

# Inferenza Statistica

## Esame del 26 gennaio 2011

Tempo a disposizione 2 ore. Ci si può ritirare entro 1 ora e 30 minuti.

Tra parentesi quadre i punteggi massimi attribuibili per ciascun quesito (Totale: 35).

1. Sia  $x_1, x_2 \dots x_n$  un campione casuale semplice da una v.c.  $X \sim N(0, \theta)$  ove  $0 < \theta < \infty$ . Si consideri per  $\theta$  il seguente stimatore  $T = \sum_{i=1}^n x_i^2 / n$ .
  - a. [4] Si dimostri la non distorsione di tale stimatore.
  - b. [4] Si mostri che la varianza dello stimatore è pari a  $2\theta^2/n$ .
2. Un'urna contiene 10 palline bianche, 20 blu, 5 rosse e 10 verdi. Si immagini di estrarre un campione di 10 palline dall'urna senza reinserimento.
  - a. [4] Sia  $X$  la variabile aleatoria che descrive il numero di palline bianche. Qual è la sua distribuzione di probabilità?
  - b. [4] Quanto valgono media e varianza di  $X$  e qual è la funzione generatrice dei momenti?
3. Sia  $X$  una v.c. rettangolare in  $(-6\theta, 6\theta)$ .
  - a. [4] Si determini lo stimatore di  $\theta$  utilizzando il metodo dei momenti.
  - c. [4] Si supponga di disporre di un campione casuale da  $X$  di 200 unità: si valuti la probabilità che la media campionaria  $\bar{x}$  sia compresa nell'intervallo  $(-\theta/2, \theta/2)$ .
4. Si voglia sottoporre a verifica il seguente sistema di ipotesi relativo alla media di una gaussiana
$$\begin{aligned} H_0 : \mu &= 12 \\ H_1 : \mu &> 12 \end{aligned}$$
avendo a disposizione un campione casuale di 11 casi che ha fornito i seguenti risultati:

$$\sum_{i=1}^{11} x_i = 148 \qquad \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 2005$$

- a. [3] Con  $\alpha=0.05$  si accetta  $H_0$  ?
- b. [2] Il livello di significatività osservato è più grande di 0.2?
- c. [3] Si immagini ora che si voglia verificare un test sulla media come al punto a., ma che la varianza sia nota e pari a 1. Se esiste dire qual è il test più potente per un  $\alpha$  fissato contro l'alternativa  $H_1 : \mu = 13$ ? valutare quanto vale la potenza per tale test?
- d. [3] Quanto dovrebbe essere ampio il campione affinché risulti pari a 0.9 la potenza di cui al punto precedente.