# Path planning for Tractor-trailer Mobile Robot System Based on Equivalent Size

Zuojun Liu, Qian Lu, Peng Yang, Lingling Chen

(School of Electrical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: Tractor-trailer wheeled mobile robot is a complicated system, which is composed of a tractor and multiple trailers. As the path width changes with the different turning angles, as its path planning is complicated accordingly. On the base of presenting the kinematics equations of the tractor-trailer mobile robot, the maximum path width is deduced when the robot runs at the maximum turning angle. And this path width is named as equivalent size. Then genetic algorithmic is applied for the path planning method of tractor-trailer mobile robot. Firstly, the barriers are enlarged step by step with equivalent size. Then the vicinities around the barriers and the block neck zone are analyzed and labeled. The fitness function is defined according to both the path length and path width. Finally, the genetic algorithm is adopted to solve the whole path planning problem.

Keywords: tractor-trailer mobile robot; equivalent size; path planning; fuzzy; genetic algorithm

# 基于等效尺寸的带拖车移动机器人路径规划方法

刘作军 路谦 杨鹏 陈玲玲

(河北工业大学电气学院,天津,300130)

摘要:带拖车的轮式移动机器人系统是一种复杂的多车体系统,由一台牵引车和多台拖车串联连接组成,在不同的转弯角度下,所需的路径宽度也不同,因此其路径规划问题的难度很大。本文在给出带拖车轮式移动机器人稳态和暂态过程运动学方程的基础上,推导得出了带拖车移动机器人在最大转弯情况下所需的最大路径宽度,并将之定义为等效尺寸。在此基础上,应用遗传算法,提出了基于等效尺寸的带拖车轮式移动机器人的路径规划方法。首先,通过基于等效尺寸的多步障碍扩张,对障碍物的临近区域和狭窄通道进行可行性约束的分析。然后,应用遗传算法进行全局的路径规划,将路径的长度和宽度综合在适应度函数之中,从而在一定程度上使带拖车轮式移动机器人的路径规划问题得到解决。

关键词: 带拖车的移动机器人; 等效尺寸; 路径规划; 遗传算法

#### 1 引言

单车体移动机器人的路径规划方法通常采用姿态空间 法,即以机器人外接圆半径扩张障碍物,同时将机器人缩 为一个点,则问题转化为在扩张后的姿态空间中为一个点 规划路径的问题。对于带拖车的移动机器人系统,由于其 外接圆半径很大,若仍以此尺寸扩张障碍物,将丧失很多 的可行空间。

带拖车的轮式移动机器人系统通常由一台牵引车和多台拖车串联连接组成,在车站、码头、仓库和自动化工厂

的物流传送等行业中的应用非常广泛,但由于其复杂的多车体系统结构,其路径规划问题的难度也相应增加。主要涉及的问题有:

- (1)带拖车移动机器人是欠驱动的、非完整性系统<sup>[1]</sup>,牵引车始终只能沿着切向运动,拖车只能被动跟随牵引车运动。因此,即使不存在障碍,机器人的运动也不能是随意的。
- (2)其他的一些约束,例如牵引车转角的限制、各拖车车体间夹角的限制,这些进一步增加了带拖车移动机器人运动规划的困难。

(3) 文献 3 根据带拖车移动机器人系统在最大转弯角度情况下所需路径宽度最大的特点,建立了极限情况下所需的最大的等效尺寸的概念,并应用于障碍扩张。该方法大大提高了路径搜索的成功率,但仍存在造成可行路径丢失的可能,甚至找不到实际存在的可行路径。带拖车移动机器人在行进中各车体跟踪牵引车,按直线行走时,各车体的轨迹一致,即使是狭窄的过道,只要容得下车体的宽度,机器人也能通过;但是在转弯时各车体的轨迹就形成不同的弧,所以所需要的路径宽度与路径的具体形式相关,如果按照一个最大的统一尺寸实施障碍扩张,就自然会丧失一些可行路径。

基于以上问题,在带拖车移动机器人的路径规划中,障碍物之间的狭窄通道成为问题解决的关键,而各障碍物及其临近区域也是直接影响机器人路径规划中的重要避碰约束条件,这些即本文研究的重点。

# 2 带拖车的移动机器人系统

#### 2.1 机器人系统基本特性

本文以标准连接方式的带两节拖车的移动机器人来说明问题,如图 1 所示,相邻两车体之间的连接点位于前一车体的轮轴中点,牵引车的前轮为驱动轮,并起到导向的作用,各车体的后轮处在车体最后部,拖车为无驱动的。

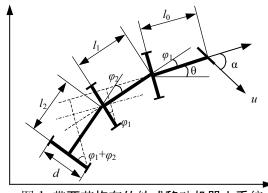


图 1 带两节拖车的轮式移动机器人系统

Fig1. The mobile robot system with two trailers

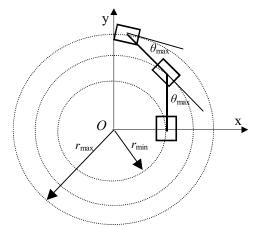
假设系统运行在水平地面上;车轮与地面为点接触,运动为无滑动的纯滚动;各车体皆为刚体,宽度均为 d,  $I_n$ 为第 n 节拖车的长度;  $\phi_n$ 为第 n 节拖车与前一车体之间的 I 轴夹角,以顺时针方向规定为各角度的正方向;牵引车为第 0 节车体, $\alpha$  为其驱动轮与  $I_0$  轴方向的夹角;  $X_1$   $X_2$  分别为牵引车车轴中心点在参考坐标系下的坐标, $\theta$  为牵引车车轴在参考坐标系下的角度;牵引车驱动轮的线速度为  $I_0$  如上拖车系统中,描述车体速度以及各车体间夹角

的角速度的运动学方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi}_{1} \\ \dot{\varphi}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u\cos\alpha\sin\theta \\ u\cos\alpha\sin\theta \\ \frac{u}{l_{0}}\sin\alpha \\ \frac{u}{l_{0}}\sin\alpha \\ \frac{u}{l_{1}}\cos\alpha \cdot \sin\varphi_{1} \\ \frac{u}{l_{1}}\cos\alpha \cdot \sin\varphi_{1} - \frac{u}{l_{2}}\cos\alpha \cdot \cos\varphi_{1}\sin\varphi_{2} \end{bmatrix}$$
(1)

#### 2.2 等效尺寸

带拖车移动机器人各车体行进的轨迹族外加以一对包络线,即获得包络路径<sup>[2]</sup>。当牵引车在以车体机械结构允许的最大转角  $\theta$  max 沿圆形轨迹运动时,当运动达到稳态后,其后的 N 节拖车的轨迹将收敛于半径不同的同心圆,此时所得的包络路径最宽,如图 2 所示。对其分析即可得到最大的障碍扩张尺寸,将之定义为等效尺寸,用 D表示。



# 图 2 各车体收敛于同心圆时的最宽路径情况

Fig.2 The maximum band path when tracing circles

在以此尺寸进行障碍扩张后所得的地图中进行路径规划,由于这个等效尺寸是基于拖车系统在最大转弯角度下所需的最大路径宽度而提出的,因而可以保证所得路径的可行性。该尺寸在数值上等于各同心圆中最大半径与最小半径之间的差,再加上车宽的一半,即:

$$D = r_{\text{max}} - r_{\text{min}} + \frac{1}{2}d$$

$$= l[\sqrt{\csc^2 \theta_{\text{max}} + (N-1)} - \sqrt{\csc^2 \theta_{\text{max}} - 1}] + \frac{1}{2}d$$
(2)

由于机器人的包络路径宽度与其路径的具体形式和运

动相关的,例如当机器人沿直线运动时,其包络路径的宽度按车宽考虑即可,其等效尺寸可取为半个车宽。因此,基于等效尺寸的路径规划按照最大等效尺寸实施障碍扩张,自然会丧失一些可行路径。如果要达到彻底的解决,必须对路径规划与基于等效尺寸的扩张进行综合。

#### 2.3 机器人运动过程的暂态描述

在路径规划中,机器人的避碰及其在沿所规划路径行进时的位型都需要计算,带拖车的移动机器人系统的实时姿态描述的运动学方程如下所示:

$$\alpha(k) = \begin{cases} \alpha(k-1) + \beta \\ \alpha(k-1) \\ \alpha(k-1) - \beta \end{cases}$$
 (3)

其中 k 表示差分计算的步数, $\beta$  为导向轮在步进电机每个控制周期中动作一次时偏转的角度,以此即可对导向轮的角度  $\alpha$  进行调整和控制。设  $\phi_1$ 的初始值为  $\phi_1(0)$ ,则有:

$$\varphi_{1}(1) = \varphi_{1}(0) + \left[\frac{u(0)}{l_{0}} \sin \alpha(0) - \frac{u(0)}{l_{1}} \cos \alpha(0) \sin \varphi_{1}(0)\right] \Delta T$$
 (4)

并可依次类推得到在第k步时  $\phi_1$ 的大小为:

$$\varphi_1(k) = \varphi_1(k-1) + \left[\frac{u(k-1)}{l_0}\sin\alpha(k-1)\right]$$

$$-\frac{u(k-1)}{l_1}\cos\alpha(k-1)\sin\varphi_1(k-1)\right]\Delta T$$
(5)

同理可得第二节与第一节拖车的夹角  $\phi_2$ 的大小为:

$$\varphi_{2}(k) = \varphi_{2}(k-1) + \left[\frac{u(k-1)}{l_{1}}\cos\alpha(k-1)\sin\varphi_{1}(k-1) - \frac{u(k-1)}{l_{2}}\cos\alpha(k-1)\cos\varphi_{1}(k-1)\sin\varphi_{2}(k-1)\right]\Delta T$$
(6)

由以上各式即可求出机器人在某一步或某一工作周期时各 车体夹角的大小,根据车体的几何结构就能计算出在运动 的动态过程中,各车体最外沿部分,通常是拖车外侧后轮, 偏离牵引车中轴距离的大小,由图 1 中各车体之间的几何 约束关系可得:

$$\Delta d_1 = l_1 \cdot \sin \varphi_1 + \frac{d}{2} \cdot \cos \varphi_1 \tag{7}$$

$$\Delta d_2 = l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \frac{d}{2} \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \quad (8)$$

更多车体情况的动态描述同样可以推导得出。

#### 3 基于等效尺寸的地图分析

#### 3.1 网格化三维地图

参考栅格法的思路,将整个地图按照某一可比的实用尺寸,例如 0.25d,画成坐标方格,构建网格形式的环境地图。每个网格点除自身的坐标(x,y)外,根据其对机器人的可行性约束程度用 z 做第三维。将无任何约束的自由区标记为极小的 0;障碍物区标记为极大的 100;按 d/2 扩张后覆盖的区域按距离远近的比例由内向外标记为 99 到 90;对于按 D 扩张后新增加的覆盖区域,按距离的远近由内向外以从 10 到 0 的可行性约束值做标记。由此,则可以构建出如图 3 所示的网格化三维地图。

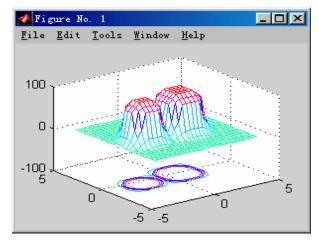


图 3 **网格化三**维地图 Fig. 3 3-D grid map

#### 3.2障碍物的临近区域

在三维地图中,各区域按其可行性约束划分为自由区、 不可行区和有限可行区,如表1所示。

表1 可行性区域划分

Table 1 partition of feasibility areas

类别	区域范围	可行性约束 S
自由区	距离障碍物 >D	0
有限可行区	距 离 障 碍 物 [d/2, D]	(0, 50)
不可行区	距离障碍物 〈 d/2	[50, 99]
	障碍物区域	100

有限可行区域是指临近每个障碍物周围从 d/2 到 D之间的环形区域,每个障碍物的临近区域根据可行性约束的变化形成一个梯度变化的场,带拖车的机器人在其中即存在通过的可能,但也存在和障碍物发生碰撞的可能。由于各节拖车在跟随牵引车运动的过程中,其行进轨迹会偏离

牵引车的轨迹,如果在障碍物的临近区域内,则可能发生牵引车无碰,而拖车与障碍物相碰的情况,这种情况的可能性随着机器人运动路径与障碍物之间的距离远近不同而不同。参考人的驾驶经验,机器人的路径规划应在有路可行的前提下尽量远离障碍物以避免发生碰撞。

#### 3.3 障碍物间的"瓶颈"通道

两个障碍物因彼此距离近,其临近部分会发生重合, 这表明障碍物之间存在着相对狭窄的"瓶颈"通道,这种 区域是制约路径规划中的关键因素。在扩张过程中,某一 网格点如果同时两次或多次被不同障碍物的扩张区域所覆 盖,则按式 10 进行可行性约束值的计算。

$$S = S_{\text{max}} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{S_i}{2^i}$$
 (10)

在上式中,如果是两个障碍物相互临近,则其间各网格点的可行性约束值等于最高的可行性约束值与次高值一半的相加和。

# 4 基于遗传算法的路径规划

#### 4.1 遗传算法

遗传算法通过模拟生物进化过程中适者生存和自然选择的原理来搜索解空间。群体生成和检测的在运算过程中循环反复进行,适应度高的个体被复制并延续到下一代,提高子代的素质,适应度差的个体只能以较低的概率存活下来。遗传算法是一种具有智能化特点的全局优化搜索算法,是解决移动机器人路径规划等问题的重要方法之一[710]。

## 4.2 路径搜索

根据前面各步骤的工作,整个地图区域经过分析后已 经转换为一个标记有可行性信息的网格化地图,每个方格 都具有各自的坐标和可行性约束标志值。在此地图上,应 用遗传算法的带拖车移动机器人路径规划步骤如下。

个体编码:采用坐标直接编码,路径个体表示为从起点到终点的一系列中途点网格 gi的坐标。

初始种群:随机产生N条初始路径个体,以这N条路 径构成的种群作为初始点开始迭代运算。

适应度函数: 直接与路径 R的长度 L 和可行性约束 S等评价因子的加权和相关,如式 11-13 所示。

fitness (
$$R_i$$
) =  $f_i = A - k_1 S - k_2 L$  (11)

$$L = \sum length(|g_i g_{i+1}|)$$
 (12)

$$S = \sum barrier(g_i) \tag{13}$$

其中 A 为一足够大的正数,路径长度 L 为路径上相邻两个网格点间的距离之和,可行性约束 S 为路径上各网格点的可行性约束值之和。正常数 k、k 为各评价因子的影响权重。调节 k 和 k 的大小,可以改变适应度函数评价路径个体优劣时的相对重要因素。

选择函数:采取轮盘赌方式,一方面能够保证适应度 高的个体得以保留,另一方面也为适应度低的个体提供了 保留的可能,能够在一定程度上保证下一代遗传基因的多 样性,而且其实现方法简单常用,某个体被选择的概率如 下式:

$$p = \frac{f_i}{\sum f_i} \tag{14}$$

按上式,每条路径个体都会在0到1之间分配到一段 互不重叠的连续范围。产生一个随机数,若其落入某一个 体的范围内,则表示选中该个体一次。反复执行此操作, 直到选够需要数目的个体,并以此个体组成的新种群覆盖 原来的种群。

遗传算子:设定交叉概率为p,每条路径个体产生一个随机数p,如果小于等于p则该个体与另一随机选择的个体进行非等长的交叉操作,即进行杂交的路径个体的染色体长度不必相等,交叉也不必在同一位置上。在双亲和子代的四个个体中选择两个适应度更高的个体代替原双亲。

设定变异概率为 pa,每条路径个体产生一个随机数 m,如果小于等于 pa则该个体产生变异。变异操作包括移动、增加或删除路径中的一个点。移动一个点:如果路径个体某一段的可行性约束值 S 较大,则随机选择这段路径的一个端点,沿原路径段的垂直方向随机移动,以避开原路径段上的障碍区域或可行性约束较大的区域;增加一个点:若个体在移动操作后,其可行性约束值仍然很高,即仍然存在穿越障碍物的路径段,则进行增加一个点的操作,在存在障碍物的路径段的两个中间点 gi和 gal之间增加一个点,形成一个新的路径个体;删除一个或多个点:对于路径 Ri,如果其中间点 gi和 gi之间连线的可行性约束值等于0 或很小,则将 gi和 gi之间的点删除。

终止条件:在每循环执行一次遗传算法的操作后,则计算每个个体的适应度函数值,如果个体路径的适应度函数的可行性约束值 S 如果很小,则说明该路径个体的可行性约束也已经很小,带拖车的移动机器人在这条路径上行进时就能够较好的避碰。当路径个体的长度也随着运算逐渐减小到一定程度并达到要求后,且总体的平均适应度函数值基本不再增加时,则可认为算法收敛,否则继续进行运算。如果经过多代的遗传运算,结果仍然不收敛,则可退出并报告路径搜索失败。

#### 4.3 路径的局部平滑与优化调整

前面步骤所得出的路径规划结果以环境模型中一组网格坐标来表达,由于轮式机器人的运动具有欠驱动、非完整性,牵引车始终只能沿导向轮做切向运动,而且带拖车的移动机器人还受到牵引车转角的限制、各拖车车体间夹角的限制等,这使得机器人只能跟踪满足转角约束的平滑曲线和直线。因此,对所得路径中的折线和过大曲率的曲线,就需要做相应的局部路径平滑处理。

对于宽度较窄的"瓶颈"通道而言,机器人进入通道前的起始位型也会影响其避碰,尤其是可行性约束值较大的"瓶颈"通道。因此对待这种情况也需要在路径的平滑和优化中进行适当的调整。

由于在环境建模中是以一定边长的网格化地图为基础的,而不是连续的理想化的点,因此在路径的局部平滑和优化中,系统是具有较大空间调整裕度的。具体的路径局部平滑与优化可以从转角插值、路径调整和停车转向入手。在初步搜索路径中的折线或曲率过大的部分,机器人无法完成超过允许值的转弯操作,可将这段路径根据转角需要变化程度的大小向两端延伸适当的距离,将需要完成的转角操作应用插值分布到一个稍大的范围内,同时在可行性约束小的区域对路径进行相应的调整,例如平移或延伸等。在仿真和实验中,可让机器人在需要做较大转角的路径段上采取停车或减速后调整导向轮方向的策略,通过第二节中的各运动学方程可知,这种情况下机器人跟踪设定路径的性能要优于机器人保持匀速下进行转向调整的情况,系统的实验也明显地说明了这一点。

# 5 仿真与实验

在仿真程序中,初始种群的数目 N设定为 30,交叉概率  $p_e$ 设定为 0.8,变异概率  $p_e$ 设定为 0.02。经过 60 代遗传运算,适应度函数的平均值由最初的 127 上升并稳定在

最终的 874。在地图中为机器人系统进行运动规划仿真, 并利用式 3 至式 8 的各运动学方程进行避碰检验。算法在 较复杂的环境中实现了良好的避障,并得到了相对较短的 有效路径。仿真验证了本方法的有效性,解决了典型情况 下带拖车移动机器人的路径规划问题。本文中路径规划方 法的仿真结果如图 4 所示。

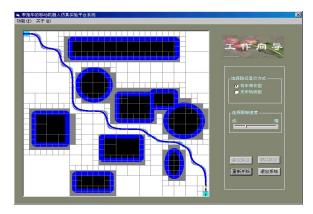


图 4 仿真结果

Fig. 4 Simulation results

在仿真的基础上,采用以 Hero-1 移动机器人为牵引车 所构建的实验平台,并设计制作了两个二轮拖车连接到牵 引车上,同时对 Hero-1 的控制系统进行了改造,为其配备 了遥控装置,接收上位计算机所传送的控制指令,如图 5 所示。



图 5 带拖车移动机器人实验系统

Fig.5 The tractor-trailer mobile robot system

#### 6 结论

带拖车的轮式移动机器人是一类特殊的复杂多车体机器人系统,其路径规划问题具有重要的实际价值,其难度也相应增加。在基于等效尺寸的概念基础上,本文通过建立三维网格化地图,对障碍物的临近区域和狭窄的瓶颈通道区域进行了可行性约束的描述,并应用遗传算法解决了带拖车轮式移动机器人的路径规划问题。

## 参考文献

- [1] 徐国华. 带拖车的轮式移动机器人系统的研究博士学位论文]. 南开大学, 1998 年 6 月
  - Xu Guohua. The study on the tractor-trailer wheeled mobile robot system. Nankai University. Jule, 1998
- [2] 李宏超, 黄亚楼. 带拖车的移动机器人包络路径分析与描述. 机器人, 2001, Vol23(4):207-212 Li Hongchao, Huang Yalou. Description and analysis of
  - band-Path for tractor-trailer mobile robot system.

    Rpbot, v 23, n 4, 2001, p207-212
- [3] Li Hongchao, Huang Yalou. Concept of equivalent size for tractor-trailer mobile robot and its application to path planning. Proceedings IEEE WCICA, Shanghai.v6, 2002, p1344-1350
- [4] 杨凯. 带拖车的轮式移动机器人系统的建模与仿真. 系统仿真学报, 2000, Vol 12(1):25-28
  Yang Kai. Modeling and simulation of tractor trailor robot systems' kinematics. ACTA Simulata Systematice Sinica: v12, n1, 2000, p25-28
- [5] 蔡自兴. 机器人学. 清华大学出版社. 北京:2000,9 Cai Zixing. Robotics, Qinghua Publishing House. September 2000.
- [6] Kanayama Y and Lelm C. A location control method for autonomous vehicles. Proc. IEEE Int. Con. on Robotics and Automation, Philadelphia, PA, 1988, p31-42
- [7] 孙树栋, 曲彦宾. 遗传算法在机器人路径规划中的应用. 西北 工业大学学报. 1998, Vol. 16(1):79-84 SUN Shudong, Qu Yanbin. Robot motion planning using genetic algorithms, Journal of Northwestical University. v16, n 1, 1998, p79-84
- [8] 李枚毅; 蔡自兴. 改进的进化编程及其在机器人路径规划中的应用. 机器人, 2000, Vol. 22(6): 491-494

  LI Meiyi, CAI Zixing. Improved evolutionary programming and it's application on path planning of robots. Robot. v22, n6, 2000, p491-494
- [9] 孙树栋,林茂. 基于遗传算法的多移动机器人协调路径规划. 自动化学报. 2000, Vol. 26(5): 672-676 SUN Shudong, Lin Mao. Path planning of multi mobile robots using genetic algorithms, ACTA Automation Sinica. v26, n5, 2000, p672-676

- [10] 阕嘉岚. 基于改进遗传算法的带拖车移动机器人的路径规划方法[M]. 南开大学,2001年5月 Que Jialan. Path planning of tractor-trailer mobile robot based on improved GA. Nankai University, May,2001
- [11] 孙凤池. 拖挂式移动机器人系统的路径规划与运动控制研究[博士学位论文]. 南开大学, 2003 年 5 月
  Sun Fengchi. The research on the path planning and motion control of tractor-trailer wheeled mobile robot. Nankai University, May 2001
- [12] Matsushita, Kouki, Murakami, Toshiyuki. Nonholonomic equivalent disturbance based backward motion control of tractor-trailer with virtual steering. Procof Industrial Electronics Conference, v2005, p 2071-2076
  - [13] Chen Jun, Torisu Ryo, Takeda Jun-Ichi. Automatic reversing motion of a tractor-trailer vehicle.

    Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, v 21, n 10, October, 2005, p 82-85
  - [14] Mathur Gaurav S. Taghavi Ray, Hale Richard. A computational and experimental analysis of the flow around a tractor-trailer. Proc. of 2005 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, v2005, p 2053-2061
  - [15] Wang Guolin, Wei Chaoyi, Lu Yonghua, Zhou Kongkang. Modeling and experiments of tractor trailer. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, v 36, n 11, November, 2005, p 17-20