

Inferenza Statistica

Esame del 9 gennaio 2013

Tempo a disposizione 2 ore.

Tra parentesi quadre i punteggi massimi attribuibili per ciascun quesito (Totale: 33).

1. La variabile X è distribuita come una $N(\mu, \sigma_1^2)$ in una popolazione da cui si estrae un campione casuale di n_1 unità. La stessa variabile è distribuita in una seconda popolazione con una legge $N(\mu, \sigma_2^2)$ e da questa viene estratto un campione di dimensione n_2 .
 - a. [5] Si assumano le varianze σ_1^2 e σ_2^2 note e si determini lo stimatore di massima verosimiglianza di μ
 - b. [2] Si dica se lo stimatore individuato al punto precedente è stimatore non distorto per μ .
 - c. [2] Si valuti la varianza di tale stimatore.
3. Sia X_1, X_2, \dots, X_{10} un campione casuale da una Poisson di parametro λ . Per verificare il sistema di ipotesi $H_0 : \lambda = 1$ contro $H_1 : \lambda = 1/2$, si propone la regola così definita: rifiuta H_0 se almeno 5 dati sono pari a 0.
 - a. [3] Quanto vale la probabilità dell'errore di I tipo, α ?
 - b. [2] Calcolare la probabilità dell'errore di II tipo.
 - c. [3] Dire se e come è possibile costruire un test più potente.
4. Una società di sondaggi ha svolto due indagini in due diversi periodi estraendo due campioni dalla stessa popolazione. Il quesito posto era se si intendeva votare alle prossime elezioni. Nella prima indagine su 800 intervistati la percentuale di coloro che non intendevano andare a votare era pari al 35%. Nella seconda indagine la proporzione di coloro che non volevano andare a votare si era ridotta di 2.3 punti percentuali. Il p-value per il test, in cui H_0 è l'ipotesi che la percentuale di non votanti è stabile e H_1 postula l'aumento dei votanti, è risultato pari a 0.09.
 - a. [2] Possiamo dire che con $\alpha = .05$ si accetta l'ipotesi H_0 ? Giustificare la risposta.
 - b. [3] Qual era la numerosità del secondo campione?
 - c. [3] Si deve ora fare una terza indagine per verificare l'ipotesi nulla che la percentuale di non votanti sia pari a 0.35 contro l'alternativa che diminuisca. Quale deve essere la dimensione campionaria se si vuole accettare H_0 , al livello α del 5%, quando si osservi una diminuzione non superiore a 2 punti percentuali?
2. La portata di 2 affluenti A e B di un bacino è descritta da variabili gaussiane di medie rispettivamente pari a 25 e 15 m^3/sec e varianze pari rispettivamente a 16 e 9.
 - a. [2] Il bacino potrebbe rischiare di tracimare se la portata complessiva degli affluenti superasse quota 53. Un ingegnere suggerisce di calcolare la probabilità che questo accada assumendo le portate indipendenti e arrivando a dire che il rischio di tracimazione è molto basso essendo sotto il 5 per mille. Che probabilità ha ottenuto l'ingegnere di preciso?
 - b. [4] Un idrologo suggerisce però che il calcolo precedente è sbagliato ed ottimistico perché certamente le portate non sono indipendenti. Egli infatti sulla base di altre valutazioni ritiene che tale probabilità sia molto più alta e non inferiore a 0.02. Se si assume che le due portate siano correlate con coefficiente di correlazione pari a ρ , qual è il valore di tale coefficiente per giustificare la valutazione dell'idrologo che la probabilità di superare portata 53 sia maggiore o uguale a 0.02?

- c. [2] La portata dei fiumi dipende essenzialmente dalle precipitazioni negli ultimi periodi: chi ritenete abbia ragione, l'ingegnere o l'idrologo?