СПОСОБЫ ГЕНЕРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

На практике используется три основных способа генерации случайных чисел:

• аппаратный (физический),

• табличный (файловый),

• алгоритмический (программный).

АППАРАТНЫЙ СПОСОБ

• В основе лежит какой-либо физический эффект (например, шумы в электронных устройствах).

• Случайные числа вырабатываются с помощью специального датчика (устройства).

• Этот способ не гарантирует качество последовательности случайных чисел.

• С помощью этого способа нельзя получать одинаковые последовательности.

• Используется редко.

ТАБЛИЧНЫЙ СПОСОБ

• Случайные числа оформлены в виде таблицы в оперативной памяти или на внешнем носителе.

• При этом способе запас чисел ограничен.

• Вычислительные ресурсы используются неэффективно.

• Используется редко.

ПРОГРАММНЫЙ СПОСОБ

• Случайные числа формируются с помощью специальных программ.

• Каждое случайное число вычисляется с помощью соответствующей программы по мере возникновения потребностей при моделировании системы на ЭВМ.

• Можно многократно воспроизводить последовательности чисел.

• Этот способ наиболее распространен.

ПРОГРАММНЫЕ МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

Для эффективного розыгрыша случайных величин при статистическом моделировании систем на ЭВМ используют генераторы (датчики) случайных чисел.

ТРЕБОВАНИЯ К ГЕНЕРАТОРУ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

Генерируемые последовательности должны:

• состоять из квазиравномерно распределенных чисел;

• содержать статистически независимые числа;

• быть воспроизводимыми; • иметь неповторяющиеся числа;

• генерироваться с минимальными затратами машинного времени;

• занимать минимальный объем машинной памяти.

Чаще всего базовым алгоритмом, на основе которого могут быть получены алгоритмы и программы моделирования любых случайных величин, является алгоритм датчика равномерно распределенной СВ на интервале (0,1).

МЕТОД СЕРЕДИННЫХ КВАДРАТОВ

Пример. Пусть имеется 2n-разрядное число меньше 1, возведем его в квадрат, а затем отберем средние 2n разрядов.

x_0 = 0,2152 , $(x_0)^2$=0,04631104 , x_1 = 0,6311 , $(x_1)^2$=0,39828721, x_2=0,8287 и т.д.

Недостаток подобных методов – наличие корреляции между числами последовательности, а иногда случайность вообще отсутствует, Например:

x_0 = 0,4500 , $(x_0)^2$=0,20250000, x_1 = 0,2500 , $(x_1)^2$= 0,06250000, x^2= 0,2500 и т.д.

38

КОНГРУЭНТНЫЕ МЕТОДЫ

В основе лежит понятие конгруэнтности. Два целых числа α и β конгруэнтны (сравнимы) по модулю m, где m – целое число, тогда и только тогда, когда существует такое целое число k, что α−β = km, т.е. если разность делится на m и если числа α и β дают одинаковые остатки от деления на абсолютную величину числа m.

Примеры:

α = 9375 и β = 1875; 9375 -1875 = 7500 = 4*1875

α = 9375 и β = 6875; 9375 - 6875 = 2500 = 4*625

α = 1984 и β = 1944; 1984 - 1944 = 40 = 4*10

Большинство конгруэнтных процедур генерации случайных чисел основаны на следующей формуле:

$$x_{i+1} = \lambda x_i + \mu (\mathrm{mod}\, M)$$

где λ,x_i,μ,M – неотрицательные целые числа, x_0 задана.

По целым числам последовательности $\{X_i\}$ можно построить последовательность $\{x_i\}$ =$\{X_i/M\}$ рациональных чисел из единичного интервала (0,1). Конгруэнтная процедура получения последовательности псевдослучайных чисел квазиравномерно распределенных чисел может быть реализована

- Мультипликативным методом
- Смешанным методом.

МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЙ МЕТОД

Задает последовательность неотрицательных целых чисел $\{Xi\}$, не превосходящих M по формуле:

$$X_{i+1} = \lambda X_i \pmod M$$

Здесь μ отсутствует, т.е. это частный случай общего соотношения (15.1).

Особенности:

• В силу детерминированности метода получают воспроизводимые последовательности.

• Минимальный объем памяти; мин. затраты вычислительных ресурсов (нахождение произведения двух чисел).

• В качестве X_0 выбирают произвольное нечетное число; M – определяется наибольшим значением получаемых случайных чисел при машинной реализации $M = p^g$, где p – основание системы счисления, g – число бит в машинном слове.

Алгоритм:

• Необходимо взять последнее псевдослучайное число X_i;

• умножить его на постоянный коэффициент λ ;

• взять модуль полученного числа по M, то есть разделить на M и получить остаток.

• Этот остаток присвоить следующему псевдослучайному числу Xi + 1.

Для 32-разрядного компьютера M = 231 – 1 = 2147483647, поскольку один разряд задает знак числа.

СМЕШАННЫЙ МЕТОД

Задает последовательность неотрицательных целых чисел $\{Xi\}$ не превосходящих M по формуле:

$$X_{i+1} = \lambda X_i + \mu (\operatorname{mod} M)$$

Где λ, μ, M – неотрицательные целые числа.

С вычислительной точки зрения метод сложнее на одну операцию сложения, но введение дополнительного параметра позволяет уменьшить возможную корреляцию между генерируемыми числами.

В настоящее время почти все пакеты прикладных программ ЭВМ используют конгруэнтные методы.

Применяемые генераторы случайных чисел перед моделированием должны пройти тщательное предварительное тестирование на:

• равномерность,

• стохастичность, • независимость получаемых последовательностей случайных чисел.