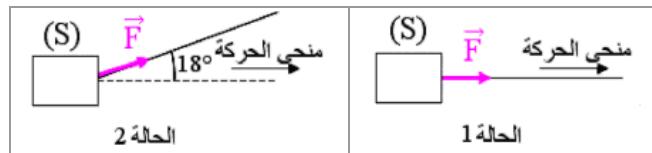


تمارين

شغل و قدرة قوّة

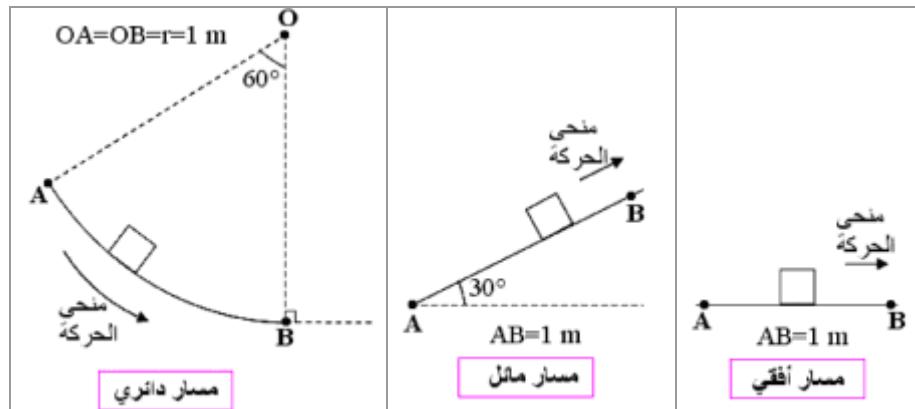
تمرين 1

يجر جسم صلب (S) على مسافة $m = 300 \text{ m}$. شدة قوة الجر \vec{F} ثابتة وتساوي $F = 2000 \text{ N}$. أحسب شغل القوة \vec{F} في كل من الحالتين التاليتين:



تمرين 2

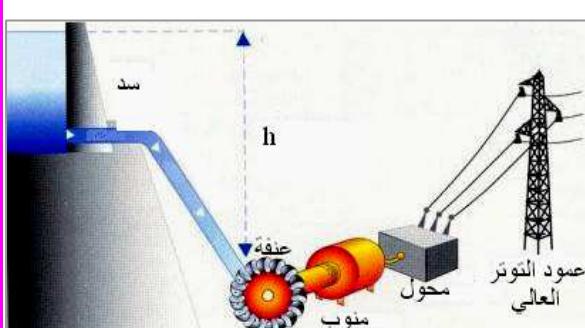
أحسب شغل وزن جسم صلب (S) كتلته $m = 10 \text{ kg}$ خلال انتقال مركز قصوره من نقطة A إلى نقطة B في كل من الحالات التالية. نعتبر مجال الثقالة منتظاماً وشدة $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.



تمرين 3

تستعمل رافعة لنصب عمود كهرباء كتلته $m = 190 \text{ kg}$ وارتفاعه $h = 6 \text{ m}$ في وضع عمودي انطلاقاً من وضع أفقي.

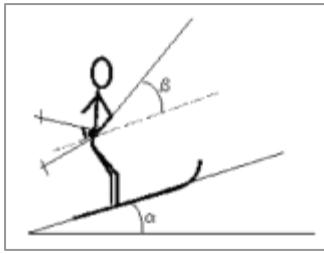
نعتبر مجال الثقالة منتظاماً وشدة $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. أحسب قدرة الرافعة علماً أن العملية استغرقت دقيقة واحدة.



القدرة النافعة لعنفة محطة كهرومائية هي $P = 120 \text{ MW}$. تدار هذه العنفة تحت تأثير سقوط الماء من ارتفاع $h = 900 \text{ m}$. نعتبر مجال الثقالة منتظاماً وشدة $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. والكتلة الحجمية للماء هي $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- 1) أحسب بالوحدة $\text{m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$. صبب الماء اللازم نظرياً.
- 2) أحسب الصبيب الفعلي علماً أن المردود هو 80% (المردود يساوي نسبة القدرة النافعة على القدرة المستهلكة).

تمرين 5

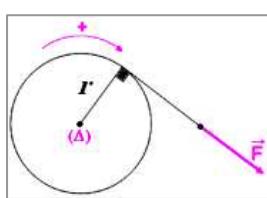


يصعد متزلج كتلته $m = 80 \text{ kg}$ متدرجاً مستقيماً ومائلاً بالزاوية $\alpha = 20^\circ$ ، بسرعة ثابتة لقطع المسافة $AB = 1500 \text{ m}$.
يخضع المتزلج لقوة جر يطبقها حبل اتجاهه يحدد الزاوية β مع اتجاه المتدرج. يطبق السطح الجليدي على المزلجتين قوة احتكاك ثابتة في اتجاه متجهة السرعة وفي المنحى المعاكس للحركة، وشدةها $f = 30 \text{ N}$.

نعتبر مجال الثقالة منتظاماً وشدة $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

- 1) أجرد جميع القوى المطبقة على المتزلج ولوازمه ثم مثل متجهاتها في الشكل.
- 2) أحسب شغل كل من الوزن وقوة الاحتكاك.
- 3) أحسب شغل قوة الجر التي يطبقها الحبل على المتزلج.

تمرين 6



يلف خيط غير قابل للامتداد حول أسطوانة شعاعها $r = 5 \text{ cm}$ وقابلة للدوران حول محورها (Δ) ، ثم يسحب من طرفه الحر تتحت تأثير قوة ثابتة شدتها $F = 100 \text{ N}$.

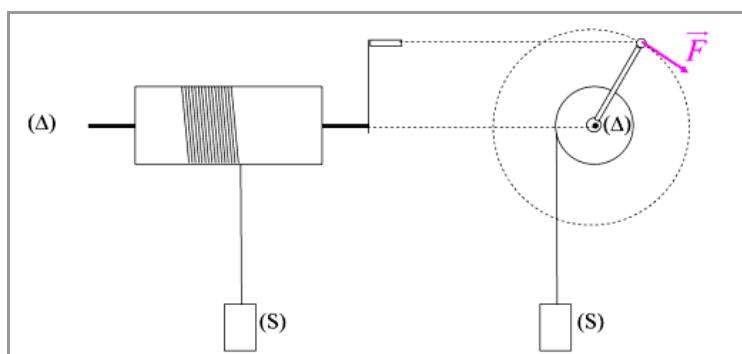
أحسب شغل القوة \vec{F} عندما ينجذب الأسطوانة 20 دورة.

تمرين 7

يطبق محرك سيارة على مروده مزدوجة قوتين عزمها $150 \text{ N} \cdot \text{m}$ يدور المحرك بسرعة ثابتة تساوي 600 دورة في الدقيقة.
أحسب قدرة المحرك بالوحدتين kW (كيلو واط) و ch (حصان بخاري).

تمرين 8

يدار ملفاف بقوة ثابتة شدتها $F = 200 \text{ N}$ وخط تأثيرها يبقى مماساً للانتقال.



- 1) أحسب شغل القوة \vec{F} عندما ينجذب الملفاف 25 دورة، علماً أن شعاع المدورة يساوي 35 cm .
- 2) باهتمال قوى الاحتكاك، أحسب الارتفاع الأقصى الذي تصله الحمولة (S) علماً أن كتلتها تساوي 150 kg .

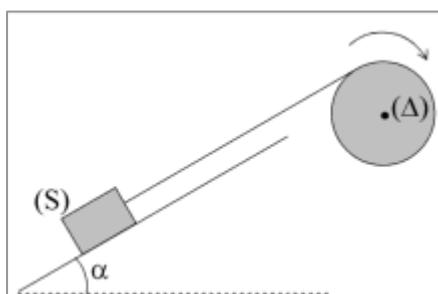
نعتبر مجال الثقالة منتظاماً وشدة $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

تمرين 9

على سطح مستو ومائلاً بالزاوية $\alpha = 30^\circ$ عن الخط الأفقي، تجر حمولة (S) وزنها $P = 1000 \text{ N}$ بسرعة ثابتة. بواسطة حبل كتلته مهملة وملفوف حول أسطوانة شعاعها $R = 20 \text{ cm}$. تدار الأسطوانة بدون احتكاك بواسطة محرك يطبق عليها مزدوجة عزمها ثابت.

تخضع الحمولة لقوة احتكاك شدتها ثابتة وتساوي $f = 200 \text{ N}$.

- 1) أجرد القوى المطبقة على كل من الحمولة والأسطوانة ومثل متجهاتها في الشكل.
- 2) أحسب شدة القوة التي يطبقها الحبل على الحمولة.
- 3) أحسب عزم المزدوجة التي يطبقها المحرك على الأسطوانة.
- 4) استنتج قدرة المحرك علماً أن سرعة الحمولة هي $v = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



شغل و قدرة قوّة

تمرين 1

شغل القوة \vec{F} يساوي الجداء السلمي لمتجهة القوة و متجهة الانتقال:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = Fd \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB})$$

في الحالة 2	في الحالة 1
$(\vec{F}, \overrightarrow{AB}) = 18^\circ$	$(\vec{F}, \overrightarrow{AB}) = 0$
$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = Fd \cos 18^\circ$	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = Fd \cos 0^\circ$
$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 2000 \times 300 \times 0,951$ ت.ع.	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 2000 \times 300 \times 1$ ت.ع.
$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 5,7 \cdot 10^5 J$	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 6 \cdot 10^5 J$

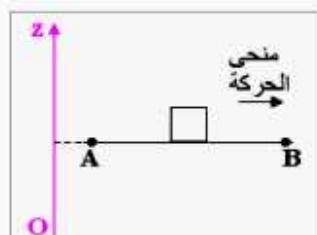
نلاحظ أن شغل القوة أكبر في الحالة 1 حيث تطبق القوة في اتجاه ومنحى الانتقال.

تمرين 2

شغل وزن جسم صلب في مجال الثقالة المنتظم لا يتعلّق بشكل المسار بل فقط بالموضعين البدئي A والنهائي B. باختيار محور (Oz) رأسي و موجه نحو الأعلى، تعبير شغل الوزن هو:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

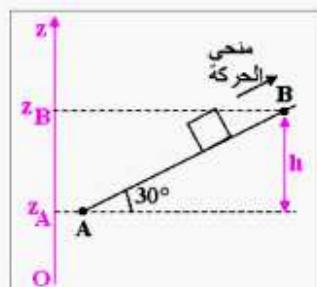
- حالة المسار الأفقي:



$$\begin{aligned} z_B &= z_A \\ z_A - z_B &= 0 \end{aligned} \quad \text{أي:}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 0 \quad \leftarrow$$

- حالة المسار المائل:



$$z_A - z_B = -h = -AB \cdot \sin \alpha$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -mg \cdot AB \cdot \sin \alpha \quad \leftarrow$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -10 \times 10 \times 1 \times \sin 30^\circ \quad \text{ت.ع.}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -50 J$$

في هذه الحالة للوزن شغل مقاوم.

- حالة المسار الدائري:

$$z_A - z_B = +h$$

$$h = OB - OH = r - r \cos \theta$$

$$W_{A \rightarrow B} (\vec{P}) = +mgr.(1 - \cos \theta) \leftarrow$$

$$W_{A \rightarrow B} (\vec{P}) = +10 \times 10 \times 1 \times (1 - \cos 60^\circ) \quad \text{ت.ع.}$$

$$W_{A \rightarrow B} (\vec{P}) = +50 J$$

في هذه الحالة للوزن شغل محرك.

تمرين 3

شغل وزن العمود في مجال الثقالة المنتظم لا يتعلق بشكل المسار بل فقط بالموضعين البدئي 1 والنهائي 2 لمراكز قصور العمود. باختيار محور (Oz) رأسياً ووجه نحو الأعلى، تعبير شغل وزن

$$\text{العمود هو: } W_{1 \rightarrow 2} (\vec{P}) = mg(z_1 - z_2)$$

$$\text{حيث: } z_1 - z_2 = -h'$$

بإهمال قطر العمود أمام ارتفاعه لدينا:

$$h' = \frac{h}{2} \quad (\text{تنطبق مع مركز التمايل})$$

$$\text{وبالتالي: } W_{1 \rightarrow 2} (\vec{P}) = -mg \frac{h}{2}$$

بإهمال مقاومة الهواء وباعتبار الرافعة تحرك العمود بسرعة ثابتة فإن حسب مبدأ القصور شدة القوة التي تطبقها الرافعة على العمود متساوية لوزنه.

والشغل المحرك الذي تتجه رافعه هو إذن:

$$W = +mg \frac{h}{2}$$

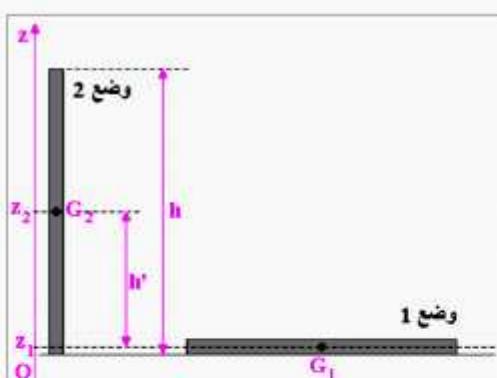
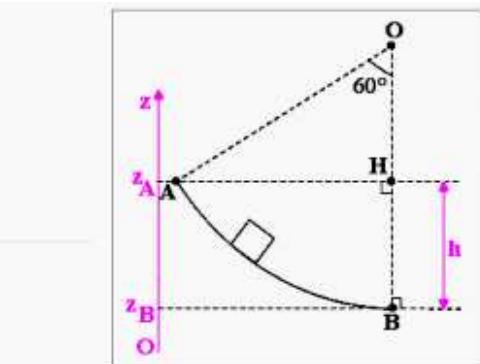
لتكن Δt مدة إنجاز هذا الشغل، قدرة الرافعة لإنجاز هذا الشغل هي:

$$\mathcal{P} = \frac{W}{\Delta t} \quad (\text{وبالتالي: })$$

$$\mathcal{P} = \frac{mgh}{2\Delta t}$$

$$\mathcal{P} = \frac{190 \times 10 \times 6}{2 \times 60} \quad \text{ت.ع.}$$

$$\mathcal{P} = 95 W \quad \leftarrow$$



تمرين 4

1. صبيب الماء اللازم نظرياً:

إذا لم تؤخذ بعين الاعتبار القدرة المبددة بفعل قوى الاحتكاك، فإن القدرة النافعة \mathcal{P} تساوي القدرة المستهلكة \mathcal{P}_a أي قدرة وزن الماء الذي يسقط ويدير العنفة (مردود نظري يساوي 100%):

$$\mathcal{P}_a = \frac{W(\vec{P})}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

حيث m كتلة الماء الذي يسقط خلال المدة Δt .

ثم باعتبار العلاقة بين الكتلة والكتلة الحجمية: $m = \rho V$ حيث V حجم الماء الذي يسقط خلال المدة Δt .

$$\mathcal{P}_a = \frac{\rho V gh}{\Delta t} \quad \text{نستنتج:}$$

$$\mathcal{D} = \frac{V}{\Delta t} \quad \text{وعلما أن صبيب الماء هو:}$$

$$\mathcal{D} = \frac{\mathcal{P}}{\rho gh} \quad \text{فإن وبالتالي:}$$

ت.ع. نحو الميغاواط إلى الواط: $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$

$$\mathcal{D} = 13,33 \text{ } m^3 \cdot s^{-1} \leftarrow \quad \mathcal{D} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{1000 \times 10 \times 900} \\ \mathcal{D} = 800 \text{ } m^3 \cdot \text{min}^{-1} \leftarrow \quad \mathcal{D} = 13,33 \times 60 \text{ } m^3 \cdot \text{min}^{-1} \quad \text{أي:}$$

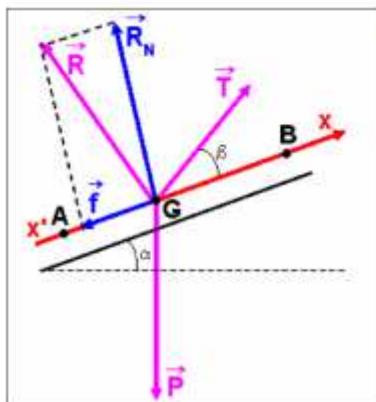
2. الصبيب الفعلى:

مردود تحويل القدرة هو: $\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_a} = \frac{80}{100}$ أي: $\mathcal{P}' = \frac{100}{80} \mathcal{P}$

$$\mathcal{D}' = \frac{100}{80} \times \mathcal{D} \quad \text{نستنتج:}$$

$$\mathcal{D}' = 1000 \text{ } m^3 \cdot \text{min}^{-1} \leftarrow \quad \mathcal{D}' = \frac{100}{80} \times 800 \quad \text{ت.ع.}$$

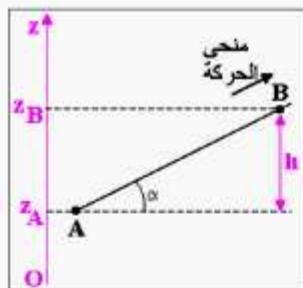
تمرين 5



1. جرد القوى المطبقة على المتزلج ولوازمه و تمثيل متجهاتها:
تخضع المجموعة (متزلج+لوازمه) لثلاث قوى وهي:
وزنه الممثل بالتجهزة \vec{P} .

-تأثير سطح التماس (السطح الجليدي) الممثل بالتجهزة \vec{R}_N والتي لها مركبتان: قوة الاحتكاك \vec{f} و المركبة المنظمية \vec{R}_N .
-قوة السحب التي يطبقها الجبل والممثلة بالتجهزة \vec{T} .

2. شغل كل من الوزن وقوة الاحتكاك:
-شغل الوزن من A إلى B هو:



$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

وباعتبار:

$$z_A - z_B = -h = -AB \cdot \sin \alpha$$

نستنتج:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -mg \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -80 \times 10 \times 1500 \times \sin 20^\circ$$

ت.ع.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -4,1 \cdot 10^5 J$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = f \cdot AB \cdot \cos \pi$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot AB$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -30 \times 1500$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -4,5 \cdot 10^4 J$$

ت.ع.

3. شغل قوة السحب:

في معلم أرضي حرکة G مركز قصور الجسم المدروس (المتزوج ولوازمه) مستقيمية ومنتظمة باعتبار المعلم الأرضي غاليليا فإن حسب مبدأ القصور مجموع القوى منعدم:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$

وبالإسقاط على المحور (x'x) نستنتج العلاقة:

$$-mg \sin \alpha - f + T \cos \beta = 0$$

$$T = \frac{mg \sin \alpha + f}{\cos \beta} \quad \text{ومنها نستنتج شدة قوة السحب:}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = T \cdot AB \cdot \cos \beta$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = (mg \sin \alpha + f) \cdot AB$$

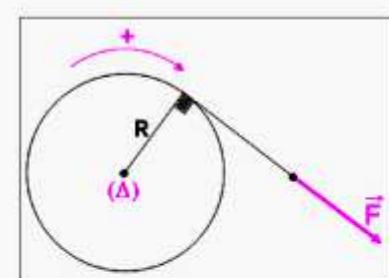
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = (80 \times 10 \times \sin 20 + 30) \times 1500$$

ت.ع.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = +4,5 \cdot 10^5 J$$

شغلها هو:

تمرين 6



- شغل القوة \vec{F} عند إنجاز الأسطوانة 20 دورة:
باعتبار الأسطوانة في دوران فإن تعبير شغل القوة المطبقة عليها هو:
حيث $M_{\Delta}(\vec{F})$ عزم القوة \vec{F} بالنسبة لمحور الدوران و $\Delta \theta$ زاوية الدوران.

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot R \quad \text{لدينا:}$$

و $\Delta \theta = 2\pi n$ مع n عدد الدورات

$$W(\vec{F}) = 2\pi n \cdot F \cdot R \quad \text{نستنتج:}$$

$$W(\vec{F}) = 2\pi \times 20 \times 100 \times 5 \cdot 10^{-2} \quad \text{ت.ع.:}$$

$$W(\vec{F}) = 628,3 \text{ J}$$

تمرين 7

$$\mathcal{P} = M_c \cdot \omega \quad \text{قدرة المحرك. هي:}$$

حيث M_c عزم المزدوجة المحركة و ω السرعة الزاوية لمرود المحرك.

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} \text{ (rad s}^{-1}\text{)} \quad \text{ليكن } N \text{ عدد الدورات في الدقيقة، لدينا العلاقة:}$$

$$\mathcal{P} = M_c \cdot \frac{2\pi N}{60} \quad \text{نستنتج:}$$

$$\mathcal{P} = 150 \times \frac{2 \times \pi \times 3600}{60} \quad \text{ت.ع.:}$$

$$\mathcal{P} = 5,6 \cdot 10^4 \text{ W}$$

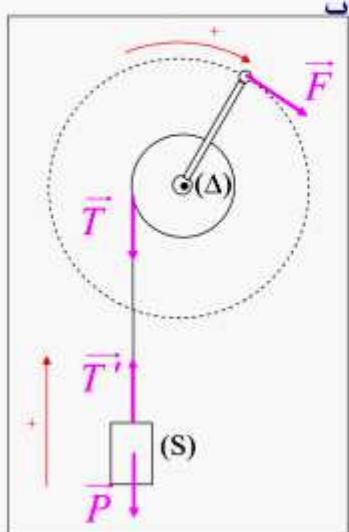
$$(\mathcal{P} = 56 \text{ kW} = 76 \text{ ch})$$

تمرين 8

1. شغل القوة \vec{F} عند إنجاز الملفاف 25 دورة:

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \Delta \theta$$

باعتبار منحى الدوران منحى موجبا لدينا: $M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot R$
و $\Delta \theta = 2\pi n$ مع n عدد الدورات



$$W(\vec{F}) = 2\pi n \cdot F \cdot R \quad \text{نستنتج:}$$

$$W(\vec{F}) = 2\pi \times 25 \times 200 \times 35 \cdot 10^{-2} \quad \text{ت.ع.:}$$

$$W(\vec{F}) = 1,1 \cdot 10^4 \text{ J}$$

2. الارتفاع الأقصى الذي تصله الحمولة (S):

- جرد القوى:

أنظر الشكل جانبه (لم يمثل وزن أسطوانة الملفاف وتأثير محور الدوران عليها لأن عزميهما منعدمان).
العلاقة بين القوى المطبقة على الأسطوانة:

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = -M_{\Delta}(\vec{T}) \quad \text{باعتبارها في دوران منتظم فإن:}$$

$$W(\vec{F}) = -W(\vec{T}) \quad \text{أي:}$$

- العلاقة بين القوى المطبقة على الحمولة (S):

باعتبارها في إزاحة مستقيمية منتظم فإن:

ثـم باعتبار كتلة العجل مهمـلة وحسب مبدأ التأثيرات البينية، لدينا:

$\vec{T}' = \vec{P}$ نـستنتج العلاقة التالية:

$$W(\vec{F}) = -W(\vec{P}) \quad \text{وبالتالي:}$$

$$W(\vec{P}) = -mgh \quad \text{وباعتبار أن شغل وزن الحمولة هو:}$$

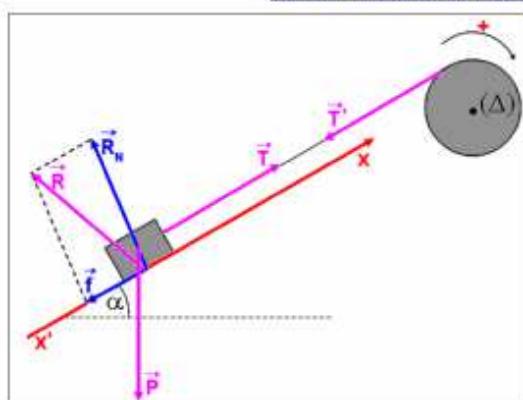
$$W(\vec{F}) = mgh \quad \text{نـخلص إلى العلاقة:}$$

$$h = \frac{W(\vec{F})}{mg} \quad \text{وـمنها نـستـنتج الارتفاع الذي تـصـعدـ بهـ الحـمـولـة:}$$

$$h = 7,3 \text{ m} \quad \leftarrow \quad h = \frac{1,1 \cdot 10^4}{150 \times 10} \quad \text{تـعـ.}$$

تمرين 9

1. جـردـ القـوىـ المـطـبـقـةـ عـلـىـ كـلـ مـنـ الـحـمـولـةـ وـالـأـسـطـوـانـةـ وـتـمـثـيلـ مـتجـهـاتـهاـ:



أنظر الشـكـلـ جـانـبـهـ (لمـ يـمـثـلـ وزـنـ الأـسـطـوـانـةـ وـتأـثـيرـ محـورـ الدـورـانـ عـلـيـهـ لأنـ عـزـمـيهـمـاـ مـنـدـعـمـانـ).ـ بـالـإـضـافـةـ لـهـذـهـ قـوـىـ تـخـضـعـ لـأـسـطـوـانـةـ لـلـمـزـدـوجـةـ الـمـرـكـبةـ المـطـبـقـةـ مـنـ طـرـفـ الـمـحـرـكـ.

2. شـدـةـ الـقـوـةـ الـيـطـبـقـهـ عـلـىـ الـعـجـلـ عـلـىـ الـحـمـولـةـ:

بـاعـتـارـ حـرـكـةـ مـرـكـزـ قـصـورـ الـحـمـولـةـ

مـسـتـقـيمـيـةـ مـنـظـمـةـ فـانـ حـسـبـ مـبـداـ القـصـورـ:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$

وـبـالـإـسـقـاطـ عـلـىـ الـمـحـورـ (x)ـ نـسـتـنـجـ الـعـلـاقـةـ:

$$-P \sin \alpha - f + T = 0$$

وـمـنـهـ نـسـتـنـجـ شـدـةـ الـقـوـةـ الـيـطـبـقـهـ عـلـىـ الـعـجـلـ عـلـىـ الـحـمـولـةـ:

$$T = 700 \text{ N} \quad \leftarrow \quad T = 1000 \times \sin 30 + 200 \quad \text{تـعـ.}$$

3. عـزـمـ الـمـزـدـوجـةـ الـمـرـكـبةـ الـيـطـبـقـهـ عـلـىـ الـأـسـطـوـانـةـ:

بـاعـتـارـ دـورـانـ الـأـسـطـوـانـةـ مـنـظـمـةـ فـانـ مـجـمـوعـ عـزـومـ الـقـوـىـ مـنـدـعـمـ: $M_c + M_{\Delta}(\vec{T}') = 0$

نـسـتـنـجـ عـزـمـ الـمـزـدـوجـةـ الـمـرـكـبةـ:

$$M_c = -M_{\Delta}(\vec{T}') \quad \text{ثم حـسـبـ مـبـداـ التـأـثـيرـاتـ الـبـيـنـيـةـ:}$$

$$T' = T \quad (كتـلةـ الـعـجـلـ مـهـمـلـةـ) \quad \text{وـبـالتـالـيـ:}$$

$$M_c = T \cdot R \quad \text{تـعـ.}$$

$$M_c = 140 \text{ N.m} \quad \leftarrow \quad M_c = 700 \times 20 \times 10^{-2} \quad \text{تـعـ.}$$

4. قـدـرـةـ الـمـحـرـكـ :

قدـرـةـ الـمـحـرـكـ هـيـ:

حيـثـ ωـ السـرـعـةـ الزـاوـيـةـ لـلـأـسـطـوـانـةـ وـالـقـوـىـ تـرـتـبـطـ بـالـسـرـعـةـ الخـطـيـةـ vـ لـلـحـمـولـةـ بـالـعـلـاقـةـ التـالـيـةـ:

$$\mathcal{P} = M_c \cdot \frac{v}{R} \quad \text{نـسـتـنـجـ:}$$

$$\mathcal{P} = 140 \times \frac{0,5}{20 \times 10^{-2}} \quad \text{تـعـ.}$$

$$\mathcal{P} = 350 \text{ W}$$