ANALYSE 2

CPI1

EXAMEN FINAL – Durée 2h

NON AUTORISES: Calculatrices, Documents, Téléphone et Echanges (stylo, blanco...) LISEZ BIEN l'énoncé de chaque question et JUSTIFIEZ vos réponses.

0,5 points	•	Laissez une MARGE de 2 cm à GAUCHE
	•	Inscrivez votre GROUPE
0,5 points	•	Soignez l'écriture
	•	NUMEROTEZ vos feuilles doubles

Exercice 1: 4,5 points

Déterminer un équivalent le plus simple possible puis calculer les limites en 0 de :

a)
$$\sin(x^5) \cdot \ln(x)$$

b)
$$\left[\ln\left(1+e^{-\frac{1}{x}}\right)\right]^x$$

c)
$$e^x - \cos(x)$$

Exercice 2: 4,5 points

Etudier la dérivabilité et calculer la dérivée des fonctions suivantes :

a)
$$f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

a)
$$f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$
 b) $g(x) = \begin{cases} x. \ln(x), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ c) $h(x) = \arccos\left(x^{\frac{1}{3}}\right)$

c)
$$h(x) = \arccos\left(x^{\frac{1}{3}}\right)$$

Exercice 3: 4,5 points

Calculer les développements limités suivants :

a)
$$DL_3(\cos(x) \cdot \exp(x), 0)$$

b)
$$DL_4\left(\sqrt{\cos(x)},0\right)$$

c)
$$DL_2\left(\frac{\ln(1+x)-x}{ch(x)-1},0\right)$$

Exercice 4: 5,5 points

Soit (u_n) une suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ avec $f(x) = 1 + \sqrt{x}$

- a) Montrer que f est croissante sur son domaine de définition.
- b) Montrer que $f([1,3]) \subset [1,3]$.
- c) Montrer que (u_n) converge et calculer sa limite.
- d) Tracer un graphique montrant la convergence de la suite récurrente (u_n) .