CALCOLO DELLE PROBABILITA'

Appello del 29/6/2018

Nome: ______________________ COGNOME: ______________________

1) Siano E_1, E_2 due eventi stocasticamente indipendenti, $S_2 = |E_1| + |E_2|$.

   (a) Calcolare la distribuzione di probabilità P sulla partizione generata da $\{E_1, E_2\}$ sapendo che: $E(S_2) = 1$, $Var(S_2) = 3/8$, E_1 è ritenuto più probabile di E_2.

   (b) Sia E_3 tale che $E_1 \wedge E_2 \Rightarrow E_3$, $\overline{E}_1 \wedge \overline{E}_2 \Rightarrow \overline{E}_3$. Individuare i prolungamenti coerenti di P su E_3.

   (c) Per quali valori ammissibili di $P(E_3)$ la disuguaglianza di Cebicev - Bienaymè determina la limitazione più stretta per $P(\,||E_3| - P(E_3)| \geq 1/2)$?

2) Da un'urna contenente 3 palline bianche e 2 rosse si effettuano estrazioni di una pallina alla volta, le prime 5 con reimbussolamento, le successive con contagio unitario. Sia E_i = "esce bianca all'i-esima estrazione".

   (a) Calcolare $P(\overline{E}_4 \vee \overline{E}_5 \vee \overline{E}_6)$, $P(E_i \wedge E_j)$.

   (b) Ad ogni estrazione, Tizio vince 3 € se esce pallina bianca, perde 2 € se esce pallina rossa. Detto G_n il guadagno complessivo di Tizio fino all'n-esima estrazione (inclusa), calcolare $E(G_n)$, $Var(G_n)$.

   (c) Calcolare la probabilità che alla decima estrazione esca pallina bianca, sapendo che nelle prime 4 estrazioni con contagio unitario sono uscite palline di entrambi i colori.

3) La coppia aleatoria (X,Y) ha determinazioni nella regione $T \cup S$, con T triangolo di vertici (-1,0), (0,0), (0,1) e S regione definita dalle condizioni $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y + x^2 \leq 1$ ed è ivi distribuita con densità congiunta $f(x, y)$ proporzionale a

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & se \quad (x,y) \in T \\ x & se \quad (x,y) \in S \end{cases}$$

   (a) E' più probabile che X assuma valori positivi o valori negativi? Stabilire inoltre per quale numero reale r riesce $P(X \leq r) = P(X \geq r)$.

   (b) Calcolare il valore della funzione di ripartizione congiunta in (1, 0) e in (1, 1/2).

   (c) Trovare la densità marginale di Y.