

Inferenza Statistica

Esame del 24 giugno 2011

Tempo a disposizione 2 ore.

Tra parentesi quadre i punteggi massimi attribuibili per ciascun quesito (Totale:35).

1. Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione da una v.c. la cui funzione di ripartizione è $F(x) = x^\alpha$ ove $\alpha > 0$ e $0 \leq x \leq 1$.
 - a. [4] Si ottenga lo stimatore di massima verosimiglianza per α .
 - b. [4] Si derivi lo stimatore di α con il metodo dei momenti.
2. Sia data una v.a. X di Bernoulli di parametro p . Si è ottenuto un campione casuale di ampiezza 10 da X e si vuole verificare $H_0 : p = 1/2$ contro $H_1 : p > 1/2$. A tal fine si definisce la regione critica $R = \{\sum x_i \geq 6\}$.
 - a. [4] Ottenere la funzione potenza e rappresentarla graficamente.
 - b. [3] Quanto vale α ?
 - c. [3] Qual è il p-value se si osservano 8 successi?
3. Un'azienda produce un nuovo modello di televisore 3D. Per pubblicizzare il prodotto vuole fornire informazioni sulla durata e per dare un valore veritiero calcola la media delle durate per un campione di televisori. E' noto che nella popolazione di televisori la deviazione standard della durata è pari a 100 ore. Quanti televisori deve esaminare perchè la probabilità di osservare scostamenti inferiori a 10 ore (della media del campione dalla vera media) sia almeno pari a 0.95?
 - a. [4] Si risponda al quesito sfruttando la legge dei grandi numeri.
 - b. [4] Si risponda al quesito utilizzando il teorema del limite centrale.
4. Si supponga di aver osservato da un campione di 100 pesci gatto dell' Isonzo una concentrazione media di mercurio pari a 1.31 ppm (parti per milione). Il limite raccomandato di mercurio nel pesce è di 1.25 ppm.
 - a. [3] In base ad un test d'ipotesi verificare se la specie dei pesci gatto che vivono nell'Isonzo è dal punto di vista alimentare non tossica per l'organismo (con $\alpha = 0.02$). Sia noto che nel campione lo scarto quadratico medio del livello di mercurio è risultato pari a 0.3 ppm.
 - b. [3] Qual è il livello di significatività osservato (p -value)?
 - c. [3] Dopo un certo periodo di tempo un nuovo campione di 50 pesci gatto viene pescato nelle acque dell'Isonzo: il livello medio di mercurio risulta questa volta pari a 1.2 ppm (con uno scarto quadratico medio di 0.2 ppm). Verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi di uguaglianza del livello di mercurio nei due periodi.