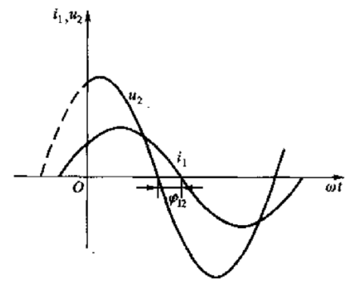
相量法电路分析原理以及电路的功率分析

正弦量电流/电压的一些基本描述

- 有效值 — $I \overset{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t}$
  - $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \phi_i)\mathrm{d}t}$
    正弦量
  - $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$
- 正弦量的描述参数：幅值、初相、角频率
  - $i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \phi_{i1})$
    $u_2 = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \phi_{u2})$
  - 超前滞后的概念
    - 1、数学描述
      假设φi>φu：i超前u，相位差：φ1—φ2
    - 2、波形描述 —



先到达零点的为超前波：u超前i

复数计算的一些基本方法

- 1、ab两个复数
  x1+y1j、x2+y2j — 四则运算（参考向量计算即可）
- 2、第二种表示方法
  |a|∠φ1、|b|∠φ2 — 此种表示方法便于进行乘积和除法运算
  a*b=|a|*|b|∠φ1+φ2
  a/b=|a|/|b|∠φ1—φ2

相量的引入

对于一个线性的电路网络而言（有线性元件组成），最后经过KVL等电路方程以及元件的微分关系：电路必然可以通过一个高阶的微分方程描述
仅考虑输入输出（激励响应）——参照经典控制理论建立一个传递函数（微分方程）对系统进行描述

- $W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$
  系统形如上式：同时必然可分解为Σci/s-λi
- 对于一个正弦量输入：
  假设为sin（wt+φ），那么其响应可以如下进行分析
  （1）L^-1[w/（s^2+w^2）*G(s)]=L^-1[w/（s^2+w^2）*Σci/s-λi]
  （2）=ΣL^-1[w/（s^2+w^2）*ci/s-λi]
  （3）拉氏逆变换可以用留数法计算=ΣΣRes[w/（s^2+w^2）*ci/s-λi*e^st]
  （4）详细过程略去，但是我们算出的结果也是一个正向量（附加一个瞬态分量）
  - $u_S = \frac{1}{2}[U_{sm}e^{j(\omega t + \phi_u)} + U_{sm}e^{-j(\omega t + \phi_u)}]$
    $i = \frac{1}{2}[I_m e^{j(\omega t + \phi_i)} + I_m e^{-j(\omega t + \phi_i)}]$
    基于这个原理我们不妨设输入电压量和电流响应如上式子
  - **以RLC网络为例——由于ui都是共轭复数，我们只需要解出“一半”即可完全确定**
    <Tips：因为我们实际上需要的是幅值、初相、角频率三个参数，而共轭的任一分量都包含了三个参数的信息，因而我们只要代入其中一个共轭量即可>
    - $Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t = u_S$
    - $RIe^{j\phi_i} + j\omega LIe^{j\phi_i} - j\frac{1}{\omega C}Ie^{j\phi_i} = U_s e^{j\phi_u}$
      代入得
      - $Ie^{j\phi_i} = \frac{U_s e^{j\phi_u}}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}}$
        根据这个结果：
        （1）右侧分子：输入（激励），是已知的
        （2）分母：一个复数，其实就是电路的阻抗
        （3）左式：包含了电流的全部信息
        <虽然是基于RLC网络的结论，但是对任意网络，我们在复频域下进行等效变换，RLC都是串并关系，最终等效完后也只是考虑整个网络的阻抗——I=U/Z>
      - 仿照这个式子的结构，我们提出了相量的概念（对一个正弦量的描述）
        （1）还记得我们前面说的向量乘除运算吗？
        假设两个复数I*e^jwt+φ1、U*e^jwt+φ2，那么他们相除就是U/I∠（φ2-φ1）
        （2）为了便于计算，我们直接将他俩表示为：I∠φ1、U∠φ2，他们的乘除直接就是UI∠（φ2+φ1）、U/I∠（φ2-φ1）<**并不影响计算结果！！！**>
        （3）像上面的这种对复数的表达方法就是相量
        （4）根据上面的式子：左式就是电流向量、右侧为电压向量/阻抗
        最后：根据前面的描述，我们此后对正弦电路进行分析就可以直接利用相量法分析
      - 各种元件在相量分析下的形式
        - $u_R = Ri_R = \sqrt{2}RI_R\cos(\omega t + \phi_i)$
          电阻 — $\dot{U}_R = RI_R\angle\phi_i = R\dot{I}_R$ （或 $\dot{I}_R = G\dot{U}_R$）
          $U_R = RI_R$ （或 $I_R = GU_R$）
          R=R
        - $u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{2}\omega LI_L\sin(\omega t + \phi_i)$
          $= \sqrt{2}\omega LI_L\cos(\omega t + \phi_i + 90^\circ)$
          电感 — $\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L$
          $U_L = \omega LI_L$
          $\phi_u = \phi_i + 90^\circ$
          电流为输入，电压为输出
          C——>-j/wc
        - $u_C = \frac{1}{C}\int i_C\mathrm{d}t = \sqrt{2}\frac{1}{\omega C}I_C\sin(\omega t + \phi_i)$ — $\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_C$
          $U_C = \frac{1}{\omega C}I_C$
          电压为输入，电流为输出
          L——>jwL
        - 相量法分析的技巧 — 1、其实一个元件对正弦量的影响体现在相角和幅值上，并不会影响其频率，比如，U∠φ1而言，经过一个元件，U*Z∠φ1+φz
          幅值乘上一个系数、相角叠加一个大小（φz可正可负
          2、也可可理解为U∠φ1乘上了一个相量Z∠φz
          3、比如电容：电压U∠φ1输入——U*（1/wc）∠φ1-90
          我们也可以表示为：U∠φ1*（1/wc）∠-90——**（1/wc）∠-90其实就是-j/wc**
          - 1、线性元件的各种组合构成了电路网络不同结构
            最终我们是对端口进行分析：考虑输入和输出，如U输入、I输出
            其内的所有元件在相量分析角度可以进行等效变换（无非就是串联，并联）
            2、以RLC为例：串联的等效结果（左图）
            3、我们把这个端口的相量分析下的等效结果叫做阻抗——一般可以表示为Z∠φz（联系前面的那条等式：其实就是I=U/Z，U、I、Z均是相量形式）
            - $R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$