Системная динамика (СД) – один из способов формализации непрерывных систем. Непрерывная система – система, состояние которой изменяется непрерывным образом в зависимости от некоторых независимых переменных (обычно от времени).

Концепция системной динамики ориентирована на моделирование систем и процессов на высоком уровне агрегирования, где отображения отдельных элементов процессов, т.е. их дискретности, становится ненужным (например, экономика отдельных стран и регионов, транспортные системы страны, и т.п., проблемы мирового развития). В основе концепции системной динамики лежит представление о функционировании системы, как совокупности потоков информации, энергии, промышленной продукции, денежных средств и т.п.

Математической (формальной) основой методов системной динамики являются дифференциальные модели, в которых используются представления динамических процессов в пространстве состояний.

Модели такого вида – это системы дифференциальных уравнений:

X′ = $f\ (x,u,t)$,

где $x = (x_1 ,x_2 ,\ldots,x_m)^T$ – вектор состояний;

x_1 ,x_2 ,…,xm – переменные состояния;

u = (u_1 ,u_2 ,…,u_p)^T - – вектор входов; t – символ времени (в дальнейшем для краткости t опускается).

Дифференциальные модели, применяемые в математической теории систем, включают кроме таких уравнений, называемых уравнениями состояния, еще и уравнение:

y = H (x,u)

в котором переменная

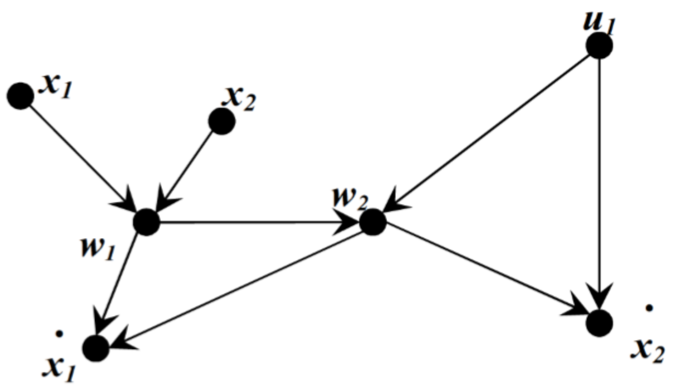
y = (y1 ,y2 ,…,yq)^T – вектор выходов моделируемых процессов. При составлении дифференциальных моделей производится выбор переменных состояния, и устанавливаются связи между этими переменными в виде функций правых частей уравнений состояния.

При построении моделей указанные сведения подвергаются тщательному анализу, в ходе которого находятся решения двух основных взаимосвязанных вопросов: 1. выбора и интерпретации переменных состояния модели; 2. выявления причинно-следственных отношений между переменными состояния и описания этих отношений в форме структурированных функциональных зависимостей вида f и H.

В качестве общей структурной схемы при описании вектор-функций f(x,u) можно использовать граф, вершинам которого соответствуют переменные модели, а дугам – непосредственные функциональные связи между этими переменными.

ПРИМЕР

Граф функциональных зависимостей переменных дифференциальной модели:



Требуется описать структуру правых частей уравнений состояния:

$$\dot{X}_1 = f_1(x_1, x_2, u_1)$$
$$\dot{X}_2 = f_2(x_1, x_2, u_1)$$

ПОТОКОВАЯ СТРАТИФИКАЦИЯ

Модель рассматривается в качестве сети потоков материальных ингредиентов модели. Каждая компонента этой сети соответствует какой-то одной совокупности однородных ингредиентов (например, предметы труда, население, денежные средства и т. п.), динамика которых учитывается в модели.

Сеть имеет узлы и дуги. Узлы компонент сети потоков (за исключением нулевого узла) изображают состояния выделенных ингредиентов, а дуги сети задают возможные переходы их элементов из одного состояния в другое. Распределение элементов по состояниям меняется с течением времени. Эти изменения для системной динамики являются нормативными образами моделируемых процессов.

Основные символы потоковых сетей: а) узлы сетей (в виде прямоугольников); б) потоковая дуга с символом темпа. В моделях СД нуль сети принято обозначать специальным знаком «Озеро».

В качестве характеристик по состояниям Х1 ,…,Хm рассматриваются переменные х1 ,…,хm уравнений состояния модели. Переменные $v1$,..,vn принимаются за характеристики интенсивностей (скоростей), с которыми совершаются переходы элементов из состояния в состояние по дугам $V1,\ldots,Vn$ сети.

Переменные состояния х1 ,…,хm называются уровнями модели, а переменные $v1,\ldots,vn$ – темпами. Уровни и темпы – основные переменные моделей. Все остальные переменные, называются вспомогательными (или дополнительными). (Используются при структуризации функциональных зависимостей f темпов от уровней и входов, а также функциональных зависимостей Н выходов у от уровней х и входов u).

Таким образом,

• Моделируемые процессы отображаются в виде некоторой фиксированной структуры, состоящей из накопителей – уровней, соединенных взаимосвязанными потоками, которые, перетекая по всей системе, изменяют значение уровней.

• Потоки регулируются темпами. Темп показывает, как изменяются уровни за интервал времени, равный шагу моделирования.

Уровень – переменная, закон изменения которой во времени выражается конечно-разностными уравнениями:

$X(t+h) = x(t) + h * V(t)$, (12.3)

где t – модельное (системное) время;

h – изменение (приращение) времени – шаг моделирования (интегрирования);

$x(t)$,$x(t+h)$ – значение уровня в моменты времени;

$V(t)$ – скорость изменения уровня, т.е. величина его изменения за единицу времени.

Уровни имитируют состояния моделируемой системы в конкретный момент времени.

Темп – это переменная, равная скорости изменения уровня. В (12.3) $V(t)$ является темпом. Закон изменения темпа задается функциональной зависимостью:

$V(t) = F(p_1(t), p_2(t), \ldots p_k(t))$, (12.4)

где t – модельное (системное) время;

$V(t)$ – темп на момент времени t;

F – произвольная функция от k – аргументов;

$p_i(t)$ – любые переменные (уровни, темпы, дополнительные переменные), значения которых в момент t известны.

Темп характеризует динамику моделируемой системы.

Вспомогательные переменные введены для описания сложных функциональных зависимостей, их можно использовать для более удобной записи уравнений темпов.

$W(t) = F'(p_1(t), \ldots, p_k(t))$, (12.5)

где t – модельное (системное) время;

$W(t)$ – значение вспомогательной переменной на момент t;

$p_i(t)$ – любые переменные, значения которых на момент t известны;

F' – некоторая произвольная функция k – аргументов.

Алгоритм имитации на основе этих разностных уравнений реализуется следующим образом:

• устанавливаются параметры системного времени (начальное значение, шаг интегрирования, длина интервала моделирования);

• задаются начальные условия (значения уровней в начальный момент системного времени);

• по уравнениям (12.4), (12.5) на данный момент системного времени t рассчитываются значения всех темпов и вспомогательных переменных;

• $t + h$, системное время увеличивается на шаг моделирования (интегрирования);

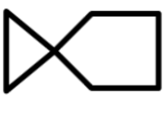
• по уравнениям (12.3) рассчитываются значения всех уровней на данный момент системного времени;

• и т.д. выполняются итерации по этой схеме, пока не пройдет весь интервал моделирования.

СИСТЕМНЫЕ ПОТОКОВЫЕ ДИАГРАММЫ МОДЕЛЕЙ

Разработчики дифференциальных моделей СД используют особую технику графического описания структур моделируемых систем. Основа этой техники – системные потоковые диаграммы. В потоковую диаграмму объединяются графовые конструкции сетей потоков и информации, в результате чего обеспечивается целостность представления структуры уравнений (12.1) и (12.2).

Специальная техника графического представления предлагает развитую графическую символику диаграмм: оснащение графов – (сетей потоков) и ярусных графов функциональных зависимостей темпов – (сетей информации) специальной выразительной символикой. Некоторые символы, их назначение и условия использования представлены в таблице.

Озеро		Нулевой узел потоковых сетей. Обозначает стоки и стоки потоковой сети.
Потоковая связь	⟶	Дуга потоковой сети диаграммы. Может соединять уровни с уровнями, истоками и стоками. Проходит через темп
Информационная связь	- - - - ->	Дуга информационной сети диаграммы. Может соединять входы (параметры), вспомогательные переменные и уровни с темпами, вспомогательными переменными и выходами
Уровень		Узел потоковой сети диаграммы. Обозначает переменную состояния модели
Темп		Обозначает скорость потока, проходящего по соответствующей дуге потоковой сети. Единица измерения темпа равна единице измерения уровня, деленной на время.