

ПОТОК СОБЫТИЙ Поток событий называется последовательность событий, появляющихся одно за другим в случайные моменты времени. Примеры «потоков событий»:

- поток вызовов на телефонной станции,
- поток автомашин, подъезжающих на заправочную станцию,
- поток заболеваний гриппом в зимний сезон,
- поток забитых шайб при игре в хоккей,
- поток заявок на ремонт, поступающих в ремонтную организацию,
- поток отказов (сбоев) ЭВМ в ходе ее работы

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОТОКА СОБЫТИЙ

Случайный поток представляет собой в общем случае просто последовательность случайных событий, происходящих одно за другим в некоторые случайные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$.
Потоки бывают однородные и неоднородные.

ОДНОРОДНЫЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Поток является **однородным**, если он характеризуется только моментами наступления событий (вызывающими моментами) и задает случайную последовательность:

$$\{t_n\} = \{0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq \dots\}$$

где t_n – **момент наступления n -го события** (неотрицательное вещественное число).

Однородный поток также может быть задан в виде случайной последовательности **интервалов времени между событиями**:

$$\{\tau_n\}, \quad \tau_n = t_n - t_{n-1} \geq 0 \quad (t_0 = 0, \quad \tau_1 = t_1)$$

НЕОДНОРОДНЫЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Поток событий называется неоднородным, если он определяет последовательность

$$\{t_n, g_n\},$$

где t_n – вызывающие моменты, а g_n – набор признаков каждого события, изменяющихся по детерминированному закону в зависимости от n .

Потоки событий различаются между собой по их внутренней структуре, т.е. по законам распределения интервалов τ_1, τ_2, \dots между событиями. Для описания распределения интервалов

между событиями могут использоваться различные законы распределения: нормальный, равномерный, экспоненциальный (наиболее часто используемый). Также потоки различаются по их взаимной зависимости или независимости и т.д.

РЕГУЛЯРНЫЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Поток событий, в котором интервалы между событиями строго одинаковы и равны определенной неслучайной величине t называется регулярным. Примеры регулярных потоков:

- поток изменений минутной цифры на вокзальных электронных часах,
- поток изменений состояний ЭВМ, определяемый тактом ее работы и т.п.

Особенности:

- Регулярный поток событий довольно редко встречается на практике; он представляет определенный интерес как предельный случай для других потоков.
- Несмотря на свою видимую простоту, регулярный поток не имеет преимуществ при математическом анализе, так как намного уступает по проведению расчетов другим типам потоков.

ПОТОК С ОГРАНИЧЕННЫМ ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Поток событий, в котором значения интервалов времени $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ независимы, является потоком с ограниченным последствием. При этом для многомерной плотности распределения интервалов можно записать

$$f_n(\tau_1, \dots, \tau_n) = f_1(\tau_1) \times \dots \times f_n(\tau_n)$$

ПОТОК БЕЗ ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ

Потоком без последствия (более сильное условие) называется такой поток, в котором полностью отсутствует вероятностная зависимость последующего течения событий от предыдущего. Точнее, для потока без последствия вероятность $P_k(t, \tau)$ наступление k -го события на интервале $[t, t+\tau]$ не зависит от появления событий на других, не пересекающихся с данным, промежутках времени. При моделировании такого потока применяется последовательная (рекуррентная процедура): сначала разыгрывается величина τ_1 , затем τ_2 и т.д. Например, последовательность вызовов такси.

ОРДИНАРНЫЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Поток событий называется ординарным, если вероятность того, что за малый интервал времени величиной Δt в окрестности любого момента t выпадает более одного события, пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью того, что на этом же интервале выпадает одно событие, т.е.

$$P_0(t, \Delta t) + P_1(t, \Delta t) \approx 1, \quad P_{n>1}(t, \Delta t) = o(\Delta t), \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$$

СТАЦИОНАРНЫЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Поток событий называется стационарным, если вероятность появления того или иного количества событий на интервале длительностью τ зависит лишь от длины этого интервала и не зависит от того, где на оси времени он расположен.

ПРОСТЕЙШИЙ ПУАССОНОВСКИЙ ПОТОК

Поток событий, обладающий свойствами:

- ординарности,
- стационарности,
- отсутствия последдействия, называется простейшим (или стационарным пуассоновским) потоком.

ПОТОК ПАЛЬМА Поток более общего типа – поток Пальма обладает свойствами ординарности, стационарности и ограниченного последдействия. Для такого потока $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ между соседними событиями представляют собой последовательность независимых, одинаково распределенных СВ. Простейший пуассоновский поток является потоком Пальма. У простейшего потока интервалы $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ распределены одинаково, по показательному закону и независимы между собой.

ПОТОКИ ЭРЛАНГА

Потоком Эрланга k -го порядка называется поток Пальма, у которого интервалы времени между событиями распределены по закону Эрланга k -го порядка. Поток Эрланга k -го порядка может быть получен из простейшего с помощью его прореживания. В простейшем потоке сохраняется каждое k -е событие, остальные отбрасываются. Интервал между соседними событиями в потоке Эрланга 3-го порядка – сумма трех независимых СВ, имеющих показательное распределение с параметром λ : $T^{(3)} = T_1 + T_2 + T_3$