Université Internationale
de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Cours

Transferts thermiques

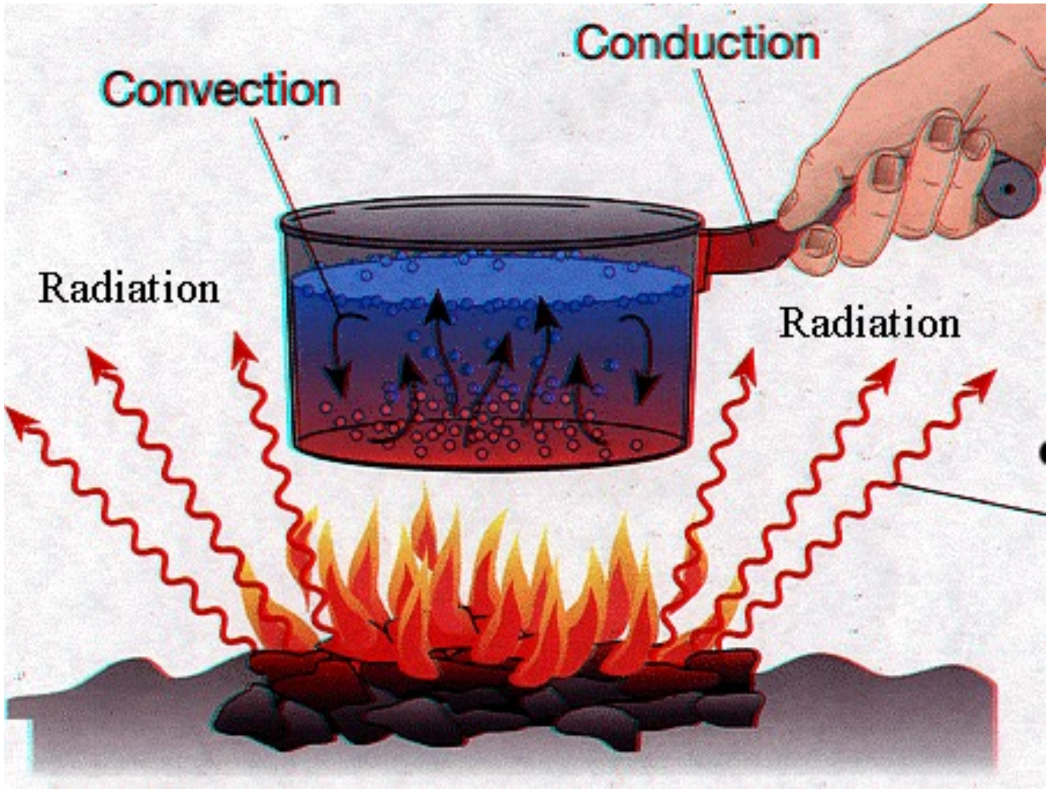
Chapitre 4: La convection thermique. Convection naturelle. Convection forcée. Loi de Newton

Filière Cycle Ing Tronc commun

Session S5

Les transferts de chaleur peuvent être provoqués par:

- Différence de température
- Chaleur migre vers les zones plus froides



CONDUCTION

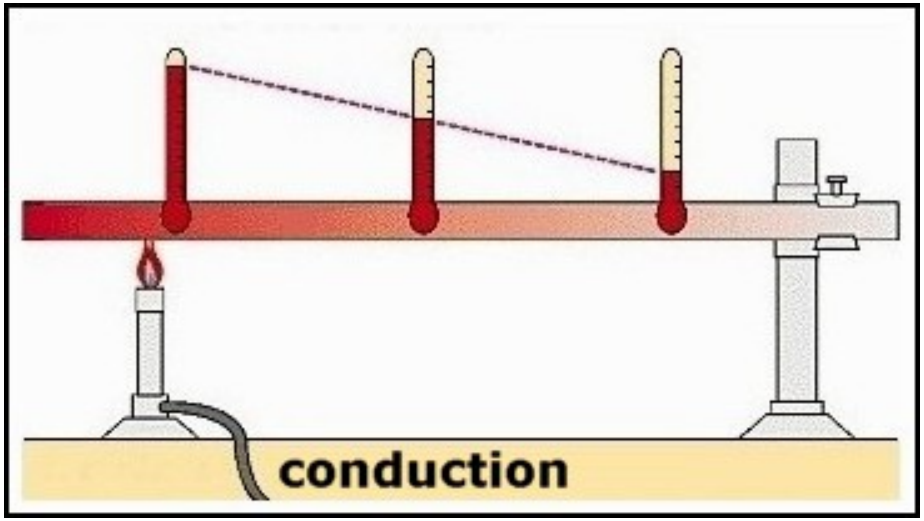
❑ Conduction:

La chaleur peut être conduite au travers:

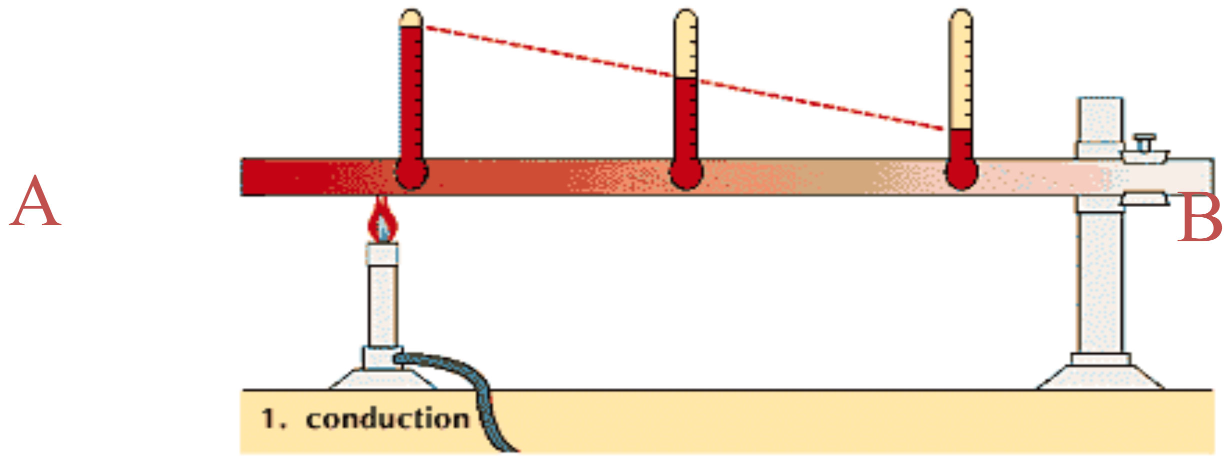
Solides, liquides, gaz

Comment?

Transfert de l'énergie de mouvement entre les molécules



Conduction Thermique



Dans cette barre métallique chauffée en son extrémité A, on observe un gradient longitudinal de température T(x): T(A) > T(B)

En 1822, le mathématicien français **Joseph Fourier** donna une définition mathématique précise de la conduction.

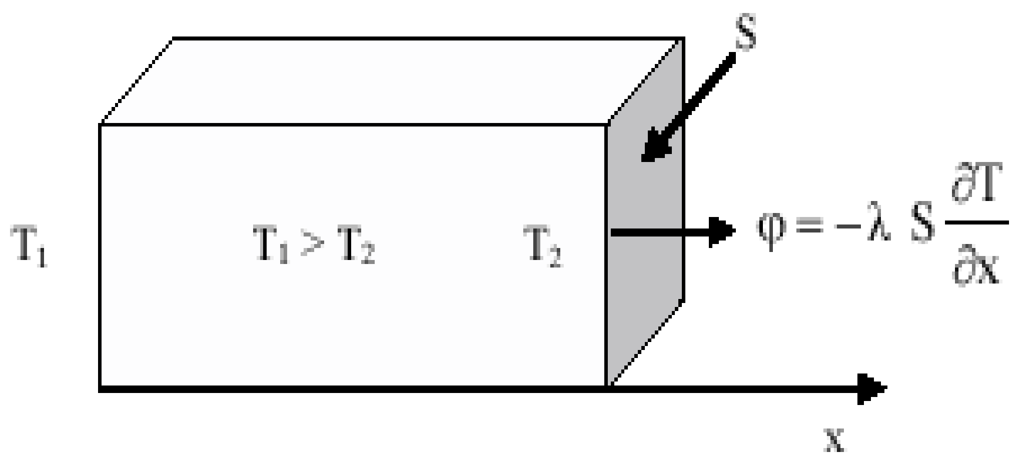
D'après la loi de Fourier, la vitesse à laquelle la chaleur est conduite dans un corps par unité de section est proportionnelle à l'opposé du gradient de la température du corps. Le facteur de proportionnalité est la conductivité thermique du matériau.

Loi de Fourier

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température.

Cette hypothèse s'écrit sous la forme vectorielle :

$$\vec{\varphi} = -\lambda\ \overrightarrow{grad}\ T$$



- Dans les gaz:

-Molécules les plus ‘chaudes’

Celles qui ont plus d’énergie et de mouvement

-Comment cette énergie est communiquée?

Molécules adjacentes à des niveaux d’E plus bas

- Type d’échange:

Existant dans les solides, liquides ou gaz où il existe un gradient de température

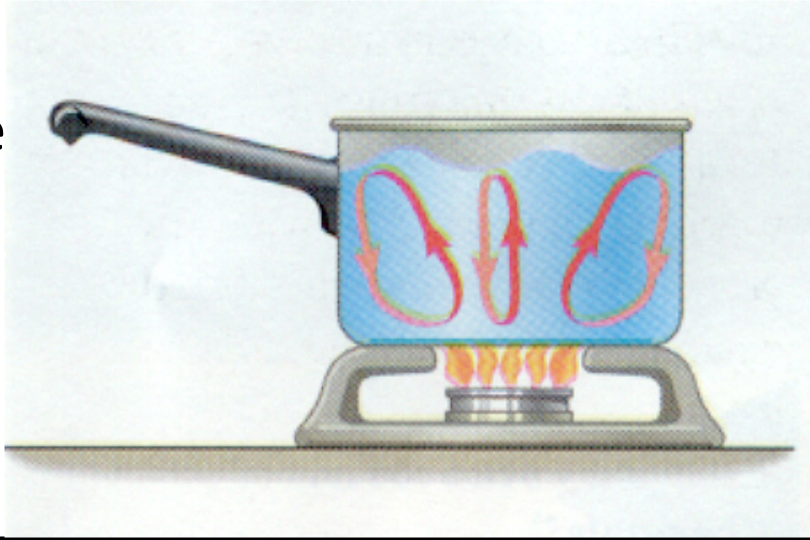
CONVECTION

- **Transfert de chaleur:**

  - En grande quantité
  - En mélangeant des éléments plus chaud
  - Avec des portions + froides d'un gaz ou liquide

- **Souvent relaté à:**

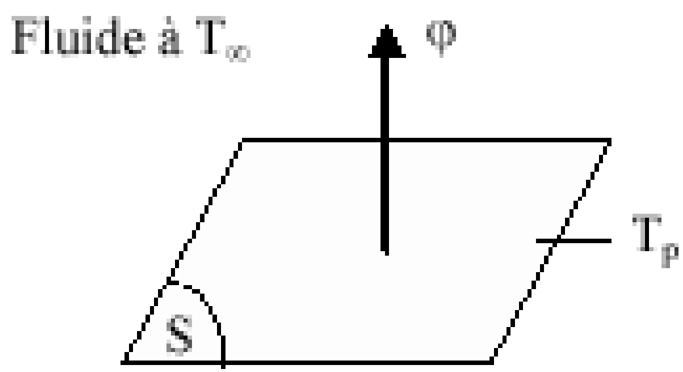
  - L'échange de chaleur entre une solide et un fluide



Loi de Newton

Le mécanisme de transfert par convection est régi par la loi de Newton

$$\varphi = h\left(T_p - T_\infty\right)$$



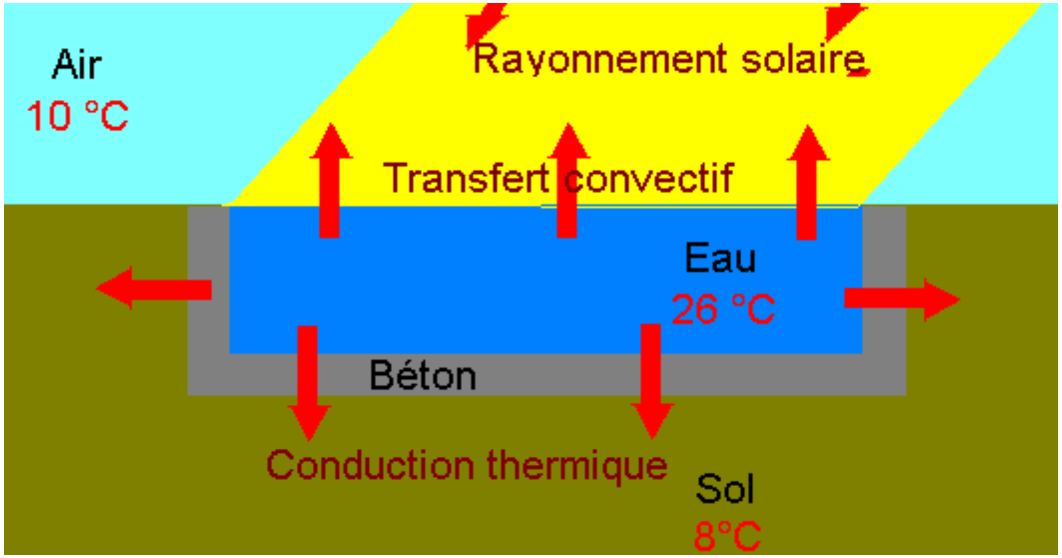
Deux type de convection

- **Convection forcée:**
  - Lorsqu'un fluide est forcé à passer par l'effet d'une pompe ou un ventilateur

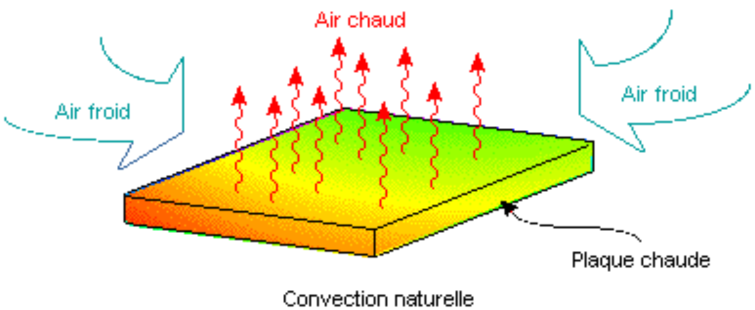
- **Convection naturelle:**
  - Où un fluide plus chaud ou plus froid adjacent à une surface solide cause une circulation en raison de la différence de densité résultant de la différence de température dans le fluide.

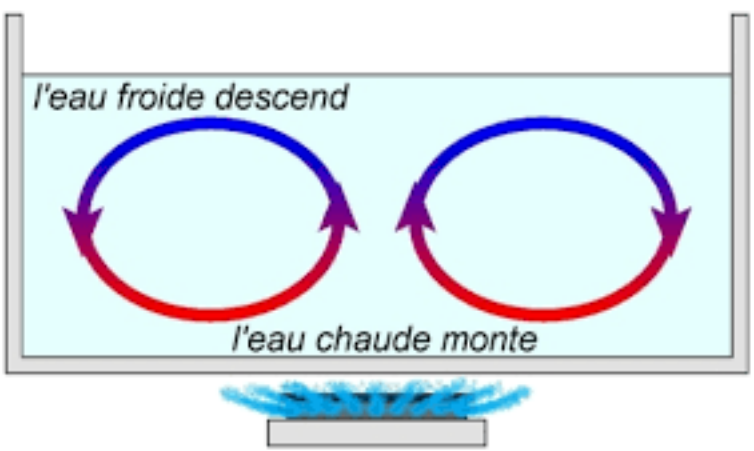
- **Exemple:**
  - Souffler sur une tasse de café pour la refroidir

Exemple : Apports Thermiques et Déperditions d'une Piscine



Ce mode d’échange de chaleur existe au sein des milieux fluides ou lorsque un fluide circule autour d’un solide.





Lorsque le transfert de chaleur s’accompagne d’un transfert de masse, il est appelé transfert par convection

L'étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre **un fluide** et une **paroi**

La quantité de chaleur échangée par unité de temps dépend de plusieurs paramètres

- la différence de température entre la paroi et le fluide ;
- la vitesse du fluide ;
- la capacité thermique massique du fluide ;
- la surface d'échange ;
- l'état de surface du solide ;
- sa dimension etc . . .

Selon le mécanisme qui génère le mouvement du fluide, on distingue :

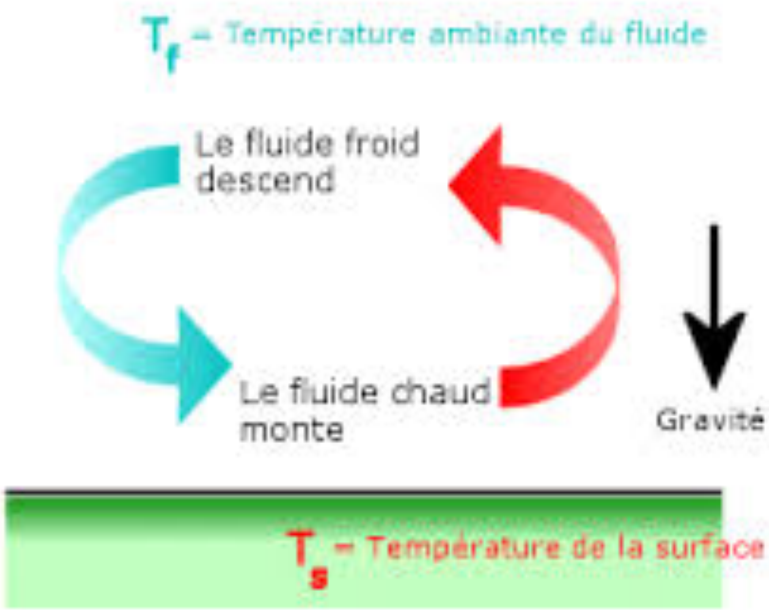
la convection naturelle

la convection forcée

La convection naturelle ou libre:

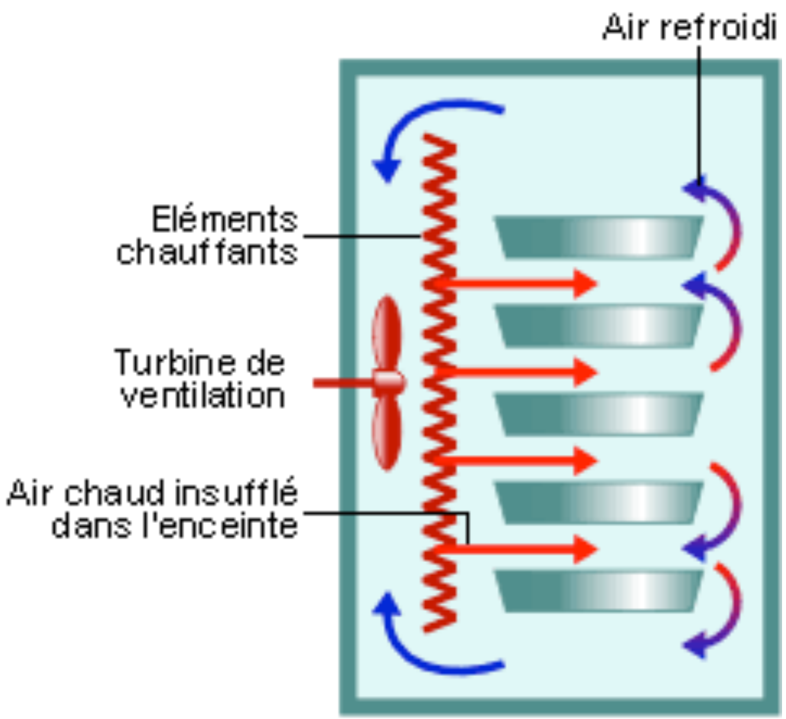
Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet:

- des différences de masses volumiques résultant des différences de températures sur les frontières ;



La convection forcée:

Le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (pompe, ventilateur...).



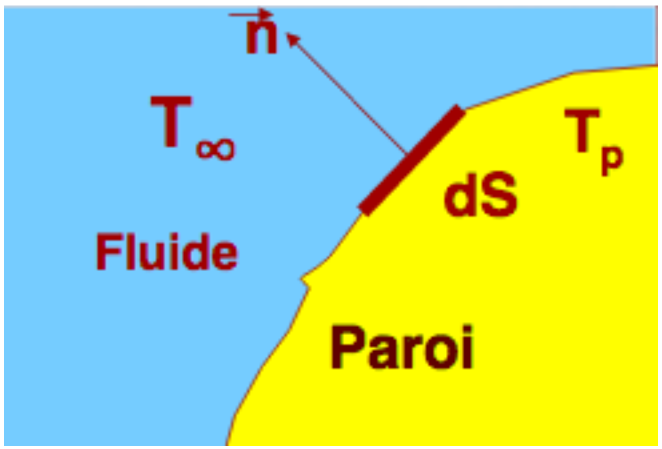
Compte tenu du lien entre le transfert de masse et le transfert de chaleur, il est nécessaire de considérer la nature du régime d'écoulement

- Ecoulement en régime laminaire
- Ecoulement en régime turbulent

La loi de Newton donne l'expression de la quantité de chaleur dQ échangée entre la surface d'un solide à la température T_s et le fluide à la température T_f

Newton 1643-1727

L'étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre un fluide et une paroi.



La quantité de chaleur δ Q qui traverse dS pendant l'intervalle de temps dt, peut s'écrire :

$$\delta Q = h\left(T_p - T_\infty\right) dS.dt$$

h est le **coefficient d'échange par convection**, il s'exprime en W/(m^2.K)

Quelque soit le type de convection (libre ou forcée) et quelque soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur transmis est donné par la relation dite **loi de Newton**:

$$\delta Q / dt = h\left(T_p - T_\infty\right) dS$$

Puissance transmise en Watt

Coefficient d'échange en $W/m^2.K$

Différence de température en K

Surface d'échange en m^2

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flux de chaleur consiste à déterminer h qui dépend de nombreux paramètres :

- caractéristiques du fluide,
- nature de l'écoulement,
- la température,
- la forme de la surface d'échange,…

Ordre de grandeur du coefficient h pour différentes configurations.

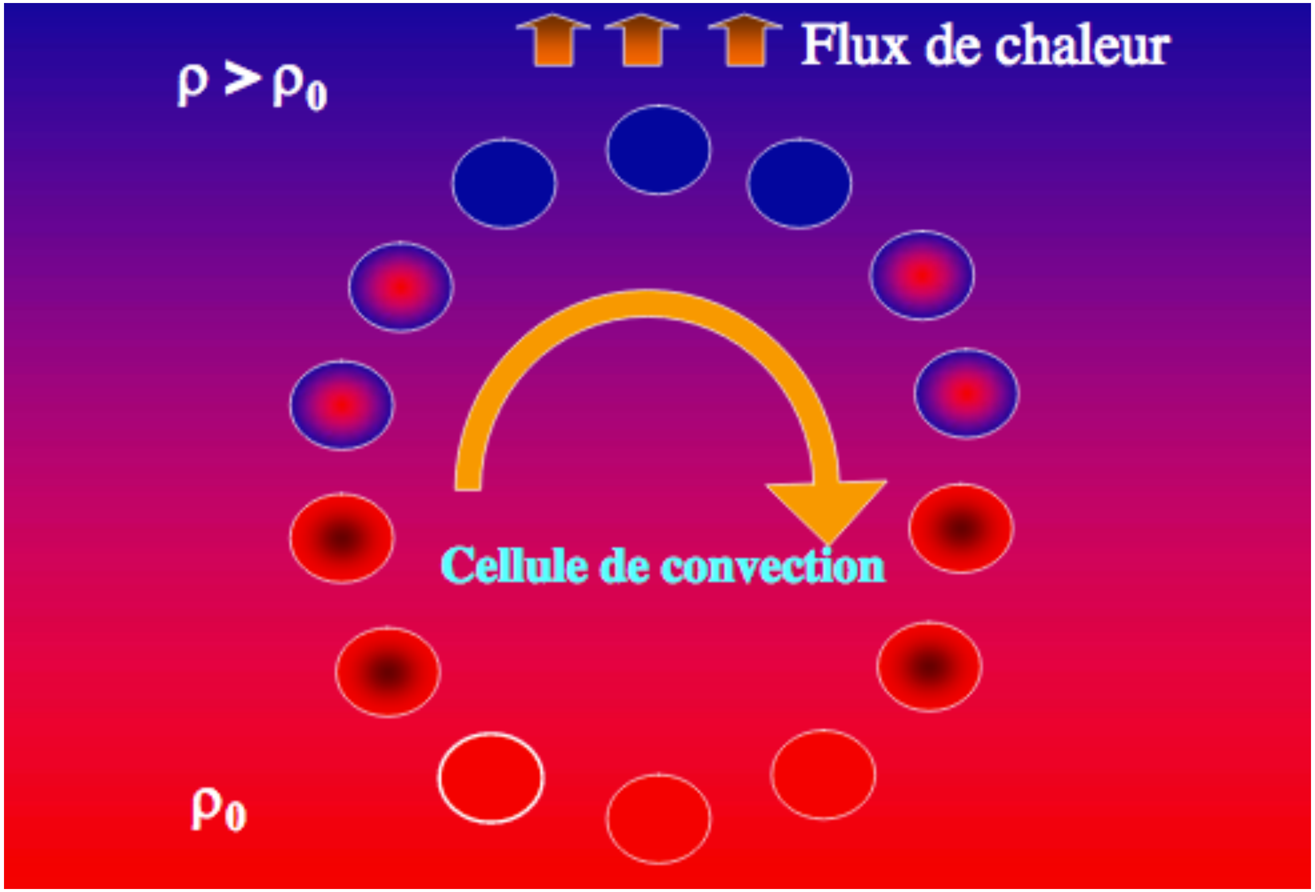
Configurations	$h(W.m^{-2}.K^{-1})$
Convection naturelle: • Plaque verticale de hauteur 0,3 m dans l'air • Cylindre horizontal de diamètre 5 cm dans l'air • Cylindre horizontal de diamètre 5 cm dans l'air	• 4.5 • 6.5 • 890
Convection forcée: • Courant d'air à 2m/s sur plaque carrée de 2m de coté • Courant d'air à 35m/s sur plaque carrée de 0.75m de coté • Eau à 0,5 kg/s dans un tube de diamètre 2,5 cm. • Courant d'air à 50m/s perpendiculaire/tube de 5 cm de diamètre	• 12 • 75 • 3500 • 189

Ordre de grandeur du coefficient h ($W.m^{-2}.K^{-1}$).

• Convection libre (air)	5	à	25
• Convection libre (eau)	100	à	900
• Convection forcée (air)	10	à	500
• Convection forcée (eau)	100	à	15000
• Convection forcée (eau)	50	à	2000

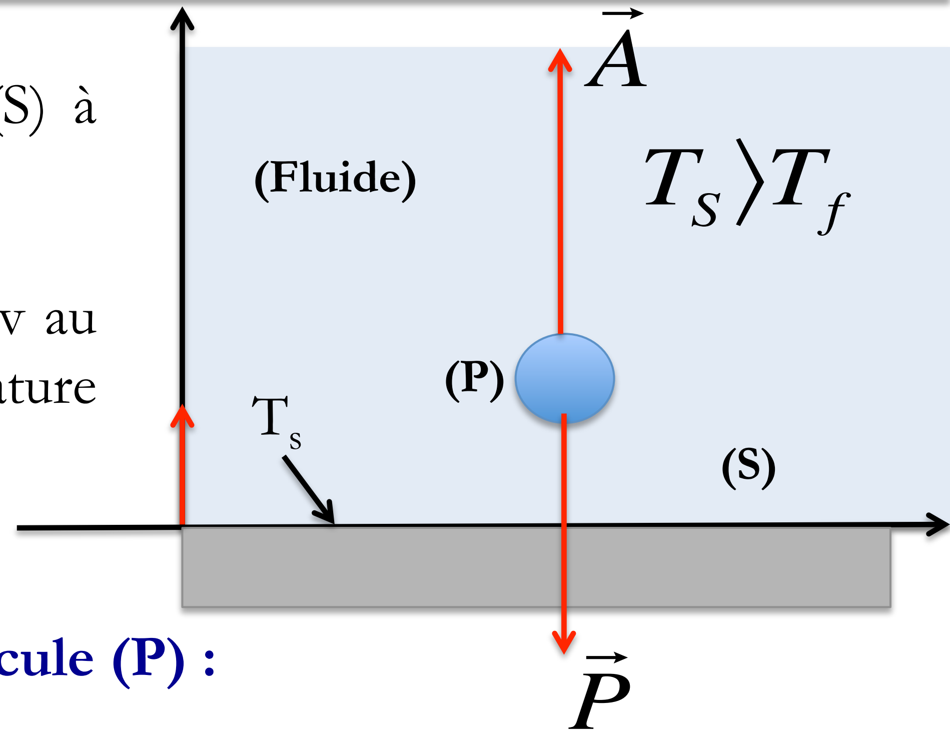
Convection naturelle

La particule chaude se met en mouvement et assure directement le transfert de la chaleur vers le milieu le plus froid : Le régime devient convectif



Considérons une surface horizontale (S) à T_s au contact d'un fluide immobile à T_f

Une particule (P) du fluide de volume v au contact de la surface (S) à une température voisine de T_s



Bilan des forces agissant sur la particule (P) :

La Poussée d'Archimède: $$\vec{A} = \rho\left(T_f\right).V.g.\vec{k}$$

La Poussée exercée sur un objet est égale au poids du fluide déplacé.

Le poids: $$\vec{P} = m\vec{g} = -\rho\left(T_s\right).V.g.\vec{k}$$

Comme $T_S > T_f$, on a bien entendu: $\rho(T_f) \succ \rho(T_s)$ ⟹ $\|\vec{A}\| \succ \|\vec{P}\|$

L'équation du mouvement de la particule **au voisinage immédiat de S** s'écrit, selon le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \qquad \left[\rho(T_f) - \rho(T_s)\right].g.V = \rho(T_s).V.\frac{d^2z}{dt^2}$$

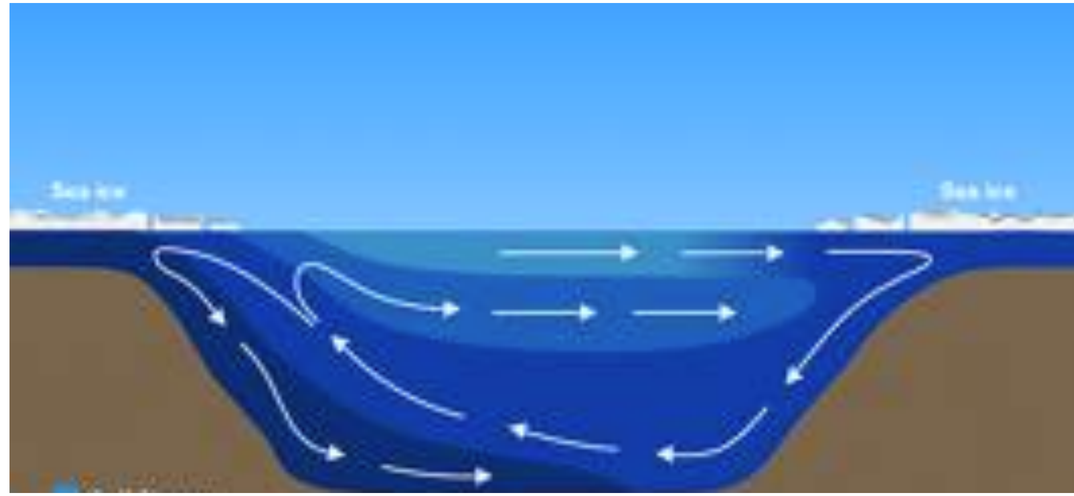
d'où $$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\rho(T_f) - \rho(T_s)}{\rho(T_s)}.g$$

L'équilibre mécanique impose que les parties les plus denses soient situées en dessous des moins denses. Les mouvements dans le fluide seront alors favorisés :

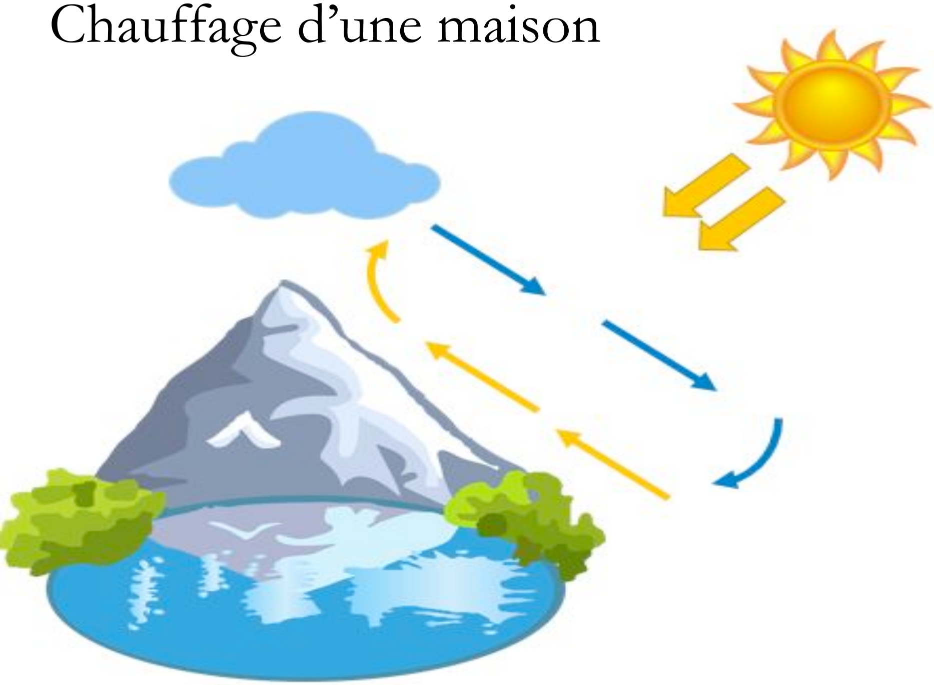
c'est le phénomène de convection naturelle.

Les applications de la convection naturelle sont nombreuses :

Chauffage d’une maison



Formation des courants océaniques



Formation des vents dans l’atmosphère

Etude du phénomène de convection

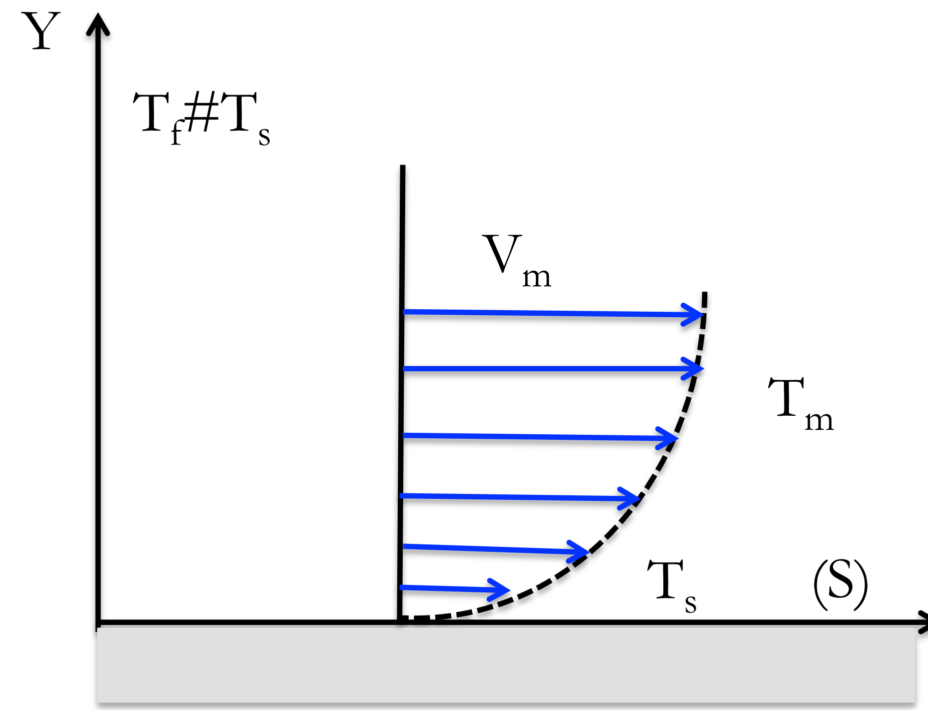
Pour étudier la convection, nous allons traiter les points suivants :

- Couches limites
- Nature du coefficient de convection h_c
- Détermination de h_c: Analyse dimensionnelle
- Méthodes pratiques de calcul de h_c
- Cas particuliers importants

Couches limites

L'étude des écoulements au voisinage des parois est nécessaire pour la détermination des échanges thermiques par convection entre un solide et le fluide qui l'entoure.

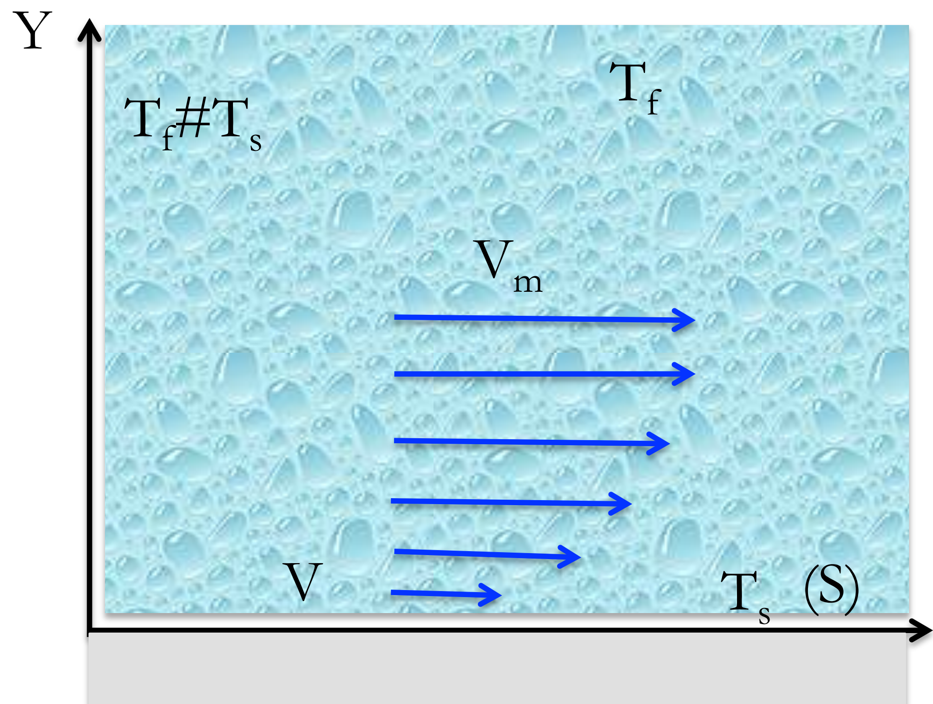
Considérons un fluide qui s'écoule le long d'une surface S.



Loin de la surface, le fluide a une vitesse moyenne V_m et une température moyenne T_m

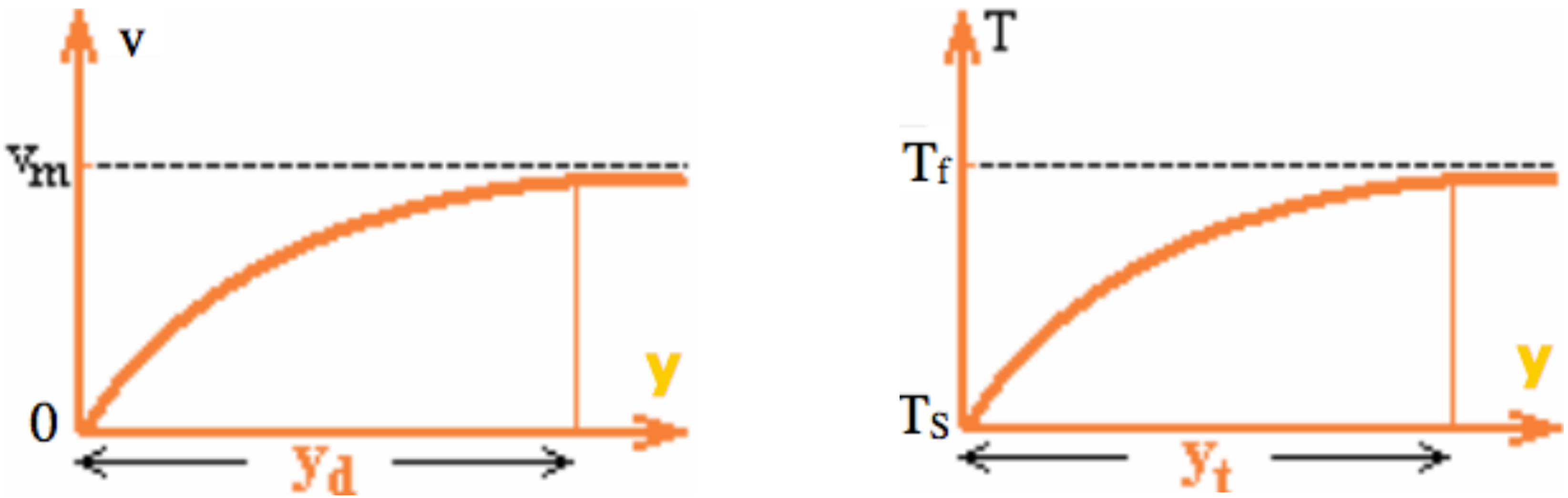
Couches limites

Au voisinage immédiat de la surface, la température du fluide est très voisine de celle de la surface. La vitesse du fluide est quasiment nulle.



Couches limites

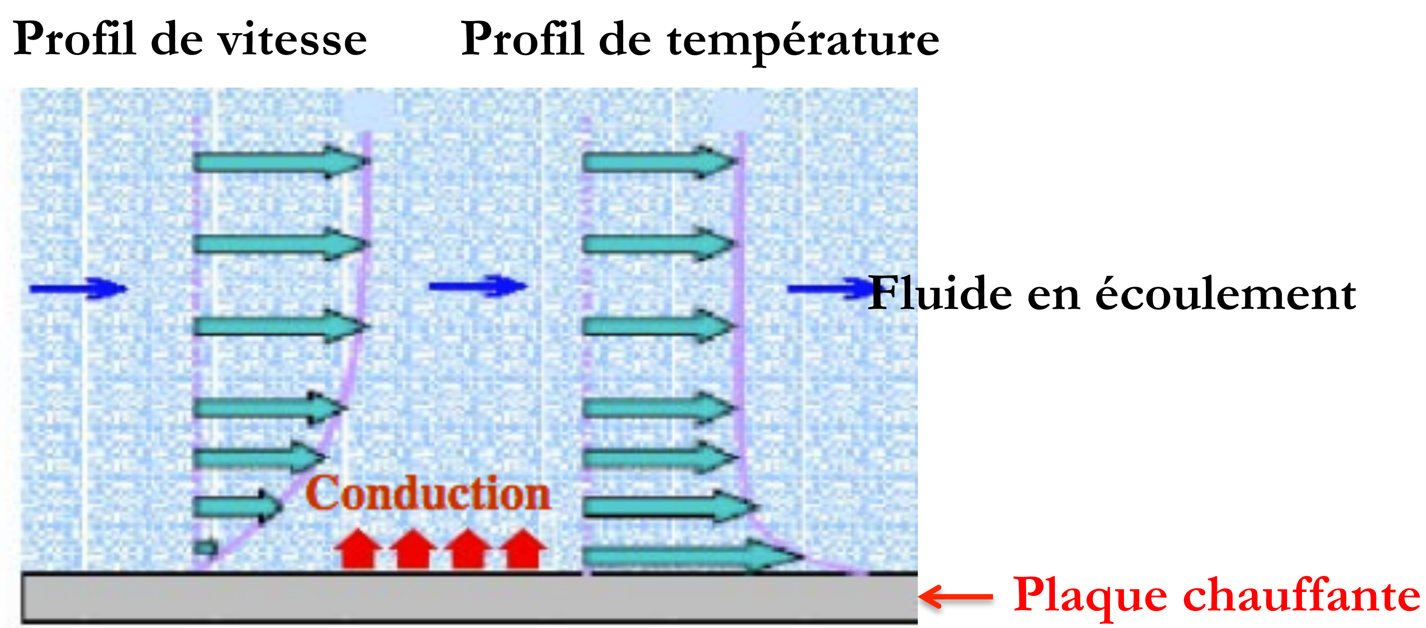
Les diagrammes des vitesses et des températures, dans la direction y perpendiculaire à la surface, définissent une couche de fluide appelée 'couche limite’ dont la température et la vitesse ont l’allure des courbes suivantes



On définit ainsi deux couches limites $\mathbf{y_d}$ et $\mathbf{y_t}$ de quelques mm d’épaisseur.

Couches limites

Au voisinage de la surface, se développent les couches limites hydrodynamiques et thermiques dans lesquelles on observe les variations de vitesse et de température



Le transfert-chaleur de la plaque vers le fluide résulte de 2 mécanismes:

- **Au voisinage immédiat** de la surface, le transfert se fait par **conduction;**
- **Loin** de la surface le transfert résulte aussi du **déplacement du fluide**

Couches limites

Dans la couche limite, si on admet que le transfert chaleur se fait essentiellement par conduction donc sans transfert de matière dans la direction y, on peut écrire :

La quantité de chaleur à travers la surface (S) :

$$\delta Q = -\lambda_S \frac{\partial T_S}{\partial y} .dA.dt \qquad \text{Eq1}$$

La quantité de chaleur à travers la couche limite :

$$\delta Q = -\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial y} .dA.dt \qquad \text{Eq2}$$

T_s est la température de la surface du solide et

T_f est la température moyenne du fluide assez loin de la paroi

Couches limites

$$T_f = T_f(y) \qquad \text{et} \qquad T_S = T_S(y)$$

Tf et Ts ne sont généralement pas connues pour pouvoir déduire δQ à partir des égalités Eq1 et Eq2

La loi de Newton permet de contourner cette difficulté en utilisant seulement la différence de températures $(T_s - T_f)$

$$\delta Q = h_c (T_s - T_f).dA.dt$$

Nature du coefficient de convection h_c

Le coefficient $\mathbf{h_c}$ dépend de plusieurs paramètres et l'échange de chaleur est d'autant plus actif, (**h** plus grand) lorsque:

- la vitesse v d'écoulement du fluide est plus grande;
- Sa masse volumique $\boldsymbol{\rho}$ est plus grande
- Sa chaleur spécifique c_p est plus grande
- Sa conductivite thermique $\boldsymbol{\lambda}$ (ou sa diffusivité thermique $\boldsymbol{\alpha}$) est plus forte;
- Sa viscosité cinématique $\boldsymbol{\nu = \mu/\rho}$ est plus faible.

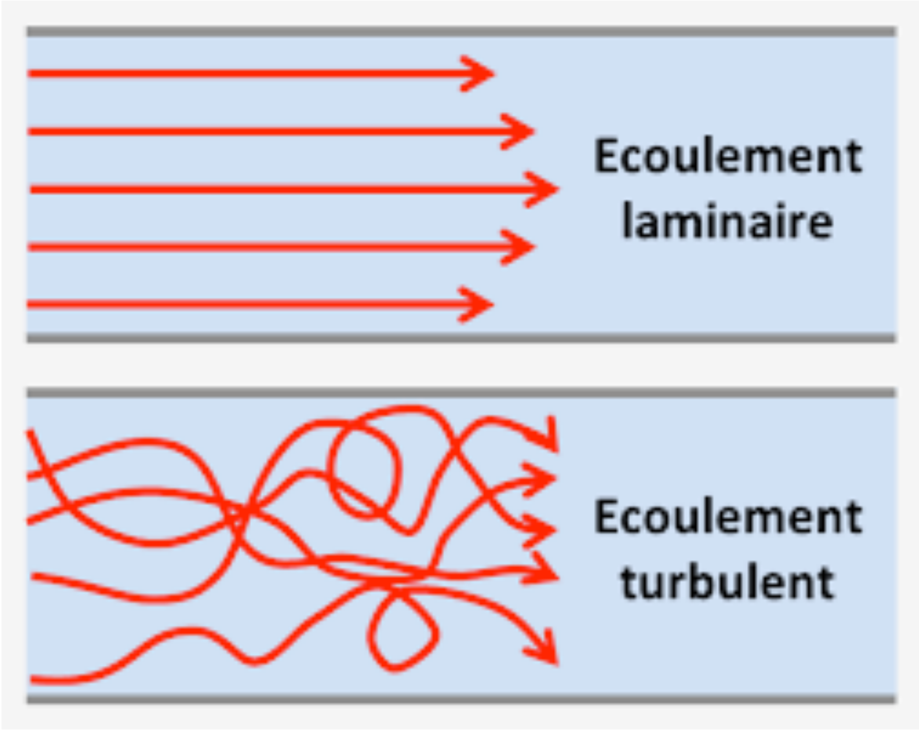
h_c peut dépendre également des dimensions de la paroi, de sa nature et de sa forme.

Détermination du coefficient d'échange h_c

En première approximation, on peut écrire:

$$h_c = h_c\left(c_p, \lambda, \mu, D, \rho, V\right)$$

La nature de l'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent) a beaucoup d'importance sur le transfert de chaleur.



L'écoulement turbulent est beaucoup plus favorable aux échanges convectifs car le transfert chaleur par transfert de masse se superpose au transfert de chaleur par conduction.

Le grand nombre de facteurs influant sur le transfert de chaleur par convection explique la difficulté de **toute étude théorique, voire expérimentale**, surtout si les coefficients qui caractérisent la matière varient avec la pression et la température

La grande variabilité des valeurs du coefficient de convection obtenues à partir des formules empiriques rendent leurs utilisation difficile voire impossible, sauf dans des domaines très limités et bien déterminés

Convection libre	5 - 25
Convection forcée(gaz)	25-250
Convection forcée(liquide)	50-20000

La méthode utilisant l'analyse dimensionnelle semble être la plus aisée dans sa mise en œuvre pour la détermination de l'expression du coefficient de convection h_c .

Elle ne permet pas cependant d'établir les lois, mais de prévoir leur allure.

Détermination de h_c par la méthode de l'analyse dimensionnelle

Supposons que h_c soit une fonction des variables :

C: chaleur spécifique	**($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)**
λ : conductivité thermique	**($W.m^{-1}.K^{-1}$)**
μ: viscosité dynamique	**($Kg.m^{-1}.s^{-1}$)**
v: vitesse	**($m.s^{-1}$)**
d: dimension caractéristique	**(m)**
$\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$ Viscosité cinématique	**($m^2.s^{-1}$)**

$$h_c = h_c\left(c, \lambda, \mu, v, d\right)$$

h_c est aussi fonction implicite de la température T puisque ρ , c et λ en dépendent

Ces variables n'interviennent pas toutes en même temps

Détermination de h_c par la méthode de l'analyse dimensionnelle

Utilisons les équations aux dimensions de chaque terme

$$[\delta Q] = [\acute{e}nergie] = [force].[d\acute{e}placement] = M.L^2.T^{-2}$$

$$[conductivit\acute{e}\ thermique\ \lambda] = \frac{[\delta Q]}{L.T.\theta} = M.L.T^{-3}\theta^{-1}$$

$$[vitesse\ v] = \frac{L}{T}$$

$$[chaleur\ sp\acute{e}cifique\ c] = \frac{[\delta Q]}{M.\theta} = L^2.T^{-2}.\theta^{-1}$$

$$[viscosit\acute{e}\ dynamique\ \mu] = \frac{M}{L.T}$$

L'équation aux dimensions de h_c est obtenue à partir de la loi de Newton :

$$[h_c] = \frac{[\delta Q]}{[(T_s - T_f)].[dA].[dt]} = M.T^{-3}\theta^{-1}$$

Détermination de h_c par la méthode de l'analyse dimensionnelle

En écrivant $[h_c]$ sous la forme :

$$[h_c]=[c]^a.[\lambda]^b.[\mu]^c.[d]^d.[v]^e = M.T^{-3}\theta^{-1}$$

Ou encore:

$$[h_c]=\left[L^2.T^{-2}.\theta^{-1}\right]^a.\left[M.L.T^{-3}\theta^{-1}\right]^b.\left[M.L^{-1}.T^{-1}\right]^c.\left[L\right]^d.\left[L.T^{-1}\right]^e = M.T^{-3}\theta^{-1}$$

Les grandeurs fondamentales intervenant dans le calcul de h_c sont :

la masse **M**, le temps **T**, la longueur **L**, la température $\boldsymbol{\theta}$

L'identification des exposants dans l'équation aux dimensions de h_c fournit un système linéaire d'équations permettant de calculer **a**, **b**, **c**, **d** et **e**.

$$\left(L^2.T^{-2}.\theta^{-1}\right)^a.\left(M.L.T^{-3}\theta^{-1}\right)^b.\left(M.L^{-1}.T^{-1}\right)^c.\left(L\right)^d.\left(L.T^{-1}\right)^e = M.T^{-3}\theta^{-1}$$

Ainsi

l'exposant de **M** $\longrightarrow$ $b+c=1$

l'exposant de θ $\longrightarrow$ $a+b=1$

l'exposant de **L** $\longrightarrow$ $2a+b-c+d+e=0$

l'exposant de **T** $\longrightarrow$ $2a+3b+c+e=3$

La résolution des équations aux dimensions fait apparaitre des nombres sans dimension très utiles dans l'étude de la mécanique des fluides et en particulier les phénomènes convectifs. Ces nombres sont en particulier :

1. Le nombre de **Reynolds**
2. Le nombre de **Nusselt**
3. Le nombre de **Eckert**
4. Le nombre de **Grashof**
5. Le nombre de **Prandtl**

Le nombre de Reynolds

Le régime d'écoulement d'un fluide peut être laminaire ou turbulent. Le passage d'un régime à un autre est caractérisé par le nombre de **Reynolds** :

$$\mathrm{Re} = \frac{V.d}{\upsilon}$$

L'expérience montre que pour Re inférieur à une valeur critique R_{ec}, l'écoulement dans une conduite est toujours laminaire

On peut admettre la **valeur 2200 pour R_{ec}.**

Le nombre de Nusselt

Il caractérise l'importance de **la convection par rapport à la conduction** :

C'est le rapport de la quantité de chaleur échangée **par convection h.S.ΔT** à une quantité de chaleur échangée par **conduction λ .S.ΔT/d** :

$$Nu = \frac{h.S.\Delta T}{\lambda.S.\frac{\Delta T}{d}} \longrightarrow Nu = \frac{h.d}{\lambda}$$

Remarque:

Nu est fonction directe de hc, sa connaissance permet de déterminer la valeur de hc.

Le nombre d'Eckert

Caractérise la dissipation d'énergie par frottement au sein du fluide(dégradation de l'énergie mécanique en chaleur)

$$\frac{\nu^2}{c_p \Delta T}$$

Le nombre de Grashof

Caractérise la force de viscosité du fluide.

β_p: facteur de dilatation volumique du fluide

$$Gr = \frac{g.d^3.\beta_p \Delta T}{\nu^2}$$

Le nombre de Prandtl

Caractérise la distribution des vitesses par rapport à la distribution de la température.

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Il compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide.

Un Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

Méthode pratique de calcul de h_c

Avant de procéder au calcul de h_c, il faut bien savoir:

- si le fluide est liquide ou gaz
- l'intervalle de température du fluide
- s'il s'agit d'une convection **naturelle** ou **forcée**
- si le régime d'écoulement est **laminaire** ou **turbulent**
- si le fluide est en contact avec une surface **p**lane, circule entre **deux surfaces planes** ou circule dans **un tube**…..

Les différentes phases de calcul

- Calculer R_e et le comparer à R_{ec}
  - Si $R_e < R_{ec}$ le régime est dit **laminaire**
  - Si $R_e > R_{ec}$ le régime est dit **turbulent**

- Utiliser l'une des formules empiriques données pour déterminer hc;

- Calculer δ Q par la formule de Newton et intégrer pour avoir Q.

Les formules utilisées pour le calcul de hc

Cas d'un écoulement tubulaire

Nombre de Reynolds critique : Rec= 2200

Généralement les écoulements sont forcés et le régime est turbulent et:

$$Nu = 0.023 . \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} . \mathrm{Re}^{\frac{4}{3}}$$

Formule connue sous le nom **'formule de 'Colburn'**

Avec

$$\mathrm{Re} = \frac{V.d}{\upsilon} = \frac{\rho V d}{\mu}$$

d est le diamètre du tube

Les formules utilisées pour le calcul de hc

Cas d'un écoulement plan

Nombre de Reynolds critique : Rec= 3.10^5

Convection naturelle

- écoulement **laminaire**, $R_e < R_{ec}$ $$Nu = 0.479.Gr^{\frac{1}{4}}$$
- écoulement **turbulent,** $R_e > R_{ec}$ $$Nu = 0.13.(Gr.\mathrm{Pr})^{\frac{1}{3}}$$

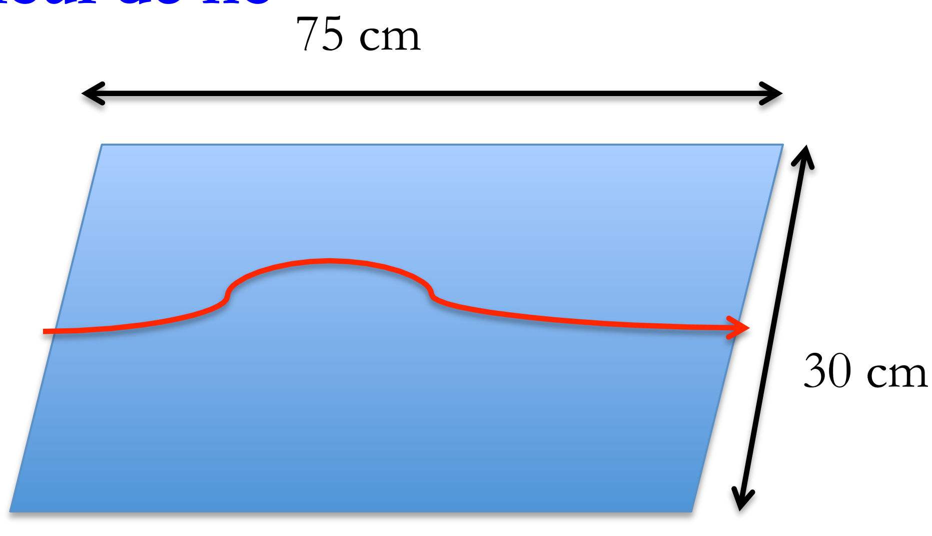
Convection forcée

- écoulement **laminaire**, $R_e < R_{ec}$ $$Nu = 0.66.\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}.\mathrm{Re}^{\frac{1}{2}}$$
- écoulement **turbulent,** $R_e > R_{ec}$ $$Nu = 0.036.\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}.\mathrm{Re}^{\frac{4}{5}}$$

Les formules utilisées pour le calcul de hc

Exemple de calcul

De l'air à 5°C circule sur une surface plane de 75 cm de long et 30 cm de large à la température 71°C, avec une vitesse moyenne de 26,8 m/s.



Calculer le flux de chaleur échangé entre l'air et la surface.

Données

- Température de l'air : Tair= 5 °C
- Masse volumique de l'air : $\rho = 1{,}136$ kg/m^3
- Chaleur spécifique isobare de l'air : c_p= 1 J.g-1.K-1
- Viscosité dynamique de l'air : $\mu = 1{,}91\ 10^{-5}$ Poiseuille (kg.m^{-1}.s^{-1})
- Conductivité de l'air : $\lambda = 0{,}027$ W.m^{-1}.K^{-1}

Les formules utilisées pour le calcul de hc

Exemple de calcul

Calcul du nombre de Reynolds $Re = \frac{V.L}{\nu} = \frac{V.L\rho}{\mu} = \frac{26,8 \times 0,75 \times 1.136}{1,91 \times 10^{-5}} = 1,2.10^{6}$

$Re > 3.10^{5}$ → le régime d'écoulement est **turbulent**

V = 26,8 m/s = 96,5 km/h → la **convection est forcée**

Nombre de Nusselt

$$Nu = 0.036.\Pr^{\frac{1}{3}}.\mathrm{Re}^{\frac{4}{5}}$$

Calcul du nombre de Prandtl $\Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{1,91.10^{5}.10^{3}}{0.027} = 0.711$

Les formules utilisées pour le calcul de hc

Exemple de calcul

Nombre de Nusselt $$Nu = 0.036.(0.711)^{\frac{1}{3}}.(1,2.10^{6})^{\frac{4}{5}} = 2346$$

$$h_c = \frac{\lambda.Nu}{L} = \frac{0,027.2346}{0.75} = 84,5W.m^{-2}.K^{-1}$$

$$\Phi = h_c(T_s - T_{air}).S = 84,5.(71-5).0,75.0,3 = 1255W$$