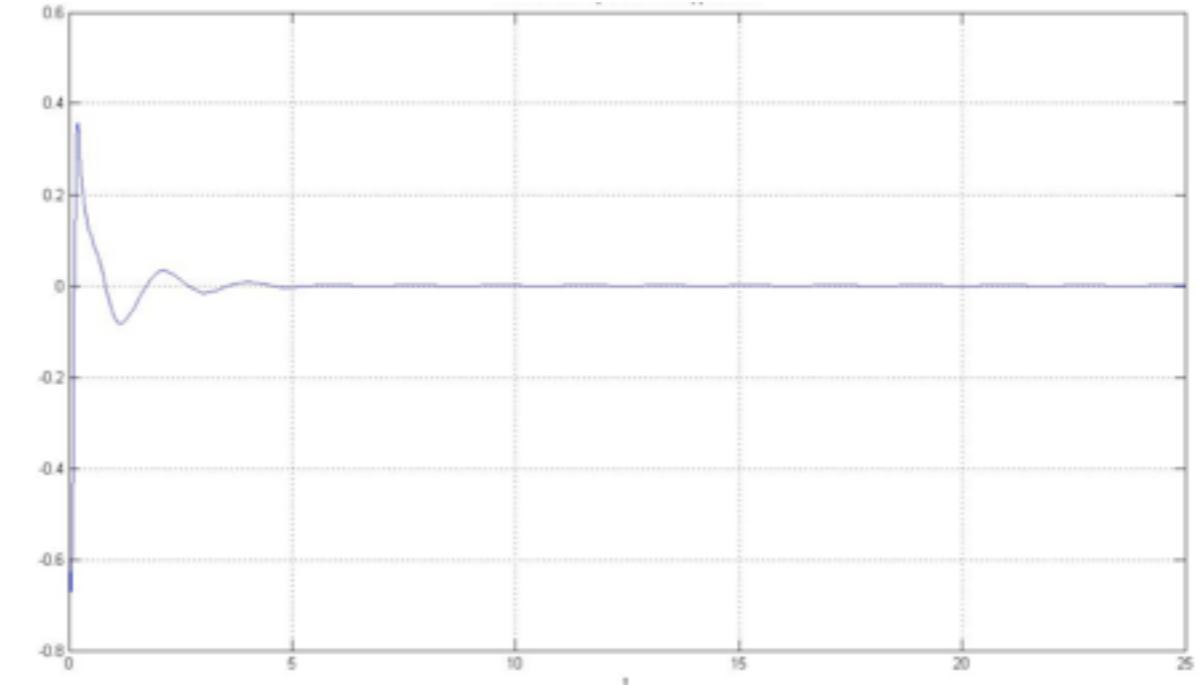
# risultati di simulazione: andamento dell'errore



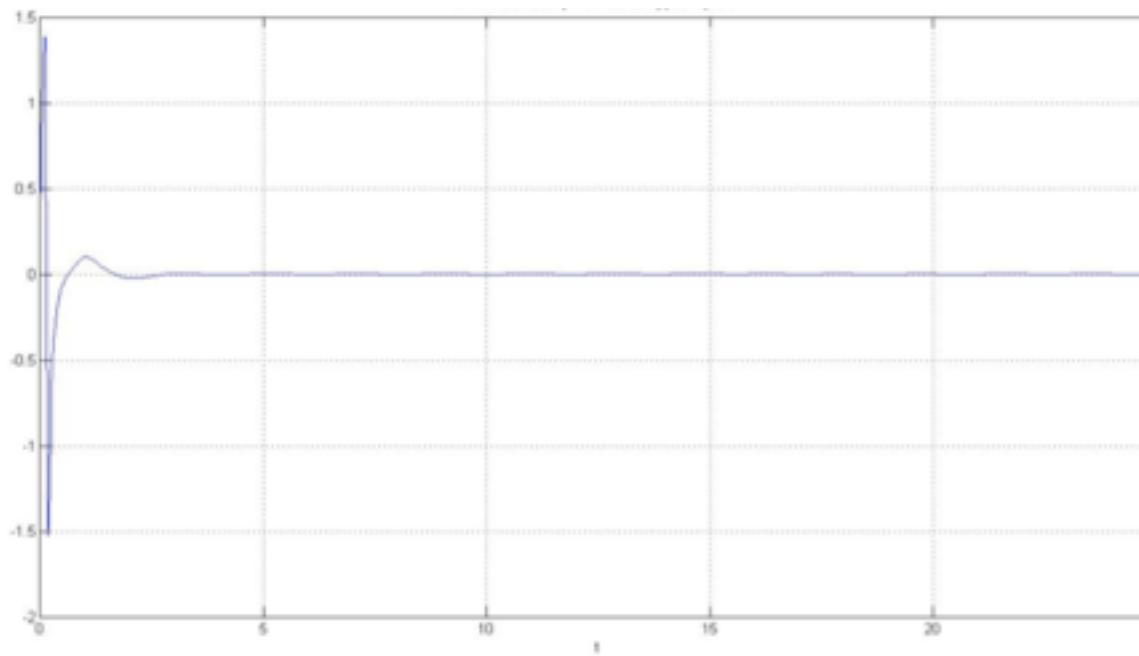
# risultati di simulazione: ingressi di controllo



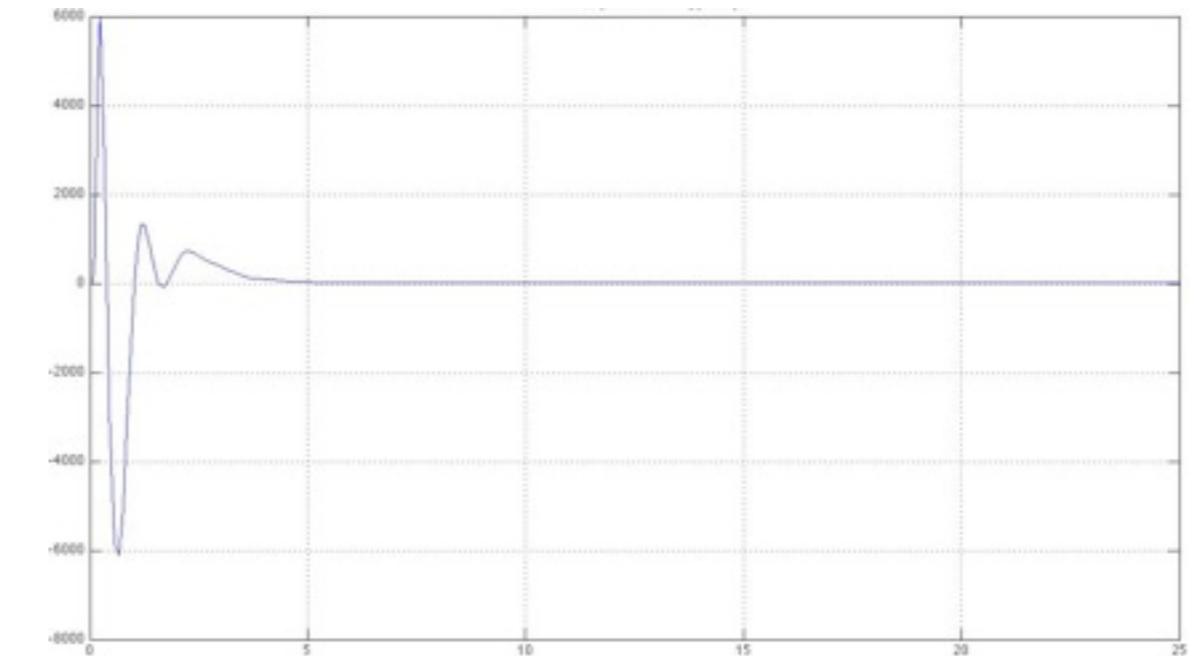
$T$



$\tau_\varphi$



$\tau_\theta$



$\tau_\psi$

- tecniche di controllo non lineari più avanzate assicurano prestazioni migliori in termini di convergenza e robustezza
- sensori come telecamere e laser (sensori esterocettivi) permettono di volare in ambienti chiusi e possono essere utilizzati per ottenere una stima più precisa dello stato del sistema