

Inferenza Statistica

Esame del 23 gennaio 2013

Tempo a disposizione 2 ore.

Tra parentesi quadre i punteggi massimi attribuibili per ciascun quesito (Totale: 34).

1. Una fabbrica produce bulloni utilizzando un macchinario che nominalmente produce pezzi che pesano in media $30g$. L'azienda sospetta che il macchinario produca in realtà pezzi con un peso medio superiore a $30g$ e per verificare tale sospetto verifica il peso di un campione casuale di 100 unità prodotte dalla macchina. La media dei dati campionari è pari a $30.5g$ e la media dei quadrati è pari a 935. Assumendo un modello gaussiano per il peso:
 - a. [3] si calcoli il livello di significatività osservato per l'ipotesi nulla "peso medio inferiore o uguale a 30 ". Si accetterebbe l'ipotesi nulla al livello di $\alpha = .02$?
 - b. [3] Assumendo varianza nota e pari a 4, si determini la numerosità campionaria necessaria per avere una regione di accettazione con larghezza non superiore a 0.1 nel caso di ipotesi alternativa bilaterale.
 - c. [3] I dati consentono di accettare l'ipotesi che la varianza sia pari a 4 al livello del 5% contro l'alternativa che sia diversa?
2. Una compagnia di autonoleggi dispone di N veicoli numerati progressivamente da 1 a N e che hanno tutti la medesima probabilità di essere in circolazione in un dato momento della giornata. Un osservatore indipendente in una postazione fissa in una giornata osserva i veicoli contrassegnati dai seguenti numeri: 13, 4, 17, 6, 18, 2, 21.
 - a. [3] Sulla base di tali osservazioni ottenere una stima di N con il metodo dei momenti.
 - b. [2] Si dica se lo stimatore ottenuto è corretto.
 - c. [4] Si ottenga lo stimatore di massima verosimiglianza per N .
3. 1. La lunghezza X in cm. dei pezzi ottenuti da un processo produttivo è descritto da una v.c. Normale ed è noto che $Pr(X > 112) = 0,2743$ e $Pr(X \leq 93) = 0,3632$.
 - a. [2] determinare media e varianza del peso X ;
 - b. [3] se un pezzo supera la lunghezza di 115 viene scartato. Considerando un insieme di 1000 pezzi prodotti, qual è in media il numero di pezzi che viene scartato?
 - c. [3] Qual è la probabilità che siano scartati più di 240 pezzi?
4. Si dispone di un campione casuale di n unità da una variabile X che ha distribuzione esponenziale di parametro λ ($f(x) = \lambda \exp\{-\lambda x\}$ con $\lambda, x > 0$).
 - a. [2] Si ricavi lo stimatore di massima verosimiglianza per la media di X .
 - b. [2] Si ottenga lo stimatore di massima verosimiglianza per Me , la mediana di X .
 - b. [4] Si fornisca l'intervallo di confidenza asintotico al livello $1-\alpha$ per Me .