Domande esame inferenza statistica bayesiana 2018/19 (wedlin)

Mat: Chiede solo le cose fatte lezione

Mary

- Processi markoviani
- una delle definizioni di De Finetti
- qualche domanda sui processi arma

Giugno - Sim

- **Stimatore lineare ottimale dei minimi quadrati**. come si calcolano gli alpha? R. in 2 modi: via algebrica e via geometrica. Le 2 vie portano allo stesso risulato in forza di un teorema, chiamata *principio di ortogonalità*. Che cosa afferma? R. La proiezione ortogonale del vettore y sullo spazio lineare L coincide con il punto di L a minima distanza da y, definendo distanza in un certo modo. Si tratta di minimizzare quale funzione? Quale funzione del vettore degli alpha dobbiamo minimizzare? QUale condizione sui n.a. $\underline{X}$ rende invertibile la matrice Cov($\underline{X}$)? lineare indipendenza fra le X. Quale significato ha il vettore E(Y$\underline{X}$)? Covarianza fra ogni X e Y, e ancora: se tale covarianza è zero allora il vettore degli alpha è zero, allora l'informazione portata da X1,..., XN non da nulla di più della mera speranza matematica di Y. La quale coincide con lo stimatore ottimale.
    - L'altro problema è trovare lo stimatore dei minimi quadrati non lineare (caso b) miei appunti): Lo stimatore non lineare ottimale dei minimi quadrati è la funzione di regressione di Y rispetto enumeratore osservati. Esiste anche per questo stimatore la duplice strada algebrica e geometrica? la algebrica si, ed anche la geometrica. riguardo la via geometrica: Il problema sarà nell'interpretazione delle quantità: la generica combinazione lineare degli X ed il generico punto di L (spazio lineare) diventa la generica funzione misurabile rispetto alla Sigma algebra generata dagli X. Questo spazio nuovo contiene lo spazio lineare L. Confrontando le proiezioni di Y sullo spazio lineare e su questo nuovo spazio , queste proiezioni non coincideranno. Sì prova che lo stimatore dei minimi quadrati non Lineare è a distanza minore di Y rispetto alla proiezione ortogonale su L.
    - **Come dimostra che la funzione di regressione è lo stimatore non lineare ottimale dei minimi quadrati**: Si minimizza l'equazione di pagina 43 rispetto alla generica funzione f(x).

- **qualche esempio di procesos martingala**: il processo di WN per il caso continuo. Per il caso discreto: Processo di Poisson meno sua funzione Valor medio,processo di posso anche un posto in meno la sua funzione valore medio. Somme di n.a. IID ed equi (più semplice esempio di Martingala) Altri esempi? Martingala di Lèvy, Come è fatta? (pg 36 Simone)
- **mi parti dell'inferenza bayesiana per processi Gaussiani**:Inferiamo sugli elementi non noti dei processi gaussiani. R. Partiamo dalle tre ipotesi arbitrario soggettive che peraltro Dopo analisi potrebbero cambiare. (sta chiedendo lo schema normale-normale pg. 28). **Chi è il parametro su cui inseriamo theta**? R. il valore medio. Quindi consideriamo processo con Valor medio non noto, varianza   assunta nota e covarianza nulla. **Il fatto di assumere la distribuzione normale per il parametro accetta che conseguenziale il procedimento**? poi che la distribuzione normale fa parte delle *famiglie coniugate naturali*, cioè distribuzioni il cui nucleo ha la stessa forma funzionale della verosimiglianza, nell' applicazione del teorema di bayes si ottiene la stessa forma funzionale,   quindi qui un'altra normale, ma con parametri aggiornati. In questo caso i parametri saranno tali che la nuova media sarà una combinazione lineare convessa tra la vecchia media e la stima di massima verosimiglianza della media, Con un peso attribuito alla stima di massima verosimiglianza crescente col numero dell'osservazioni.
    - **Se avessimo Assunta non nota la varianza del generico numero aleatorio Xi, quale distribuzione avremmo dovuto proporre nello stato d'informazione H**? La complicazione qui è che la varianza non può avere valori negativi e il supporto della normale tutto R quindi normale non va più bene.

Giugno - Giu

- Nei suoi appunti compare la formula P(t) =e ^ tG, con G matrice. A che cosa fa riferimento l'espressione? R. ambito catene di Markov a tempo continuo, e l’esponenziale di matrice. **Come è definito**? (formula). **Come giustificare l’esistenza di G**?Si giustifica verificando le ipotesi del teorema di cui G è la tesi . La matrice G permette di calcolare qualunque matrice P(t). **Ricorda qualche altra cosa su questo argomento**? si, abbiamo visto un esempio per una matrice 2x2 in cui abbiamo calcolato la P(t) in forma approssimata. **Le chiederei di ricordare un famoso teorema di Marcok per queste catene**. **Esiste una distribuzione stazionaria limite perle catena tempo continuo**? R. Si, C'è un analogo a questo Teorema che però ha un vincolo più forte in quanto richiede la positività di tutte le matrici che sono un continuo (sono davvero tante)

- **Mi dica qualche esempio di funzione di regressione, supponendo di aver già dato la definizione di funzione di regressione f(X|Y) (ne ho dati 2)**. R. (mancante) **Quando una funzione di regressione è una funzione lineare X**? **c'è una qualche distribuzione di probabilità congiunta di x e y che garantisce la linearità della funzione di regressione**? R. Normale o T student.
    - Quale esempio semplice ho presentato quando ho introdotto la funzione di regressione? L'esempio riguardava il risultato aleatorio nel lancio di un dado, serviva a dare un’idea della funzione di regressione come approssimazione del numero aleatorio n: la FdR Può assumere solo due valori e seconda che l'evento B sia vero o falso. Qual è la speranza matematica di N? se esce numero dispari è 3, se esce numero pari è 4. questi due numeri sono determinazioni di un’approssimazione di N. Ciò introduceva l'idea di approssimatore dei minimi quadrati
- **Il primo esempio dei procedimenti di inferenza bayesiana: inferenza sulle proporzioni (urna incognita)**. Cosa intendiamo per stima bayesiana di theta ove theta è la proporzione di palline bianche nell’urna? R. stima bayesiana è un qualche indice di posizione della distribuzione di probabilità del parametro. Supponiamo di aver avuto un incremento di formazione, e di avere la distribuzione finale. Qual è la struttura che aveva la stima bayesiana? R. Risultava essere una combinazione lineare convessa tra la speranza matematica del parametro secondo la distribuzione iniziale e la stima di massima verosimiglianza.   il peso attribuito alla stima di massima verosimiglianza è crescente nel tempo facendo acquisire più importanza alla stima di massima verosimiglianza. A rigore potremmo provare che anche se informazioni campionaria è estremamente elevata non è possibile trascurare l'opinione iniziale. **Ricorda ragionamento fatto**?Partendo da probabilità di è condizionato a Kn sfruttando il teorema di bayes otteniamo un rapporto etc etc la è curva funzione di rho e di p riportata su un grafico fa vedere che: qualunque sia il valore di rho elevato, la differenza fra il limite è la probabilità finale è maggiore di un intorno fissato. Dal punto di vista pratico: ci si accontenterà della prossima ce n'è costituita dalla stima di massima verosimiglianza.

Luglio - Lauri

- Procedimento inferenziale per poisson composto. anche ipotizzando Y come una normale standard
- teorema di Wold, enunciato e domande correlate tra cui cos'è la funzione spettrale
- proprietà iterativa del proiettore lineare: dimostrazione, E qual è lo scopo. la funzione di regressione gode di tale proprietà? (no)

Settembre (Gabri, Giulia)

- confronto fra approssimazione lineare dei minimi quadrati e dei minimi quadrati
- processo di Wiener
- teorema di rappresentazione per processi parzialmente scambiabili
- Teorema di rappresentazione per martingale
- processi markoviani a tempo continuo, insieme degli stati continuo
- Proprietà delle Stime bayesiane negli schemi inferenziali bayesiani visti

ila

- i. Qualcosa sugli ARMA
- ii. Condizioni sugli omega dei processi di alternativa semplice riguardo la scambiabilitá. Domanda bruttina su una condizione algebrica (ignota)
- iii. White noise e alcuni esempi di processi visti in classe
- Oss. Chiede anche Filtro di kalman, e sue equazioni