

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

Простейшими случайными объектами при статистическом моделировании систем являются случайные события. Рассмотрим программные способы реализации случайных событий.

ИМИТАЦИЯ ЭЛЕМЕНТАРНОГО СОБЫТИЯ

Необходимо реализовать случайное событие A , наступающее с заданной вероятностью p . Определим A как событие, состоящее в том, что выбранное значение x_i равномерно распределенной на интервале $(0,1)$ СВ удовлетворяет неравенству:

$x_i \leq p$. Тогда

$$P(A) = \int_0^p dx = p.$$

$$P(\bar{A}) = 1 - p$$

ИМИТАЦИЯ ПОЛНОЙ ГРУППЫ СОБЫТИЙ Пусть A_1, A_2, \dots, A_s – полная группа событий, наступающих с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_s соответственно. Определим событие A_m как событие, состоящее в том, что выбранное значение x_i СВ удовлетворяет

неравенству $l_{m-1} < x_i \leq l_m$, где $l_r = \sum_{i=1}^r p_i$.

Тогда $P(A_m) = \int_{l_{m-1}}^{l_m} dx = p_m$.

Процедура моделирования испытаний в этом случае состоит в последовательном сравнении случайных чисел x_i со значениями l_r , $r = 1, s$. Если условие выполняется, исходом испытания оказывается событие A_m . Описанный алгоритм иногда называют алгоритмом «розыгрыша по жребию».

ИМИТАЦИЯ СЛОЖНОГО СОБЫТИЯ

Имитация сложного события, состоящего, например, из двух независимых элементарных событий A и B заключается в проверке неравенств:

$$\begin{cases} x_1 \leq P_A \\ x_2 \leq P_B \end{cases}$$

Здесь x_1 и x_2 – СЧ с равномерным законом распределения, принадлежащие интервалу $(0, 1)$; P_A – вероятность наступления события A ; P_B – вероятность наступления события B . В зависимости от исхода проверки неравенств делается вывод, какой из вариантов сложного события имеет место: $AB, \overline{AB}, A\overline{B}, \overline{A}B$

ИМИТАЦИЯ ЗАВИСИМЫХ СОБЫТИЙ В случае, когда сложное событие состоит из элементарных зависимых событий A и B имитация сложного события производится с помощью проверки следующих неравенств:

$$\begin{cases} x_1 \leq P_A \\ x_2 \leq P_{B/A} \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 > P_A \\ x_2 \leq P_{B/\bar{A}} \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 \leq P_A \\ x_2 > P_{B/A} \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 > P_A \\ x_2 > P_{B/\bar{A}} \end{cases}$$

В качестве исходных данных задаются $P_A, P_B, P_{B/A}$. Условная вероятность может быть вычислена по формуле полной вероятности. В зависимости от того, какая из этих четырех систем неравенств выполняется, делается вывод о том, какой из четырех возможных исходов имеет место: $AB, \bar{A}B, A\bar{B}, \bar{A}\bar{B}$

Алгоритм:

1. Генерируется значение x_i .
2. Проверяется условие $x_i < P_A$. Если условие выполняется, то считается, что событие A произошло и счетчик событий увеличивается на 1: $K_A = K_A + 1$. Если условие не выполняется, то событие A не произошло и соответствующий счетчик увеличивается на 1: $K_{\bar{A}} = K_{\bar{A}} + 1$.
3. Генерируется значение $x_i + 1$.
4. Проверяется условие $x_i + 1 < P_B$. Если условие выполняется, то считается, что событие B произошло и на 1 увеличивается один из счетчиков: либо $K_{AB} = K_{AB} + 1$ (если событие A имело место); либо $K_{\bar{A}B} = K_{\bar{A}B} + 1$ (если событие A не произошло). Если условие не выполняется, то событие B не произошло и один из счетчиков увеличивается на 1: либо $K_{A\bar{B}} = K_{A\bar{B}} + 1$

(если событие A имело место); либо $KNANB = KNANB + 1$ (если событие A не произошло).

5. Рассчитывается вероятность наступления исходов

$AB, \overline{AB}, A\overline{B}, \overline{A\overline{B}}$ как отношение значения соответствующего счетчика к общему количеству испытаний:

$$P_{AB} = KAB / N$$

$$P_{\overline{AB}} = KNAB / N$$

$$P_{A\overline{B}} = KANB / N$$

$$P_{\overline{A\overline{B}}} = KNANB / N$$

где N – общее число испытаний.