

Inferenza Statistica

Esame del 12 gennaio 2015

Tempo a disposizione 2 ore.

Tra parentesi quadre i punteggi massimi attribuibili per ciascun quesito (Totale: 36).

1. Una grossa azienda è responsabile di due impianti e si suppone che ogni giorno il numero di incidenti sul lavoro al personale in ciascuno degli impianti è distribuito come una Poisson. Inoltre si suppone che il numero di incidenti in un dato giorno sia indipendente da quelli di ogni altro giorno. Al termine dell'anno si registra un totale di 87 incidenti presso il primo impianto e 104 al secondo impianto.
 - a. [2] Qual è la stima di massima verosimiglianza del parametro della Poisson per il primo impianto?
 - b. [3] Fornire una stima (di massima verosimiglianza) della probabilità che nello stesso impianto dopo un incidente non ne accadano altri per i successivi 3 giorni.
 - c. [3] Costruire un intervallo di confidenza asintotico al livello $1 - \alpha = 0.99$ per la probabilità del punto precedente.
 - d. [4] Si verifichi l'ipotesi che il numero medio di incidenti giornaliero sia lo stesso nei due impianti (al livello $\alpha = 0.05$).
2. Si assuma che il 5% della popolazione in Italia soffra di intolleranze alimentari. Si vogliono a scopo di ricerca trovare 100 persone che abbiano intolleranze. A tal fine si sceglie a caso un numero di persone X e si fa loro un esame per vedere se soffrono o meno di intolleranze alimentari.
 - a. [2] Che variabile aleatoria descrive il numero X di persone che devo esaminare prima di trovare le 100 con le intolleranze?
 - b. [3] Qual è il numero medio di persone da esaminare?
 - c. [4] Determinare la probabilità che il numero di persone da esaminare prima di trovare le 100 sia superiore a 400.
3. Una macchina confeziona pacchetti che contengono 100 bulloni e i pacchetti vengono riempiti sulla base del peso. Si assuma che il peso di ogni singolo bullone sia distribuito secondo una gaussiana di media 5 grammi e varianza 0.25.
 - a. [4] Qual è la probabilità che un pacchetto con 100 bulloni pesi almeno 495 grammi?
 - b. [4] A quanto devo tarare il peso di un pacchetto se voglio che la probabilità che 101 pezzi abbiano un peso superiore ad esso sia non inferiore a 0.99?
4. Sia x_1, x_2, \dots, x_n un campione casuale semplice da una variabile aleatoria esponenziale di parametro λ . Si voglia stimare la sua media $\mu = 1/\lambda$.
 - a. [5] Si consideri lo stimatore $a\bar{x}$ ove $\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{n}$. Si valuti il valore di a per cui risulta minimo l'errore quadratico medio dello stimatore.
 - b. [3] Lo stimatore proposto è consistente?