SINTESI APPUNTI MATEMATICA DANNI

L.B.

CLASSIFICAZIONI DI COPERTURE

Ci sono 18 rami di coperture assicurative, ma solo 3 tipologie:

a) assicurazioni di responsabilità civile
b) assicurazioni di danni alla persona
c) assicurazioni per danni al patrimonio

Un'altra classificazione per tipologia di rischi:

1) *rischi di massa*: rischi per i quali l'assicuratore dispone di molte polizze omogenee (R.C.A.), molti dati a disposizione, canali di vendita standardizzati.
2) *grandi rischi*: l'assicuratore ha relativamente poche polizze e in genere molto disomogenee. I sinistri sono di entità elevata, ci sono pochi dati; ricorso ad intermediari finanziari

Tutti i tipi di coperture prevedono una prestazione in denaro.

COMPOSIZIONE DEL PREMIO

Composizione del premio

Il premio si compone di:

Premio equo E(X) + Caricamento di sicurezza + Caricamento per spese + Tasse

Componente che consente in termini attesi di coprire la perdita	Nome che deriva dall'uso del modello di utilità. Ma non è l'unica ragione che spiega il perché del caricamento di sicurezza; ad esempio c'è il modello basato sulla probabilità di andare in rovina (+ antico) →fa derivare dall'esigenza di controllo della rovina, l'esigenza di aver un caricamento di sicurezza	Tramite esso l'assicuratore trasferisce all'assicurato l'onere della copertura di certe spese	Date all'assicuratore che poi le versa agli uffici delle imposte

Premio equo E(X) + Caricamento di sicurezza = *Premio puro* (*premio netto*) P

Premio equo E(X) + Caricamento di sicurezza + Caricamento per spese = *Premio di tariffa* (*commerciale\ caricato*) P^T .

C'è poi una componente di profitto, in quanto quella di sicurezza è solo per il rischio → spesso implicita nel caricamento di sicurezza

CARICAMENTO PER SPESE

Quali sono le categorie di spese coperte dal premio?

A) Spese di acquisizione
   I. Provvigioni legate alle acquisizioni dei contratti riconosciute agli intermediari (a chi procaccia l'affare: banche, agenti,..)
   II. Spese di emissione polizza
   III. Altre spese (pubblicità,..)
   ➔ $\alpha' P^T$

B) Spese di gestione:
   Spese ricorrenti, emergono durante la durata del contratto → solitamente non direttamente imputabili
   I. Uffici
   II. Periti
   III. Acqua, luce, gas
   IV. Affitto
   ➔ $\alpha'' P^T$

C) Spese di liquidazione dei sinistri
   I. Sinistri in cui le responsabilità non sono facilmente attribuibili
   II. Accordo del risarcimento tramite perito (a volte si ricorre anche al tribunale)
   ➔ βP^T

1. Spese di acquisizione + spese di gestione: $\alpha' P^T + \alpha'' P^T = \alpha P^T$

Oss. Il caricamento per spese è il 30-40% del P^T (premio di tariffa) in quanto hanno forte influenza le spese C).

Come viene valutato il caricamento per spese?

Viene valutata un'aliquota α' che viene applicata al P^T per le spese di acquisizione, α'' per le spese di B) e β per quelle di gestione C).

In conclusione:

$$P^T = P + (\alpha + \beta)P^T = \left(\frac{1}{1-\alpha-\beta}\right)P$$

Come valutato α e β? (tipologia spese in termini attesi)

Li valuto in modo che mi consentano di coprire le spese.

I valori di α e β dipendono da:

1. Ramo assicurativo
2. Dal volume di affari
3. Dalle condizioni di mercato

Oss. P premio puro → non si può "variare" troppo

α e β → gioco di concorrenze

PREMIO PURO P (nelle assicurazioni danni)

X prestazione dell'assicuratore

$F_X(x)$ valutazione probabilistica → valutazione che introduce l'effettiva aspettativa dell'assicurato del rischio

Dato E(X)

Traduco una valutazione prudenziale, che non rappresenta la realistica valutazione: $F_X^*(x) \rightarrow E^*(X) = \int_0^{+\infty} x dF_X^*(x)$ t.c. $E^*(X) > E(X)$ introduco cioè una valutazione rispetto la quale l'assicuratore calcola $P = E^*(X)$, il premio è solo formalmente equo, cioè equo rispetto a $F_X^*(x)$

→$G = P - X$ $\quad E(G) = P - E(X) = E^*(X) - E(X) > 0$ garantisce un guadagno atteso positivo.

Si deve calcolare il premio P attraverso i principi di calcolo del premio

Dato X → "regola/formula" che mi dice quant'è il premio puro/netto $\pi(X)$

Oss. F_X: molti principi sono tali che $X =^d Y$ → $\pi(X) = \pi(Y)$

PRINCIPI DI CALCOLO DEL PREMIO

Principio della speranza matematica

$$\pi(X) = E(X) + \alpha E(X) = E(X)(1+\alpha) \quad \alpha > 0$$

Principio della varianza

$$\pi(X) = E(X) + \beta Var(X), \ \beta > 0$$

Principio dello scarto quadratico medio

$\pi(X) = E(X) + \gamma\delta(X)$ con $\gamma > 0$ e $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

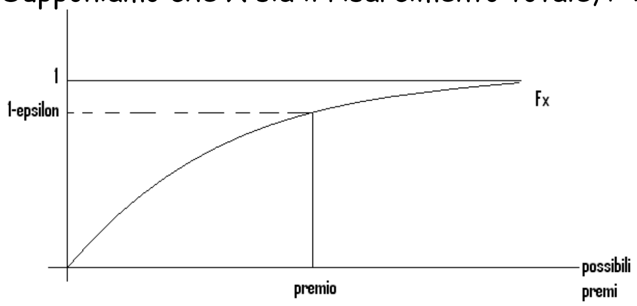
Principio dell'utilità nulla

Sia u( ) funzione di utilità del guadagno dell'assicuratore A, il premio è quel valore t.c.: $E[u(\pi(X) - X)] = u(0)$ utilità attesa del guadagno è nullo. È il premio che rende per l'assicuratore indifferente stipulare o no il contratto, cioè:
$\pi(X) \mid \pi(X) - X \sim_A 0$

1. Caso particolare: *principio esponenziale*
2. Caso particolare
   $u(X) = X - \frac{1}{2A}X^2 \; X \leq A$ funzione di utilità quadratica del decisore.

Principio del percentile

Supponiamo che X sia il risarcimento totale, P il premio:



$\pi(X) = \inf\{P: F_X(P) \geq 1 - \varepsilon\}$

Oss. È detto percentile perché $\pi(X)$ è il percentile di ordine $1 - \varepsilon$ di $F_X(x)$.

FORME ASSICURATIVE (funzione di risarcimento)

Per evitare di portarci dietro l'indice i, fissiamo un solo contratto ed un solo sinistro.

Siano:

Z= importo aleatorio del danno

Y= importo aleatorio del risarcimento Y= φ (Z)

Oss. vale sempre il principio di non arricchimento: $X \leq Y$.

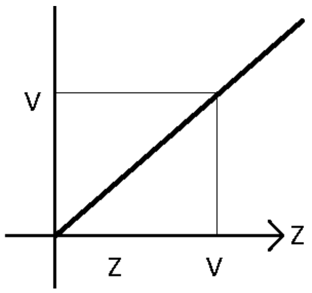
ASSICURAZIONE A COPERTURA INTEGRALE (V, sottoassicurazione)

Tale tipo di assicurazione viene stipulata in presenza di beni; devo stabilire il valore del bene.

Usata nelle assicurazioni di beni dove è oggettivamente (nel senso che assicurato e assicuratore possono mettersi d'accordo) individuabile a priori il valore del bene assicurato.

Sia **V** il valore del bene, esso viene indicato in polizza ed è detto ***valore assicurato*** o *somma assicurata* e rappresenta la massima determinazione possibile del danno arrecato da un sinistro.

In questa forma Y=Z cioè abbiamo la funzione identica come funzione risarcitoria.

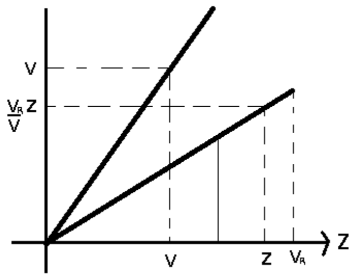


V_r= valore realistico del bene non sinistrato in T, istante in cui si verifica il sinistro.

Ho quindi diversi casi:

$$se\ V_r \le V\ allora \quad Y = Z$$
$$se\ V_r > V\ allora \quad Y = \frac{V}{V_r} Z$$

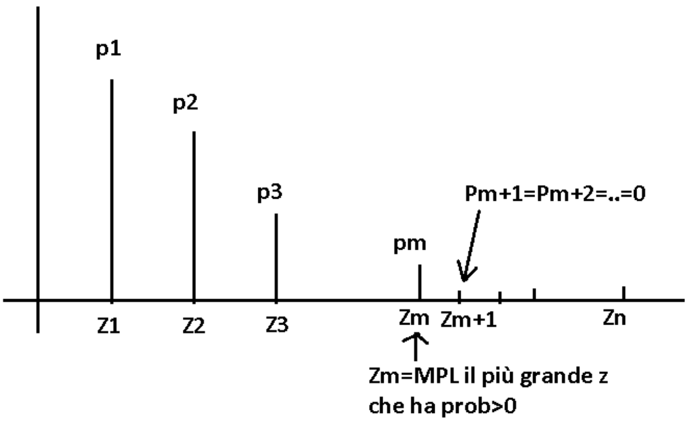
La seconda formula non risarcisce integralmente → è detta ***regola proporzionale***. Si parla *di* ***sottoassicurazione***: il perito verifica che il valore delle cose non sinistrate è > a quello dichiarato al momento della stipula.



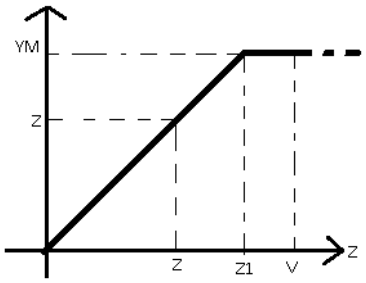
MASSIMO PROBABILE (MPL)

Es. comprensorio industriale con più edifici

È definito MPL = $\max_{Z_i}\{Z_i | \Pr(Z = z_i) > 0\}$



ASSICURAZIONE A PRIMO RISCHIO RELATIVO (V, massimale M; è proporzionale fino M)

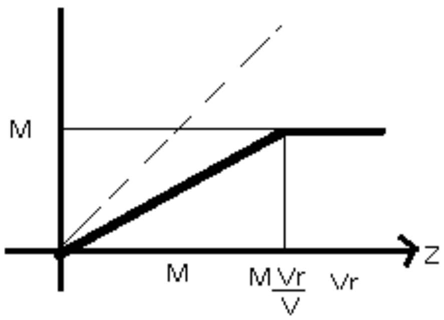


Def. M è anche chiamato ***massimale*** (di copertura).

Anche in questo caso viene fatto l'accertamento dopo il momento del sinistro tramite un perito:

$$Y = \begin{cases} V_R \leq V & Y = \min(Z, M) \\ V_R > V & Y = \begin{cases} \dfrac{V}{V_R} Z & se\ \dfrac{V}{V_R} Z \leq M \\ M & se\ \dfrac{V}{V_R} > M \end{cases} \end{cases}$$

È di tipo proporzionale ma con soglia assicurativa pari a M.



ASSICURAZIONE A PRIMO RISCHIO ASSOLUTO (massimale M; no proporzionale)

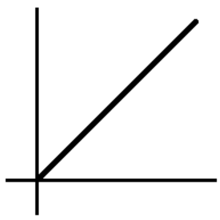
Non si fa riferimento in polizza ad un valore del bene assicurato, quindi è un tipo di copertura sia nei casi in cui è individuabile il valore sia in quelli dove questo non è possibile.

Esempio: È una tipica copertura RC

$$Y=\begin{cases} Z & se\ Z\le M \\ M & se\ Z>M \end{cases} = \min(Z,M)$$

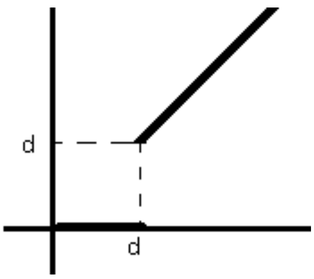
ASSICURAZIONE A GARANZIA ILLIMITATA (easy)

RC Y=Z è indipendente dal danno



1 ASSICURAZIONI CON FRANCHIGIA RELATIVA (0 sotto d, proporzionale sopra d)

$$Y=\begin{cases} 0 & se\ Z\le d \\ Z & se\ Z>d \end{cases}$$ (risarcimento in forma integrale)

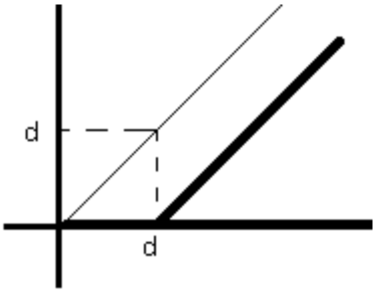


È anche possibile che vi sia un massimale: FRANCHIGIA RELATIVA CON MASSIMALE

$$Y=\begin{cases} 0 & Z\le d \\ Z & d<Z\le M \\ M & Z>M \end{cases}$$

2 ASSICURAZIONI CON FRANCHIGIA ASSOLUTA (0 sotto d; proporzionale '– d' sopra d; + usata)

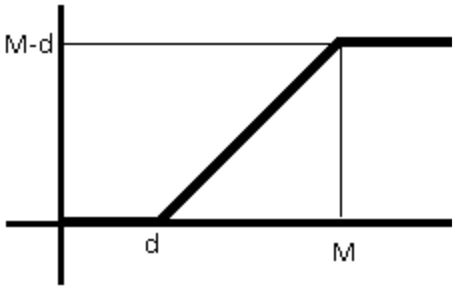
Risarcimento in funzione del danno $Y=\begin{cases} 0 & se\ Z\le d \\ Z-d & se\ Z>d \end{cases} = \max(0,z-d)$



Anche qui ci può essere un massimale

$$Y = \begin{cases} 0 & Z \leq d \\ Z - d & d < Z \leq M = \min(M - d, \max(0, z - d)) \\ M - d & Z > M \end{cases}$$

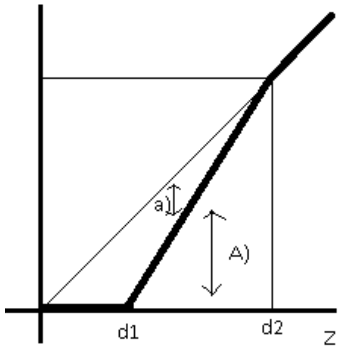
FRANCHIGIA ASSOLUTA CON MASSIMALE



→ vi è anche un risparmio per contraente tramite riduzione del premio

DISAPPEARING DEDUCTIBLE (2 franchigie)

Vengono fissati due importi $d_1 < d_2$



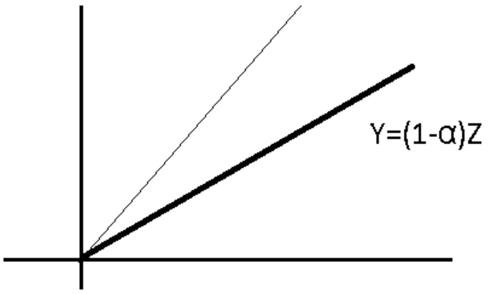
È utile: l'assicuratore interviene integralmente solo per danni che possono minare la stabilità economica dell'assicurato.

$$Y = \begin{cases} 0 & Z \leq d_2 \\ \dfrac{d_2}{d_2 - d_1}(Z - d_2) & d_1 < Z \leq d_2 \\ Z & Z > d_2 \end{cases}$$

ASSICURAZIONE CON SCOPERTO (coperta solo una % del danno)

$0<\alpha<1$ $(1-\alpha)\, z \rightarrow (A)$ a carico dell'assicuratore

$\rightarrow Y=(1-\alpha)\, Z$



Esempio: rimborso spese mediche (ciò invita la gente a non esagerare a ricorrere a controlli)

SCOMPOSIZIONE QUOTA DANNI

Suppongo di disporre di **una base di dati**:

- "**ampia**" (numero sufficiente di dati)
- Relativa a **polizze con forti caratteristiche di analogia** (i dati devono riferirsi a polizze che hanno in comune quante più caratteristiche possibili; cioè in teoria dovrei essere in grado di dare a tutte lo stesso rischio)

Supponiamo quindi di avere la base di dati relativa a r polizze osservate per l'intero periodo di copertura (1 anno) e che esse abbiano riportato n sinistri in tutto

n= numero di sinistri osservato\riportato nelle r polizze

c_j= risarcimento osservato per il j-esimo sinistro j=1,..,n

1. $Q=\frac{c_1+\cdots+c_n}{r}$ *quota danni* o risarcimento medio per sinistro

Per mettere in modo naturale a confronto Q con E(X), immagino quota danni può vista come premio equo ex post.

2. $Q=\frac{c_1+\cdots+c_n}{r}=\frac{n}{r}\frac{c_1+\cdots+c_n}{n}$ la nuova ***quota danni***:

$\frac{n}{r}=\frac{numero\ totale\ di\ sinistri}{num\ totale\ di\ rischi}$ è il numero medio di sinistri per rischio osservato o ***indice di sinistrosità*** o ***frequenza sinistri***

$\frac{c_1+\cdots+c_n}{n}=\frac{\bar{c}}{n}=\frac{risarcimento\ totale}{numero\ tot\ sinistri}$ = risarcimento medio per sinistro o ***costo medio per sinistro***

Questa formula empirica ha un corrispondente teorico: E(X)=E(N)E(Y) (in ipotesi di distribuzione composta).

r_h=numero delle polizze con h sinistri

h=massimo del numero di sinistri riportato da una singola polizza ↔ $r_0 + .. + r_h = r$

$\frac{r_j}{r}$ è la frequenza relativa delle polizze che hanno riportato j sinistri

- con $\frac{n}{r-r_0}$ = $\frac{num\, sinistri}{num\, polizze\, sinistrate}$ cioè **numero medio di sinistri per polizza sinistrata** o ***Indice di ripetibilità*** (oss è >1)
- con $\frac{r-r_0}{r} = 1 - \frac{r_0}{r} = \frac{num\, polizze\, sinistrate}{num\, polizze}$ **quota delle polizze sinistrate** (è la stima della probabilità di non avere sinistri)

In sintesi:

3. $Q = \frac{n}{r}\,\bar{c} = \frac{n}{r-r_0}\frac{r-r_0}{r}\bar{c}$ è la ***quota danni***

CALCOLO VAR(X) (nessuna scomposizione da fare)

$\mathrm{Var(X) = E(N)Var(Y) + Var(N)E(Y)^2}$ con la corrispondenza empirica $\frac{n}{r}$? + ? $\bar{c}$. Adesso dobbiamo procurarci le stime $\widehat{\mathrm{Var}}(\mathrm{N})$ e $\widehat{\mathrm{Var}}(\mathrm{Y})$:

- $\widehat{\mathrm{Var}}(\mathrm{N})$ se posso ipotizzare che i numeri aleatori di sinistri (ex ante) $N;N_1, N_2,..,N_r$ sono numeri aleatori i.i.d. $\frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}(N_i - \bar{N})^2$, con $\bar{N} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i$, che è stimatore non distorto della comune varianza →
  $\widehat{\mathrm{Var}}(\mathrm{N}) = \frac{1}{r-1}\sum_{i=1}^{r}(n_i - \frac{n}{r})^2$ con n_i valore osservato di N_i (ho bisogno quindi dell'informazione del numero di sinistri per polizza)
- $\widehat{\mathrm{Var}}(\mathrm{Y}) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(c_j - \bar{c})^2$

TASSO DI PREMIO

Suppongo quindi r polizze che abbiano forti caratteristiche di analogia ma potenzialmente diversi valori di esposizione monetaria ω_i.

X_i= risarcimento totale per i-esimo rischio nel caso di 1 anno

ω_i= massima determinazione, finita, possibile per risarcimento per sinistro (massimo di $Y_h^{(i)}$)

Esempio.

- Per le assicurazioni a valore intero → ω_i= valore assicurato
- Per le assicurazioni a primo rischio → ω_i=M (massimale)
- Non esiste nella copertura a garanzia illimitata poiché lo voglio finito.

In questa situazione cade l'ipotesi che $X_1, X_2, \ldots, X_r$ i.d., quindi suppongo di avere l'ipotesi che $\frac{X_1}{\omega_1}, \frac{X_2}{\omega_2}, \ldots, \frac{X_r}{\omega_r}$ i.d. dove indico con: $\frac{X_i}{\omega_i}$ = risarcimento totale per unità di esposizione

$\rightarrow E\left(\frac{X_i}{\omega_i}\right) \triangleq m$ hanno la stessa/comune speranza matematica. $\rightarrow E(X_i) = m\,\omega_i$ il risarcimento totale della polizza i-esima è uguale ad un parametro m per l'esposizione monetaria

- m è il ***tasso teorico di premio***

Oss. Si chiama "tasso" poiché è il premio equo per una polizza che abbia esposizione monetaria pari ad 1: $E(X_i) = 1 \Leftrightarrow \omega_i = 1$

Considero un nuovo rischio X che rientra nella nostra categoria di polizze con esposizione monetaria ω. Dati $X \quad \omega$, devo calcolare $\mathrm{E(X)}$.

Per stimarlo uso la stima del tasso di premio $\hat{E}(X) = \hat{m}\,\omega$.

Stimiamo $\mathrm{E(X)}$:

n= numero di sinistri che hanno colpito gli r rischi

c_j= risarcimento per il j-esimo sinistro j=1,…,n

Riesco a costruire uno stimatore non distorto per stimare $\hat{E}(X)$? $\hat{m}$? Si $\frac{\sum_{i=1}^{r} X_i}{\sum_{i=1}^{r} \omega_i}$ è stimatore non distorto del parametro m. Mentre Il valore osservato dello stimatore è: $\frac{risarcimento\ totale\ del\ portafoglio}{esposizione\ monetaria\ totale}$ cioè $\hat{m} = \tau = \frac{c_1 + \cdots + c_n}{\omega_1 + \cdots + \omega_n}$ = $\frac{x_1 + \cdots + x_r}{\omega_1 + \cdots + \omega_n}$

- $\tau = \frac{c_1 + \cdots + c_n}{\omega_1 + \cdots + \omega_n}$ è ***tasso di premio***.

SCOMPOSIZIONE DEL TASSO DI PREMIO

$\bar{c}$ è il ***costo medio per sinistro*** o il **risarcimento medio per sinistro**

$\bar{\omega}$ è ***l'esposizione monetaria media***

$\frac{n}{r}$ è l'indice di sinistrosità

$\frac{\bar{c}}{\bar{\omega}}$ è il ***grado medio di danno***

$$\tau = \frac{n}{r}\frac{\frac{c_1+\cdots+c_n}{n}}{\frac{\omega_1+\cdots+\omega_n}{r}} = \frac{n}{r}\frac{\bar{c}}{\bar{\omega}}$$

Essi sono i corrispondenti empirici di $E\left(\frac{X}{\omega}\right) = E(N)\,E\left(\frac{Y}{\omega}\right)$.

In ipotesi di distribuzione composta, e per la linearità della speranza matematica, ho: $E\left(\frac{X}{\omega}\right) = \frac{1}{\omega}E(X) = \frac{1}{\omega}E(N)\,E(Y) = E(N)\,E\left(\frac{Y}{\omega}\right)$ con

$E\left(\frac{Y}{\omega}\right)$ è il **risarcimento atteso per sinistro per unità di esposizione** detto ***grado medio di danno (teorico)***.

→ In sintesi, il premio sarà calcolato così $P = \tau\,\omega$

PROCEDIMENTO DI TARIFFAZIONE NEI RAMI DANNI

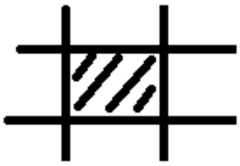
Per *tariffazione* si intende quel procedimento per determinare i premi per i diversi assicurati, copertura per copertura. Fissata una copertura, allora viene fissata anche la tariffa, cioè il premio per gli assicurati.

Dato X, risarcimento totale, valuto la base tecnica:

$\begin{cases} \Pr(N=n) \\ F(z), F(y) \end{cases}$ vado quindi a calcolare le quantità $E(N), Var(N), E(Y), Var(Y)$ o $E(X), Var(X)$

L'assicuratore quindi deve ripartire la collettività eterogenea di rischi in sottogruppi di rischi con caratteristiche di analogia.

I. **PERSONALIZZAZIONE A PRIORI** (o ***segmentazione del portafoglio*** o *classificazione dei rischi*): a priori in quanto considero elementi osservabili senza avere informazioni sulla sinistrosità. In questa fase si osservano caratteristiche/fattori influenti sulla sinistrosità e in base ad esse si va a ripartire la collettività in classi dette ***classi tariffarie***. E per ciascuna classe tariffaria viene calcolato il premio detto ***tariffa***.



II. **PERSONALIZZAZIONE A POSTERIORI**: se fisso l'attenzione su una classe tariffaria ottenuta andando a considerare elementi influenti sulla sinistrosità, trovo comunque una collettività eterogenea. Quindi modifico il premio individuo per individuo tenendo conto dell'esperienza di sinistrosità individuale. Quindi individuo per individuo aggiorno il premio collettivo della classe adeguandolo a ciascun individuo. Nonostante questo, rimane una eterogeneità non spiegata dalle caratteristiche tariffarie: eterogeneità residua.

PERSONALIZZAZIONE A PRIORI

Data una fissata copertura (incendio, malattia,..) la personalizzazione a priori si basa sull'analisi di dati. Dati di portafoglio o di mercato.

PASSO 1 (indentifico variabili tariffarie)

Andiamo a cercare di capire dai dati se esistono elementi che abbiano un'influenza sulla valutazione probabilistica degli elementi che descrivono la sinistrosità di un assicurato.

Gli elementi che descrivono la sinistrosità di un assicurato sono:

- Numero di sinistri N
- Risarcimenti per sinistro Y
- Risarcimento totale X

Dobbiamo dare a tali elementi una valutazione probabilistica. Per farlo devo vedere se ci sono elementi\grandezze influenti per queste valutazioni, detti ***fattori di rischio***.

Esempio:

Fattori di rischio R.C.A

- Caratteristiche dell'assicurato:
  - Età
  - Sesso (femmine<maschi)
  - Professione (dipende dall'uso dei veicolo)
  - Stato civile (sposato o no)
  - Zona di residenza
  - Provincia di residenza
- Caratteristiche del mercato
  - Potenza (Kw,CV) (potenze maggiori) →
  - Massa veicolo
  - Alimentazione del veicolo (diesel più nel commercio)
  - Marca e tipo di autoveicolo

    - Anzianità del veicolo
    - Colore
- Altri elementi
    - Uso del veicolo
    - Livello del massimale di copertura
    - Viene messo o no in garage
    - ..

PASSO 2 (ripartizione delle var. tar. in livelli, scrematura var. tar.)

Ogni fattore ha molte determinazioni, nelle tariffe però non vengono osservate tutte le ***determinazioni***, ma esse vengono ***ripartite in livelli***. Quindi il passo 2 si divide in:

I. Considerati i fattori di rischio, ho delle determinazioni che ripartiscono in ***livelli*** o ***modalità***:
   Esempio: R.C.A.: età (18-22,23-27,28-50,50-64,>64)
II. Selezionare i fattori maggiormente significativi. Le variabili selezionate sono chiamate ***variabili tariffarie***. La classe (i,j) ha la prima variabile tariffaria nella modalità i.

L'obiettivo della fase 2 è quello di arrivare a selezionare dei fattori di rischio in modo tale da **ripartire la collettività in classi di rischi analoghi** e t.c. gli assicurati di una stessa classe siano analoghi al punto che riteniamo di dare la stessa valutazione probabilistica ai fattori di rischiosità.

PASSO 3 (attribuzione di un modello tariffario: ogni classe ha un premio)

Introduco una funzione detta ***modello tariffario***, una funzione che attribuisce ad ogni classe un premio. Tale funzione tipicamente dipende da alcuni parametri, stimati dai dati con metodologie di tipo statistico.

Osservazione: ogni classe tariffaria rappresenta ciascuna un gruppo di rischi con caratteristiche di analogia talmente forti che assegniamo i.i.d. ai rischi di sinistrosità.

PASSO 3: MODELLI DI ASSEGNAZIONE DEL PREMIO AD UNA CLASSE TARIFFARIA

1) MODELLI BASATI SULLE QUOTE DANNI:

Supponendo di avere dati della collettività, la i.d. delle $X_{ij}^{(k)}$ e supponendo di disporre delle informazioni:

- c_{ij} = risarcimento totale osservato per i rischi della classe (i, j)
- t_{ij} = tempo di esposizione totale (nell'ambito della classe (i, j) o rischi anno (somma delle frazioni di anno nelle quali ciascuna polizza (i, j)è rimasta in osservazione)
- $c =$ risarcimento totale portafoglio
- $t =$ esposizione totale di portafoglio

Per ogni classe tariffaria (i,j) calcolo il <u>risarcimento medio per rischio</u> $Q_{ij} = \frac{c_{ij}}{t_{ij}}$ c quota danni per gli assicurati della classe (i, j). Che interpreto come stima del risarcimento totale atteso per una classe (i, j) → $Q_{ij} = \frac{c_{ij}}{t_{ij}} = \hat{E}(X_{ij})$.

I modelli tariffari, cioè funzioni che associano a (i,j) una valore del premio, più comuni sono:

1. **modello tariffario additivo**
2. **modello tariffario moltiplicativo**

$$E(X_{ij}) = \begin{cases} p + \alpha_i + \beta_j & nel\ modello\ addivito\ 1. \\ p\ \alpha_i\ \beta_j & nel\ modello\ moltiplicativo\ 2. \end{cases}$$

- p è un valore assegnato
- $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \beta_{1,\dots,}\beta_j$ sono parametri chiamati ***relatività*** stimate dai dati con l'obiettivo di andare ad accostare il modello ai dati.

I modelli tariffari nascono per esigenze di perequazione dei risultati finali.

Metodi di stima della relatività

a) Metodo intuitivo di stima delle relatività (solo per modello moltiplicativo)

Ipotesi $p = Q$ → $E(X_{ij}) = Q\ \alpha_i\ \beta_j$

La quota danni <u>osservata</u> per gli assicurati con prima variabile tariffaria nella modalità i è
$$Q_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{J} Q_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^{J} c_{ij}}{\sum_{j=1}^{J} t_{ij}}$$
con $\sum_{j=1}^{J} c_{ij}$ risarcimento totale dei rischi che hanno la prima variabile = i,
con $\sum_{j=1}^{J} t_{ij}$ esposizione totale.

Si fissano le relatività considerando i rapporti:

$\alpha_i = \frac{Q_{i\cdot}}{Q}$ e $\beta_j = \frac{Q_{\cdot j}}{Q}$ con $Q_{\cdot j} = \frac{\sum_{i=1}^{I} c_{ij}}{\sum_{i=1}^{I} t_{ij}}$

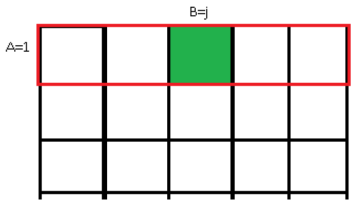
Il valore atteso secondo questo approccio è $\hat{E}(X_{ij}) = \frac{Q_{i\cdot}}{Q}\frac{Q_{\cdot j}}{Q}Q = \frac{Q_{i\cdot}Q_{\cdot j}}{Q}$

Le stime delle relatività vengono dette ***coefficienti tecnici di personalizzazione della tariffa***

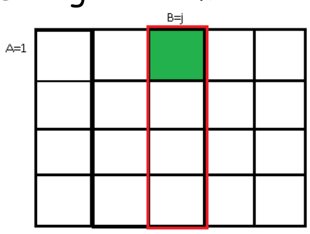
Condizione di bilanciamento (ripartizione portafoglio in Macroclassi)

Data una tariffa, e ripartito il portafoglio in gruppi "numerosi" di assicurati (in **macroclassi**), si dice che la tariffa soddisfa\rispetta la **condizione di bilanciamento** rispetto all'assegnata ripartizione **se** all'interno di ogni macroclasse la somma premi = somma risarcimenti osservati (la tariffa copre il fabbisogno)

- **Bilanciamento sulle righe**: (o rispetto la prima variabile) Se per ogni livello della prima variabile tariffaria il montepremi, applicando la tariffa, è uguale al risarcimento osservato.
  $P_{ij} \rightarrow \sum_{j=1}^{J} p_{ij}t_{ij} = \sum_{j=1}^{J} Q_{ij}t_{ij} = \sum_{j=1}^{J} c_{ij} \ \forall i = 1,..,I$
  Ad esempio, di seguito la macroclasse è la riga:



- **Bilanciamento sulle colonne**: (o rispetto la seconda variabile)
  $P_{ij} \rightarrow \sum_{i=1}^{I} p_{ij}t_{ij} = \sum_{i=1}^{I} Q_{ij}t_{ij} = \sum_{i=1}^{I} c_{ij} \ \forall j = 1,..,J$
  Di seguito la macroclasse è la colonna



Si dice che una tariffa verifica la condizione di ***bilanciamento globale*** se l'equilibrio tra entrate e uscite è a livello del portafoglio, cioè: $\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I} p_{ij}t_{ij} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I} c_{ij}$.

Valgono le implicazioni seguenti:

- Bilanciamento righe → bilanciamento totale
- Bilanciamento colonne → bilanciamento totale

- bilanciamento totale <u>non</u> implica né Bilanciamento colonne né Bilanciamento righe

b) Metodo dei totali marginali (stima relatività attraverso sistema | tariffa verifichi bilanciamento C e R, per modello moltiplicativo e additivo)

$$E(X_{ij}) = f(\alpha_i, \beta_j) \triangleq \begin{cases} p + \alpha_i + \beta_j \\ p\ \alpha_i\ \beta_j \end{cases}$$

Va a stimare le stime delle relatività in modo che la tariffa verifichi BC e BR, cioè $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j$ sono determinate grazie al sistema:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{J} f(\alpha_i, \beta_j)\, t_{ij} = \sum_{j=1}^{J} c_{ij} & i = 1, .., I \quad BR \\ \sum_{i=1}^{I} f(\alpha_i, \beta_j)\, t_{ij} = \sum_{i=1}^{I} c_{ij} & j = 1, .., J \quad BC \end{cases}$$

posso risolvere con un metodo iterativo:

- Partendo gli alga: fissiamo $(\alpha_1^{(I^\circ)}, \dots, \alpha_I^{(I^\circ)})$ li sostituisco nelle equazioni del II° gruppo → prendo i $\underline{\beta}_j^{(I^\circ)}$ del primo gruppo e determino $(\alpha_1^{(II^\circ)}, \dots, \alpha_I^{(II^\circ)})$ li sostituisco e ricavo $(\beta_1^{(II^\circ)}, \dots, \beta_J^{(II^\circ)})$ e … Si prova che la successione $\left(\underline{\alpha}_i^{(n^\circ)}, \underline{\beta}_j^{(n^\circ)}\right)_n$ converge alla soluzione del sistema.
  Oss. In pratica si impone una condizione di arresto $\left(\underline{\alpha}_i^{(\bar{n})}, \underline{\beta}_j^{(\bar{n})}\right)$.

- Partendo dai Beta: fisso i $(\beta_1^{(I^\circ)}, \dots, \beta_J^{(I^\circ)}) \to^{(I)} (\alpha_1^{(I^\circ)}, \dots, \alpha_I^{(II^\circ)})$ → ho la soluzione del 1° passo $\left(\underline{\alpha}_i^{(I^\circ)}, \underline{\beta}_j^{(I^\circ)}\right)$ che verifica BR, poi prendo gli $\underline{\alpha}_i^{(I^\circ)}$del primo gruppo e determino i $(\beta_1^{(II^\circ)}, \dots, \beta_J^{(II^\circ)}) \to^{(II)} (\alpha_1^{(II^\circ)}, \dots, \alpha_I^{(II^\circ)})$ ecc.. Mi fermo per un fissato n*.

III) Altri metodi di stima delle relatività

Dato $E(X_{ij}) = f(\alpha_i, \beta_j)$ e Q_{ij}(stime) accostiamo le stime ai dati tramite:

Metodo dei minimi quadrati

Considero gli scostamenti quadratici tramite i valori attesi forniti dal modello e le stime grezze, si vanno poi a stimare le relatività che si adattano ai dati secondo i minimi quadrati:

$$\min_{\underline{\alpha}, \underline{\beta}} \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} \left(f(\alpha_i, \beta_j) - Q_{ij}\right)^2 = \min_{\underline{\alpha}, \underline{\beta}} F(\underline{\alpha}, \underline{\beta})$$

→ trovo $\hat{\underline{\alpha}}, \hat{\underline{\beta}}$ studiando numericamente (non in forma chiusa) il sistema:

$$\begin{cases} \frac{dF}{dx_i} = 0 & i = 1,..,I \\ \frac{dF}{dx_j} = 0 & j = 1,..,J \end{cases}$$ sistema condizioni del 1° ordine

2) MODELLI BASATI SU FREQUENZA SINISTRI E COSTO MEDIO PER SINISTRO:

Abbiamo sempre le due variabili selezionate e le ipotesi di analogia per assicurati che appartengono alla stessa classe tariffaria

$N_{ij}^{(k)}$= numero aleatorio di sinistri in un anno per il k-esimo (assicurato) rischio della classe (i,j).

Ipotesi 1: $N_{ij}^{(k)}$ siano i.d. al variare di k (cioè supponiamo che il processo di selezione ci faccia dire che $N_{ij}^{(k)}$siano i.d.)

Ipotesi 2: suppongo che la distribuzione del risarcimento per sinistro sia la medesima per tutti gli assicurati per tutti i sinistri che colpiscono la classe (i,j).

$E(Y_{ij})$ il valore atteso di tale distribuzione (rischi omogenei)

Ipotesi 3: Supponiamo di disporre dei seguenti dati, rilevati nel tempo di esposizione di un anno.

- n_{ij} = numero totale di sinistri osservati nella classe (i,j)
- t_{ij}= esposizione totale della classe (i,j)
- c_{ij}= risarcimento totale osservato nella classe (i,j)
- n= numero dei sinistri di portafoglio
- t= tempo di esposizione totale del portafoglio $\sum t_{ij} = t$
- c= risarcimento totale osservato ($\sum c_{ij} = c \forall$ i, j)
    - $\rightarrow \frac{c_{ij}}{n_{ij}}$= costo medio per sinistro nella classe (i,j) (stima empirica di $E(Y_{ij})$)
    - $\rightarrow \frac{n_{ij}}{t_{ij}}$= frequenza sinistri nella classe (i,j) (stima empirica di $E(N_{ij})$)

Componente $E(N_{ij})$

Voglio stimare $E(N_{ij})$.

Dai dati ricavo $\frac{n_{ij}}{t_{ij}} = f_{ij}$ ***frequenza sinistri nella classe*** (i,j) ed è una stima empirica di $E(N_{ij})$.

$E(N_{ij}) = \begin{cases} p + \alpha_i + \beta_j \\ p\, \alpha_i\, \beta_j \end{cases}$ con p assegnato (in 2 modi) $= \begin{cases} \frac{n}{t} = f \ (freq\ di\ portafoglio) \\ f_{i^*,j^*} \qquad (freq\ classe\ \ (i,j)) \end{cases}$

Vado ora a <u>stimare le relatività</u> andando ad accostare il modello alle stime grezze $\underline{\alpha}, \underline{\beta}$ e vado a confrontare modello e frequenze.

Ricavate $\underline{\hat{\alpha}}, \underline{\hat{\beta}}$ ottengo $\hat{E}(N_{ij}) = \begin{cases} \hat{p} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j \\ \widehat{p\, \alpha_i\, \beta_j} \end{cases}$ stima della componente numero di sinistri della classe (i, j).

Componente $E(Y_{ij})$

Stimiamo per la classe generica (i,j) il $E(Y_{ij})$. $\frac{c_{ij}}{n_{ij}} = \bar{c}_{ij}$ che è la stima grezza di $E(Y_{ij})$.

In realtà il costo medio per sinistro non è quello cercato perché voglio perequare le stime grezze.
Vado quindi a stimare
$E(Y_{ij}) = \begin{cases} p + \alpha_i + \beta_j \\ p\, \alpha_i\, \beta_j \end{cases}$ con p= $\begin{cases} \frac{c}{n} = \bar{c} \\ \bar{c}_{ij}{}^{*} \end{cases}$ dove $p = \bar{c}$ è costo medio per sinistro valutato con i dati di portafoglio.

Stimo dai dati $\underline{\hat{\alpha}}, \underline{\hat{\beta}}$ con uno dei metodi visti (intuitivo o totali marginali) accostando il modello con le stime grezze.

Ricavo così $\hat{E}(Y_{ij}) = \begin{cases} \hat{p} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j \\ \widehat{p\, \alpha_i\, \beta_j} \end{cases}$

Oss. $\hat{p} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j$ sono $\neq$ da quelli di $\hat{E}(N_{ij})$!!!

Avendo $\hat{E}(N_{ij})$e $\hat{E}(Y_{ij})$ posso, classe tariffaria per classe tariffaria, costruire $\hat{E}(X_{ij})$ in ipotesi di modello composto.

3) MODELLI BASATI SUL TASSO DI PREMIO

<u>Ipotesi sottostanti</u>:

$X_{ij}^{(k)}$= risarcimento totale per il k-esimo rischio nell'ambito della classe (i, j)

$\omega_{ij}^{(k)}$= esposizione monetaria (massima determinazione possibile del risarcimento per sinistro) per il k-esimo rischio nell'ambito della classe (i, j).

Ipotesi:

1. La selezione delle variabili mi consente di far si che posso considerare che i risarcimenti per unità di esposizione monetaria $\frac{X_{ij}^{(k)}}{\omega_{ij}^{(k)}}$ siano i.d. al variare di k → ho un'uguale speranza matematica: $E\left(\frac{X_{ij}^{(k)}}{\omega_{ij}^{(k)}}\right) = m_{ij}$ ***tasso teorico di premio***
2. Suppongo di avere i dati:

   c_{ij}

   $\omega_{ij} = \sum_k t_{ij}^{(k)} \omega_{ij}^{(k)}$

   dove $t_{ij}^{(k)}$ è il tempo di esposizione per la polizza di rischio k-esimo nella classe (i, j)

   $\tau_{ij} = \frac{c_{ij}}{\omega_{ij}}$ è il tasso di premio che è una stima empirica di m_{ij} tasso teorico

   Indico con $\tau = \frac{c}{\omega}$ il ***tasso medio del portafoglio***

Anche qui introduciamo un modello tariffario o additivo o moltiplicativo.

$m_{ij} = \begin{cases} p + \alpha_i + \beta_j \\ p\ \alpha_i\ \beta_j \end{cases}$ con p=$\begin{cases} \tau & tasso\ di\ portafoglio \\ \tau_{i^* j^*} & tasso\ di\ una\ classe \end{cases}$ da cui ottengo $\underline{\hat{\alpha}, \hat{\beta}}$ andando a mettere in relazione $m_{ij} = f(\alpha_i, \beta_j)$ con i dati τ_{ij} ottenendo alla fine $\widehat{m_{ij}}$ stima del tasso teorico di premio.

Oss. Qui i tassi di premio, <u>non</u> i premi, sono gli stessi nell'ambito di una medesima classe tariffaria (i, j)

PREMI E STORIA DI SINSITROSITA' DI UN INDIVIDUO: TECNICHE DI ADEGUAMENTO DEL PREMIO (II PERSONALIZZAZIONE A POSTERIORI)

Oggi si aggiusta il premio P che è ricavato a priori e a posteriori tenendo conto della specifica storia di sinistrosità dell'assicurato in questo modo: dato P=premio collettivo di una classe (i, j), lo adatto ad ogni individuo andando a vedere la sua storia:

- se non ha avuto sinistri (<sinistrosità) gli faccio pagare <P (sconto)
- se ha avuto sinistri (> sinistrosità) gli faccio pagare > P (aggravio di premio)

Tali **tecniche** di personalizzazione basate sull'esperienza individuale sono dette ***merit rating*** o ***experience rating***.

In realtà hanno due obiettivi:

- consentire all'assicuratore di valutare meglio i rischi
- indurre gli assicurati ad un comportamento migliore per evitare gli aggravi di premio

Approcci possibili:

1. **Approccio bayesiano**: parte da valutazioni fatte a priori $P(E), P(H) e P(E|H)$ per arrivare a valutazioni aggiornate. Tale approccio è però complicato; ci sono tecniche semplificate.
2. **Approccio basato sulla *teoria della credibilità***: in opportune ipotesi è equivalente al bayesiano semplificato
3. **Approccio Bonus-Malus** (o altri)

Approccio bayesiano (troppo complicato, scartato)

Scopo: valutare il premio nell'anno T+1.

Fisso un individuo osservato per T anni e descrivo la sua sinistrosità tramite un processo stocastico $X_1, X_2, \dots$ dove X_t=risarcimento totale aleatorio per individuo nell'anno t. (con l'ipotesi di avere un modello discreto)

Si introduce ora un'ipotesi probabilistica assegnando la legge al processo: individui appartenenti alla stessa classe (i,j) hanno la stessa legge\ distribuzione di probabilità del processo. → i.d. (non indipendenti)

$H_T = (X_1 = x_1, X_2 = x_2 \dots, X_T = x_T)$ la storia di sinistrosità di un individuo

Valuto $E(X_{T+1}|H_T)$ detto ***premio a posteriori*** (o **premio bayesiano**) per l'anno T+1 nota la storia.
Oss. $E(X_{T+1}|H_T)$ dipende dalla storia passata di ciascuno (a differenza di $E(X_{T+1})$)

Tale approccio è (molto) complicato: devo infatti specificare la legge del processo stocastico, devo saper calcolare $E(X_{T+1}|H_T)$ ed è di difficile esposizione, da parte dell'assicuratore, all'assicurato poiché richiede un elevato livello di specializzazione!

Approccio basato sulla Teoria della credibilità (c.l. convessa premio e media risarcimenti @)

Suppongo di avere fissata una classe tariffaria k, anno di calendario t, e suppongo che P_{tk} sia il premio basato sulla personalizzazione a priori.

Suppongo ora di avere nel portafoglio un assicurato che abbiamo potuto osservare per T anni precedenti, e per questo assicurato suppongo di aver osservato i $x_1, \dots, x_T \rightarrow$ risarcimenti aleatori osservati.

Calcolo $\overline{x_T} = \frac{x_1 + \dots + x_T}{T} \rightarrow$ media aritmetica (intesa come la stima di $E(X_{T+1})$), che è l'esperienza di sinistrosità dell' assicurato osservata.

Ho due strade estreme per dare il premio a tale individuo:

a. Non tengo conto della sua sinistrosità personale e gli o o premio basato su dati collaterali)
b. Gli do il (basata su dati individuali)

La **via della credibilità persegue una via intermedia** fra le strade intermedie (assegno il P della classe cioè P_{tk} (premio a priori, collettività e, l'altra, il premio P che non tiene conto degli altri individui ma è basato esclusivamente sulla storia individuale $\overline{x_T}$). Una tipica formula della credibilità è la seguente combinazione convessa:

$$P_{t,k}(H_T) = (1 - z_T)P_{t,k} + z_T\overline{x_T}$$

- con $0 \leq z_T \leq 1$ detto ***fattore\peso di credibilità***,
- P_{tk} è premio dell'assicurato della classe k, vista la sua esperienza di sinistrosità.

Tanto più grande è z_T tanto più peso è dato dall'esperienza individuale rispetto al premio collettivo $P_{t,k}$.

È naturale pensare che $z_1 < z_2 < \cdots$ cioè più lungo è il periodo di osservazione sull'individuo più il peso da alla sua storia individuale! Ma come scelgo z_T?

Teoria della credibilità bayesiana lineare (approx stimatore con funzione lineare affine)

Scopo: trovare la funzione lineare affine che mi accosta al meglio il premio bayesiano.

Mi metto nel quadro bayesiano: ad ogni individuo assegno una valutazione probabilistica ed un premio bayesiano, valutato andando a considerare lo **stimatore** $E(X_{T+1}|X_1, X_2, \dots, X_T)$, dove $X_1, X_2, \dots, X_T$ è il processo di osservazione. **Approssimo** lo stimatore **con funzioni semplici** (polinomi di grado 1 o inferiori). Data una ***funzione lineare affine*** $\alpha_0 + \sum_{h=1}^{T} \alpha_h X_h$ con $(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_T) \in R^T$, **determino** $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_T$ e **minimizzo una funzione di perdita (quadratica)**:

$$\min_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_T} [E(X_{T+1}|x_1, x_2, \dots, x_T) - (\alpha_0 + \textstyle\sum_{h=1}^{T} \alpha_h x_h)]^2$$

con

$E(X_{T+1}|x_1, x_2, \dots, x_T)$ premio bayesiano

$\alpha_0 + \sum_{h=1}^{T} \alpha_h X_h$ premio comb. lineare.

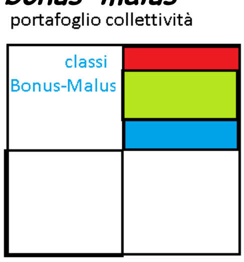
(Se chiamo $\alpha^*_0, \alpha^*_1, \dots, \alpha^*_T$ la soluzione sarà qualcosa del tipo $\alpha^*_0 + \sum_{h=1}^{T} \alpha^*_h x_h$)

Quindi vista l'esperienza di sinistrosità $x_1, x_2, \dots, x_T$ e l'esperienza H_T ho che il premio è $P_{t,k}^{cred}(H_T)$= $\alpha^*_0 + \sum_{h=1}^{T} \alpha^*_h x_h$ e sotto opportune ipotesi questa formula si particolarizza nella formula:

$$\alpha^*_0 + \sum_{h=1}^{T} \alpha^*_h x_h = (1 - z_T)P_{t,k} + z_T \overline{x_T}$$

Approccio mediante sistemi bonus-malus

In questo caso, fissata la generica classe tariffaria k, gli assicurati della classe sono ulteriormente ripartiti in classi dette ***classi di merito*** del sistema o ***classi bonus-malus***



Da che cosa dipende il premio di una classe BM?

- dipende da k
- dalla classe di merito Y_t per l'anno t (ocio ai simboli)

Da che cosa dipende la determinazione di una classe BM (nell'anno t)? $Y_t \leftarrow (Y_{t-1}, n_{t-1})$

- Y_{t-1} classe bonus-malus anno precedente
- n_{t-1} numero sinistri nell'anno precedente a t

Oss. In questo caso tengo conto dell'esperienza di sinistrosità solo tenendo conto del numero di sinistri, mentre prima (e in generale) il premio veniva a dipendere anche dal premio a priori e dagli importi di danno; avevo cioè una situazione del tipo:
$P_{t,k}(H_T) = f(P_{t,k}, x_1, x_2, \dots, x_T)$ con t anno, K classe, $P_{t,k}$ premio a priori, $x_1, x_2, \dots, x_T$ numero sinistri e importi di danno ➔ Ora invece ho: $P_{t,k} = f(P_{t,k}, n_{t-1}, \varphi(n_1, \dots, n_T))$
chiamo $y_{t-1} \triangleq \varphi(n_1, \dots, n_T)$ la **sintesi della esperienza di sinistrosità** dell'assicurato data dalla classe bonus-malus occupata nell'anno precedente

Non tengo conto degli importi di danno.

Il sistema bonus-malus è quindi costituito da

- **Classi di merito** 1,2,.., J
- **Regole di ingresso nel sistema**: in quali delle classi vado ad inserire un nuovo assicurato o un assicurato proveniente da un'altra tariffa
- ***Regole di transizione*** o evolutive: noto il numero di sinistri si ha $(n_{t-1}, y_{t-1}) \rightarrow y_t$
- **Coefficienti di premio**: un coefficiente π_i per ogni classe di merito

  Essi soddisfano π_1<…<π_J

  1 → π_1

  2 → π_2

  …

  J → π_J

  Tali π_i sono ***fattori di riduzione*** (o sconto) o ***fattori di aggravio* di premio** rispetto al premio base: il premio bonus-malus calcolato con una formula di tipo moltiplicativo è:
- $P^{BM}_{t,k,j} = P_{tk}\pi_j$ con j classe di BM, k classe tariffaria (anno t)
- $P^{BM}_{t,k,j}$ premio bonus-malus per un assicurato in classe tariffaria k e classe bm j
- P_{tk} premio di riferimento o premio base per l'anno t, per la classe tariffaria k

- Se π_j<1 allora ho classi bonus-malus (sono le classi per cui ho <u>sconto</u>)
- Se π_j>1 allora ho classi bonus-malus (sono le classi per cui aggravio)

A volte $\exists h | \pi_h = 1$ allora gli assicurati pagano il premio base. Il **premio base** spesso è del tipo $P_t\gamma_k$ parametro che dovrebbe tenere conto delle caratteristiche di sinistrosità della classe tariffaria.
(γ_k è una relatività introdotta nella fase di personalizzazione a priori)

<u>Esempio</u>. **Bonus-Malus italiano** (prima della liberalizzazione delle tariffe)
Spesso un sistema di bonus-malus è rappresentato da una tabella. Il sistema italiano è un sistema di **18 classi** con la 13ª classe che è quella di riferimento e la **14ª quella di ingresso**.

	numero di sinistri					
classi	0	1	2	3	>3	π_j
1	1	3	6	9	12	0.5
2						
3						
…						
13						1
14						1, qlc
…						
18						2.00

Es. 12 = classe di arrivo se faccio più di 3 sinistri partendo dalla prima classe.

Problema 1 BM italiano:
Nel sistema italiano nel caso di non sinistro si scende di una classe mentre nel caso di sinistro si sale di 3 classi. Quindi in Italia, in poco tempo l'assicurato si trova nelle classi minime. → problema di stabilità finanziaria

Problema 2 BM italiano: problema di autoliquidazione dei sinistri.

RIASSICURAZIONE

Quindi l'assicuratore diventa un assicurato! Può quindi cercare una copertura assicurativa: si parla di ***riassicurazione*** o di ***assicurazione di II fase***, cioè un contratto i cui contraenti sono:

- Assicuratore (***cedente*** o assicuratore) (cedente = colui che effettua una cessione)
- Riassicuratori (***cessionaria*** o riassicuratori) (*cessionario* = beneficiario di una cessione)
    - professionali
    - assicuratori che fanno anche ***lavoro indiretto*** (operano come riassicuratori). Es. Generali

Tale terminologia è ingannevole: **non si cede il rischio**! Il termine cedente è dovuto al fatto che si parla di cessione del rischio, sebbene i contratti rimangano alla compagnia. Viene infatti fatta un'assicurazione di risarcimento: **tutta la gestione dei rischi resta in mano alla cedente compresa la responsabilità dei contratti**: i rischi non vengono dati al riassicuratore!

TIPI DI CONTRATTI DI RIASSICURAZIONE

1. **Riassicurazione contrattuale obbligatoria o *trattato di riassicurazione*:**
   È un contratto stipulato tra una cedente e uno o più riassicuratori in cui sono indicati gli ambiti di riassicurazione.
2. **Riassicurazione contrattuale facoltativa**
   In questo caso la cedente può liberamente cercare un riassicuratore qualsiasi ed esso può liberamente accettare o meno il contratto.
   Oss. Il contratto facilita l'attività della cedente
3. **Forma intermedia di riassicurazione facoltativa-obbligatoria (per cedente- per cessionaria)**
   La cedente è libera di chiedere o meno la copertura assicurativa, mentre i riassicuratori sono obbligati al risarcimento (sempre per facilitare l'attività della cedente).

FORME RIASSICURATIVE

(\\ forme assicurative)

Sono forme contrattuali che dicono come avviene il risarcimento. Per descrivere ci mettiamo in un'impostazione individuale:

Suppongo che la cedente abbia n polizze nel portafoglio, indichiamo con:

- N= numero di contratti di portafoglio,
- X_i= risarcimento totale per contratto i-esimo, $X_1+\ldots+X_n=X$ risarcimento totale per portafoglio

- n=numero polizze
- X_i=risarcimento totale per l'i-esima polizza $X_i=\sum_{h=1}^{N_i} Y_h^{(i)}$
- N_i= numero sinistri che colpiscono in un fissato anno la i-esima polizza
- $Y_h^{(i)}$ = risarcimento per l'h-esimo sinistro che colpisce la i-esima polizza
- $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ questo rappresenta l'impegno della cedente nei confronti degli assicurati

RIASSICURAZIONE QUOTA SHARE (QS o riassicurazione in quota) (la aliquota di ritenzione. È Globale e proporzionale) QS.GLO.PRO "questa go pro è bella, la userò in montagna quando sarò in quota"

Viene fissata un'aliquota $0 \leq a \leq 1$ detta ***aliquota di ritenzione***.
Indico con Γ=aX l'impegno conservato dalla cedente (cioè l'impegno netto della cedente, al netto del rimborso ottenuto dal riassicuratore)
È una forma "globale" poiché l'impegno conservato dalla cedente (netto) è definito a partire dall'impegno totale che l'impresa ha sul portafoglio, ed è una forma detta di tipo "proporzionale" poiché c'è il fattore di proporzione "a".

RIASSICURAZIONE SURPLUS (SU; o per eccedente di somma) (le aliquote. È individuale e proporzionale pz per pz) SU.IND.PRO "su indicazione del professionista farà un surplus di lavoro"

Suono fissate le aliquote $0 \leq a_i \leq 1$ potenzialmente diverse polizza per polizza del portafoglio.
Chiamiamo:
$\Gamma_i = a_i X_i$ l'impegno netto della cedente per la polizza i-esima
$X_{R,i}=(1-a_i)X_i$ impegno del riassicuratore
$\rightarrow \Gamma = \sum_{i=1}^{n} a_i X_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{N_i} a_i Y_h^{(i)}$, le aliquote a_i possono essere diverse contratto per contratto

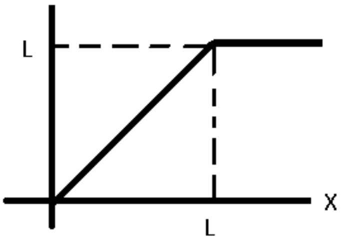
$$X_R = \sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{N_i} (1-a_i) Y_h^{(i)}$$

Tale forma riassicurativa è detta "individuale" per contrapporla alla forma globale, perché l'impegno della cedente è definito a partire dai risarcimenti delle singole polizze, ed è di tipo "proporzionale" (vi è proporzionalità polizza per polizza tra l'impegno effettivamente assunto e quello conservato dalla cedente)

RIASSICURAZIONE STOP LOSS (SL; o per eccesso di perdita) (priorità. È globale e non proporzionale) SL.GLO.PRO "STOP non usare la go pro"

In questo caso fisso l'importo $L \geq 0$ detto ***priorità*** o ***limite di ritenzione***. Indichiamo l'impegno conservato dalla cedente in relazione al portafoglio originariamente acquisito con:

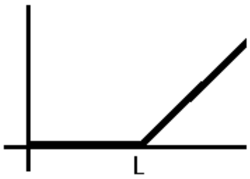
$$\Gamma = \begin{cases} X & se\ X \leq L \\ L & se\ X > L \end{cases} = \min\{X, L\}$$



ricorda il legame che si ha in una copertura con massimale

e

$X_R = \begin{cases} 0 & se\ X \leq L \\ X-L & se\ X > L \end{cases} = \max\{0, X-L\}$



Ricorda il legame fra danno e risarcimento in una copertura con franchigia assoluta

È una forma riassicurativa "globale" perché l'impegno della cedente è in funzione dell'impegno totale che la cedente ha nei confronti del portafoglio, ed è di tipo "non proporzionale"

RIASSICURAZIONE EXCESS OF LOSS (XL; o per eccesso singolo sinistro) (È individuale e non proporzionale)

Vado sinistro per sinistro a fissare una limitazione di copertura all'impegno da parte della cedente:

fisso $L_i \geq 0$ (diverso da contratto a contratto)

$\Gamma_i = \sum_{h=1}^{N_i} \min\{Y_h^{(i)}, L_i\} \neq \min\{X_i, L_i\}$ qui il minimo opera sul risarcimento totale, mentre nel membro a sinistra dell'uguale lavora sinistro per sinistro.

È una forma "individuale" poiché l'impegno della cedente è definito a partire dai singoli contratti ed è "non proporzionale" (diversa polizza per polizza).

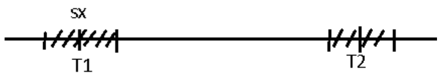
Oss. La riassicurazione 1) in quota è semplice: il riassicuratore riceve un'aliquota fissata: vantaggio: il riassicuratore rientra in tutto il volume di affari del portafoglio, in cambio la cedente dà una parte del rischio.

Nella riassicurazione 2) il riassicuratore interviene su tutto il portafoglio ma la cedente può graduare su quali rischi cedere di più e quali di meno.

Nella riassicurazione 3) stop loss offre una protezione contro le punte dei risarcimenti, offre inoltre protezione anche contro un' elevata sinistrosità in termini di numeri (cioè protezione sul numero di sinistri)

Le forme non proporzionali sono più complesse perché comportano un problema per il calcolo del premio

Oss. (IBNR) Sulle coperture non proporzionali viene evidenziato questo aspetto: (X_L ,X_i), Li, (priorità) sia fissato l'anno di copertura:



in T2 viene rivalutato il sinistro

Avviene un sinistro con valutazione del sinistro sotto la priorità. Quindi la cedente non avverte (non denuncia il sx) il riassicuratore. Cosa succede? Se il sinistro rimane aperto e passa del tempo può accadere che esso venga rivalutato e ci si può ritrovare ad avere un importo che supera la priorità. In questo caso viene riavvertito il riassicuratore: sono nel caso in cui ho un sinistro *IBNR* (*Incorred but not reported*) cioè avvenuto ma non denunciato

GESTIONE DEL PREMIO

Ricevuti i vari premi (il contratto assicurativo si apre con un ricavo, il premio) nasce l'esigenza dell'accantonamento delle riserve tecniche, cioè la gestione del premio.

Cominciamo con un primo modello semplicistico poi più fine:

A fronte di tali premi il riassicuratore deve fare fronte a:

I. Spese:
   - per l'acquisizione dei contratti (spese iniziali) $0 \leq \alpha' \leq 1 \rightarrow \alpha' P^T$
   - altre spese iniziali $0 \leq \alpha'' \leq 1 \rightarrow \alpha'' P^T$
   - spese di gestione del portafoglio $0 \leq \beta \leq 1 \rightarrow \beta P^T$

II. risarcimenti per sinistri che colpiscono i contratti nel periodo di copertura [0,1]

   Con α' aliquota t.c. $\alpha' P^T$ sia la quota premi destinata a coprire le spese di acquisizione

   Con α'' aliquota t.c. $\alpha'' P^T$ sia la quota premi destinata a coprire le spese iniziali

   Con β aliquota t.c. βP^T sia la quota premi destinata a coprire le spese di gestione.

III. Introduco altre ipotesi:
   - Pongo $\alpha = \alpha' + \alpha''$ le spese iniziali (di acquisizione e altre) sono sostenute in 0
   - Le spese rimanenti di gestione ricorrono uniformemente nel tempo: le spese di portafoglio sono uniformi rispetto al tempo

     Es. $\beta P^T \Delta t$ = spese che emergono in un intervallo di tempo Δt indipendentemente da dove Δt si colloca nell'anno.

Indico con t un istante intermedio: $0 \leq t \leq 1$

Indico con

P(t) = premi incassati al netto delle spese sostenute in[0,t] <u>(esclusi i risarcimenti)</u>,

$$P(t) = P^T - \alpha P^T - \beta P^T (t-0) = P^T (\alpha - \beta t)$$

Indico con

S(t) = l'importo pagato in [0,t] per i risarcimenti dei sinistri sui contratti stipulati

La differenza la indico con **d(t)** = P(t)-S(t) ed è la ***disponibilità tecnica netta***

(es. in $t=0^+$ subito dopo aver pagato le spese iniziali, $d(0^+)=P^T(1-\alpha)$)

Oss. Tale disponibilità non è tutta libera (svincolata) da impegni in t; infatti:

- gli assicurati hanno pagato in 0 anche la copertura per il periodo [t,1]. L'assicuratore in t deve garantire anche la copertura delle spese per il periodo [t,1] e dei risarcimenti per i sinistri che si verificheranno in [t,1]. A questo fine si forma la

  riserva premi in t **$R_p(t)$**. La riserva premi è la stima di quanto l'assicuratore deve mettere via per far fronte all'impegno residuo.

- È possibile che esistano sinistri verificatisi nel passato [0,t] ma che non sono stati pagati o non sono stati pagati in modo completo: l'assicuratore deve garantire il pagamento dei risarcimenti per sinistro avvenuti in [0,t] e non ancora pagati. A questo fine si forma in t la

  riserva sinistri $R_s(t)$. sinistri verificatisi nel passato [0,t] ma che non sono stati pagati o non sono stati pagati in modo completo

Qui il *saldo* o ***risultato*** o 'guadagno' ***della gestione tecnica*** (al netto delle spese) è

$g(t)=P(t)-S(t) - [R_p(t)-R_s(t)]$

= d(t) disponibilità stima dell'impegno residuo - voce di debito nei confronti degli assicurati

Per la **riserva premi** si ipotizza che valga il *metodo pro-rata temporis*: "in proporzione al tempo"; in ipotesi di uniformità rispetto al tempo dei costi scrivo: $R_p(t)=P^T(1-\alpha)(1-t)$.

Per **valutare la riserva sinistri** si tratta di fare una valutazione più delicata ("lavoro chiave dell'attuario) anche perché si tratta di avere a che fare con somme elevate)

$R_s(t)$:

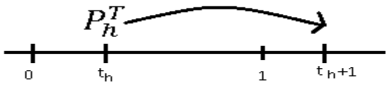
- metodo dell'inventario (per ogni pratica vado a vedere quanto costerà il sinistro)
- metodo statistico attuariale
  - di tipo deterministico (non tengo conto della struttura probabilistica: stime puntuali)
  - di tipo stocastico (ipotesi di tipo probabilistiche)

Su tali voci $R_p(t)$ e $R_s(t)$ c'è spesso il controllo dell'organo di vigilanza. Inoltre essendo sia $R_p(t)$ che $R_s(t)$ oggetto di stima, allora anche g(t) è una stima.

Teniamo presente che le valutazioni $R_p(t)$ e $R_s(t)$ sono fatte dall'assicuratore. Non approfondiamo di più.

Istanti t_i in cui sono stipulati i contratti e incassati i premi con $0\leq t_1< t_2<\ldots< t_n<1$

P_h^T il **montepremi di tariffa incassato in t_h** essendo contratti di durata annuale



P(t) **montepremi incassato in [0,t] al netto delle spese sostenute**:

$$P(t) = \sum_{t_h \le t}(P_h^T - \alpha P_h^T - \beta P_h^T(t - t_h) = \sum_{t_h \le t} P_h^T(1 - \alpha - \beta(t - t_h))$$

Distinguiamo poi con i metodo pro rata temporis:

$$R_{p(t)} = \sum_{t_h \le t} P_h^T(1 - \alpha)(t_h + 1 - t_h)$$

$$R_{s(t)}$$

Oss. $g(t)=P(t)-S(t)-[R_p(t)+R_s(t)]$, dove $R_p(t)$ e $R_s(t)$ sono dette *riserve tecniche* perchè sono debiti nei confronti degli assicurati

g(1) = **[$R_p(0)$ +P(1)- $R_p(1)$]** - [**S(1)+ $R_s(1)$-$R_s(0)$]** cioè

g(1) = [**competenza premi**] –[**competenza sinistri**]

Entrambe le voci stanno nel conto economico.

- **Premi di competenza**: $R_p(0)$ accantonamento per far fronte a spese e sinistri nell'esercizio [0,1]; P(1)-$R_p(1)$ premi dell'esercizio meno l'accantonamento destinato al prossimo esercizio. Tutte queste quantità sono la somma che è possibile vedere come importo dei premi destinati a coprire spese e risarcimenti di sinistri dell'esercizio.

- **Sinistri di competenza**: questa somma rappresenta i costi per il risarcimento di sinistri che emergono nel corso dell'esercizio (cioè imputabili all'esercizio)

Disponibilità all'inizio dell'esercizio successivo:

$d(1^+)=\delta g(1)+[R_p(1)+R_s(1)]$ con $\delta \in [0,1]$ dove $\delta = 0$ dice che tutto l'utile è stato distribuito agli azionisti $\delta = 1$ dice che tutto l'utile è stato capitalizzato $\delta \in]0,1[$ è un mix

- g(1) è negativo (perdita): i premi sono stati capaci di coprire le spese ed i risarcimenti → $d(1^-)<[R_p(1)+R_s(1)]$ può venire versato altro capitale (ad es. preso da un portafoglio non in perdita) per risanare o in parte o in tutto la perdita:

→ $d(1^+)= \delta g(1)+[R_p(1)+R_s(1)]$ con $\delta \in [0,1]$ dove $\delta = 0$ dice che la perdita è completamente sanata, $\delta = 1$ dice che non ho sanato la perdita, $\delta \in]0,1[$ ho sanato solo in parte la perdita

componente premi lordi $P^T(t)$ e componente spese $E(t)$:

$$P(t) = PT(t) - E(t) = \sum_{t_h \le t} P_h^T - \sum_{t_h \le t} P_h^T (\alpha + \beta(t - t_h))$$

Gestione in presenza di riassicurazione: Sia un portafoglio di contratti in un esercizio. Indico con 0 e 1 gli istanti iniziali e finali dell'esercizio. Sia un portafoglio di contratti in un esercizio. Indico con 0 e 1 gli istanti iniziali e finali dell'esercizio.

Distinguo il caso in cui l'impresa attua:

1. La "**riassicurazione attiva**": l'impresa agisce come riassicuratore: ottiene rischi di altre imprese)
2. La "**riassicurazione passiva**": l'impresa opera come cedente

1. **Suppongo di avere una riassicurazione attiva** (impresa è anche riassicuratore). Il riassicuratore, oltre ai premi degli assicurati, incassa i premi di altri assicuratori; quindi posso vedere il monte premi di tariffa come composto da due parti: $P^T(t) = P^{T(d)}(t) + P^{T(i)}(t)$ dove

- $P^{T(d)}(t)$ è il lavoro diretto (assicuratore con assicurati) e
- $P^{T(i)}(t)$è il lavoro indiretto (come riassicuratore).

E analogamente: $S(t) = S^d(t) + S^i(t)$,

$$R_p(t) = R_p^{(d)}(t) + R_p^{(i)}(t) \rightarrow R_p(0) = R_p^{(d)}(0) + R_p^{(i)}(0)$$

$$R_s(t) = R_s^{(d)}(t) + R_s^{(i)}(t) \rightarrow R_s(0) = R_s^{(d)}(0) + R_s^{(i)}(0)$$

La riassicurazione attiva non è un problema.

================================

2. **Suppongo di avere una riassicurazione passiva**, un fissato portafoglio e un fissato esercizio

P_h^T= montepremi incassati in t_h (l'intervallo di copertura a fronte del premio è $[t_h,t_h+1]$

Ipotesi semplificatrice: pago i riassicuratori nello stesso istante in cui incasso i premi

${}_rP_h^T$= premi pagati dai riassicuratori

C_k = il **riassicuratore paga subito una commissione (provvigione)** alla cedente (a titolo di partecipazione alle spese di "acquisizione", del rischio, ecc)

Fissiamo ora un istante intermedio 0≤t≤1: ((+) pdv della cedente è una variazione positiva per lei)

$P^T(t) = \sum_{t_h \le t} P_h^T$ (+) ricavo

$R_p(t)$ (-) debito;

${}_rP^T(t) = \sum_{t_h \le t} {}_rP_h^T$ (-) debito è l'importo in [0,t] pagato ai riassicuratori

Oss. Anche i riassicuratori devono accantonare una riserva premi

- ${}_rR_p(t)$ (+) voce di debito dei riassicuratori verso la cedente. Quindi (+) per la cedente
- $R_s(t)$ (-) stima di quanto l'assicuratore deve pagare in futuro per sinistri già verificati ma che in t non sono ancora chiusi
- ${}_sR(t)$ (+) risarcimenti a fronte di riassicurazione che la cedente riceve dai riassicuratori in [0,t]
- ${}_rR_s(t)$ (+) riserva sinistri a fronte di sinistri già verificati ma non ancora risarciti.
- E(t) (-) voce di spese della cedente
- C(t) (+) somma delle commissioni riconosciute dai riassicuratori (provvigioni riconosciute agli assicuratori)

- $R_p(0) - {}_rR_p(0)$ (+) riserva premi in 0 dedotta la parte a carico dei riassicuratori. riporti delle riserve precedenti
- $R_s(0) - {}_rR_s(0)$ (+) riserva sinistri. riporti delle riserve precedenti

Alla fine, riscrivendo la formula separando la parte premi , la parte sinistri e spese, in t=1 diventa:

$$g(1) = \left[\left(P^T(1) - {}_rP^T(1)\right) - \left(R_p(1) - R_p(0)\right) + \left({}_rR_p(1) - {}_rR_p(0)\right)\right] - \left[\left(S(1) - {}_rS(1)\right) + \left(R_s(1) - R_s(0)\right) - \left({}_rR_s(1) - {}_rR_s(0)\right)\right] - [E(1) - C(1)]$$

Dove

$$\left[\left(P^T(1) - {}_rP^T(1)\right) - \left(R_p(1) - R_p(0)\right) + \left({}_rR_p(1) - {}_rR_p(0)\right)\right]$$

premi di competenza dell'esercizio al netto delle cessioni in riassicurazione

(premi al netto dei premi pagati ai riassicuratori) - (variazione della riserva premi) + (variazione della riserva premi a carico dei riassicuratori).

$$\left[\left(S(1)-\ {}_{r}S(1)\right)+\left(R_s(1)-R_s(0)\right)-\left(\ {}_{r}R_s(1)-\ {}_{r}R_s(0)\right)\right]$$

sinistri di competenza dell'esercizio/ o anche *oneri per sinistri al netto delle cessioni per sinistro*

(variazione riserva sinistri nel periodo) + (variazione della riserva sinistri) - (variazione della riserva sinistri a carico dei riassicuratori)

$$[E(1)-C(1)]$$

spese al netto delle provvigioni/commissioni riconosciute agli assicuratori dai riassicuratori

BILANCIO DI UN'AZIENDA

Il bilancio viene fatto ogni 31/12 dell'anno e viene approvato entro il 30/4 dell'anno successivo.

Il controllo dell'autorità di vigilanza è fatto sui libri contabili, il bilancio è uno strumento di controllo da parte delle autorità di vigilanza (oggi I.V. ASS.)

Osserviamo che è uno strumento di controllo sia da parte del mercato: investitori, soggetti economici intermedi ed assicurati, sia per l'impresa stessa (controllo interno)

Da che cosa è composto il bilancio?

- Stato patrimoniale: è una fotografia della consistenza patrimoniale dell'azienda alla data del bilancio
- Conto economico: sintetizza i fatti di gestione dicendo costi e ricavi: giustifica il passaggio da uno stato patrimoniale in t ad uno in t+1
- Nota integrativa: sono specificati degli aspetti di tali prospetti
    - Rendiconto finanziario
    - Prospetto sul margine di solvibilità: un assicuratore per esercitare la sua attività deve disporre di un capitale libero da impegni (<> dalle riserve tecniche); tale margine è una riserva marginale a cui attinge se le cose vanno male.
        - L'attuale normativa dice quali sono le voci di bilancio che costituiscono tale margine di solvibilità; inoltre la normativa fissa un margine minimo con una formula che dipende dal volume di affari dell'azienda.
        - È oggetto di dibattito europeo l'emanazione della Direttiva Solvency II (non ancora in vigore) una nuova normativa che tratta del problema dei requisiti di solvibilità. Il margine minimo non sarà più legato solo al volume di affari ma anche al tipo di affari e ad altro.
    - Allegati: relazione sulla gestione

STATO PATRIMONIALE

È un prospetto diviso in 2 parti:

Attivo	Passivo - Netto
A1 → a1 … An → an	P1 → p1 … Pn → pn Debiti vs fornitori o terzi C1 → c1

		… Cn → cn Capitale d'impresa	
a =	Investimenti: anche liquidità crediti vs terzi a = a1+…+an	Fonti: mezzi finanziari che hanno permesso di effettuare gli investimenti p = p1+…+pn c = c1+…+cn	p+c

uguaglianza contabile

- Investimenti: in senso lato; investimenti di tipo immobiliare, finanziari, oltre a liquidità e crediti
- Finanziamenti:
    - patrimonio netto: patrimonio di proprietà dell'impresa
    - passività: ci sono scritti i mezzi finanziari che hanno consentito di attuare questi investimenti + debiti dell'impresa nei confronti di terzi

  se lo faccio la somma è soddisfatta l'uguaglianza contabile a=c+p

CONTO ECONOMICO

Questo prospetto è diviso in 3 sezioni; sono sintetizzati i fatti di gestione mediante costi e ricavi

- Conto economico rami danni
- Conto economico rami vita
- Conto non tecnico

Fornisce il saldo del conto economico che fornisce la perdita o l'utile dell'esercizio e viene riportato nel patrimonio netto

Esempio Bilancio Generali 2012

Attivo:

- A: voce di credito
- B: attivi immateriali
- C: investimenti:
    - Immobiliari (terreni e fabbricati)
    - Imprese:
        - Azioni
        - Obbligazioni

- Finanziamenti a titolo di partecipazione di altre imprese

- D: riserve tecniche a carico dei riassicuratori
  - Rami danni (crediti che vanta la generale) ${}_{r}R_{p}(1)$ riserva premi e ${}_{r}R_{s}(1)$ riserva sinistri
  - Rami vita
- E: altri crediti (nei confronti di altri soggetti: intermediari di riassicurazione
- F: altri elementi dell'attivo
  - Materiali e scorte
  - Liquidità
- G: ratei e risconti

Totale attivo: danni+ vita= (a) 74 milioni

Patrimonio netto

Esso è in sostanza il valore marginale di solvibilità, cioè del fondo libero da impegni dal quale si attinge per far fronte a cose impreviste..

A,B,C,D:

- Patrimonio netto
- Capitale sociale sottoscritto o fondo equivalente
- Riserve non tecniche (voci di debito), ma riserve patrimoniali che derivano da accantonamento di utili con l'autofinanziamento dell'impresa

C. RISERVE TECNICHE

1. Riserve premi $R_p(1)$
2. Riserve sinistri $R_s(1)$

3. Altre riserve tecniche: es. copertura malattia su base pluriennale, viene prefissato un premio livellato, siccome il rischio malattia è crescente con l'età, all'inizio ho un esubero di premio a fronte di una mancanza degli anni successivi: *riserva di senescenza* (l'equivalente della riserva matematica nei rami vita)

- *Riserva di perequazione*: nel quadro normativo nuovo non sarà più ammessa nelle passività. A cosa serve? In alcuni rami vi è una variabilità del risultato tecnico, ovvero in diversi esercizi e anni si succedono anni nei quali il risultato tecnico dell'esercizio è positivo ad altri in cui è negativo. Soluzione: accantono l'utile negli anni in cui ce l'ho, ed ecco la formazione delle riserve di perequazione a cui attingere negli anni in cui ho una perdita. (ad esempio nel ramo credito)

Oppure questa variabilità la trovo nelle situazioni con rischi rari ma onerosi quindi a fronte di molti anni in cui ho utile ho un anno con perdita (es. rami calamità naturali o rami rischi energia nucleare).
Attualmente è obbligatorio avere le riserve di perequazione per il ramo credito, ramo gestione calamità naturale; inoltre sono fiscalmente deducibili.
Per altri rami le riserve di perequazione sono facoltative ma non sono fiscalmente deducibili.
Oss. Col tempo le riserve di perequazione spariranno.

Oss. Tutte le cifre corrispondenti alle voci di bilancio sono stime: come renderle più leggibili e confrontabili? Si sta lavorando agli IAS o I.F.R.S. (International Accounting Standards) che definiscono i principi contabili in modo da rendere i bilanci più trasparenti, attendibili e facilmente confrontabili (importante in un mondo dove vi è globalizzazione o un mercato unico europeo)
Le riserve di perequazione sono un accantonamento di tipo prudenziale, e quindi non un debito, che è nato per il portafoglio in essere. La voce sarà spostata in Solvency Capital Equality.

<u>CONTO ECONOMICO</u>

Premi di competenza al netto delle cessioni in riassicurazione

a) è il $P^T(1)$ contabilizzati: sia quelli incassati che quelli in quietanza (con diritto di pagamento)
b)
c) Circa $R_p(1)$- $R_p(0)$
d) ${}_rR_p(1)$-${}_rR_p(0)$

4) oneri relativi a sinsitri

a) a1)-$S(1)$
   a2)-${}_rS(1)$
b) variazione dei recuperi (cioè recuperi di franchigie, ecc). Non tenute conto del nostro modello
c) variazione riserva sinistri
   c1) $Rs(1)$-$Rs(0)$
   c2) ${}_rR_s(19$-${}_rR_s(0)$

INDICATORI DEGLI ANDAMENTI TECNICI

Sono degli indicatori che riassumono l'attività di gestione di un'azienda nel suo complesso o in alcuni ambiti (rami). Spesso sono rapporti tra grandezze che compaiono in alcuni resoconti di bilancio e sono utilizzati in due modi principali:

1. fisso un indicatore e vedo come evolve nel tempo per una data impresa: evoluzione temporale di un'impresa
2. analisi: fisso diverse imprese in un anno e confronto il valore di un determinato indicatore delle diverse imprese

    Bisogna stare attenti a far confronti disomogenei (in quanto a volume d'affari o tipo di assicurazione)

    Ad es. non confronto RCA con rami incendi!

Eccone alcuni:

Loss ratio

Loss ratio o rapporto sinistri\premi: $\frac{sinistri\ di\ competenza\ di\ un\ esercizio}{premi\ di\ competenza\ di\ un\ esercizio}$

La definizione del rapporto non è sempre unica, per noi sarà dato da questa formula, ovvero in simboli: $\frac{S(1)+R_S(1)-R_S(0)}{R_p(0)+P^T(1)-R_p(1)}$

Se l'indice >1 evidenzia una situazione di sofferenza. Neanche 0,85 è un buon risultato perché non ho ancora sottratto le spese

→ un loss ratio ottimale non è troppo elevato

Un loss ratio alto suggerisce:

- Un problema di tariffazione
- Un problema della tipologia di rischio acquisito (cioè un brutto portafoglio)
- Una rete liquidativa pessima

→ suggerisce di attuare delle correzioni da parte dell'assicuratore.

$\frac{sinistri\ di\ esercizio}{premi\ di\ compentenza}$ premi di competenza o premi contabilizzati: quota premi di competenza assorbita dai costi dei sinistri dell'esercizio

Al numeratore: c'è il pagato (pagamento sx) + il riservato (riserva) + spese per sinistro avvenute nell'esercizio (spese)

$\frac{riserva\ sinistri}{premi\ contabilizzati}$ quota riserva assorbita dai premi contabilizzati

$\frac{pagato\ per\ sinsitri}{riserva\ sinistri}$ quota del pagato rispetto al riservato

Indicatori relativi al ricorso della riassicurazione

$\frac{pagato\,ceduti}{premi\,contabilizzati}$, in simboli $\frac{{}_{T}P^{T}(1)}{P^{T}(1)}$: quota premi che è stata poi pagata come riassicurazione

$\frac{riserve\,tenciche\,al\,netto\,della\,riassicurazione}{riserve\,tecniche\,al\,lordo\,della\,riassicurazione}$ in simboli $\frac{R_S(1) - {}_{T}R_S(1)}{R_S(1)}$

Indicazione del debito netto a fronte della riserva sinistri rispetto a quello lordo: debito che grava sull'impresa al netto della parte che grava sugli assicuratori

1) $\frac{riserva\,premi}{riserva\,sinsistri}$ quota del pagato rispetto al riservato

   Indicatori relativi al ricorso della riassicurazione:

   - $\frac{premi\,ceduti}{premi\,contabilizzati}$, in simboli $\frac{{}_{T}P^{T}(1)}{P^{T}}$ quota premi che è stata poi pagata come riassicurazione
   - $\frac{riserve\,tecniche\,al\,netto\,della\,riassicurazione}{riserve\,tecniche\,al\,lordo\,della\,riassicurazione}$ cioè ad esempio in simboli $\frac{R_S(1) - {}_{T}R_S(1)}{R_S(1)}$ indicazione del debito netto a fronte della riserva sinistri rispetto a quello lordo: debito sull'impresa al netto della parte che grava sugli assicuratori.

Indici relativi alla gestione amministrativa:

I. $\frac{\text{Provvigioni di acquisizione}}{premi\,contabilizzati}$ (o altre spese di amministrazione o altre spese di acquisizione)

   Indicazione della quota premi assorbita delle spese

   Indicazione efficienza dell'impresa per quanto riguarda la gestione delle spese

II. ***Expenses ratio***: $\frac{totale\,spese}{premi\,contabilizzati}$

III. ***Combined ratio*** = loss ratio + expenses ratio

Indicatori riguardanti lo stato patrimoniale:

1. $\frac{utile}{premi\,contabilizzati}$ indicatore della redditività rispetto al volume d'affari
2. $\frac{premi\,contabilizzati}{investimenti}$ quota investimenti finanziata dai premi
3. $\frac{riserve\,tecniche}{investimenti}$ quota investimenti finanziata dalle riserve tecniche
4. $\frac{liquidità}{totale\,attivo}$
5. $\frac{titoli\,(investim\,finanziari)}{totale\,attivo}$
6. $\frac{immobili}{totale\,attivo}$ gli immobili sono gli investimenti immobiliari

Oss. Il 5 e 6 sono indicatori sulla politica di investimenti dell'impresa: 1) dice come evolve l'impresa, 2) utile fare confronti fra le imprese

Solvency ratio: $\frac{margine\,di\,solvibilità}{premi\,contabilizzati}$ è la quota premi assorbita dal margine di solvibilità.

Tali indicatori relativi alla gestione sono spesso relativi ad uno specifico ramo (es. Loss ratio: rami incendi). Essi si vanno ad aggiungere agli indicatori di sinistrosità (stessa categoria di grandezze)

(Q , $\bar{c}, \frac{n}{t}$: serbatoio di indicatori della gestione)

RCA

Responsabilità Civile Autoveicoli a motore o natanti. Essa è obbligatoria dal 1971 con l'entrata in vigore della legge 990/69.

Le polizza RCA sono circa il 50% delle polizze totali (delle polizze danni) e coprono le obbligazioni da danni provocati involontariamente con l'auto sia che l'auto sia condotta dall'assicurato, che da un amico o da chi l'ha rubata.

È fornita una copertura per danni fatti a : beni di terzi, animali di terzi, lesioni fisiche a terzi.

I terzi sono: passanti, trasportati, familiari del conducente\assicurato, anche l'assicurato, se è lui che non guida.

Oss. Tali estensioni sono state fatte recentemente, inizialmente i "terzi" erano solo i passanti.

Oss. La copertura non opera se l'assicurato è ubriaco o sotto sostanze stupefacenti o l'autoveicolo non è stato usato per l'uso comune. In realtà il danno viene risarcito ma c'è una rivalsa sull'assicurato.

L'estensione territoriale comprende l'Italia: con città del vaticano, san Marino, .E, convenzione carata verde, e altri Stati esplicitamente ciati.

È un tipo di copertura a primo rischio assoluto, c'è un massimale minimo di legge, che dal 1° Giugno 2012 è 5 000 000€ per sinistro per un danno a persone, 1 000 000€ per sinistro per danno a cose.

È prevista inoltre un'indicizzazione ogni 5 anni in base all'indice europeo.

Indice appunti: