Área personal / Mis cursos / 03069 - MATEMATICA PARA COMPUTACION II - IC2023 / Espacios Vectoriales / Cuestionario N°4

Comenzado el	domingo, 23 de abril de 2023, 13:05
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 23 de abril de 2023, 16:57
Tiempo empleado	3 horas 51 minutos
Puntos	13,83/27,00
Calificación	**5,12** de 10,00 (**51,23**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el siguiente conjunto de vectores en $\mathbb{R}^3$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} \right\}$$

Tomando en cuenta el conjunto de vectores anterior ¿Cual de siguientes las afirmaciones es correcta?

I) Los vectores son una base de $\mathbb{R}^3$

II) Los vectores son linealmente independientes

- a. Solo la II)
- b. Ninguna ✔
- c. Ambas
- d. Solo la I)

Respuesta correcta

Basta con verificar si los vectores son li para esto calculamos el determinante como:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 3 & \frac{3}{2} & 7 \\ -7 & -\frac{7}{2} & 12 \end{vmatrix} = (2)\begin{vmatrix} \frac{3}{2} & 7 \\ -\frac{7}{2} & 12 \end{vmatrix} - (1)\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ -7 & 12 \end{vmatrix} + (9)\begin{vmatrix} 3 & \frac{3}{2} \\ -7 & -\frac{7}{2} \end{vmatrix} = (2)\left(\frac{85}{2}\right) - (1)(85) + (9)\cdot(0) = 0$$

Por lo tanto los vectores son ld y no pueden generar $\mathbb{R}^3$, de esta forma se concluye que no son una base.

La respuesta correcta es: Ninguna

Pregunta **2**

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,33 sobre 4,00

Sea $B=\{(1,0,2),(0,3,0),(4,0,5)\}$ una base para $\mathbb{R}^3$. Dado $v=(2,6,1)\in\mathbb{R}^3$ su representación respecto a la base B corresponde a:

Respuesta.

La representación de v respecto a la base B corresponde a: (

-8/3

✖ ,

2

✔ ,

7/3

✖)

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Presentando a v como combinación lineal de los vectores de B obtenemos que:

$(2,6,1)=\alpha(1,0,2)+\beta(0,3,0)+\theta(4,0,5)$

De donde obtenemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}\alpha+4\theta=2\\ 3\beta=6\\ 2\alpha+5\theta=1\end{cases}$$

De donde se obtiene que

$\alpha=-2,\quad \beta=2,\quad \theta=1$

Por lo tanto el vector buscado es $(-2,2,1)$

Pregunta **3**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Entonces una base para el espacio fila de A corresponde a:

a. $\{(0,0,0,0,-1),(0,0,0,-4)\}$

b. $\{(1,-1,0,1,0),(0,1,1,-2,-1)\}$

c. $\{(0,-2,7,3,0),(0,7,3,-3,-2)\}$ ✖

d. $\{(2,-5,7,2,1),(3,3,5,-7,-1)\}$

Respuesta incorrecta.

{Solución:} Tomando la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

y realizando operaciones elementales obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La respuesta correcta es: $\{(1,-1,0,1,0),(0,1,1,-2,-1)\}$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Sean $a=(1,2,4)$ y $b=(-1,-2,-3)$ vectores de $\mathbb{R}^3$. Si el vector $c=(2,\alpha,2\alpha)$ pertenece a $gen\{a,b\}$, entonces un valor de α para que se cumpla la condición dada corresponde a:

Respuestas.

El valor de α corresponde a

4

✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Calculamos c como combinación lineal de a y b:

$(2,\alpha,2\alpha)=x(1,2,4)+y(-1,-2,-3)$

Así se obtiene que:

$x-y=2$

$2x-2y=\alpha$

$4x-3y=2\alpha$

Tomando el sistema de ecuaciones para formar una matriz aumentada y resolviendo la misma mediante el método de Gauss - Jordan, se tiene que:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & \alpha \\ 4 & -3 & 2\alpha \end{array}\right) \begin{array}{c} R_2=-2R_1+R_2 \\ \longrightarrow \\ R_3=-2R_2+R_3 \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & \alpha-4 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} R_3, R_2 \\ \longrightarrow \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha-4 \end{array}\right)$$

De donde

$\alpha-4=0 \Rightarrow \alpha=4$

Pregunta **5**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere los siguientes vectores $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{c}$, definidos por:

$$\overrightarrow{a} = (-2, 3), \quad \overrightarrow{b} = (-1, 0) \quad \text{y} \quad \overrightarrow{c} = (11, 9)$$

Según lo información anterior, si se cumple que $\overrightarrow{c} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$, entonces se puede afirmar que:

a) El valor del parámetro α corresponde a:

-9

✖

b) El valor del parámetro β corresponde a:

-7/3

✖

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Considerando la información brindada, se tiene que

$$\begin{aligned} (11, 9) &= \alpha \cdot (-2, 3) + \beta \cdot (-1, 0) \\ (11, 9) &= (-2\alpha, 3\alpha) + (-\beta, 0) \end{aligned}$$

De donde se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -2\alpha - \beta & = & 11 \\ 3\alpha & = & 9 \end{cases}$$

Despejando de la segunda ecuación se obtiene que $\alpha = 3$ y sustituyendo en la primera ecuación tenemos que $\beta = -17$.

Así, los valores de los parámetros son $\alpha = 3$ y $\beta = -17$.

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Sea $S = \{(1,-1),(-2,1)\}$, analice las siguientes proposiciones:

I) Los vectores de S son linealmente independientes.

II) Los vectores de S determinan una base para $\mathbb{R}^3$.

III) Los vectores de S son linealmente dependientes.

¿Cuál de ellas es verdadera?

- a. La III
- b. La II
- c. La I ✔
- d. Ninguna

Respuesta correcta

Note que

$a(1,-1)+b(-2,1)=(0,0)$

nos lleva a que $a=b=0$, así S es LI.

La respuesta correcta es: La I

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 1,50 sobre 5,00

Considere el conjunto $A \in P_2$, definido por:

$$A = \{x^2 - 2x + 5,\, 2x^2 - 3x,\, x + 3\}$$

Según la información anterior, determine si el polinomio $x^2 + 4x - 3$ se puede escribir como una combinación lineal de los vectores del conjunto A.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

16822906139716111871515993519960.jpg

Para que $x^2 + 4x - 3$ sea una combinación lineal de los vectores del conjunto A, considerando $a,\ b,\ c$ escalares, debe cumplirse que:

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 3 &= a(x^2 - 2x + 5) + b(2x^2 - 3x) + c(x + 3) \\ x^2 + 4x - 3 &= ax^2 - 2ax + 5a + 2bx^2 - 3bx + cx + 3c \\ x^2 + 4x - 3 &= (a + 2b)x^2 + (-2a - 3b + c)x + (5a + 3c) \qquad (1\, punto) \end{aligned}$$

Donde, igualando término a término, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a + 2b &= 1 \\ -2a - 3b + c &= 4 \\ 5a + 3c &= -3 \end{cases} \qquad (1\, punto)$$

Despejando a de la primera ecuación se tiene que $a = 1 - 2b$ y sustituyendo en la segunda y tercera ecuación se tiene el sistema equivalente:

$$\begin{cases} b + c &= 6 \\ -10b + 3c &= -8 \end{cases} \qquad (1\, punto)$$

Resolviendo por suma y resta, se multiplica por 10 en la primer ecuación y sumando ambas ecuaciones se obtiene que

$$\begin{aligned} 13c &= 52 \\ c &= 4 \end{aligned}$$

Sustituyendo para hallar los valores de b y a se tiene que $b = 2$ y que $a = -3$. (1 punto)

Así, $x^2 + 4x - 3 = -3(x^2 - 2x + 5) + 2(2x^2 - 3x) + 4(x + 3)$.

Por lo que $x^2 + 4x - 3$ es combinación lineal de los vectores del conjunto A. (1 punto)

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #6

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°4 ►