# PROVA SCRITTA DI ANALISI

13/2/2006

1) Data la funzione
$$f(x,y) = (y^2 - x^2 + 4)\,\frac{\ln(\sqrt{x} - y)}{\sqrt{x+y+1}}$$

(a) studiare l'insieme di definizione e il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$.

(c) Si calcoli il gradiente della funzione $g(x,y) = \dfrac{y^2 - x^2}{\sqrt{x+y+1}}$ nel punto $(1,2)$; si calcoli poi la derivata direzionale della $g$ nel punto $(1,2)$ secondo la direzione della retta $x+y+1=0$. Si scriva infine l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in corrispondenza al punto $(1,2)$.

2) Si consideri la funzione
$$F(t) = \int_0^t \frac{x^2+4x}{x^2+3x+2}\,dx \quad , \quad t \geq 0$$

e si calcoli $F(1)$, $F'(1)$.

3) Data la serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n(n+1)}\right)(\ln x)^n$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme; calcolarne la somma.

4) Studiare i massimi e minimi della funzione:
$$h(x,y) = \sin(x \cdot y) \text{ nell'insieme}$$
$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + y \leq 1 \,,\; x \geq 0\}$$

2') Si calcoli l'integrale
$$\iint_F e^{x+y}\,dx\,dy + \iint_G x^2 y\,dx\,dy$$

ove $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq e^x,\; y \leq 2,\; x \geq 0\}$

$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4 \,,\; x \geq 0, y \geq 0\}$

# ANALISI MATEMATICA

Appello del 19/6/2007

1) Data la funzione
$$f(x,y) = \frac{\ln(x-y)}{x+y}\sqrt{x^2\left(1-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2\right)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$.

(c) Si calcoli il gradiente della funzione $g(x,y) = \dfrac{\ln(x^2+4y^2)}{x+y}$ nel punto $(1,0)$ e la derivata direzionale di $g$ in tale punto lungo la direzione della retta di equazione $3x+y=0$; scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ nel punto $(1,0,0)$.

2) Si calcoli l'integrale
$$\iint_E (x^2y+2)\,dx\,dy$$
dove $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 1 \le x^2+y^2 \le 4,\ y \geq x,\ x \geq 0$

3) Data la serie
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1}{2^{n+1}}(\ln x)^n$$
se ne studi la convergenza puntuale ed uniforme; calcolarne poi la somma.

4) Data la funzione
$$h(x,y) = (x+y)\sqrt{\left(1-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2\right)}$$
se ne determinino i punti di massimo e minimo nell'insieme

(a) $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y=2\}$

(b) $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y \geq 2\}$

# PROVA SCRITTA DI ANALISI
## (APPELLO DEL 16/2010)

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{e^{xy} - 1}{\ln(x+y+2)} \sqrt{y^2\left(1 - x^4 + \frac{1}{4} y^2\right)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato le linee di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

(c) studiare i limiti di $f$ nei punti $(-2,0)$, $(0,-1)$, $(0,-2)$, $(1,0)$

(d) Si calcoli la derivata direzionale della funzione $g(x,y) = \dfrac{e^{xy}}{\ln(x+y+2)}$ nel punto $(0,0)$ lungo la direzione orientata che forma un angolo di $30°$ con l'asse delle $x$; si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in relazione a tal punto.

2) Si calcoli l'integrale

$$\iint_E \left[ x(y-1)^2 + x e^{y-1} + \frac{1}{\pi} \right] dx\,dy$$

ove $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (y-1)^2 + x^2 \leq 1,\ x \geq 0\}$

3) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{e^n \cdot n} \frac{1}{(\ln x)^n}$$

a) studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

b) Calcolarne la somma.

4) Data la funzione

$$h(x,y) = \ln x + \ln y$$

(a) studiarne i massimi e minimi nell'insieme

$$F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 1\}$$

(b) studiarne i massimi e minimi nell'insieme

$$G = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \geq 1,\ x^2 + \frac{3}{2} y^2 \leq 1\right\}$$

# ANALISI MATEMATICA

## Appello del 10/01/2012

1) Data la funzione
$$f(x,y)=\frac{\ln(2x-y)}{1-4x^2+y^2}\sqrt{x^2(36-9x^2-4y^2)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato le linee di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$.

(c) Si calcoli il gradiente della funzione $g(x,y)=\dfrac{\ln(2x-y)}{1-4x^2+y^2}$ nel punto $(1,1)$ e si calcoli, se esiste, la derivata direzionale in tale punto lungo la direzione orientata che forma un angolo di $150°$ con l'asse ~~delle~~ $x$; scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in tale punto.

2) Si calcoli l'integrale
$$\iint_{E\cup F}(x^2y+3)\,dx\,dy$$

ove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 1\le x^2+y^2\le 4,\ y\ge x,\ x\ge 0\}$ e

$F$ è il triangolo di vertici $(0,0),(2,0),(0\ 2)$

3) Data la serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{n+1}{e^n}\right)(\ln x)^n$$

se ne studi la convergenza puntuale ed uniforme; calcolarne poi la somma

4) Data la funzione $h(x,y)=(2x+y)\sqrt{4-4x^2-y^2}$

studiare i punti di massimo e minimo nell'insieme

(a) $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 2x+y=2\}$

(b) $G=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 2x+y\ge 2\}$

# ANALISI MATEMATICA

## Appello del 25/01/2012

1) Data la funzione $$f(x,y)=\frac{x\cdot\ln(y+2)}{9-x^2-9y^2}\sqrt{x(4-4x^2+y^2)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione di $f$ e il suo segno;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

(c) Si calcoli il gradiente della funzione $g(x,y)=\frac{x\cdot\ln(y+1)}{9-x^2-9y^2}$ nel punto $(1,1)$ e la derivata direzionale in tale punto lungo la direzione orientata che forma un angolo di $120°$ con l'asse delle $x$; si scriva poi l'equazione del piano tangente (se esiste) al grafico di $g$ in corrispondenza del punto $(1,1)$.

2) Si calcoli l'integrale $$\iint_{F\cup G}(xy+x+1)\,dx\,dy$$

ove $F$ è il quadrato di vertici $(0,0),(2,0),(1,1),(1,-1)$ e
$$G=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y^2+(x-1)^2\le 1,\ y\ge 0,\ 0\le x\le 1\}$$

3) Data la serie di funzioni $$\sum_{n\ge 1}\left(n(n+1)+\frac{2^n}{n!}\right)\left(\frac{x}{2x+2}\right)^n$$

(a) studiarne la convergenza uniforme;

(b) calcolarne la somma

4) Data la funzione $h(x,y)=e^{x+y^2}$

(a) studiarne i massimi e minimi nell'insieme
$$E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y=1\}$$

(b) studiarne i massimi e minimi nell'insieme
$$H=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y\le 1,\ -1\le y-x\le 1\}$$

ANALISI MATEMATICA

Appello del 13/02/2012

1) Data la funzione

$$f(x,y)=\sqrt{(x+1)^2\left(y^2+\frac{4}{9}x^2-4\right)}\cdot\frac{\ln(x\cdot y)}{y-x^2}$$

(a) studiare l'insieme di definizione di f e il suo segno;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di f;

(c) studiare i limiti di f nei punti $(-4,0)$, $(-1,0)$, $(0,0)$, $(0,3)$, $(3,0)$.

(d) Scrivere, se esiste, l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $g(x,y)=\dfrac{\ln(x\cdot y)}{y-x^2}$ nel punto $(1,2)$

2) Si calcoli l'integrale

$$\iint_{F\cup G}\left(|xy|+x+y+1\right)dx\,dy$$

ove $F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2\leq 1\}$ e

$G$ è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$.

3) Data la serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n\geq 1}\left(\frac{n+1}{n!}+\frac{1}{n+1}\right)(\ln x)^n$

(a) studiarne la convergenza puntuale ed uniforme;

(b) calcolarne la somma.

4) Data la funzione $h(x,y)=\ln(x^2+4y^4)$

(a) studiarne i massimi e minimi nell'insieme

$$E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\cdot y=1\};$$

(b) studiarne i massimi e minimi nell'insieme

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\leq y\leq 2,\ 0\leq x+y\leq 2\}\cup\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\leq y\leq 2,\ x\leq -2\}$$

# PROVA SCRITTA DI ANALISI
29/03/2012

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{y^2(9-y^2-9x^2)}}{x} \ln(x-y)$$

(a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$.

(c) Si calcoli il gradiente della funzione $g(x,y) = (x^2 + e^y)\ln(x-y)$ nel punto $(1,0)$; si calcoli poi la derivata direzionale della $g$ in tale punto lungo la direzione della retta di equazione $2y + x = 0$.

2) Si calcoli l'integrale

$$\iint_D \left(x^2 y + 4 + e^{|\sin x|} \cdot x \cdot \cos y\right) dx\,dy$$

ove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0,\ y^2 - x^2 \geq 0,\ (x^2+y^2) \leq 3\}$

3) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{n}\right) (x^2-2)^n$$

se ne determinino gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme; calcolarne poi la somma.

4) Studiare i massimi e minimi della funzione

$$h(x,y) = \ln(3x+y)$$

(a) nell'insieme $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \cdot y \leq 1,\ y \geq 0,\ x \leq 2\}$

(b) nell'insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \cdot y = 1\}$

# ANALISI MATEMATICA

## Appello del 19/6/2012

1) Data la funzione
$$f(x,y)=\sqrt{(x+y)^2(y^2-x^2-1)}\quad \frac{x-y^2+1}{\ln(4x^2+y^2-1)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato le linee di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

(c) studiare i limiti di $f$ nei punti: $(0,0)$, $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$, $(0,1)$, $(0,\sqrt{2})$, $\left(\sqrt{\frac{1}{5}},\sqrt{\frac{6}{5}}\right)$.

(d) Si scriva, se esiste, l'equazione del piano tangente al grafico della funzione
$$g(x,y)=\frac{x-y^2+1}{\ln(4x^2+y^2-1)}$$ nel punto $(1,1)$

2) Si calcoli l'integrale
$$\iint_{E\cup F} x(e^y+xy+1)\,dx\,dy$$
ove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y^2-x^2\geq 0,\ y\geq 0,\ x^2+y^2\leq 4\}$ e

$F$ è il triangolo di vertici i punti $(0,0)$, $(0,1)$, $(2\,0)$.

3) Data la serie di funzioni
$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n+2}{n!}+\frac{1}{n}\right)\left(\frac{x+2}{3x+1}\right)^n$$

(a) studiarne la convergenza puntuale ed uniforme;

(b) calcolarne la somma

4) Studiare i massimi e minimi della funzione
$$h(x,y)=\ln(4x^2+y^2-1)$$
nell'insieme

(a) $G=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\cdot y=1\}$

(b) $H=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\cdot y\leq 1,\ y\geq x^2\}$

# PROVA SCRITTA DI ANALISI
## (APPELLO DEL 4/11/2012)

1) Data la funzione $$f(x,y) = \frac{\ln(x \cdot y)}{x^2+y-1}\sqrt{(x-1)^2(x^2-4y^2+4)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

(c) Si calcoli la derivata direzionale della funzione $g(x,y) = \dfrac{e^{x-y}}{\ln(x+y+2)}$ nel punto $(0,0)$ lungo la direzione orientata che forma un angolo di $120°$ con l'asse delle $x$; si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in corrispondenza di tale punto.

(2) Si calcoli l'integrale
$$\iint_{E\cup F} (e^x y + x + y)\,dx\,dy$$
ove $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2\le 1,\ xy\ge 0\}$

$F \equiv$ triangolo di vertici $(1,0), (2,1), (2,-1)$

(3) Data la serie di funzioni $$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{ne^n}-n\right)\left(\frac{x}{2x+3}\right)^n$$

(a) studiarne la convergenza puntuale ed uniforme; si dica se converge uniformemente nell'intervallo $]1,+\infty[$

(b) calcolarne la somma.

(4) Data la funzione $h(x,y) = \ln(x^2+y)$

(a) studiare i massimi e minimi di $h$ nell'insieme
$$G = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 2x+y=3\}$$

(b) studiare i massimi e minimi di $h$ nell'insieme
$$L = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\le 2x+y\le 3,\ x\ge 0\}$$

PROVA SCRITTA DI ANALISI
(APPELLO DEL 27/5/2013)

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{x + \ln y}{\ln(x+y)} \sqrt{x(9 - x^2 - 9y^2)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione di $f$ ed il suo segno;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

(c) studiare i limiti di $f$ nei punti $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$, $(2,0)$, $(0,2)$ $(0,0)$.

(d) Si calcoli, se esiste, la derivata direzionale della funzione

$g(x,y) = \dfrac{x + \ln y}{\ln(x+y)}$ nel punto $(1,1)$ secondo la direzione della retta di equazione $3x - 4y + 1 = 0$. Si scriva poi l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in corrispondenza di tale punto.

2) Si calcoli l'integrale

$$\iint_{G \cup F} (xy + x + y + 1)\, dx\, dy$$

ove $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2x + y^2 \leq 0\}$

$F$ = triangolo di vertici $(-2,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$

3) (a) Si studi la convergenza puntuale ed uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\ln n}{n} + \frac{1}{n!}\right) (\ln x)^n$$

(b) Si determini la somma della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2n} + n(n+1)\right) x^n$$

4) Studiare i massimi e minimi della funzione

$$h(x,y) = \sqrt{x^2 - 2x + y^2}$$

(a) nell'insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 - x^2 = 4\}$

(b) nell'insieme $H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 - x^2 \leq 4, \quad x \leq 2, \ y \geq 0\}$

PROVA SCRITTA DI ANALISI
(APPELLO DEL 10/6/2013)

1) Data la funzione
$$f(x,y) = \frac{\ln(4y^2 - x^2)}{x-y}\sqrt{(x+y)^2(16-4y^2-x^2)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione di $f$ e il suo segno;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

(c) studiare i limiti di $f$ nei punti $(-4,0)$ $(-4,4)$, $(1,1)$, $\cancel{(2\sqrt{2},\sqrt{2})}$, $(0,0)$ $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

(d) Si calcoli la derivata direzionale, se esiste, della funzione $g(x,y) = \dfrac{\ln(x^2-3y^2)}{x-y}$ nel punto $(2,1)$ lungo la direzione orientata della retta di equazione $x+2y+7=0$; si scriva poi l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in corrispondenza di tale punto.

2) Data la funzione $h(x,y) = x^2y + x\cos 2y + \frac{1}{2}$ si calcolino gli integrali
$$\iint_E h(x,y)\,dx\,dy \quad , \quad \iint_F h(x,y)\,dx\,dy \quad / \quad \iint_{E\cup F} h(x,y)\,dx\,dy$$
ove $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \le 1,\ y \ge 0\}$; $F \equiv$ triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,1)$, $(1,-1)$.

3) (a) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della serie di funzioni:
$$\sum_{n\ge 1} \frac{1}{n - \ln(n^2)}\left(-x^2+2x\right)^n$$

(b) Calcolare la somma della serie di potenze
$$\sum_{n\ge 3}\left(\frac{1}{n-1} + (n+1)(n+2)\right)x^n$$

4) Data la funzione $f(x,y) = \ln(xy+1)$

(a) studiarne i massimi e minimi nell'insieme
$$G = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y^2-y = 0\}$$

(b) studiarne i massimi e minimi nell'insieme
$$H = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y^2-y \le 0 \quad x-y+1 \ge 0\}$$

# ANALISI MATEMATICA
(APPELLO DEL 25/6/2013)

1) Date le funzioni $$f(x,y)=\frac{x^2-4y^2}{\ln(x^2-y^2)}\sqrt{(x+2y)^2(x^2+4y^2-4)}$$

a) studiare l'insieme di definizione ed il segno di $f$;

b) rappresentare in grafico separato le linee di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$;

c) studiare i limiti di $f$ nei punti: $(0,0)$, $(1,\frac{1}{2})$, $(1,-\frac{1}{2})$, $(2,\sqrt{3})$, $(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$, $(\sqrt{\frac{8}{5}},\sqrt{\frac{3}{5}})$

d) Calcolare il gradiente della funzione $g(x,y)=(x^2-3y^2)\sqrt{xy-1}$ nel punto $(2,1)$ e, se esiste, la derivata direzionale della funzione $g$ in tale punto lungo la direzione orientata della retta di equazione $3x+y+7=0$. Scrivere poi l'equazione della retta tangente alla linea di livello di $g$ che passa per $(2,1)$.

2) Si calcoli l'integrale $$\iint_{E\cup F} x\,(e^{2y}+xy+2)\,dx\,dy$$

ove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2-y^2\geq 0,\ y\geq 0,\ x^2+y^2\leq 4\}$

$F$ = triangolo di vertici i punti $(0,0)$, $(0,1)$, $(2,0)$

3) (a) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni $$\sum_{n\geq 2}\frac{1}{(n!)-n^2}\left(\frac{2x-3}{3x+2}\right)^n$$

(b) Calcolare la somma della serie di potenze: $\displaystyle\sum_{n\geq 1}\left(n^2+\frac{1}{n!}\right)x^n$

4) Studiare i massimi e minimi della funzione $$h(x,y)=\sqrt{x^2-y^2+1}$$

(a) nell'insieme $G=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy-y^2=0\}$

(b) nell'insieme $H=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y^2+x\leq\frac{1}{4},\ x+y\geq-\frac{1}{2}\}$

1c') studiare i limiti di $f$ nei punti: $(2,2)$, $(2,\sqrt{3})$, $(0,0)$, $(1,\frac{1}{2})$, $(1,-\frac{1}{2})$, $(\pi,0)$, $(\sqrt{\frac{8}{5}},\sqrt{\frac{3}{5}})$.

$\left[\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right]$

ANALISI MATEMATICA

Appello del 9/1/2014

(1) Data la funzione

$$f(x,y)=\sqrt{(x-y)^2(y^2-x^2-1)}\quad\frac{x+y^2-4}{\ln(4x^2+y^2-1)}$$

(a) studiare l'insieme di definizione e il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$

(c) studiare i limiti di $f$ nei punti $\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}, -\sqrt{\frac{1}{5}}\right)$, $(0,0)$, $(0,-1)$, $(0,-2)$

(d) Si scriva, se esiste, l'espressione dell'approssimante lineare della funzione $g(x,y)=(x+y^2-4)\cdot\ln(4x^2+y^2-1)$ nel punto $(-1,1)$; determinare poi l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in relazione a tale punto

(2) Si calcoli l'integrale

$$\iint_E \left[x\cdot\sin y + x^2 y + \frac{1}{2}\right]dx\,dy$$

ove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\le x+1,\ x^2+y^2\le 1\}$

(3) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{(n-1)!}-\frac{1}{n}\right)(2x-x^2)^n$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme; calcolarne la somma.

(4) Studiare i massimi e minimi della funzione

$$h(x,y)=\ln(4x^2+y^2-1)$$

nell'insieme

(a) $F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y^2-4=0\}$

(b) $G=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y^2-4\le 0,\ x\cdot y\ge 0\}$

# PROVA SCRITTA DI ANALISI
22/1/2014

1) Data la funzione $$f(x,y) = \frac{y^2 - 4x^2 + 4}{\ln(\sqrt{x} - y)} \sqrt{x+y}$$

(a) studiare l'insieme di definizione e il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$.

(c) Si calcoli il gradiente della funzione $g(x,y) = \dfrac{y^2 - 4x^2}{\ln(\sqrt{x} - y)}$ nel punto $(4,0)$; si calcoli poi la derivata direzionale della $g$ nel punto $(4,0)$ secondo la direzione della retta $x + y + 4 = 0$. Si scriva infine l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in relazione a tale punto.

2) Si calcoli l'integrale $$\iint_E (x^3 y^2 + x e^y)\,dx\,dy$$

ove $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ x - y \geq 0\}$

3) Data la serie di funzioni $$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{n} - \frac{1}{n(n+1)}\right)(x^2 + x)^n$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme;
calcolarne la somma

4) Studiare i massimi e minimi della funzione
$$h(x,y) = \ln x + \ln y$$
nell'insieme

(a) $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 1\}$

(b) $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^{2} \mid 1 \leq x + y \leq 2,\ y \leq \frac{3}{2}\}$

# ANALISI MATEMATICA

6/2/2014

(1) a) Data la funzione $f(x,y) = e^{\sqrt{y^2(x^2+4y^2-4)}} \qquad \dfrac{x+y^2-4}{\ln(x^2-4y^2)}$

studiare l'insieme di definizione e il segno di $f$;

(b) rappresentare in grafico separato la linea di livello zero e la frontiera dell'insieme di definizione di $f$.

(c) Si scriva, se esiste, il polinomio di Taylor del II ordine della funzione $g(x,y) = e^{(xy-y^2)}$ relativamente al punto $(1,1)$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di $g$ in corrispondenza di tale punto.

(2) Si calcoli l'integrale $\displaystyle\iint_{F\cup G} \left(2 + x(y+e^{2y})\right) dx\,dy$

ove $F = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y-x \leq 2,\ y\geq 0,\ x\leq 0\}$, $G = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-2y \leq 0\}$

(3) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{2^n}\right)\left(\frac{x}{3x+1}\right)^n$$

(a) se ne studi la convergenza puntuale ed uniforme;

(b) se ne calcoli la somma

(4) Data la funzione $h(x,y) = \sqrt{2y-x}$

(a) studiarne i massimi e minimi nella regione

$$D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y = \sin x,\quad x\in[0,2\pi]\};$$

(b) Studiarne i massimi e minimi nella regione

$$E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\geq 0;\ y-\sin x \leq 0\}$$