

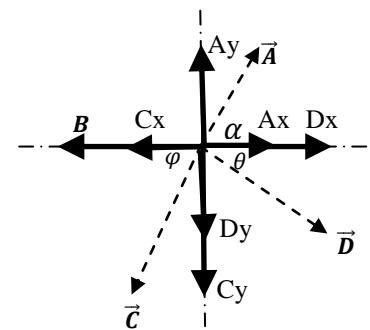
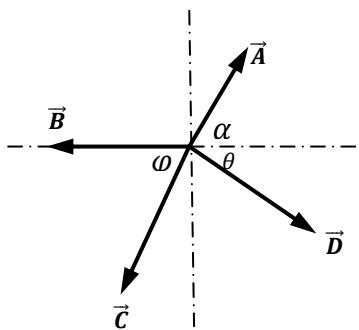
## 2.12. PROBLEMAS RESUELTOS

- 2.12.1. Del siguiente grupo de vectores Hallar si  $|\vec{A}| = 10 \text{ m}$ ,  $|\vec{B}| = 20 \text{ m}$ ,  $|\vec{C}| = 5 \text{ m}$ ,  $|\vec{D}| = 22 \text{ m}$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\varphi = 75^\circ$ ,  $\theta = 35^\circ$  Hallar: a)  $\sigma_{R-D}$  b)  $R_{C-C}$

Solución:

Datos

$$\begin{aligned} A &= 10 \text{ m} \\ \alpha &= 40^\circ \\ B &= 20 \text{ m} \\ C &= 5 \text{ m} \\ \varphi &= 75^\circ \\ D &= 22 \text{ m} \\ \theta &= 35^\circ \end{aligned}$$



Aplicando sumatoria de vectores en el eje X y eje Y

$$\sum V_x = Rx$$

$$\sum V_y = Ry$$

$$Dx + Ax - Cx - B = Rx$$

$$Ay - Dy - Cy = Ry$$

$$Rx = Dx + Ax - Cx - B$$

$$Ry = Ay - Dy - Cy$$

$$Rx = 22 \cdot \cos 35^\circ + 10 \cdot \cos 40^\circ - 5 \cdot \cos 75^\circ - 20$$

$$Ry = 10 \cdot \sin 40^\circ - 22 \cdot \sin 35^\circ - 5 \cdot \sin 75^\circ$$

$$Rx = 4,388 \text{ m}$$

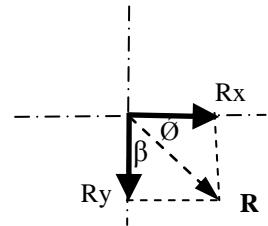
$$Ry = -11,020 \text{ m}$$

Aplicando el teorema de Pitagoras :

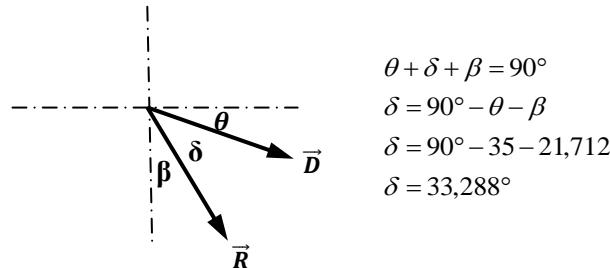
$$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2} = \sqrt{(4,388)^2 + (-11,020)^2} \Rightarrow R = 11,861 \text{ m}$$

Aplicando la función tangente para calcular la dirección del vector resultante

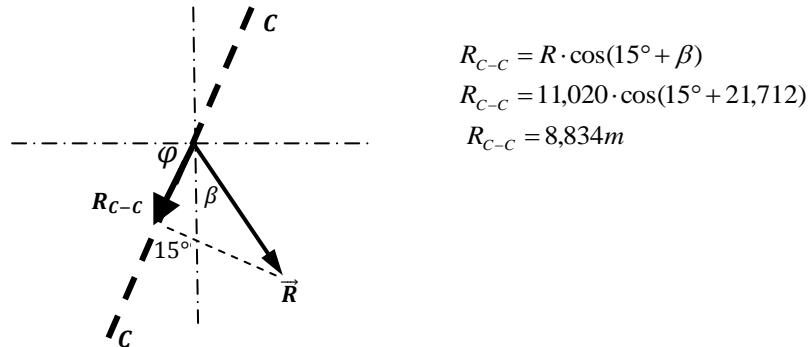
$$\tan(\phi) = \frac{Ry}{Rx} = \frac{-11,020}{4,388} \Rightarrow \phi = 68,288^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - 68,288^\circ \Rightarrow \beta = 21,712^\circ$$



- a) Calculo del ángulo entre la resultante y el vector D ( $\sigma_{R-D}$ )



- b) Calculo de la componente de la resultante encima del eje formado por el vector C



2.12.2. Tres vectores de  $|\vec{A}| = 100 \text{ m}$ ,  $|\vec{B}| = 75 \text{ m}$  y  $|\vec{C}| = 165 \text{ m}$ , tienen como resultante  $|\vec{R}|$  que forma  $315^\circ$  con el vector  $\vec{B}$ , asimismo el vector B y C forman un ángulo de  $250^\circ$ . (Nota: los ángulos se miden en sentido contrario de las agujas del reloj). Hallar: a) El ángulo que forma el vector  $\vec{A}$  con la resultante  $\vec{R}$ , b) La componente del vector  $\vec{R}$  sobre el eje formado por el vector A-A.

Solución:

Datos

$$A = 100 \text{ u}$$

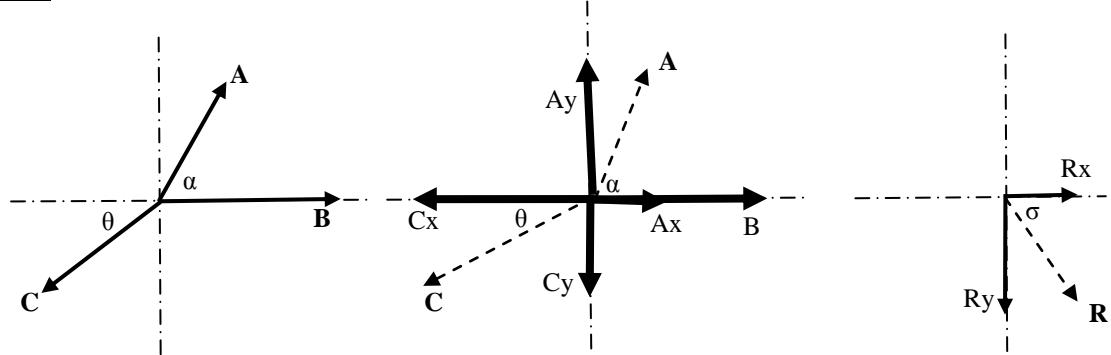
$$B = 75 \text{ u}$$

$$C = 165 \text{ u}$$

$$\theta = 70^\circ$$

$$R =$$

$$\sigma = 45^\circ$$



Aplicando sumatoria de vectores en el eje X y eje Y

$$\sum V_x = Rx \\ Ax + B - Cx = Rx \quad (\text{Ec. 1})$$

$$\sum V_y = -Ry \\ Ay - Cy = -Ry \quad (\text{Ec. 2})$$

$$Rx = Ry$$

$$Ax + B - Cx = -Ay + Cy$$

$$Ax + Ay = Cy + Cx - B$$

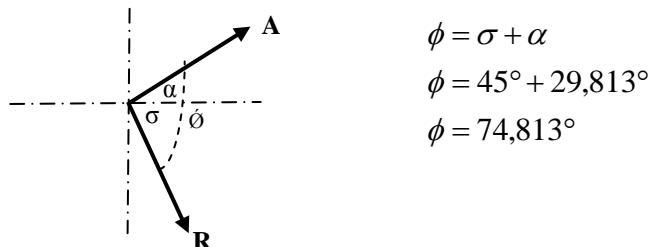
$$A \cdot \cos \alpha + A \cdot \sin \alpha = Cy + Cx - B$$

$$(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = \left( \frac{Cy + Cx - B}{A} \right)^2$$

$$(\cos \alpha)^2 + 2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + (\sin \alpha)^2 = \left( \frac{165 \cdot \sin(70^\circ) + 165 \cdot \cos(70^\circ) - 75}{100} \right)^2$$

$$1 + 2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = (1,3648)^2 \Rightarrow \sin(2 \cdot \alpha) = 1,8627 - 1 \Rightarrow \sin(2 \cdot \alpha) = 0,8627 \Rightarrow \alpha = 29,813^\circ$$

a) El ángulo que forma el vector  $\vec{A}$  con la resultante  $\vec{R}$

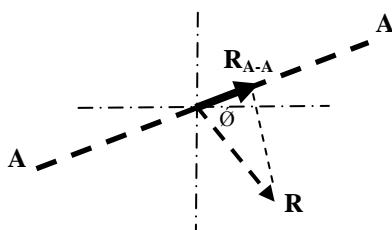


$$\phi = \sigma + \alpha$$

$$\phi = 45^\circ + 29,813^\circ$$

$$\phi = 74,813^\circ$$

b) La componente del vector  $\vec{R}$  sobre el eje formado por el vector A-A.



De Ec. 1

$$Rx = Ax + B - Cx$$

$$R \cdot \cos(45^\circ) = 100 \cdot \cos(29,813^\circ) + 75 - 165 \cdot \cos(70^\circ)$$

$$R = 148,962 \text{ m}$$

Calculo de la componente  $R_{A-A}$

$$R_{A-A} = R \cdot \cos(\phi)$$

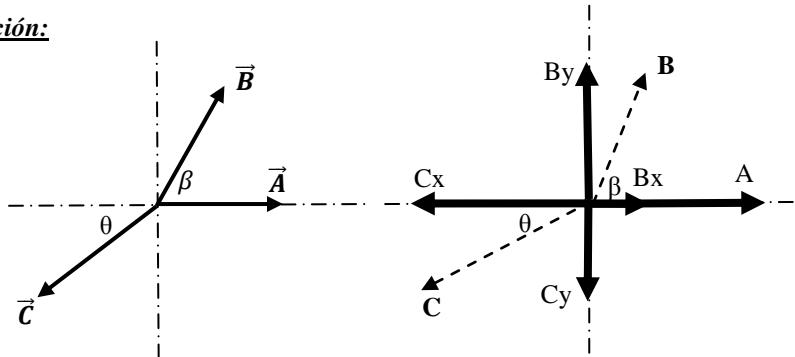
$$R_{A-A} = 148,962 \cdot \cos(74,813^\circ)$$

$$R_{A-A} = 39,024 \text{ m}$$

- 2.12.3. Tres vectores situados en un plano tienen de  $|\vec{A}| = 22 \text{ m}$ ,  $|\vec{B}| = 35 \text{ m}$  y  $|\vec{C}| = 15 \text{ m}$  de magnitud. El primero y el segundo forman un ángulo de  $\beta = 80^\circ$  mientras que el segundo y el tercero forman un ángulo de  $\theta = 130^\circ$ . a) Encontrar la magnitud del vector  $|\vec{L}|$  que es el doble de la resultante y su dirección respecto del menor de los vectores. b) Encontrar la magnitud del vector dado por  $\vec{F} = -2 \cdot \vec{A} + 3 \cdot \vec{R}$  (todos los ángulos se miden en sentido anti horario).

**Solución:**

**Datos**  
 $A = 22 \text{ m}$   
 $B = 35 \text{ m}$   
 $C = 15 \text{ m}$   
 $\beta = 80^\circ$   
 $\theta = 30^\circ$



Aplicando sumatoria de vectores en el eje X y eje Y

$$\sum V_x = Rx$$

$$A + Bx - Cx = Rx$$

$$Rx = 22 + 35 \cdot \cos(80^\circ) - 15 \cdot \cos(30^\circ)$$

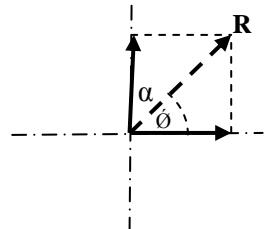
$$Rx = 15,087 \text{ m}$$

Calculo del modulo del vector  $\vec{R}$ 

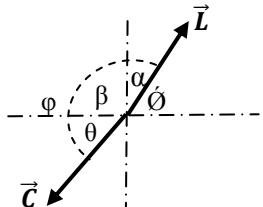
$$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2} = \sqrt{(15,087)^2 + (26,968)^2} \Rightarrow R = 30,901 \text{ m}$$

Calculo de la dirección del vector  $\vec{R}$ 

$$\tan(\phi) = \frac{Dy}{Dx} = \frac{26,968}{15,087} = 1,787 \Rightarrow \phi = 60,776^\circ \Rightarrow \alpha = 29,224^\circ$$



- a) Encontrar la magnitud del vector  $|\vec{L}|$  que es el doble de la resultante y su dirección respecto del menor de los vectores.

Calculo del modulo del vector  $\vec{L}$ 

$$|\vec{L}| = 2 \cdot |\vec{R}|$$

$$L = 2 \cdot 30,901$$

$$L = 61,80 \text{ m}$$

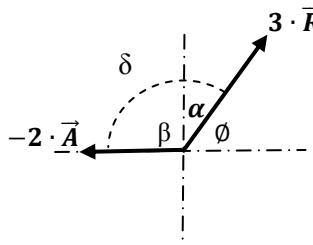
Calculo del angulo entre  $\vec{L}$  y  $\vec{C}$ 

$$\varphi = \theta + \beta + \alpha$$

$$\varphi = 30^\circ + 90^\circ + 29,224^\circ$$

$$\varphi = 149,22^\circ$$

- b) Encontrar la magnitud del vector dado por  $\vec{F} = -2 \cdot \vec{A} + 3 \cdot \vec{R}$

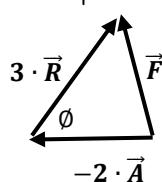


$$180^\circ = \theta + \beta + \phi$$

$$\phi = 180^\circ - \theta - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - 29,224^\circ - 90^\circ$$

$$\gamma = 60,776^\circ$$



Aplicando el teorema de senos

$$(F)^2 = (3 \cdot R)^2 + (2 \cdot A)^2 - 2 \cdot (3 \cdot R) \cdot (2 \cdot A) \cdot \cos(\phi)$$

$$F = \sqrt{(3 \cdot 30,901)^2 + (2 \cdot 22)^2 - 2 \cdot (3 \cdot 30,901) \cdot (2 \cdot 22) \cdot \cos(60,776^\circ)}$$

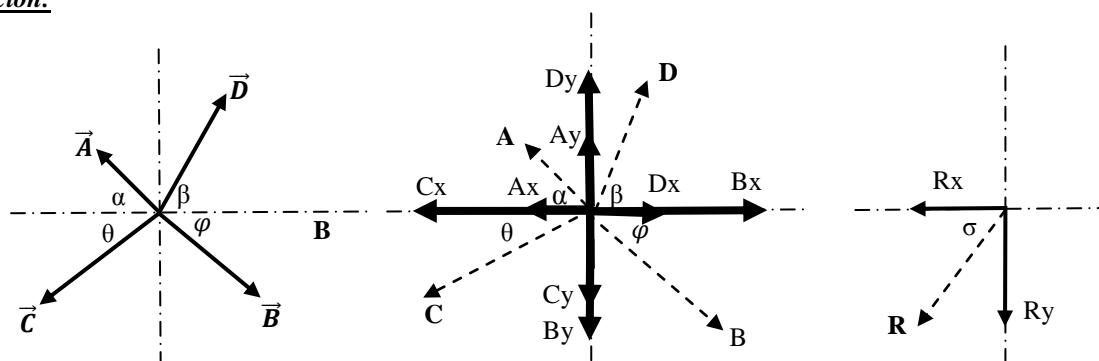
$$F = 80,91 \text{ m}$$

- 2.12.4. Cuatro vectores de  $|\vec{A}| = 50 \text{ u}$ ,  $|\vec{B}| = 75 \text{ u}$ ,  $|\vec{C}| = 90 \text{ u}$  y  $\vec{D}$  tienen como resultante  $|\vec{R}| = 50 \text{ u}$  y se encuentra en el tercer cuadrante formando un ángulo de  $25^\circ$  con la vertical,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $\theta = 75^\circ$ . Hallar: a) El ángulo que forma el vector  $\vec{D}$  con la resultante  $\vec{R}$  b) El modulo y dirección del vector  $\vec{R}_1 = 3 \cdot \vec{D} + \vec{C}$

Solución:

**Datos**

$$\begin{aligned} A &= 50 \text{ u} \\ B &= 75 \text{ u} \\ C &= 90 \text{ u} \\ \alpha &= 40^\circ \\ \varphi &= 35^\circ \\ \theta &= 75^\circ \\ R &= 50 \text{ u} \\ \sigma &= 65^\circ \end{aligned}$$



Aplicando sumatoria de vectores en el eje X y eje Y

$$\sum V_x = -Rx$$

$$\sum V_y = -Ry$$

$$Bx + Dx - Ax - Cx = -Rx$$

$$Dy + Ay - Cy - By = -Ry$$

$$Dx = -Bx + Ax + Cx - Rx$$

$$Dy = By - Ay + Cy - Ry$$

$$Dx = -75 \cdot \cos(35^\circ) + 50 \cdot \cos(40^\circ) + 90 \cdot \cos(70^\circ) - 50 \cdot \cos(65^\circ)$$

$$Dy = 75 \cdot \sin(35^\circ) - 50 \cdot \sin(40^\circ) + 90 \cdot \sin(70^\circ) - 50 \cdot \sin(65^\circ)$$

$$Dx = -13,483 \text{ u}$$

$$Dy = 50,136 \text{ u}$$

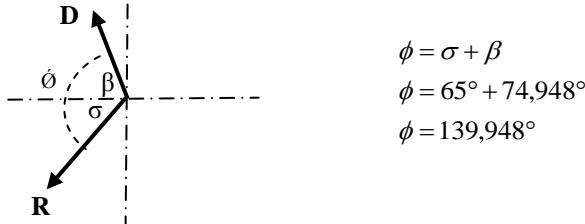
Calculo del modulo del vector  $\vec{D}$

$$D = \sqrt{(Dx)^2 + (Dy)^2} = \sqrt{(-13,483)^2 + (50,136)^2} \Rightarrow D = 51,917 \text{ u}$$

Calculo de la dirección del vector  $\vec{D}$

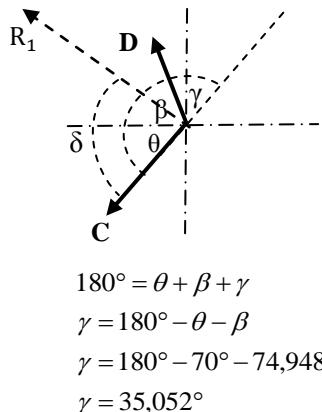
$$\tan(\beta) = \frac{Dy}{Dx} = \frac{50,136}{-13,483} = -3,718 \Rightarrow \beta = -74,948^\circ$$

a) El ángulo que forma el vector  $\vec{D}$  con la resultante  $\vec{R}$



$$\begin{aligned} \phi &= \sigma + \beta \\ \phi &= 65^\circ + 74,948^\circ \\ \phi &= 139,948^\circ \end{aligned}$$

b) El modulo del vector  $\vec{R}_1 = 3 \cdot \vec{D} + \vec{C}$  y el ángulo que forma el vector  $R_1$  con el vector C

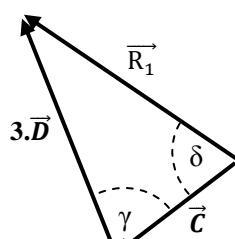


$$180^\circ = \theta + \beta + \gamma$$

$$\gamma = 180^\circ - \theta - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - 70^\circ - 74,948^\circ$$

$$\gamma = 35,052^\circ$$



Aplicando el teorema de cosenos

$$(R_1)^2 = (3 \cdot D)^2 + (C)^2 - 2 \cdot (3 \cdot D) \cdot (C) \cdot \cos(\gamma)$$

$$R_1 = \sqrt{(3 \cdot 51,917)^2 + (90)^2 - 2 \cdot (3 \cdot 51,917) \cdot (90) \cdot \cos(35,052^\circ)}$$

$$R_1 = 96,994 \text{ u}$$

Aplicando el teorema de los senos

$$\frac{\sin(\delta)}{3 \cdot D} = \frac{\sin(\gamma)}{R_1} \Rightarrow \sin(\delta) = \frac{\sin(\gamma) \cdot (3 \cdot D)}{R_1}$$

$$\sin(\delta) = \frac{\sin(35,052^\circ) \cdot (3 \cdot 51,917)}{96,994} \Rightarrow \delta = 67,254^\circ$$

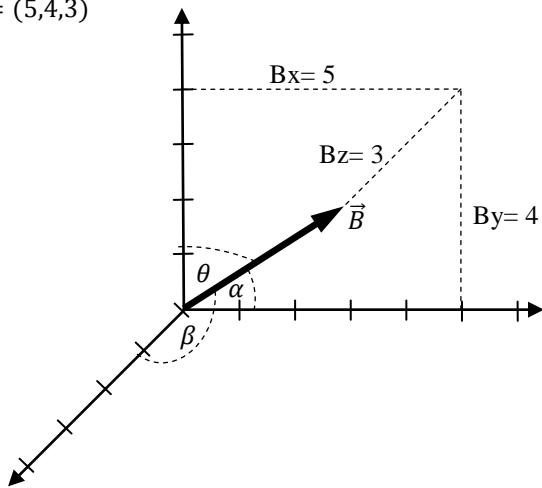
$$\phi_{R_1-C} = \theta - \delta = 70 - 67,254^\circ$$

$$\Rightarrow \phi_{R_1-C} = 2,745^\circ$$

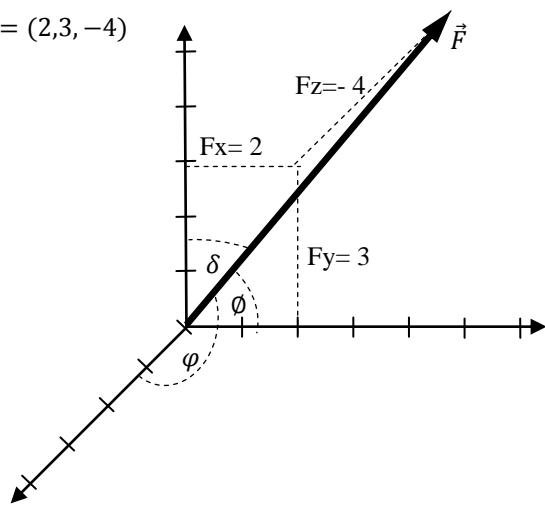
- 2.12.5. Dado los siguientes vectores en el espacio  $\vec{B} = (5, 4, 3)$  y  $\vec{F} = (2, 3, -4)$ : a) realizar los gráficos, b) hallar los vectores unitarios  $\hat{B}$  y  $\hat{F}$  c) Hallar los cosenos directores de los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{F}$

a) realizar los gráficos

$$\vec{B} = (5, 4, 3)$$



$$\vec{F} = (2, 3, -4)$$



b) hallar los vectores unitarios  $\hat{B}$  y  $\hat{F}$

Calculo del modulo de  $\vec{B}$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2 + (B_z)^2}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(5)^2 + (4)^2 + (3)^2}$$

$$|\vec{B}| = 7,071u$$

Calculo del vector unitario  $\hat{b}$

$$\hat{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}}{7,071}$$

$$\hat{b} = 0,7071\hat{i} + 0,5657\hat{j} + 0,4243\hat{k}$$

Calculo del modulo de  $\vec{F}$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (-4)^2}$$

$$|\vec{F}| = 5,385u$$

Calculo del vector unitario  $\hat{f}$

$$\hat{f} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}}{5,385}$$

$$\hat{f} = 0,371\hat{i} + 0,557\hat{j} - 0,743\hat{k}$$

c) Hallar los cosenos directores de los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{F}$

$$\vec{B} = (5, 4, 3)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{B_x}{|\vec{B}|} = \frac{5}{7,071} = 0,7071 \Rightarrow \alpha = 45,0^\circ$$

$$\cos(\theta) = \frac{B_y}{|\vec{B}|} = \frac{4}{7,071} = 0,5657 \Rightarrow \theta = 55,55^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{B_z}{|\vec{B}|} = \frac{3}{7,071} = 0,4243 \Rightarrow \beta = 64,89^\circ$$

$$\vec{F} = (2, 3, -4)$$

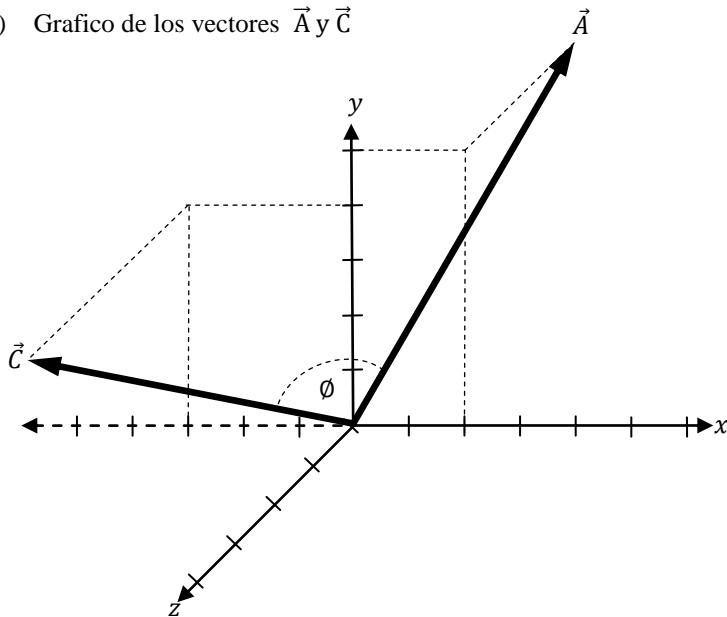
$$\cos(\phi) = \frac{F_x}{|\vec{F}|} = \frac{2}{5,385} = 0,371 \Rightarrow \phi = 68,22^\circ$$

$$\cos(\delta) = \frac{F_y}{|\vec{F}|} = \frac{3}{5,385} = 0,557 \Rightarrow \delta = 56,15^\circ$$

$$\cos(\varphi) = \frac{F_z}{|\vec{F}|} = \frac{-4}{5,385} = -0,743 \Rightarrow \varphi = -42,01^\circ$$

- 2.12.6. Dado los vectores  $\vec{A} = (2,5, -3)$  y  $\vec{C} = (-3,4,4)$ , a) Graficar los vectores b) Hallar el ángulo que forman los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{C}$  en forma escalar , c) Hallar el ángulo que forman los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{C}$  en forma vectorial

a) Grafico de los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{C}$



b) Hallar el ángulo que forman los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{C}$  en forma escalar

$$|\vec{A}| = \sqrt{(Ax)^2 + (Ay)^2 + (Az)^2} = \sqrt{(2)^2 + (5)^2 + (-3)^2} \Rightarrow |\vec{A}| = 6,1644u$$

$$|\vec{C}| = \sqrt{(Cx)^2 + (Cy)^2 + (Cz)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2 + (4)^2} \Rightarrow |\vec{C}| = 6,4031u$$

$$\vec{A} \circ \vec{C} = (2,5,-3) \circ (-3,4,4) = 2 \cdot (-3) + 5 \cdot 4 + (-3) \cdot 4 \Rightarrow \vec{A} \circ \vec{C} = 2 u^2$$

$$\vec{A} \circ \vec{C} = |\vec{A}| \cdot |\vec{C}| \cdot \cos(\phi) \Rightarrow \cos(\phi) = \frac{\vec{A} \circ \vec{C}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{C}|} = \frac{2}{(6,1644) \cdot (6,4031)} = 0,0507 \Rightarrow \phi = 87,1^\circ$$

c) Hallar el ángulo que forman los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{C}$  en forma vectorial

$$\vec{A} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 5 & -3 \\ -3 & 4 & 4 \end{vmatrix} = [(5) \cdot (4) - (4) \cdot (-3)]\hat{i} - [(2) \cdot (4) - (-3) \cdot (-3)]\hat{j} + [(2) \cdot (4) - (-3) \cdot (5)]\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{C} = (32\hat{i} + 1\hat{j} + 23\hat{k})$$

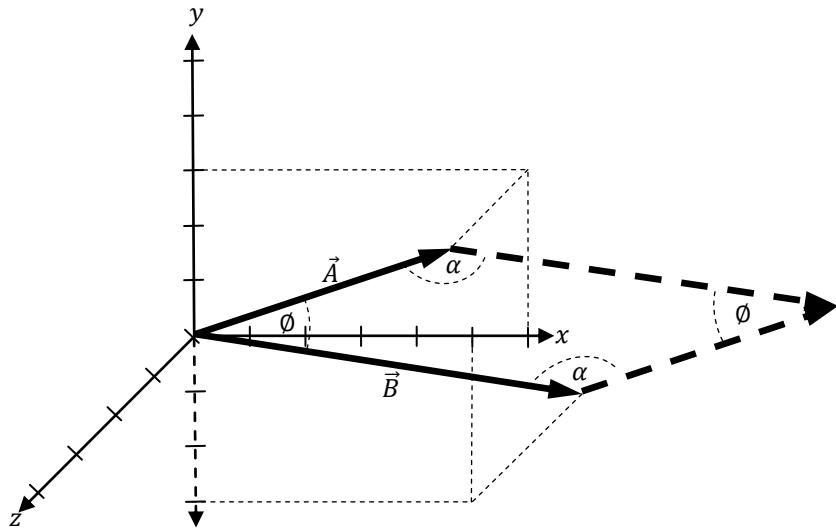
$$|\vec{A} \times \vec{C}| = \sqrt{(32)^2 + (1)^2 + (23)^2}$$

$$|\vec{A} \times \vec{C}| = 39,4208 u^2$$

$$|\vec{A} \times \vec{C}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{C}| \cdot \sin(\phi) \Rightarrow \sin(\phi) = \frac{|\vec{A} \times \vec{C}|}{|\vec{A}| \cdot |\vec{C}|} = \frac{39,4208}{(6,1644) \cdot (6,4031)} = 0,9987 \Rightarrow \phi = 87,1^\circ$$

- 2.12.7. Si la superficie de un terreno tiene forma de un paralelogramo y está definido por dos vectores  $\vec{A}(5, -3, 3)$  km y  $\vec{B}(6, 3, -2)$  km. a) Graficar la forma del terreno, b) Hallar el área del terreno en forma vectorial, c) Hallar los ángulos internos del terreno.

a) Graficar la forma del terreno



b) Hallar el área del terreno en forma vectorial

$$\vec{B} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6 & 3 & -2 \\ 5 & -3 & 3 \end{vmatrix} = [(3)(3) - (-3)(-2)]\hat{i} - [(6)(3) - (5)(-2)]\hat{j} + [(6)(-3) - (5)(3)]\hat{k}$$

$$\vec{B} \times \vec{A} = (3\hat{i} - 28\hat{j} - 33\hat{k})$$

$$|\vec{B} \times \vec{A}| = \sqrt{(3)^2 + (-28)^2 + (-33)^2}$$

$$|\vec{B} \times \vec{A}| = 43,382 \text{ km}^2$$

$$\text{Area} = 43,382 \text{ km}^2$$

c) Hallar los ángulos internos del terreno.

$$|\vec{A}| = \sqrt{(Ax)^2 + (Ay)^2 + (Az)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-3)^2 + (3)^2} \Rightarrow |\vec{A}| = 6,557 \text{ km}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(Bx)^2 + (By)^2 + (Bz)^2} = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (-2)^2} \Rightarrow |\vec{B}| = 7 \text{ km}$$

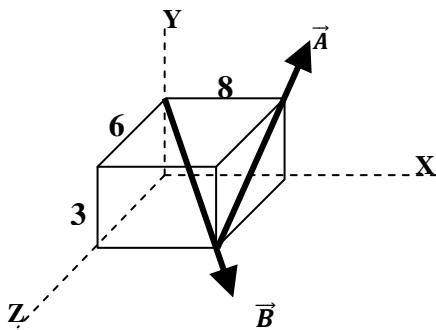
$$|\vec{B} \times \vec{A}| = |\vec{B}| \cdot |\vec{A}| \cdot \sin(\phi) \Rightarrow \sin(\phi) = \frac{|\vec{B} \times \vec{A}|}{|\vec{B}| \cdot |\vec{A}|} = \frac{43,382}{(7) \cdot (6,557)} = 0,9452 \Rightarrow \phi = 70,94^\circ$$

Calculo del angulo  $\alpha$

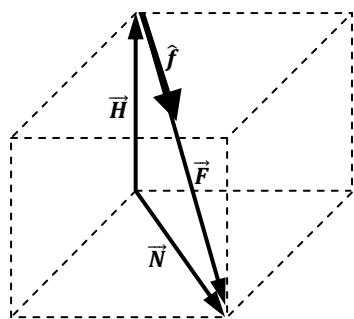
$$2 \cdot \alpha + 2 \cdot \phi = 360^\circ$$

$$\alpha = \frac{360^\circ - 2 \cdot \phi}{2} = \frac{360^\circ - 2 \cdot 70,94^\circ}{2} \Rightarrow \alpha = 109,06^\circ$$

- 2.12.8. Dado los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  mostrados en la figura en donde  $|\vec{A}| = 30 \text{ m}$  y  $|\vec{B}| = 50 \text{ m}$ . Hallar : a) El producto escalar  $\vec{A} \circ \vec{B}$ , b) Hallar el ángulo que forman  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  en forma vectorial.



- a) El producto escalar  $\vec{A} \circ \vec{B}$



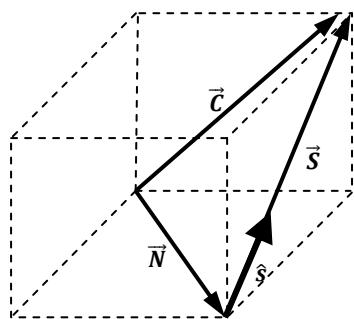
Del grafico se obtiene

$$\vec{H} + \vec{F} = \vec{N} \Rightarrow \vec{F} = \vec{N} - \vec{H} = (8,0,6) - (0,3,0) \Rightarrow \vec{F} = (8,-3,6)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2} = \sqrt{(8)^2 + (-3)^2 + (6)^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 10,440 \text{ m}$$

$$\hat{f} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{8i - 3j + 6k}{10,440} = 0,7663i - 0,2874j + 0,5747k \Rightarrow \hat{b} = 0,7663i - 0,2874j + 0,5747k$$

$$\vec{B} = |\vec{B}| \cdot \hat{b} = 50 \cdot (0,7663i - 0,2874j + 0,5747k) \Rightarrow \vec{B} = 38,314i - 14,368j + 28,736k$$



Del grafico se obtiene

$$\vec{N} + \vec{S} = \vec{C} \Rightarrow \vec{S} = \vec{C} - \vec{N} = (8,3,0) - (8,0,6) \Rightarrow \vec{S} = (0,3,-6)$$

$$|\vec{S}| = \sqrt{(S_x)^2 + (S_y)^2 + (S_z)^2} = \sqrt{(0)^2 + (3)^2 + (-6)^2} \Rightarrow |\vec{S}| = 6,708 \text{ m}$$

$$\hat{s} = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} = \frac{0i + 3j - 6k}{6,708} = 0i - 0,447j + 0,894k \Rightarrow \hat{a} = 0i - 0,447j + 0,894k$$

$$\vec{A} = |\vec{A}| \cdot \hat{a} = 30 \cdot (0i - 0,447j + 0,894k) \Rightarrow \vec{A} = 0i - 13,41j + 26,82k$$

Calculo del producto escalar

$$\vec{B} \circ \vec{A} = (38,314i - 14,368j + 28,736k) \circ (0i - 13,41j + 26,82k)$$

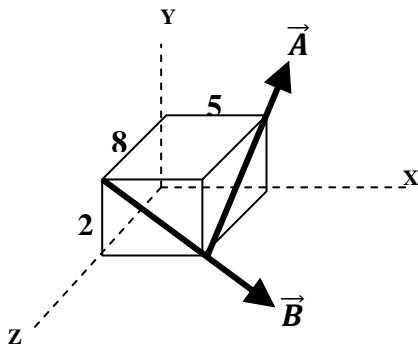
$$\vec{B} \circ \vec{A} = (38,314) \cdot (0) + (-14,368) \cdot (-13,41) + (28,736) \cdot (26,82)$$

$$\vec{B} \circ \vec{A} = 1231,57 \text{ m}^2$$

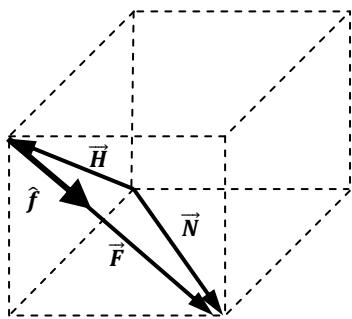
- b) Hallar el ángulo que forman  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  en forma vectorial.

$$\vec{B} \circ \vec{A} = |\vec{B}| \cdot |\vec{A}| \cdot \cos(\phi) \Rightarrow \cos(\phi) = \frac{\vec{B} \circ \vec{A}}{|\vec{B}| \cdot |\vec{A}|} = \frac{1231,57}{(50) \cdot (30)} = 0,8210 \Rightarrow \phi = 34,81^\circ$$

- 2.12.9. Dado los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  mostrados en la figura en donde  $|\vec{A}| = 10$  m y  $|\vec{B}| = 20$  m. Hallar :a) Hallar el producto vectorial  $\vec{A} \times \vec{B}$ , b) Hallar la componente del vector  $\vec{A}$  sobre eje formado por el vector  $\vec{B}$ - $\vec{B}$



- a) Hallar el producto vectorial  $\vec{A} \times \vec{B}$



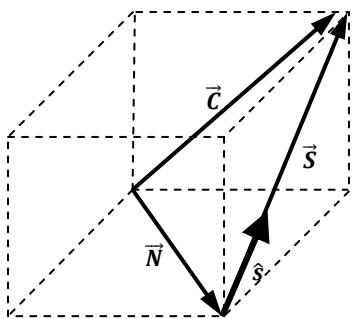
Del grafico se obtiene

$$\vec{H} + \vec{F} = \vec{N} \Rightarrow \vec{F} = \vec{N} - \vec{H} = (5, 0, 8) - (0, 2, 0) \Rightarrow \vec{F} = (5, -2, 0)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-2)^2 + (0)^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 5,385 \text{ m}$$

$$\hat{f} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{5i - 2j + 0k}{5,385} = 0,9285i - 0,3714j + 0k \Rightarrow \hat{b} = 0,9285i - 0,3714j + 0k$$

$$\vec{B} = |\vec{B}| \cdot \hat{b} = 20 \cdot (0,9285i - 0,3714j + 0k) \Rightarrow \vec{B} = 18,57i - 7,428j + 0k$$



Del grafico se obtiene

$$\vec{N} + \vec{S} = \vec{C} \Rightarrow \vec{S} = \vec{C} - \vec{N} = (5, 2, 0) - (5, 0, 8) \Rightarrow \vec{S} = (0, 2, -8)$$

$$|\vec{S}| = \sqrt{(S_x)^2 + (S_y)^2 + (S_z)^2} = \sqrt{(0)^2 + (2)^2 + (-8)^2} \Rightarrow |\vec{S}| = 8,246 \text{ m}$$

$$\hat{s} = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} = \frac{0i + 2j - 8k}{8,246} = 0i - 0,2425j + 0,9702k \Rightarrow \hat{a} = 0i - 0,2425j + 0,9702k$$

$$\vec{A} = |\vec{A}| \cdot \hat{a} = 10 \cdot (0i - 0,2425j + 0,9702k) \Rightarrow \vec{A} = 0i - 2,425j + 9,702k$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -2,425 & 9,702 \\ 18,57 & -7,428 & 0 \end{vmatrix} = [(-2,4) \cdot (0) - (-7,428) \cdot (9,702)]\hat{i} - [(0) \cdot (0) - (18,57) \cdot (9,702)]\hat{j} + [(0) \cdot (-7,4) - (18,57) \cdot (-2,425)]\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (73,066\hat{i} + 180,166\hat{j} - 45,032\hat{k})$$

- b) Hallar la componente del vector  $\vec{A}$  sobre eje formado por el vector  $\vec{B}$ - $\vec{B}$

$$\vec{B} \circ \vec{A} = |\vec{B}| \cdot |\vec{A}| \cdot \cos(\phi) \Rightarrow \cos(\phi) = \frac{\vec{B} \circ \vec{A}}{|\vec{B}| \cdot |\vec{A}|}$$

$$\cos(\phi) = \frac{(18,57i - 7,428j + 0k) \cdot (0i - 2,425j + 9,702k)}{(20) \cdot (10)} = 0,0901$$

$$\phi = 84,83^\circ$$

$$A_{B-B} = A \cdot \cos(\phi) = 10 \cdot \cos(84,83)$$

$$A_{B-B} = 0,901 \text{ m}$$

2.12.10. La suma de de 2 vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  es  $5i + j + 3k$ , su producto vectorial  $\vec{A} \times \vec{B} = -10i - j + 17k$  y su producto escalar  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 6$  u. ¿Hallar los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  ?.

$$\vec{A} + \vec{B} = (Ax i + Ay j + Az k) + (Bx i + By j + Bz k) = (Ax + Bx)i + (Ay + By)j + (Az + Bz)k = 5i + j + 3k$$

$$Ax + Bx = 5 \quad Ay + By = 1 \quad Az + Bz = 3$$

$$Bx = 5 - Ax \quad By = 1 - Ay \quad Bz = 3 - Az$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} Ax & Ay & Az \\ Bx & By & Bz \end{vmatrix} = [(Ay \cdot Bz) - (By \cdot Az)]i - [(Ax \cdot Bz) - (Bx \cdot Az)]j + [(Ax \cdot By) - (Bx \cdot Ay)]k = -10i - j + 17k$$

$$(Ay \cdot Bz) - (By \cdot Az) = -10 \quad (Ax \cdot Bz) - (Bx \cdot Az) = 1 \quad (Ax \cdot By) - (Bx \cdot Ay) = 17$$

$$Ay \cdot (3 - Az) - Az \cdot (1 - Ay) = -10 \quad Ax \cdot (3 - Az) - Az \cdot (5 - Ax) = 1 \quad Ax \cdot (1 - Ay) - Ay \cdot (5 - Ax) = 17$$

$$3 \cdot Ay - Az \cdot Ay - 1 \cdot Az + Az \cdot Ay = -10 \quad 3 \cdot Ax - Ax \cdot Az - 5 \cdot Az + Ax \cdot Az = 1 \quad Ax - Ax \cdot Ay - 5 \cdot Ay + Ay \cdot Ax = 17$$

$$3 \cdot Ay - 1 \cdot Az = -10 \quad 3 \cdot Ax - 5 \cdot Az = 1 \quad Ax - 5 \cdot Ay = 17$$

$$\frac{3}{5} \cdot Ax - \frac{1}{5} = Az \quad \frac{1}{5} Ax - \frac{17}{5} = Ay$$

$$\vec{A} \circ \vec{B} = (Ax + Ay + Az) \circ (Bx + By + Bz) = Ax \cdot Bx + Ay \cdot By + Az \cdot Bz = -10$$

$$Ax \cdot (5 - Ax) + Ay \cdot (1 - Ay) + Az \cdot (3 - Az) = -10$$

$$5 \cdot Ax - (Ax)^2 + Ay - (Ay)^2 + 3 \cdot Az - (Az)^2 = -10$$

$$5 \cdot Ax - (Ax)^2 + \left(\frac{1}{5} Ax - \frac{17}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} Ax - \frac{17}{5}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot Ax - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{3}{5} \cdot Ax - \frac{1}{5}\right)^2 = -10 \quad *(25)$$

$$125 \cdot Ax - 25 \cdot (Ax)^2 + (5 \cdot Ax - 85) - (Ax - 17)^2 + (45 \cdot Ax - 15) - (3Ax - 1)^2 = -225$$

$$125 \cdot Ax - 25 \cdot (Ax)^2 + 5 \cdot Ax - 85 - (Ax)^2 + 34Ax - 289 + 45 \cdot Ax - 15 - 9 \cdot (Ax)^2 + 6 \cdot Ax - 1 = -225$$

$$-35 \cdot (Ax)^2 + 215 \cdot Ax - 165 = 0$$

$$Ax = \frac{-215 \pm \sqrt{(215)^2 - 4 \cdot (-35) \cdot (-165)}}{2 \cdot (-35)}$$

$$(+)\ Ax = 0,899$$

$$(+)\ Bx = 5 - 0,899 \Rightarrow Bx = 4,101$$

$$(-)\ Ax = 5,244$$

$$(-)\ Bx = 5 - 5,244 \Rightarrow Bx = -0,244$$

$$(+)\ \frac{1}{5} \cdot 0,899 - \frac{17}{5} = Ay \Rightarrow Ay = 3,220$$

$$(+)\ By = 1 - 3,220 \Rightarrow By = 2,220$$

$$(-)\ \frac{1}{5} \cdot 5,244 - \frac{17}{5} = Ay \Rightarrow Ay = -2,351$$

$$(-)\ By = 1 - (-2,351) \Rightarrow By = 3,351$$

$$(+)\ \frac{3}{5} \cdot 0,899 - \frac{1}{5} = Az \Rightarrow Az = 0,339$$

$$(+)\ Bz = 3 - 0,339 \Rightarrow Bz = 2,661$$

$$(-)\ \frac{3}{5} \cdot 5,244 - \frac{1}{5} = Az \Rightarrow Az = 2,946$$

$$(-)\ Bz = 3 - 2,946 \Rightarrow Bz = 0,054$$

Solucion 1

$$\vec{A} = (0,899i + 3,220j + 0,339k) \text{ y } \vec{B} = (4,101i + 2,220j + 2,661k)$$

Solucion 2

$$\vec{A} = (5,244i - 2,351j + 2,946k) \text{ y } \vec{B} = (-0,244i + 3,351j + 0,054k)$$

2.12.11. Se tiene dos vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  cuya suma es  $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} = -4\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$  paralelos entre si y cuyo producto escalar es -22. Hallar dichos vectores

$$\begin{aligned}\vec{A} + \vec{B} &= (Ax i + Ay j + Az k) + (Bx i + By j + Bz k) = (Ax + Bx)i + (Ay + By)j + (Az + Bz)k = -4i - 6j + 2k \\ Ax + Bx &= -4 & Ay + By &= -6 & Az + Bz &= 2 \\ Bx &= -4 - Ax & By &= -6 - Ay & Bz &= 2 - Az \\ \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} Ax & Ay & Az \\ Bx & By & Bz \end{vmatrix} = [(Ay \cdot Bz) - (By \cdot Az)]i - [(Ax \cdot Bz) - (Bx \cdot Az)]j + [(Ax \cdot By) - (Bx \cdot Ay)]k = 0i + 0j + 0k \\ (Ay \cdot Bz) - (By \cdot Az) &= 0 & (Ax \cdot Bz) - (Bx \cdot Az) &= 0 & (Ax \cdot By) - (Bx \cdot Ay) &= 0 \\ Ay \cdot (2 - Az) - Az \cdot (-6 - Ay) &= 0 & Ax \cdot (2 - Az) - Az \cdot (-4 - Ax) &= 0 & Ax \cdot (-6 - Ay) - Ay \cdot (-4 - Ax) &= 0 \\ 2 \cdot Ay - Az \cdot Ay + 6 \cdot Az + Az \cdot Ay &= 0 & 2 \cdot Ax - Ax \cdot Az + 4 \cdot Az + Ax \cdot Az &= 0 & -6 \cdot Ax - Ax \cdot Ay + 4 \cdot Ay + Ay \cdot Ax &= 0 \\ Ay + 3 \cdot Az &= 0 & Ax + 2 \cdot Az &= 0 & -1,5 \cdot Ax + Ay &= 0 \\ && -0,5 \cdot Ax &= Az & 1,5 \cdot Ax &= Ay \\ \vec{A} \circ \vec{B} &= (Ax + Ay + Az) \circ (Bx + By + Bz) = Ax \cdot Bx + Ay \cdot By + Az \cdot Bz = -22 \\ Ax \cdot (-4 - Ax) + Ay \cdot (-6 - Ay) + Az \cdot (2 - Az) &= -22 \\ -4 \cdot Ax - (Ax)^2 - 6 \cdot Ay - (Ay)^2 + 2 \cdot Az - (Az)^2 &= -22 \\ -4 \cdot Ax - (Ax)^2 - 6 \cdot (1,5 \cdot Ax) - (1,5 \cdot Ax)^2 + 2 \cdot (-0,5 \cdot Ax) - (-0,5 \cdot Ax)^2 &= -22 \\ -4 \cdot Ax - (Ax)^2 - 9 \cdot Ax - 2,25 \cdot (Ax)^2 - Ax + 0,25 \cdot (Ax)^2 &= -22 \\ -3 \cdot (Ax)^2 - 14 \cdot Ax + 22 &= 0 \\ 3 \cdot (Ax)^2 + 14 \cdot Ax - 22 &= 0 \\ Ax &= \frac{-14 \pm \sqrt{(14)^2 - 4 \cdot (3) \cdot (-22)}}{2 \cdot (3)} \\ (+) \quad Ax &= 1,241 & (+) \quad Bx &= -4 - Ax = -4 - 1,241 & \Rightarrow \quad Bx &= -5,241 \\ (-) \quad Ax &= -5,908 & (-) \quad Bx &= -4 - Ax = -4 + 5,908 & \Rightarrow \quad Bx &= 1,908 \\ (+) \quad Ay &= 1,5 \cdot Ax = 1,5 \cdot (1,241) \Rightarrow Ay &= 1,821 & (+) \quad By &= -6 - Ay = -6 - 1,821 & \Rightarrow \quad By &= -7,821 \\ (-) \quad Ay &= 1,5 \cdot Ax = 1,5 \cdot (-5,908) \Rightarrow Ay &= -8,862 & (-) \quad By &= -6 - Ay = -6 + 8,862 & \Rightarrow \quad By &= 2,862 \\ (+) \quad Az &= 0,5 \cdot Ax = 0,5 \cdot (1,241) \Rightarrow Az &= 0,607 & (+) \quad Bz &= 2 - Az = 2 - 0,607 & \Rightarrow \quad Bz &= 1,393 \\ (-) \quad Az &= 0,5 \cdot Ax = 0,5 \cdot (-5,908) \Rightarrow Az &= -2,954 & (-) \quad Bz &= 2 - Az = 2 + 2,954 & \Rightarrow \quad Bz &= 4,954 \end{aligned}$$

Solucion 1

$$\vec{A} = (1,241i + 1,821j + 0,607k) \text{ y } \vec{B} = (-5,241i - 7,821j + 1,393k)$$

Solucion 2

$$\vec{A} = (-5,908i - 8,862j - 2,954k) \text{ y } \vec{B} = (1,908i + 2,862j + 4,954k)$$

2.12.12. Hallar el vector unitario de un vector de módulo 20 que sea perpendicular a  $(2, -4, 0)$  y forme un ángulo de  $30^\circ$  con  $(0, 0, 4)$ .

Llamamos al vector buscado  $\vec{A} = (Ax i + Ay j + Az k)$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(Ax)^2 + (Ay)^2 + (Az)^2} = 20 \Rightarrow (Ax)^2 + (Ay)^2 + (Az)^2 = 400 \quad (\text{Ec. 1})$$

Condición de perpendicularidad del vector  $\vec{A}$  con el vector  $\vec{B} = (2, -4, 0)$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow (Ax, Ay, Az) \cdot (2, -4, 0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot Ax - 4 \cdot Ay = 0 \Rightarrow Ay = 0,5 \cdot Ax \quad (\text{Ec. 2})$$

Condición para que el vector  $\vec{A}$  con el vector  $\vec{C} = (0, 0, 4)$  formen un angulo  $\theta = 22^\circ$

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = |\vec{A}| \cdot |\vec{C}| \cdot \cos(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{C}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{C}|} = \frac{(Ax, Ay, Az) \cdot (0, 0, 4)}{|(Ax, Ay, Az)| \cdot |(0, 0, 4)|} = \frac{4 \cdot Az}{20 \cdot 4} = \frac{Az}{20}$$

$$\cos(22^\circ) = \frac{Az}{20} \Rightarrow Az = 18,544 \quad (\text{Ec. 3})$$

Reemplazando la (Ec. 3) y (Ec. 2) en la (Ec. 1)

$$(Ax)^2 + (Ay)^2 + (Az)^2 = 400$$

$$(Ax)^2 + (0,5 \cdot Ax)^2 + (18,544)^2 = 400$$

$$(Ax)^2 + 0,25 \cdot (Ax)^2 + 343,880 = 400$$

$$1,25 \cdot (Ax)^2 = 56,120$$

$$\sqrt{(Ax)^2} = \sqrt{44,896}$$

$$Ax = 6,700$$

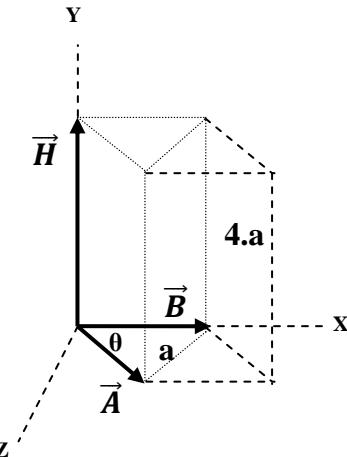
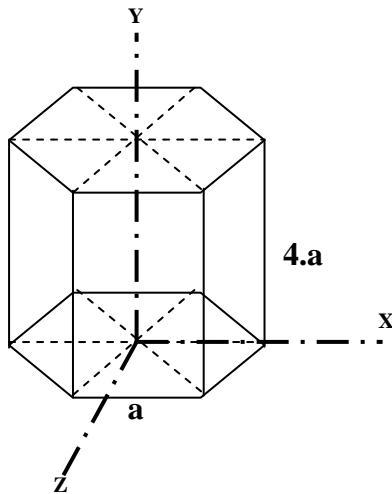
De (Ec. 2)

$$Ay = 0,5 \cdot Ax = 0,5 \cdot 6,700 \Rightarrow Ay = 3,350$$

Solución 1

$$\vec{A} = (6,700i + 3,350j + 18,544k)$$

2.12.13. Hallar el volumen y superficie en forma vectorial de una prisma de base un hexágono de lado  $a$  y altura  $4.a$ .



a) Calculo del volumen de la prisma

Del grafico se obtiene los vectores :

$$\vec{A} = (a \cdot \cos \theta; 0; a \cdot \sin \theta) \quad \vec{B} = (a; 0; 0) \quad \vec{C} = (0; 4 \cdot a; 0)$$

Calculo del volumen de la prisma

$$\nabla_T = 6 \cdot \left( \frac{\nabla_1}{2} \right) \Rightarrow \nabla_T = 3 \cdot \nabla_1 \quad (\text{Ec 1})$$

Calculo del volumen  $\nabla_1$

$$\nabla_1 = (\vec{A} \times \vec{B}) \circ \vec{H} = \begin{vmatrix} a \cdot \cos \theta & 0 & a \cdot \sin \theta \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 4 \cdot a & 0 \end{vmatrix}$$

$$\nabla_1 = (0) \cdot [(0 \cdot 0) - (0 \cdot a \cdot \sin \theta)] - (4 \cdot a) \cdot [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot a \cdot \sin \theta)] + (0) \cdot [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot 0)]$$

$$\nabla_1 = 4 \cdot a^3 \cdot \sin \theta$$

Reemplazando el  $(\nabla_1)$  en la (Ec 1):

$$\nabla_T = 3 \cdot \nabla_1 = 3 \cdot (4 \cdot a^3 \cdot \sin \theta) \Rightarrow \nabla_T = 12 \cdot a^3 \cdot \sin(60^\circ) \Rightarrow \nabla_T = 10,392 \cdot a^3$$

b) Calculo del area superficial de la prisma

Del grafico se obtiene los vectores :

$$\vec{A} = (a \cdot \cos \theta; 0; a \cdot \sin \theta) \quad \vec{B} = (a; 0; 0) \quad \vec{C} = (0; 0; a) \quad \vec{H} = (0; 4 \cdot a; 0)$$

Calculo del volumen  $\nabla_1$

$$\vec{A}_1 = (\vec{C} \times \vec{H}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & 4 \cdot a & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A}_1 = [(0 \cdot 0) - (4 \cdot a \cdot a)]i - [(0 \cdot 0) - (0 \cdot a)]j + [(0 \cdot 4 \cdot a) - (0 \cdot 0)]k = (-4 \cdot a^2 \cdot i + 0j + 0k)$$

$$|\vec{A}_1| = \sqrt{(-4 \cdot a^2)^2 + (0)^2 + (0)^2} \Rightarrow A_1 = 4 \cdot a^2$$

$$\vec{A}_2 = (\vec{A} \times \vec{B}) = \begin{vmatrix} a \cdot \cos \theta & 0 & a \cdot \sin \theta \\ a & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

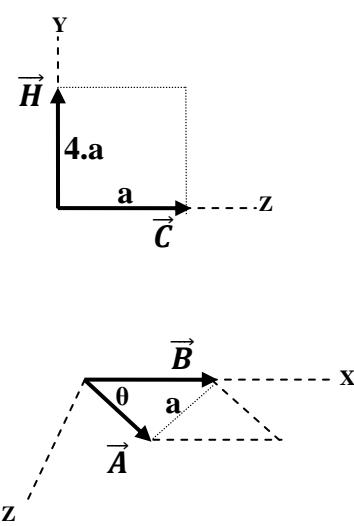
$$\vec{A}_2 = [(0 \cdot 0) - (0 \cdot a \cdot \sin \theta)]i - [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot a \cdot \sin \theta)]j + [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot 0)]k$$

$$|\vec{A}_2| = \sqrt{(0)^2 + (a^2 \cdot \sin \theta)^2 + (0)^2} \Rightarrow A_2 = a^2 \cdot \sin \theta$$

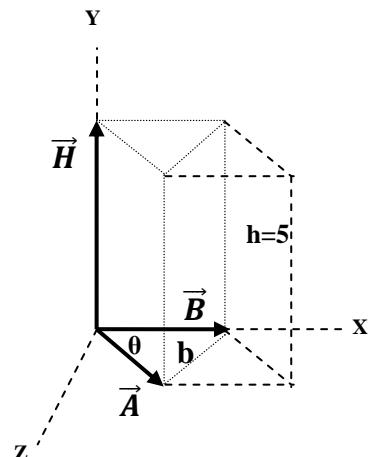
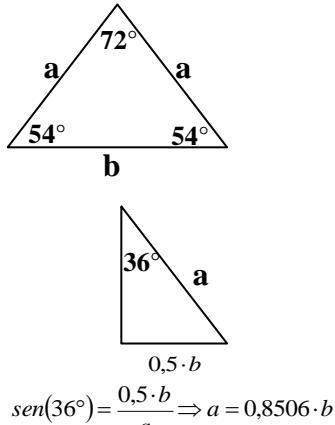
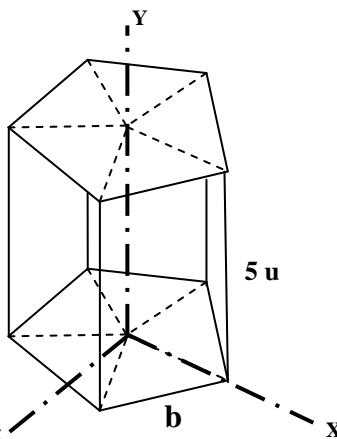
Calculo del Area total:

$$A_T = 6 \cdot A_1 + 2 \cdot \left[ 6 \cdot \left( \frac{A_2}{2} \right) \right] = 6 \cdot A_1 + 6 \cdot A_2 = 6 \cdot (A_1 + A_2) = 6 \cdot (4 \cdot a^2 + a^2 \cdot \sin \theta)$$

$$A_T = 6 \cdot a^2 \cdot (4 + \sin(60^\circ)) \Rightarrow A_T = 2,196 \cdot a^2$$



- 2.12.14. Una prisma de base un pentágono de lado  $b$  y altura  $5$  u tiene un volumen de  $2000$  u<sup>3</sup>. Hallar: a) El lado del pentágono en forma vectorial b) La superficie externa de dicho pentágono en forma vectorial.



a) Calculo de la altura de la prisma

Del grafico se obtiene los vectores:

$$\vec{A} = (a \cdot \cos \theta; 0; a \cdot \sin \theta) \quad \vec{B} = (a; 0; 0) \quad \vec{C} = (0; h; 0)$$

Calculo del volumen de la prisma

$$\forall_T = 5 \cdot \left( \frac{\nabla_1}{2} \right) \Rightarrow \forall_T = 2,5 \cdot \nabla_1 \quad (\text{Ec 1})$$

Calculo del volumen  $\nabla_1$

$$\nabla_1 = |(\vec{A} \times \vec{B}) \circ \vec{H}| = \begin{vmatrix} a \cdot \cos \theta & 0 & a \cdot \sin \theta \\ a & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 \end{vmatrix}$$

$$\nabla_1 = (0) \cdot [(0 \cdot 0) - (0 \cdot a \cdot \sin \theta)] - (h) \cdot [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot a \cdot \sin \theta)] + (0) \cdot [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot 0)]$$

$$\nabla_1 = h \cdot a^2 \cdot \sin \theta$$

Reemplazando el ( $\nabla_1$ ) en la (Ec 1):

$$\forall_T = 2,5 \cdot \nabla_1 = 2,5 \cdot (h \cdot a^2 \cdot \sin \theta) = 2,5 \cdot (5 \cdot (0,8506 \cdot b)^2 \cdot \sin(72^\circ)) = 2000 \Rightarrow b = 15,249 \text{ u} \Rightarrow a = 12,971 \text{ u}$$

b) Calculo del area superficial de la prisma

Del grafico se obtiene los vectores:

$$\vec{A} = (a \cdot \cos \theta; 0; a \cdot \sin \theta) \quad \vec{B} = (a; 0; 0) \quad \vec{C} = (0; 0; a) \quad \vec{H} = (0; h; 0)$$

Calculo del volumen  $\nabla_1$

$$\vec{A}_1 = |(\vec{C} \times \vec{H})| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & h & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A}_1 = [(0 \cdot 0) - (h \cdot a)]i - [(0 \cdot 0) - (0 \cdot a)]j + [(0 \cdot h) - (0 \cdot 0)]k = (-h \cdot a \cdot i + 0 \cdot j + 0 \cdot k)$$

$$|\vec{A}_1| = \sqrt{(-h \cdot a)^2 + (0)^2 + (0)^2} \Rightarrow A_1 = h \cdot a$$

$$\vec{A}_2 = |(\vec{A} \times \vec{B})| = \begin{vmatrix} a \cdot \cos \theta & 0 & a \cdot \sin \theta \\ a & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

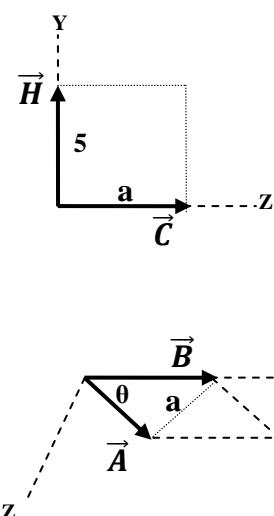
$$\vec{A}_2 = [(0 \cdot 0) - (0 \cdot a \cdot \sin \theta)]i - [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot a \cdot \sin \theta)]j + [(a \cdot \cos \theta \cdot 0) - (a \cdot 0)]k$$

$$|\vec{A}_2| = \sqrt{(0)^2 + (a^2 \cdot \sin \theta)^2 + (0)^2} \Rightarrow A_2 = a^2 \cdot \sin \theta$$

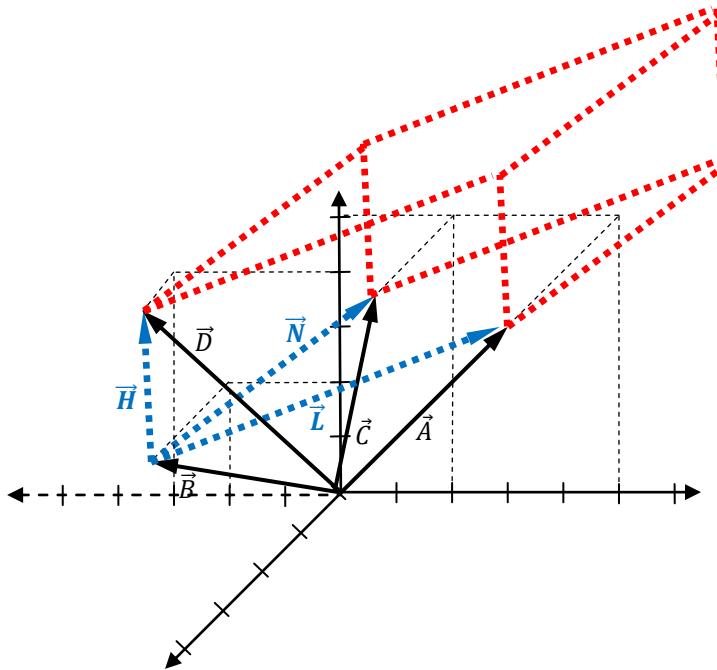
Calculo del Area total:

$$A_T = 5 \cdot A_1 + 2 \cdot \left[ 5 \cdot \left( \frac{A_2}{2} \right) \right] = 5 \cdot A_1 + 5 \cdot A_2 = 5 \cdot (A_1 + A_2) = 5 \cdot (h \cdot a + a^2 \cdot \sin \theta)$$

$$A_T = 5 \cdot ((5) \cdot (12,971) + (12,971)^2 \cdot \sin(72^\circ)) \Rightarrow A_T = 1124,24 \text{ u}^2$$



2.12.15. Cuatro vectores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$  y  $\vec{D}$  definen una prisma en el espacio, el vector de menor longitud es el vector que define la prisma, A(5,5,3), B(-2,2,2), C(2,5,-2), D(-3,4,-1): Hallar el volumen de la prisma y



a) Calculo del volumen de la prisma

Del grafico se obtiene los vectores :

$$\vec{B} + \vec{L} = \vec{A} \Rightarrow \vec{L} = \vec{A} - \vec{B} \Rightarrow \vec{L} = (5; 5; 3) - (-2; 2; 2) \Rightarrow \vec{L} = (7; 3; 1)$$

$$\vec{B} + \vec{N} = \vec{C} \Rightarrow \vec{N} = \vec{C} - \vec{B} \Rightarrow \vec{N} = (2; 5; -2) - (-2; 2; 2) \Rightarrow \vec{N} = (4; 3; -4)$$

$$\vec{B} + \vec{H} = \vec{D} \Rightarrow \vec{H} = \vec{D} - \vec{B} \Rightarrow \vec{H} = (-3; 4; -1) - (-2; 2; 2) \Rightarrow \vec{H} = (-1; 2; -3)$$

Calculo del volumen de la prisma  $\forall$

$$\forall = |(\vec{L} \times \vec{N}) \circ \vec{H}| = \begin{vmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & -4 \\ -1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\forall = |(-1) \cdot [(3) \cdot (-4) - (3) \cdot (1)] - (2) \cdot [(7) \cdot (-4) - (4) \cdot (1)] + (-3) \cdot [(7) \cdot (3) - (4) \cdot (3)]|$$

$$\forall = 52 u^3$$