

pyNoxtli

Luis M. de la Cruz

27 de octubre de 2020

Índice

1. Modelo matemático: Transferencia de calor	2
1.1. Conducción de calor: estacionaria	3
1.2. Conducción de calor: NO estacionaria	4
1.3. Convección de calor: estacionaria	5
1.4. Convección de calor: NO estacionaria	6

1. Modelo matemático: Transferencia de calor

Ecuación general de transferencia de calor:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} + c_p \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = S$$

donde se usa la convención de Einstein (índices repetidos se suman) y se define lo siguiente:

Símbolo		Unidades
Parámetros físicos		
c_p	Capacidad calorífica específica.	[J / Kg °K]
ρ	Densidad.	[Kg / m ³]
κ	Conductividad térmica.	[W / m °K]
S	Ganancia (fuente) o pérdida (sumidero) de calor	[J/m ³ s]
$\alpha = \frac{\kappa}{c_p \rho}$	Difusividad térmica.	[m ² /s]
Variables independientes		
x_j	Coordenadas cartesianas de la posición: $(x_1, x_2, x_3) \equiv (x, y, z)$.	[m]
t	Tiempo.	[s]
Variables dependientes		
T	Temperatura.	[°K]
u_j	Componentes de la velocidad: $(u_1, u_2, u_3) \equiv (u_x, u_y, u_z)$.	[m/s]

1.1. Conducción de calor: estacionaria

1. Conducción de calor estacionaria:

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = S$$

2. Conducción de calor estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$) :

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0$$

3. Conducción de calor estacionaria con $\kappa = \text{constante}$:

$$-\kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = S$$

4. Conducción de calor estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$), con $\kappa = \text{constante}$:

$$-\frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = 0$$

1.2. Conducción de calor: NO estacionaria

1. Conducción de calor no estacionaria:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{\alpha}{\kappa} S$$

2. Conducción de calor no estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0$$

3. Conducción de calor no estacionaria con $\kappa = \text{constante}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\alpha}{\kappa} S$$

4. Conducción de calor no estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$), con $\kappa = \text{constante}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = 0$$

1.3. Convección de calor: estacionaria

1. Convección de calor estacionaria:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{\alpha}{\kappa} S$$

2. Convección de calor estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0$$

3. Convección de calor estacionaria con $\kappa = \text{constante}$:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\alpha}{\kappa} S$$

4. Convección de calor estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$), con $\kappa = \text{constante}$:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = 0$$

1.4. Convección de calor: NO estacionaria

1. Convección de calor no estacionaria:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{\alpha}{\kappa} S$$

2. Convección de calor estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0$$

3. Convección de calor estacionaria con $\kappa = \text{constante}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\alpha}{\kappa} S$$

4. Convección de calor estacionaria sin fuentes ni sumideros ($S = 0$), con $\kappa = \text{constante}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = 0$$