Факторным экспериментом называется такой эксперимент, в котором все уровни данного фактора комбинируются со всеми уровнями всех других факторов. Под «симметричностью» понимается одинаковое количество уровней для всех факторов. Полный факторный эксперимент (ПФЭ) – эксперимент, в котором реализуются все возможные комбинации уровней факторов.

ПФЭ 2k

Если число уровней каждого фактора 2, то имеем полный факторный эксперимент типа $\boldsymbol{2k}$, – он прост в планировании. Требуемое количество машинных прогонов $N = 2k$, k – число факторов, 2 – число уровней.

В планировании эксперимента используют **кодированные значения факторов: +1, -1**.

Так как каждый фактор принимает лишь два значения

$$x_{i\text{н}} = x_{i0} - \Delta x_i \text{ и } x_{i\text{в}} = x_{i0} + \Delta x_i ,$$

то принимают нижний уровень как -1, верхний как +1, а основной – нулю. Это легко достигается с помощью преобразования вида

$$\widetilde{x}_i = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i , \quad i = \overline{1,k}$$

где $\widetilde{x}_i$ – кодированное значение i-го фактора;

x_i – натуральное значение фактора;

x_{i0} – нулевой уровень;

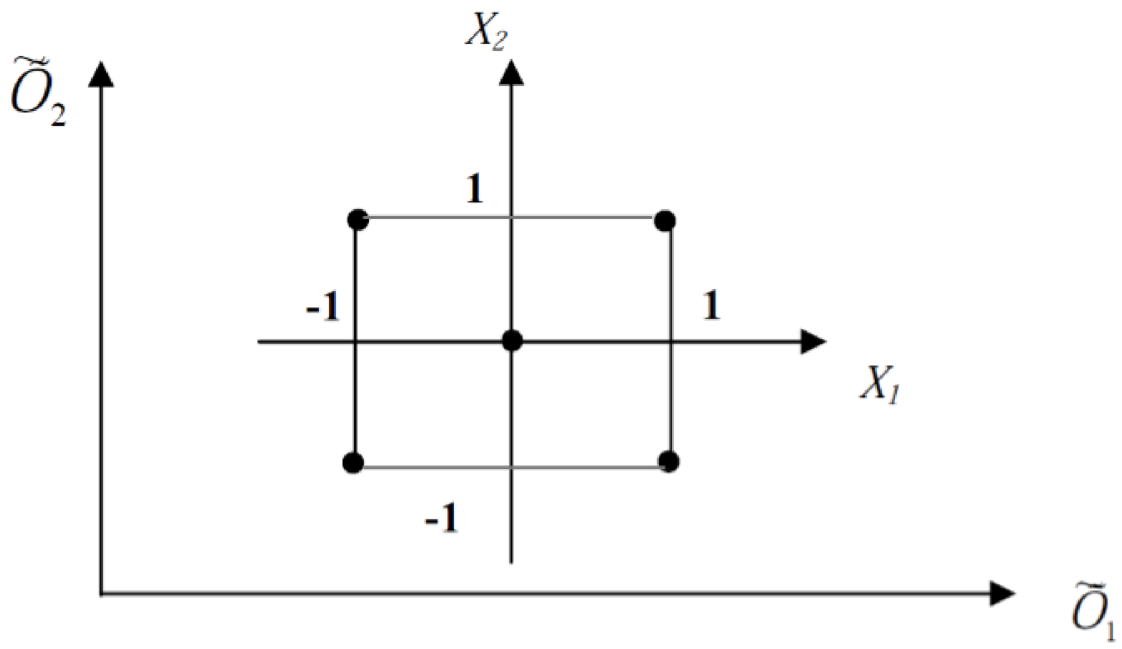
$\Delta x_i = (x_{i\text{в}} - x_{i\text{н}})/2$ – интервал варьирования фактора

Матрица планирования эксперимента ПФЭ 2^2.

Содержит 4 эксперимента, 4 возможные комбинации уровней факторов.

№ опыта	X_1	X_2	Y
1	-1	-1	Y_1
2	-1	+1	Y_2
3	+1	-1	Y_3
4	+1	+1	Y_4

Геометрическая интерпретация ПФЭ 2^2. В области определения факторов, найдем точку, соответствующую основному уровню, и проведем оси координат. Вершины квадрата соответствуют опытам, каждая сторона равно двум интервалам. Площадь, ограниченная квадратом называется областью определения эксперимента. План 2^2 задается координатами вершин квадрата.



Геометрической интерпретацией ПФЭ 23 служит куб, координаты вершин которого задают условия прогонов.

СВОЙСТВА ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

ПФЭ типа 2^k обладает свойствами: симметричности, нормировки, ортогональности, ротатабельности.

1. Симметричность относительно центра эксперимента: Алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна 0.

$$\sum_{i=1}^{N} X_{ji} = 0$$

где $j = 1, \dots, k$ – номер фактора, N – число опытов.

2. Условие нормировки: сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов, или N.

$$\sum_{i=1}^{N} X^2{}_{ji} = N$$

(т.к. значения факторов в матрице задаются +1, -1)

Свойства 1, 2 вытекают из построения матрицы планирования.

3.Ортогональность матрицы планирования: сумма почленных произведений любых двух вектор- столбцов матрицы равна 0.

$$\sum_{i=1}^{N} X_{ji} X_{ui} = 0, \qquad j \neq u, u = 1,2, \dots, k$$

4. Рототабельность (для линейной модели), т.е. точки в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания значений отклика одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления.