

MATEMATICA FINANZIARIA

Appello del 18-1-2023

1. Per l'ammortamento di un debito al tasso annuo $i = 5\%$ e interessi posticipati viene richiesta la corresponsione delle seguenti rate trimestrali per la durata di 4 anni: $(2, 2, 1, 1, 3, 3, 1, 1, 4, 4, 1, 1, 5, 5, 1, 1) \times 10^3$.

- (a) Stendere il piano d'ammortamento fino alla scadenza del primo anno inclusa;
- (b) valutare, al tasso annuo $i' = 6\%$, usufrutto e nuda proprietà alla fine del terzo anno.

2. Si supponga che in data odierna la struttura per scadenza dei tassi a pronti degli zero-coupon bond unitari sia descritta dalla seguente funzione:

$$i_0(T) = \exp\left(0.02 - \frac{0.01}{T+1}\right) - 1.$$

- (a) Coerentemente con tale struttura, si valuti un BTP che scade fra un anno di valore nominale 100 Euro e tasso cedolare del 2%;
- (b) si determini il tasso di rendimento a scadenza di tale titolo.

3. Si supponga di aver acquistato un'obbligazione con scadenza fra 5 anni, valore nominale 10000 Euro, che paga cedole annue posticipate al tasso del 4%, rimborsabile con sorteggio. Fra un anno verranno rimborsate 1000 obbligazioni, fra 2 anni il doppio, fra 3 anni il numero di obbligazioni sorte raddoppierà ancora, e così via fino ad esaurirle alla scadenza dei 5 anni.

- (a) Si dica quante sono attualmente le obbligazioni in circolazione;
- (b) si calcoli il valore della nostra obbligazione al tasso annuo di valutazione $i' = 2.5\%$.

4. Si supponga di dover ancora pagare 3 rate costanti di 10000 Euro ciascuna fra 1, 2 e 3 anni per estinguere un mutuo. Si viene immediatamente in possesso di denaro, di importo esattamente pari al valore residuo dell'ammortamento al tasso annuo di valutazione del 2%. Purtroppo non ci viene permesso di estinguere anticipatamente il mutuo, per cui decidiamo di investire questo importo in 3 titoli di duration pari, rispettivamente, a 1, 2 e 3 anni, e convexity 1.5, 5 e 9 (sempre al tasso di valutazione del 2%). Si verifichi se è possibile investire tale importo nei 3 titoli in modo da immunizzarsi localmente contro il rischio di tasso e, in caso affermativo, si determini una possibile ripartizione del proprio capitale nei 3 titoli che consente di raggiungere tale obiettivo.