

Endommagement et rupture des matériaux

Pr Abdellah HADDOUT

1

Plan du cours

Introduction

- I- Modes d'endommagement et de rupture macroscopiques
- II -Prévision de la rupture immédiate sous chargement monotone:
Traction , flexion, compression, choc
- III- Etude comportement à faible chargement : comportement viscoélastique linéaire
- IV- Analyse des différentes familles de comportements
- Description des fissures : mécanique de la rupture
- V-Prévision de la rupture différée : fatigue, fluage, corrosion

Introduction

3



Endommagement et rupture des matériaux

Concevoir une pièce de structure
optimisation des performances en service
sûreté d'utilisation
→ prévenir le risque de défaillance brutale
maximiser la durée de vie en service

Analyser les sollicitations mécaniques
modes de chargement
présence de défauts géométriques
prévoir la propagation de défauts existants (inspections périodiques)

Modes de chargement d'une structure

Chargement monotone
charge imposée, déplacement imposé
modes de défaillance : chargement limite, rupture

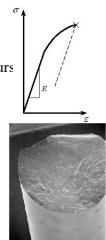
Chargement cyclique (fatigue)
charge ou déplacement imposé
paramètres de chargement : amplitude, rapport de charge
durée de vie : nombre de cycles à rupture

Chargement constant (flUAGE, corrosion sous contrainte)
phénomènes dépendant du temps : flUAGE, diffusion, corrosion
« hautes températures » : > 0.5 fois la T de fusion
durée de vie : temps à rupture

Modes de rupture

Modes de rupture macroscopiques
comportement global de la structure, « mode de ruine »
exemples : fragile, quasi-fragile, ductile... : « signes précurseurs »

Modes de rupture microscopiques
mécanismes de rupture à l'échelle de la microstructure
interprétation physique des observations microscopiques
surfaces de rupture
coupes transverses : évaluation de l'endommagement
exemples : fragile (clivage, intergranulaire), ductile, à stries...



Modes de ruptures macroscopiques

Rupture élastique-fragile

faible déformation à rupture, pas de signe précurseur
exemples : céramiques massives, verres, certains bétons en traction...

Rupture quasi-fragile

comportement non linéaire dû à un endommagement dissipatif
exemples : composites, bétons en compression voire en traction

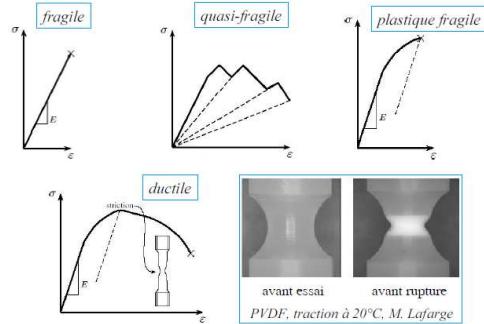
Rupture plastique fragile

plasticité présente mais faible déformation à rupture
exemples : métaux cubiques centrés à basse température (Titanic)

Rupture ductile

forte déformation à rupture, au moins locale (réduction d'aire)
exemples : métaux cubiques à faces centrées

Modes de rupture macroscopiques

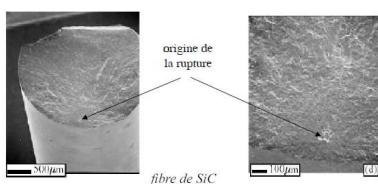


10

Mécanismes de rupture microscopiques

Rupture « fragile »

modes de rupture macro : fragile, plastique fragile
surface de rupture : souvent plate et lisse
amorçage sur un défaut (ou une fissure de fatigue)

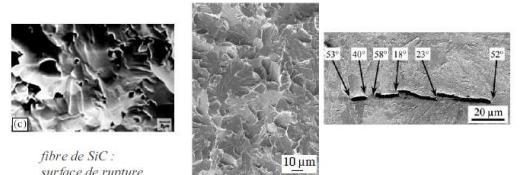


11

Mécanismes de rupture microscopiques

Rupture « fragile » par clivage (métaux et céramiques)

modes de rupture macro : fragile, plastique fragile
décohésion selon des plans cristallins bien précis
surface de rupture : facettes avec « rivières »
coupes : éventuellement endommagement par micro-fissuration



12

Mécanismes de rupture microscopiques

Rupture « fragile » intergranulaire

- modes de rupture macro : fragile, plastique fragile, flUAGE
- surface de rupture : facettes = joints de grains
- causes : ségrégations chimiques, flUAGE, abaissement de l'énergie de surface.

(a) SiC
acier inoxydable à 600°C (Q. Anzoux)

13

Mécanismes de rupture microscopiques

Rupture « quasi-fragile »

- modes de rupture macro : quasi-fragile
- processus d'endommagement fragile mais dissipatif
- exemple : frottement des fibres sur la matrice

(b) composite SiC-SiC

14

Mécanismes de rupture microscopiques

Rupture « ductile »

- modes de rupture macro : ductile
- surface de rupture : cupules (demi-cavités)
- coupes : endommagement par cavitation, généralement transgranulaire
- causes : croissance d'un défaut par déformation plastique

acier pour gazoducs (T.T. Luu)
alliage d'aluminium 2024 (F. Bron)

15

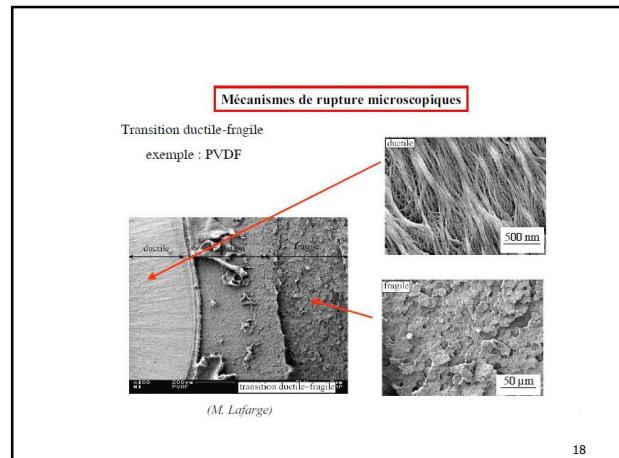
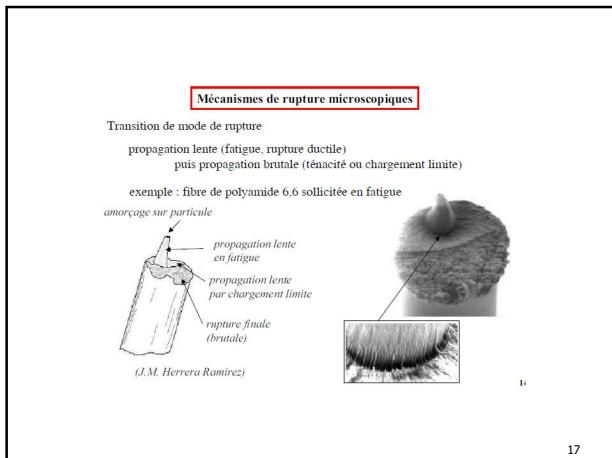
Mécanismes de rupture microscopiques

Rupture par fatigue

- propagation lente d'une fissure, cycle par cycle
- déformation plastique cyclique : stries

superalliage base nickel N18 (F. Sansoz)

16



SOLLICITATIONS MECANIQUES STATIQUES INSTANTANÉES

- Traction
- Flexion
- Compression
- Dureté

19

Importance de la connaissance du comportement mécanique des polymères

Tendance actuelle : intégration dans les circuits de production d'outils performants de conception et d'assurance de la qualité (modélisation, prototypage → banc d'essai)

↓

Outils efficaces si le comportement des matériaux employés pour la fabrication de pièces s'inscrit dans les conditions d'utilisation prévues

↓

Dimensionnement des structures

Plan de contrôle qualité de production

20

Essais mécaniques statiques instantanés					
FICHE TECHNIQUE (ex. :ABS)					
Propriétés mécaniques (traction, flexion, choc...)					
durée de traction	1 mm/min	MPa	ISO 527	2800	2500
contrainte au seuil d'écoulement	50 mm/min	MPa	ISO 527	44	43
élongement au seuil d'écoulement	50 mm/min	%	ISO 527	2,1	2,1
élongement à la rupture	50 mm/min	%	s'inspire de ISO 527	> 5	> 5
durée de flUAGE en traction	1 h 1000 h	MPa	ISO 699-1		
résistance au choc CHARPY	23 °C - 30 °C	kJ/m²	ISO 179-1eU	60 40	80 50
résistance au choc après entaille CHARPY	23 °C - 30 °C	kJ/m²	ISO 179-1eA	8 4	16 6
résistance au choc après entaille IZOD	23 °C - 30 °C	kJ/m²	ISO 180-1A	8 4	16 6
durée de flexion	23 °C 2 mm/min	MPa	ISO 178	2450	2400
résistance à la flexion	5 mm/min	MPa	ISO 178	65	65
rayon d'empreinte de la bille	N/mm²	ISO 2039-1		110	105
					110

Essais mécaniques statiques instantanés

Définition des essais mécaniques



Ensemble des moyens expérimentaux permettant de mesurer certaines propriétés dans des conditions de sollicitation mécaniques définies, avec si nécessaire, action combinée de paramètres d'environnement (T, HR, liquide, gaz, etc...)

22

Essais mécaniques statiques instantanés					
Objectif des essais mécaniques					
↓					
<ul style="list-style-type: none"> • Caractéristiques mécaniques : points singuliers des lois de comportement (modules, allongements et contraintes au seuil et à la rupture) • Lois de comportement mécanique : fonctions générales reliant une cause (ex. : un champ de forces) à un effet (ex. : un champ de déformations) et présentant certains seuils au-delà desquels le matériau ne conserve plus sa fonctionnalité 					
23					

Nature des facteurs externes et/ou internes influant sur les propriétés mécaniques

• **Paramètres externes** : liés aux conditions de sollicitation (T, v, temps, fréquence, type et niveau de sollicitation) et d'environnement (agents liquides ou gazeux, radiations...)

• **Paramètres internes** : liés à la structure et à la composition du matériau (nature du polymère, adjavants, anisotropie due aux orientations des macromolécules, charges ou fibres, caractère amorphe ou cristallin (taux et géométrie des cristallites), état de polymérisation ou réticulation, tensions internes, présence de défauts, hétérogénéité d'épaisseur), mais également à l'histoire thermomécanique du matériau (conditions de transformation)

24

Essais mécaniques statiques instantanés

Essais mécaniques statiques de deux types

Essais mécaniques instantanés (à court terme)

Essais mécaniques à long terme

25

Essais mécaniques statiques instantanés

Objectif



Mesurer les modules (caractéristiques linéaires ou élastiques), les allongements et contraintes (caractéristiques au seuil et à la rupture) des matériaux grâce à des essais statiques instantanés (traction, flexion, compression, choc...) → données présentes dans les fiches techniques des matériaux

Intérêt



Choix préliminaire du matériau suivant cahier des charges
Contrôle qualité

26

Essais mécaniques statiques instantanés

Préparation des éprouvettes et atmosphère

- Réalisation des éprouvettes :** obtention par moulage, découpage ou usinage (influence des conditions de moulage sur les propriétés mécaniques)
- Atmosphère de conditionnement :** à l'exception de cas particuliers, il est recommandé de conditionner les éprouvettes avant essai au moins 88 heures dans une atmosphère de référence à T=23°C et HR=50% (NF EN ISO 291, ASTM D 618)
- Atmosphère d'essai :** sauf spécification contraire (essais à froid et à chaud), les essais sont réalisés dans la même atmosphère que celle de conditionnement

27

Essais mécaniques statiques instantanés

Détermination des propriétés mécaniques

- Nombre d'éprouvettes :** varie entre 5 et 10 en général
- Conditions expérimentales, dimensions des éprouvettes, expressions des résultats, rapport d'essais :** décrits dans les méthodes d'essais normalisées (normes)
- Comportements en traction, flexion, compression étudiés avec le même ensemble expérimental : machine d'essais mécaniques universelle ou dynamomètre (seul le dispositif de fixation des éprouvettes change)

28

Essais mécaniques statiques instantanés

Détermination des propriétés mécaniques

Etude expérimentale du comportement instantané jusqu'à la rupture
(traction, flexion et compression)



Application le plus souvent d'une déformation à vitesse constante

29

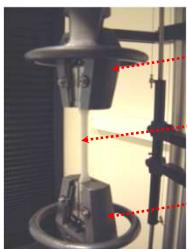
Essais mécaniques statiques instantanés

Traction

30

Essais mécaniques statiques instantanés

TRACTION : appareillage



Mors fixe relié à un système dynamométrique (capteur électronique)

Eprouvette plane rectangulaire en forme d'haltère

Mors mobile relié à un système d'entraînement à vitesse de déplacement constante

31

Essais mécaniques statiques instantanés

TRACTION : conditions d'essais

- Capteurs électroniques : 1N à 100 kN
- Vitesse de déplacement :
 1. Dépend du type d'éprouvette (dimensions), du paramètre de calcul évalué (module ou résistance) et de l'allongement du matériau
 2. Pour les plastiques extrudés ou moulés, vitesse (détermination module) correspond à un taux de déformation de la longueur de référence L_0 de 1%/min ($v=1\text{ mm/min}$ souvent préconisée)
 3. Pour les films $\rightarrow v=5, 50, 100, 200, 300$ ou 500 mm/min
- Déformation : suivie à l'aide de jauge (papier adhésif), tracés sur éprouvette ou mieux extensomètres électronique (avec contact : pinces) ou optique (sans contact)

32

Essais mécaniques statiques instantanés

TRACTION : avantages et inconvénients

Avantages

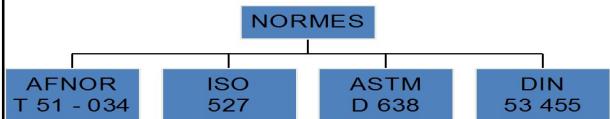
- Essais rapides
- Possibilité de travailler à différentes températures (enceinte climatique)

Inconvénients

- Réalisation d'éprouvettes normalisées
- Détermination du module et des contraintes et allongements : v différentes
- Détermination du module à différentes températures → nombreuses éprouvettes
- Essais instantanés → certains mouvements moléculaires de faibles amplitudes non observés
- Intérêt relatif → valeurs non utilisables pour le calcul de structure (essais à long terme préconisés)

33

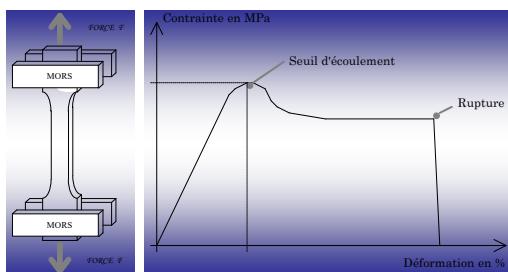
Essai de traction



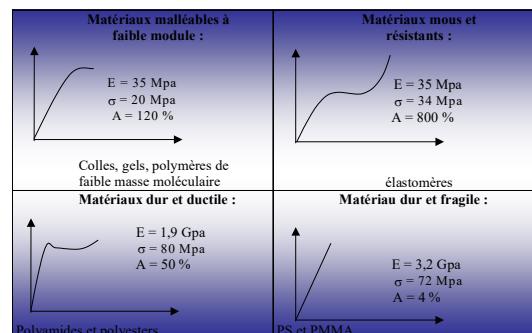
34

LES ESSAIS MECANIQUES

Courbe obtenue : contrainte et déformation subies



Résultats suivant les matériaux:



36

Essais mécaniques statiques instantanés

TRACTION : expression des résultats

Machine : courbes force $F=f(\text{allongement } \Delta L) \rightarrow \text{contrainte } \sigma=f(\text{déformation } \varepsilon)$

$$\text{Déformation} \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{Variation de longueur} \\ \rightarrow \text{Longueur initiale} \end{array}$$

$$\text{Contrainte} \quad \sigma = \frac{F}{S} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{Force appliquée} \\ \rightarrow \text{Section unité} \end{array}$$

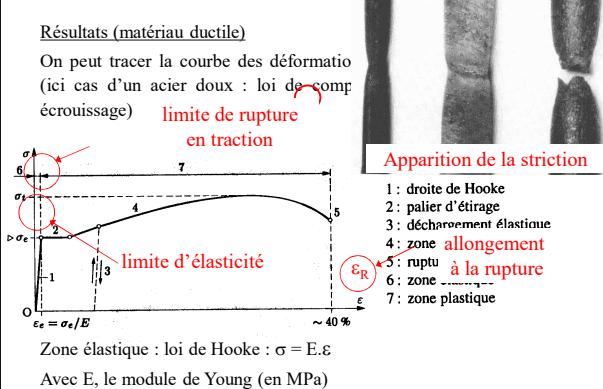
37

Comportement mécanique des matériaux métalliques



Résultats (matériau ductile)

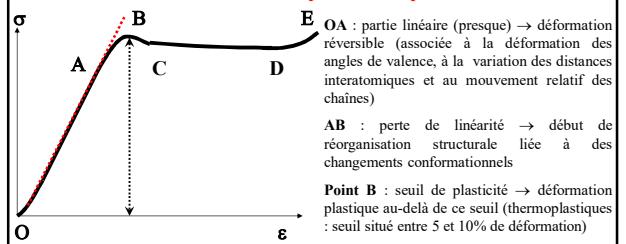
On peut tracer la courbe des déformations (ici cas d'un acier doux : loi de comportement d'écrouissage) **limite de rupture en traction**



Apparition de la striction

Essais mécaniques statiques instantanés

TRACTION : lois de comportement – petites déformations

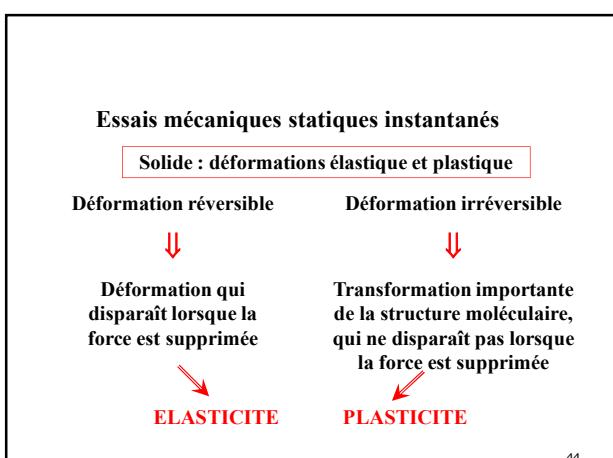
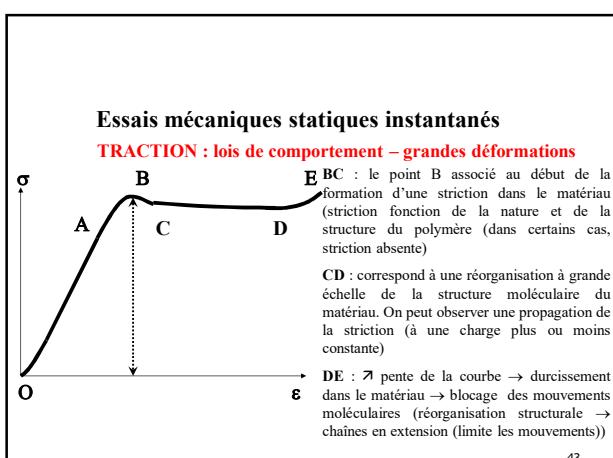
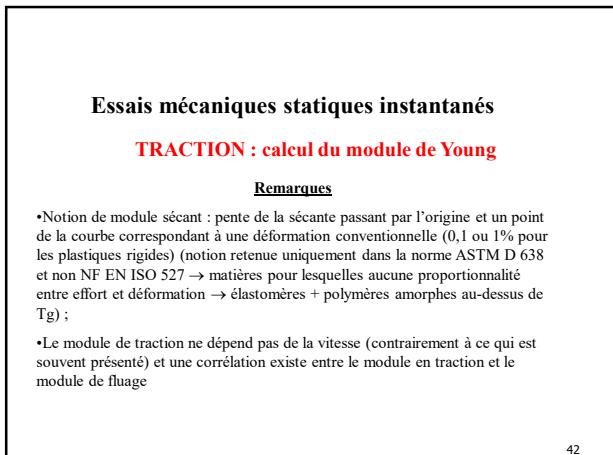
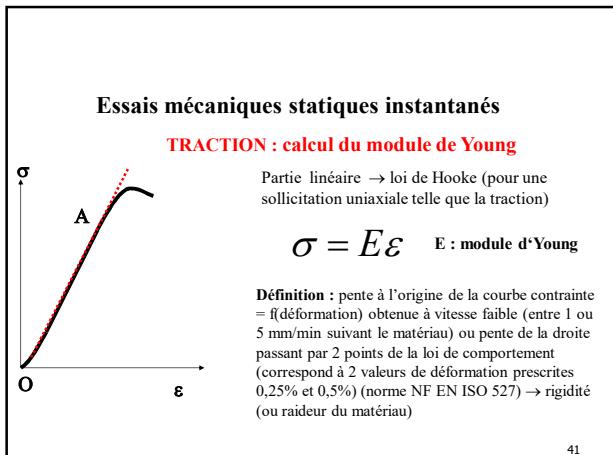


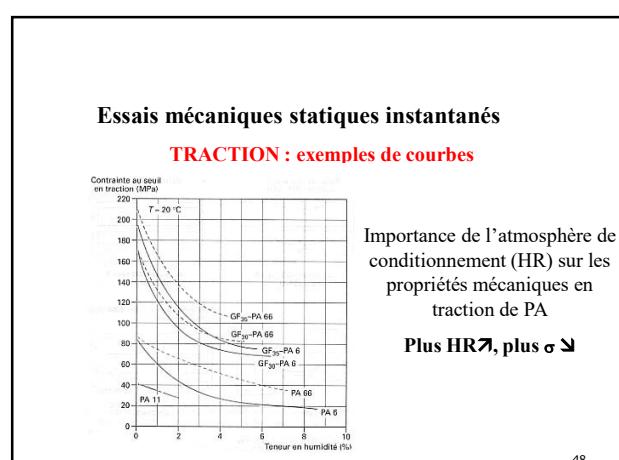
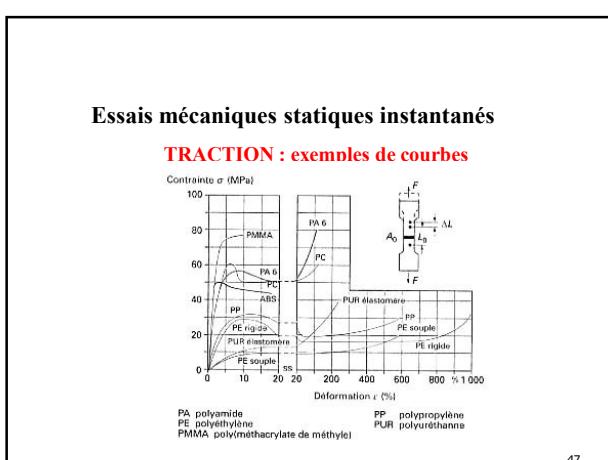
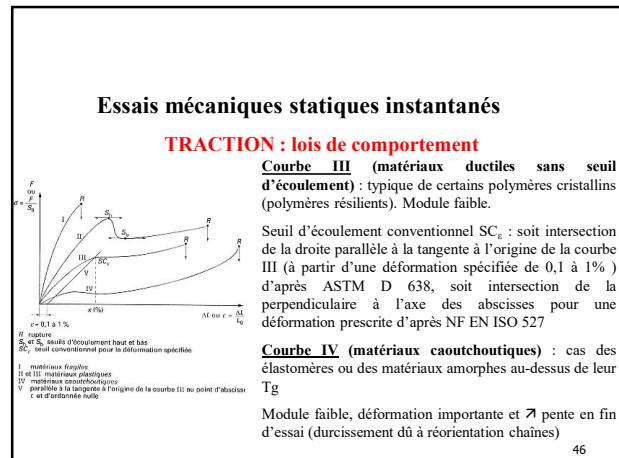
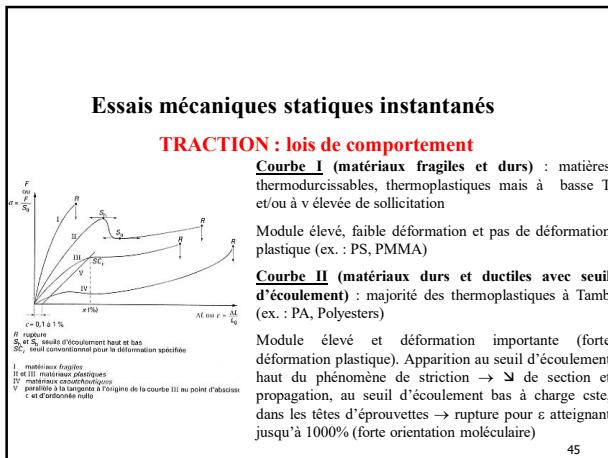
OA : partie linéaire (presque) → déformation réversible (associée à la déformation des angles de valence, à la variation des distances interatomiques et au mouvement relatif des chaînes)

AB : perte de linéarité → début de réorganisation structurale liée à des changements conformatiels

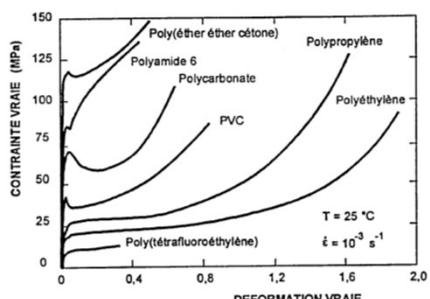
Point B : seuil de plasticité → déformation plastique au-delà de ce seuil (thermoplastiques : seuil situé entre 5 et 10% de déformation)

40





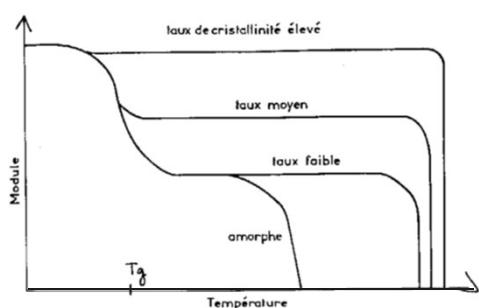
EXEMPLES



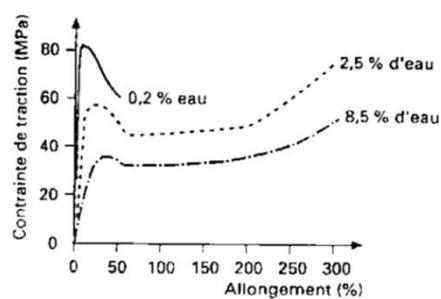
FACTEURS D'INFLUENCE

- ✓ Influence de la structure chimique
- ✓ Influence des groupements -CH₃ des chaînes secondaires
- ✓ Influence de la cristallinité
- ✓ Influence des substituants polaires
- ✓ Influence du poids moléculaire
- ✓ Influence de l'eau, du monomère, des plastifiants
- ✓ Influence des conditions expérimentales

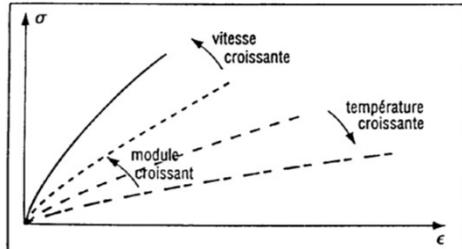
INFLUENCE DE LA CRISTALLINITE



INFLUENCE DE LA QUANTITE D'EAU



INFLUENCE DE LA VITESSE DE TRACTION



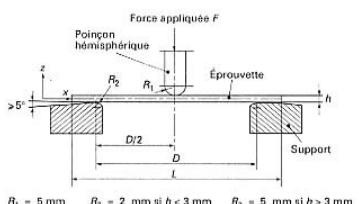
Essais mécaniques statiques instantanés

Flexion

54

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION : appareillage



Dispositif de flexion 3 points (norme NF EN ISO 178, ASTM D 790, D 5934 et D 5943) : déformation d'un barreau rectangulaire reposant sur 2 points d'appuis à l'aide d'une panne (ou poinçon) à v=constante

55

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION : conditions opératoires et courbes

- Éprouvettes de dimensions moyennes normalisées = $80 \times 10 \times 4 \text{ mm}$
- Distance entre appuis $D=15$ à 17 fois l'épaisseur h ;
- Vitesse faible = $h/2$ (soit 2 mm/min pour les éprouvettes normalisées) → engendre une v relative de déformation du matériau de 1,2%/min;
- Si éprouvettes non normalisées → rapport $L/h=20$ et v aussi proche que possible de 1 %/min ($v=1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200$ ou 500 mm/min);
- Enregistrement de la contrainte (ou force)= $f(\text{flèche})$

56

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION : expression des résultats

Machine : courbes force $F=f(\text{Flèche } Y) \rightarrow$ contrainte $\sigma=f(\text{déformation } \varepsilon)$

$$\text{Déformation } \varepsilon = \frac{6hY}{D^2} \rightarrow \begin{matrix} h=\text{épaisseur} \\ Y=\text{flèche correspondante} \end{matrix}$$

D=distance entre appuis

$$\text{Contrainte } \sigma = \frac{3FD}{2bh^2} \rightarrow \begin{matrix} F=\text{force (à la rupture, maximale ou} \\ \text{à la limite de linéarité)} \end{matrix}$$

b=largeur de l'éprouvette

57

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION : définitions

- Flèche : distance parcourue par la panne et mesurée à partir de son contact avec la surface supérieure de l'éprouvette

- Contrainte en flexion pour une flèche donnée : contrainte en flexion correspondant à cette flèche

- Contrainte en flexion pour la flèche conventionnelle : contrainte en flexion pour une flèche égale à 1,5 fois l'épaisseur de l'éprouvette (soit une flèche de 6 mm pour une éprouvette normalisée)

- Contrainte en flexion pour la charge maximale et contrainte en flexion à la rupture : contrainte en flexion au moment où la charge atteint la valeur maximale et contrainte en flexion à l'instant de la rupture respectivement

58

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION : comparaison traction/flexion

TRACTION

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{S} \frac{L_0}{\Delta L}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad \sigma = \frac{F}{S}$$

FLEXION

$$E_f = \frac{D^3}{4bh^3} \frac{F}{Y}$$

$$\varepsilon = \frac{6hY}{D^2} \quad \sigma = \frac{3FD}{2bh^2}$$

59

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION

Dans l'ensemble, on retrouve en flexion les lois de comportement décrites en traction, avec quelques différences :

- Caractère fragile étudié aisément;

- Par contre, les polymères présentent un maximum au-delà duquel la mesure n'est plus significative → pas de notion de rupture (flèche conventionnelle préférée);

- E_f n'est pas très significatif → en pratique E_f est inférieur de 10 à 25 % au module de traction (écart fonction du matériau et des conditions opératoires);

- Résistances en flexion sont en générales supérieures de 10 à 25 % aux valeurs mesurées en traction

60

Essais mécaniques statiques instantanés

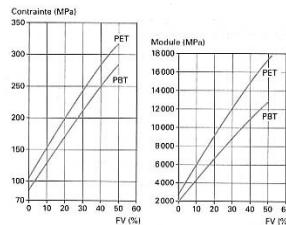
FLEXION : différents essais

- En **flexion 3 points**, l'influence des contraintes de cisaillement sur la déformation et la rupture non négligeable sur les matériaux renforcés → caractéristique exploitée pour la mesure de la résistance au déclamination des composites
- En **flexion 4 points**, l'effort tranchant est nul dans la zone de l'éprouvette située entre 2 points d'application de la charge → principalement pour les stratifiés afin de s'affranchir des problèmes de cisaillement (ASTM D 790)
- **Flexion sur poutre encastrée à une extrémité** (ASTM D 747) → détermination du module de flexion apparent des plastiques trop flexibles pour être testés en flexion 3 points

61

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION 3 POINTS : exemples

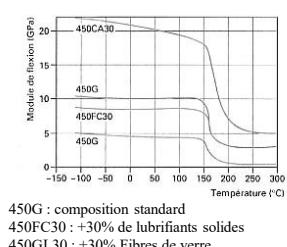


Influence de la teneur en fibres de verre (FV) de polyesters saturés (PET et PBT)
Plus %FV ↗, plus E et σ ↗
 (augmentation quasi-linéaire entre 0 et 50% FV)
 (pièces moulées pour électroménager, mécanique, etc...)

62

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION 3 POINTS : exemples



Influence de la température pour différents grades de PEEK (polyétheréthercétone)

- E_f peu affecté par les basses T jusqu'à T_g ($T_g \approx 143^\circ\text{C}$) → à $T > T_g$, E_f diminue brutalement pour se stabiliser jusqu'à T_f ($T_f \approx 334^\circ\text{C}$)
- Propriétés mécaniques améliorées pour les matériaux renforcés (application : automobile → rondelles d'appuis pour boîtes de vitesses)

63

Essais mécaniques statiques instantanés

FLEXION : avantages et inconvénients

Avantages

- Essais rapides
- Possibilité de travailler à différentes températures (enceinte climatique)

Inconvénients

- Réalisation d'éprouvettes normalisées
- Intérêt relatif → valeurs non utilisables pour le calcul de structure
- E_f non significatif
- Contraintes engendrées :
 - traction/compression
 - cisaillement



64

Essais mécaniques statiques instantanés

Compression

65

Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : conditions opératoires

- Dispositif de compression : plateaux
 - Éprouvettes constituées d'un cylindre droit, d'un prisme ou d'un tube droit;
 - Dimensions des éprouvettes (se réf. à la norme NF EN ISO 604). Hauteur des éprouvettes = 10 à 50 mm → 10 mm pour déterminer résistance et 50 pour le module;
 - Dimensions telles que la déformation des éprouvettes < déformation critique de flambage (déformation latérale), c-à-d respecter la condition suivante :
- $$\varepsilon_c \leq 0,4 \left(\frac{x}{h} \right)^2 \quad h : \text{hauteur éprouvette parallèle à l'axe de compression}$$
- x : diamètre (extérieur) du cylindre (ou tube) ou épaisseur (plus petit côté de la section transversale) du prisme

66

Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : conditions opératoires

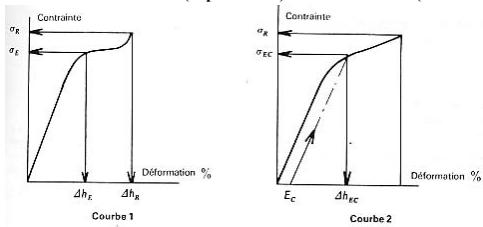
- V=vitesse de rapprochement des plateaux
 - > V=0,02h pour la détermination du module
 - > V=0,1h pour la détermination de la contrainte des matériaux fragiles
 - > V=0,5h pour la détermination de la contrainte des matériaux ductiles (avec seuil d'écoulement)
- Des méthodes et dispositifs d'essai particuliers sont employés pour les plastiques renforcés de fibres, les produits alvéolaires (NF T 56-101, ISO 844, ASTM D 1621) et les élastomères thermoplastiques (ISO 7743)

67

Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : courbes

Machine : courbes force F=f(déplacement) → contrainte $\sigma=f(\text{déformation } \varepsilon)$



68

Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : résultats

Contraintes

➤ Au seuil d'écoulement

➤ Au seuil d'écoulement conventionnel → parallèle à la partie rectiligne de la courbe passant par une valeur définie de la déformation relative (ex. : 0,2%)

➤ À la rupture

Déformations

➤ Au seuil d'écoulement

➤ Au seuil d'écoulement conventionnel

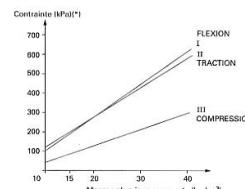
➤ À la rupture

Module

69

Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : exemples comparatifs



(*) Valeurs moyennes
Les plages de valeurs généralement obtenues sont indiquées dans tableaux 1 et 2.
I et II : contraintes à la rupture respectivement en flexion et en traction.
III : courbure de compression pour une déformation de 10% (en volume).

Influence de la masse volumique de polystyrène (PS) expansé moulé

Plus la masse volumique ↗ → plus σ ↗
(augmentation linéaire)

(application : bâtiment → isolation par l'intérieur dans le cas de panneaux)

70

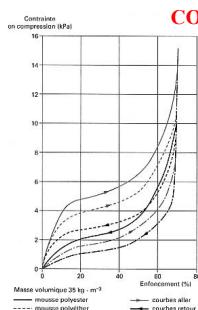
Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : exemples

Influence de la nature de la mousse et du facteur d'hystérésis

La surface de la courbe d'hystérésis permet de connaître le comportement de la mousse → plus la surface est faible, plus la mousse est élastique : son comportement se rapproche de celui d'un ressort. Dans le cas contraire, il s'agit d'une mousse amortissante (évaluation du confort de la mousse).

(application : mousse souple destinée à la literie, mousse rigide pour le calage)



71

Essais mécaniques statiques instantanés

COMPRESSION : avantages et inconvénients

Avantages

- Essais rapides
- Possibilité de travailler à différentes températures (enceinte climatique)

Inconvénients

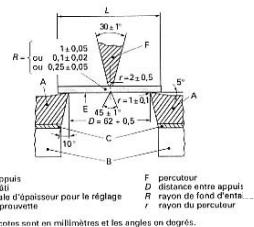
- Réalisation des éprouvettes
- Essentiellement orienté sur des produits type mousse ou sur des produits finis
- Intérêt relatif → valeurs non utilisables pour le calcul de structure

72

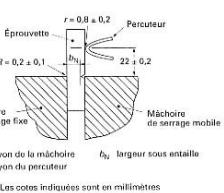
Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : 2 types d'essais principaux

CHOC CHARPY



CHOC IZOD



73

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : objectif



Choc CHARPY

Le choc résulte de l'application d'une sollicitation mécanique à grande vitesse (plusieurs mètres par seconde) et à énergie élevée → rupture de l'éprouvette



Objectif

•juger, dans des conditions expérimentales définies, la fragilité;

•qualifier la zone de transition ductile-fragile, lors de conditions d'utilisation différentes (ex. : température)

74

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : définition

La résistance au choc caractérise l'énergie absorbée au cours de la rupture d'un barreau lisse ou entaillé, sous l'action d'un percuteur doté d'une énergie cinétique suffisante → l'angle de remontée du pendule après le choc permet de calculer l'énergie de rupture

$$\text{Résilience}(kJ/m^2) = \frac{\text{Energie}(W)}{\text{Section}} \times 10^3$$

Section (éprouvette lisse) = h (épaisseur) × b (largeur) (mm)

Section (éprouvette entaillée) = h (épaisseur) × b_N (largeur éprouvette entaillée) (mm)

75

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : éprouvettes

Deux types d'éprouvettes

- lisses (ou non entaillées)
- entaillées

Entaille

•L'entaille est considérée comme une amorce de rupture → fragilisation des éprouvettes lisses qui fléchissent sans se rompre ou afin d'apprecier la sensibilité à des défauts à l'origine de concentrations de contraintes

•Suivant les normes, différents types d'entailles sont préconisés

76

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCs : ruptures

- C : rupture complète, c'est-à-dire rupture dans laquelle l'éprouvette se sépare en deux ou plusieurs pièces
- H : rupture charnière, c'est-à-dire incomplète faisant que les deux parties de l'éprouvette tiennent seulement ensemble par une couche mince périphérique en forme de charnière n'ayant pas de rigidité résiduelle
- P : rupture partielle, c'est-à-dire incomplète et ne correspondant pas à la définition d'une rupture charnière
- NB : sans rupture, c'est-à-dire dans le cas où l'éprouvette est seulement pliée et poussée à travers les blocs supports, avec possibilité de blanchiment dû à la contrainte

77

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOC CHARPY

(NF EN ISO 179, ISO 179-1 et -2, ASTM D 5942 et D 6110)

Principe

Le principe du choc CHARPY (ou méthode par flexion 3 points) est celui de la flexion d'une éprouvette, entaillée ou non, reposant sur deux appuis simples avec une charge centrale

Description

• Cas des plastiques sans rupture en cisaillement interlaminaires (polymères non renforcés)
→ éprouvette de type 1 de dimensions 80×10×4 mm avec 3 types d'entailles différents en V (A, B et C) se distinguant par le rayon en fond d'entaille (respectivement 0,25, 1 et 0,1 mm)

• Deux sens de percussion sont possibles : « debout » (direction de percussion parallèle à la largeur de l'éprouvette) ou « à plat » pour l'étude des effets de surface (direction de percussion perpendiculaire à la largeur de l'éprouvette)

78

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOC IZOD

(NF EN ISO 180, ASTM D 256 et D 5941)

Principe

Dans l'essai de choc IZOD (ou méthode par flexion à simple encastrement), l'éprouvette est encastree verticalement et est rompue en flexion par une oscillation du pendule. Norme très utilisée aux Etats-Unis, mais limitée en France à la caractérisation des polystyréniques.

>Description

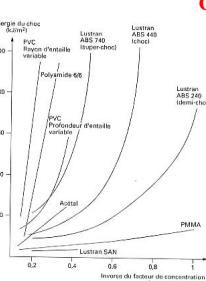
- La géométrie et les dimensions de l'éprouvette et de l'entaille en V sont similaires à celles des éprouvettes CHARPY, avec seulement deux rayons d'entaille possibles (0,25 et 1 mm)
- Configuration de l'essai : en général du type « debout » (percussion de la face entaillée de l'éprouvette pour les plastiques non renforcés) et de type « debout parallèle » pour les composites

79

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCs : exemples

Influence des concentrations de contraintes sur la résistance au choc CHARPY (éprouvette entaillée)



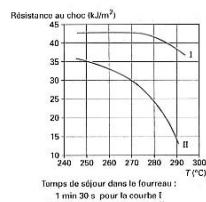
- Une faible valeur de $1/k$ (inverse du facteur de concentration de contraintes k) → forte concentration de contraintes (ex. : entaille de faible rayon) → les pentes des courbes indiquent la sensibilité du matériau à l'entaille

- Concentration de contraintes : bossages, angles vifs ou variations de section

80

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : exemples



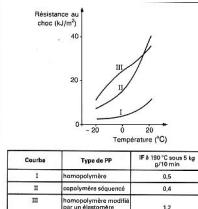
Influence de la T et du temps de séjour lors de l'injection d'un PBT renforcé 30% FV (choc CHARPY sur éprouvettes lisses)

- Lors de l'injection, ne pas dépasser une T=270°C
- Lors d'un arrêt de production de courte durée (moins de 15 min) → purge de la presse (sinon dégradation de la matière : courbe II)
- Si l'arrêt est plus long → baisser les T à 200°C et purger à l'aide de PE ou PP

81

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : exemples



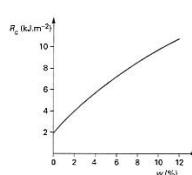
Influence de la T sur la résistance au choc CHARPY (éprouvette entaillée) de différents PP

- A des T<0°C → seuls les copolymères séquencés ou les homopolymères modifiés par un élastomère sont utilisés (ex. : pare-chocs, protections latérales dans l'automobile)
- La résistance au choc dépend de la cristallinité, de la masse moléculaire et de la composition du produit

82

Essais mécaniques statiques instantanés

CHOCS : exemples



Influence de la teneur massique en élastomère sur la résistance au choc CHARPY (éprouvette entaillée)

- PS standard : résistance de l'ordre de 2 kJ/m² (fragile)
- PS de qualité choc → ↑ de la résistance avec la teneur en élastomère (polybutadiène) jusqu'à environ 12 kJ/m²

83

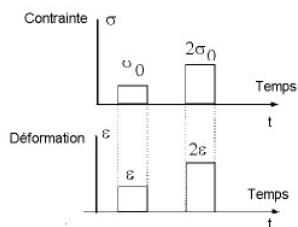
COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE LINEAIRE

Principe de Boltzmann

1) Notion de mémoire d'un corps visco-élastique

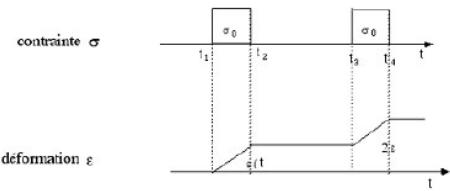
1.1) Comportement élastique (sans mémoire)

Un corps purement élastique ne présente aucun effet mémoire.
Exemple dans le cas d'un ressort : la déformation est instantanée et toujours proportionnelle à la contrainte, sans effet possible de mémoire.



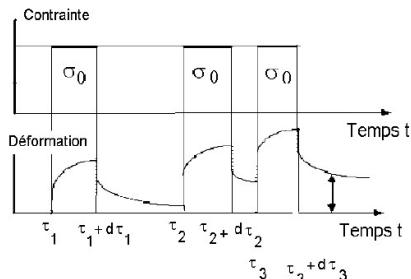
1.2) Comportement d'un matériau purement visqueux (amortisseur)

Si la vitesse de déformation double, la contrainte double, c'est une réaction instantanée ; toutefois l'effet mémoire se manifeste du fait que la déformation à l'instant (t) intègre les effets des déformations antérieures.



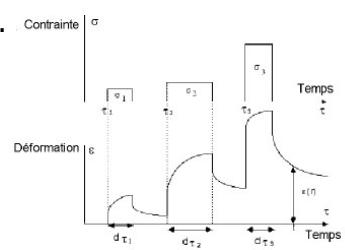
Mémoire des corps visco-élastiques

La déformation résiduelle $\epsilon_r(t)$ dépend à la fois de l'intensité de la contrainte appliquée, de la durée de son application et du temps écoulé depuis la fin de l'application de la contrainte.

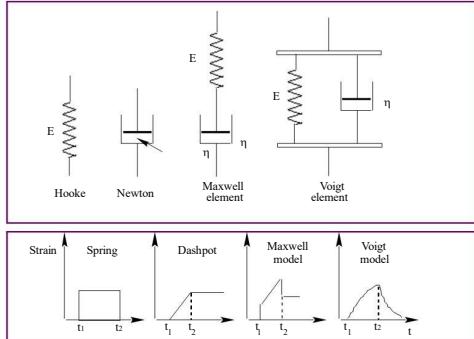


La déformation $\epsilon_r(t)$ va dépendre des valeurs des contraintes individuelles ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) appliquées aux temps (t_i), de leur durée d'application ($d\tau_i$) et des temps écoulés ($t - t_i$). La suppression d'une contrainte peut être traitée comme l'addition d'une contrainte égale de

signe opposé.



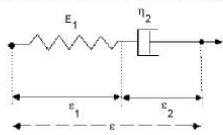
Résumé des modèles simples



Fonctions naturelles	Transformées CL	Fonctions naturelles	Transformées CL
$h(t)$	$h^*(p) \supset h(t)$	$h(t)$	$h^*(p) \supset h(t)$
A (constante)	A (constante)	$f(c,t)$	$\tilde{f}^*(p/c)$
$c.f(t)$	$c.f^*(p)$	$f(t)$	$\frac{\pi}{p} e^{-pt} f(t) dt$
$f(t) + g(t)$	$\tilde{f}^*(p) + \tilde{g}^*(p)$	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{p\omega}{(p-a)^2 + \omega^2}$
$\frac{df}{dt}$	$p\tilde{f}^*(p) - p f(0)$	$\frac{1}{\omega} \sin \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
t	$\frac{1}{p}$	$e^{(a-1)t}$	$\frac{1}{p-a}$
$\int_0^t f(t) dt$	$\frac{1}{p} \tilde{f}^*(p)$	e^u	$\frac{p}{p-a}$
e^{-at}	$\frac{p}{p+a}$	t^2	$2/p^2$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p+a}$	$1 - \cos \omega t$	$\frac{\omega^2}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p^2}{p^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$	$\frac{p\omega}{p^2 + \omega^2}$

3) La viscoélasticité linéaire : modèle série de Maxwell

Eléments du modèle : il s'agit de l'association en série d'un ressort et d'un amortisseur.



Équations du modèle :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (12)$$

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (13)$$

La contrainte est la même sur les deux éléments, la déformation totale correspond à la somme des déformations de chacun des éléments.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{1}{E_1} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{n_2} \quad (14)$$

3.1) Fluage du modèle de Maxwell

➤ Fluage en mode traction

D'après (14), $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_1} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{n_2}$ et, en fluage, on a $\frac{d\sigma}{dt} = 0$. Par conséquent, l'équation du modèle en fluage est :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_0}{n_2} \quad (15)$$

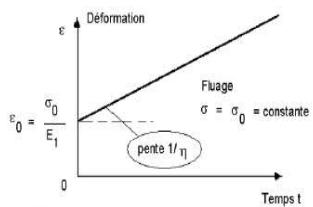
En intégrant, on obtient :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{n_2} t + \varepsilon_0 \quad (16)$$

Soit :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{\eta_2} t + \frac{\sigma_0}{E_1} \quad (17)$$

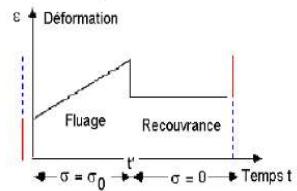
Car, à $t = 0$, la déformation correspond à la déformation instantanée du ressort. On obtient donc la courbe de fluege suivante :



3.2) Recouvrance du modèle de Maxwell

A $t = t'$ on supprime la contrainte et $\sigma = 0$ d'où $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$. La déformation instantanée du ressort est récupérée, la déformation due à l'élément amortisseur demeure.

$$\varepsilon(t > t') = \text{cste} = \frac{\sigma_0}{\eta_2} \cdot t' \quad (19)$$



3.3) Relaxation du modèle de Maxwell

a) Cas de la déformation en traction

$$\frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta_2} = 0 \quad (20)$$

On peut intégrer cette équation différentielle soit par la méthode directe, soit en utilisant les transformées de Carson-Laplace :

a) méthode directe

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E_1}{\eta_2} dt \quad (21)$$

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = -\frac{E_1}{\eta_2} t \quad (22)$$

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad (23)$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{\eta_2}{E_1}$$

b) utilisation de la transformée de Carson Laplace

On utilise une méthode plus générale (chapitre 1-5) qui permet d'éviter les problèmes d'intégration quand les expressions sont plus complexes.

$$\frac{1}{E_1} [\bar{\sigma} - p \cdot \sigma(0)] + \frac{\bar{\sigma}'}{\eta_2} = 0 \quad (24)$$

$$\bar{\sigma}' \left(\frac{p}{E_1} + \frac{1}{\eta_2} \right) = \frac{1}{E_1} p \cdot \sigma(0) \quad (25)$$

$$\dot{\sigma} = \sigma(0) \frac{\frac{p}{E_1}}{\frac{p}{E_1} + \frac{1}{\eta_2}} = \sigma(0) \frac{p}{p + \frac{E_1}{\eta_2}} \quad (26)$$

En repassant aux fonctions naturelles et en introduisant le temps de relaxation $\lambda = \frac{\eta_2}{E_2}$, on retrouve l'équation (23) $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\lambda}}$.

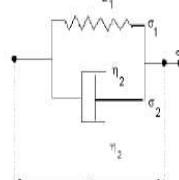
c) fonction de relaxation du modèle de Maxwell

On peut définir une fonction de relaxation $R(t) = E(t)$ qui décrit la façon dont se relaxe la contrainte :

$$R(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{-\frac{t}{\lambda}} = E e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad (27)$$

5) Modèle parallèle de Kelvin Voigt

Ce modèle associe les mêmes éléments dans une configuration de type parallèle. Dans ce modèle il y a additivité des contraintes, les déformations des deux éléments étant strictement identiques.

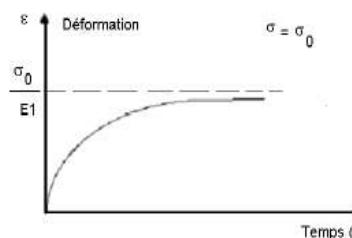


Équation fondamentale du système (cas de la traction) :

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = E_1 \varepsilon + \eta_2 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (41)$$

➤ en fluage (avec $\lambda = \frac{\eta_2}{E_1}$) :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda}} \right) = \varepsilon_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda}} \right) \quad (42)$$



➤ en recouvrance :

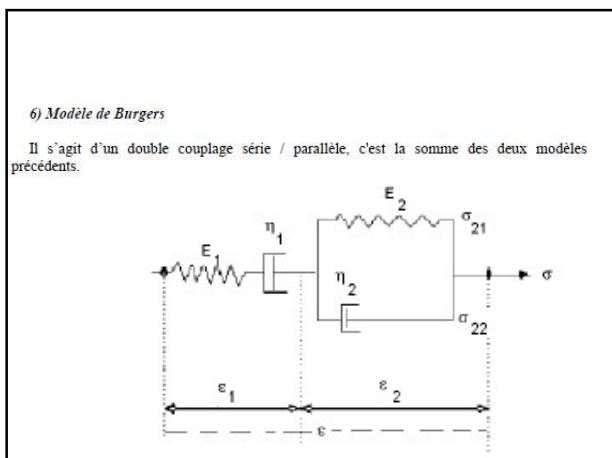
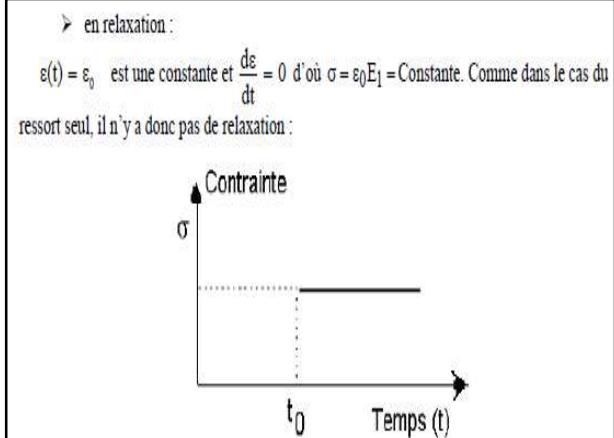
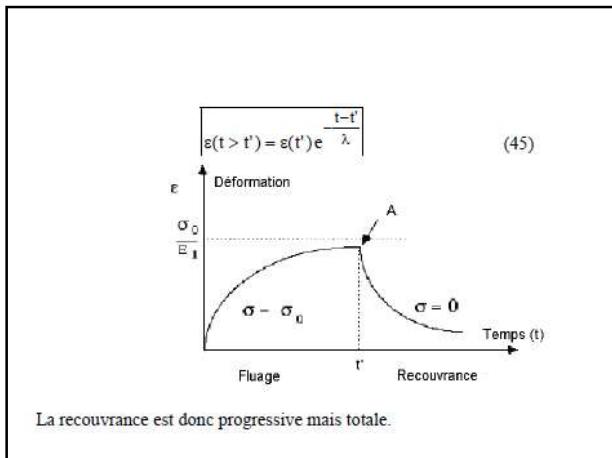
$\sigma = 0$ et $\varepsilon(0) = \varepsilon(t')$ (point A sur la courbe ci-dessous). (41) devient $0 = \varepsilon E_1 + \eta_2 \frac{d\varepsilon}{dt}$.

En faisant la transformation de Carson Laplace, on obtient, pour $t > t'$:

$$0 = \varepsilon' E_1 + \eta_2 p \varepsilon' - \eta_2 p \varepsilon(t') \quad (43)$$

$$\varepsilon' = \varepsilon(t-t') \frac{p \eta_2}{E_1 + p \eta_2} = \varepsilon(t') \frac{p}{\frac{E_1}{\eta_2} + p} \quad (44)$$

soit, en repassant aux fonctions naturelles :



➤ Equations (en traction)

Compte tenu des règles d'identité et d'additivité, on a $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ et $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$.

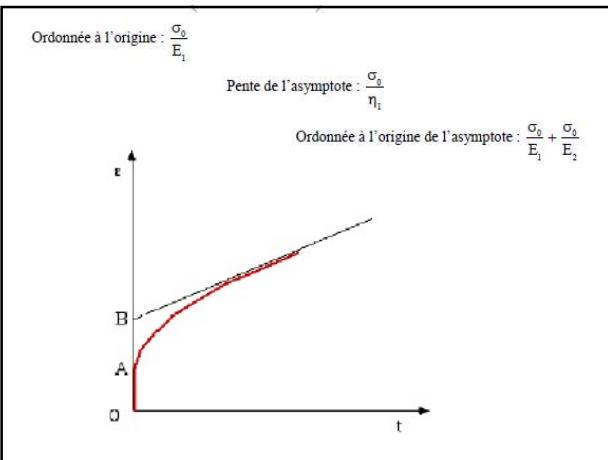
➤ Fluage du modèle de Burgers

- Fluage en traction :

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t \quad (46)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}} \right) = \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_2}} \right) \quad (47)$$

$$\varepsilon = \sigma_0 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1 - e^{-\frac{t}{\lambda_2}}}{E_2} \right) \quad (48)$$



Exercice 1 :

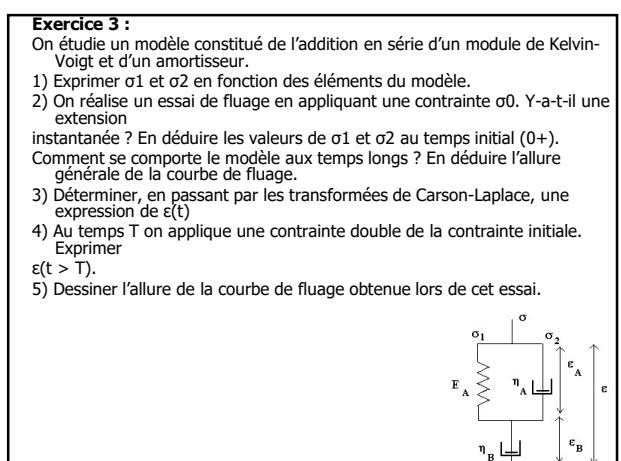
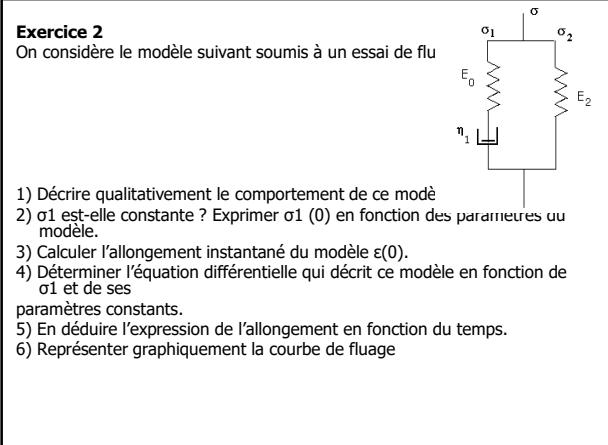
On suppose que le comportement du matériau étudié dans cet exercice peut être assimilé à celui d'un modèle de Maxwell.

- Etablir l'équation différentielle du modèle.
- Sur une machine de traction, on étire une éprouvette du matériau jusqu'à obtenir un allongement de 2%. A cet instant qui sera considéré comme l'origine de l'échelle des temps, la traverse est stoppée de telle sorte que la déformation reste constante pendant le reste de l'essai, et on suit l'évolution de la contrainte nécessaire pour maintenir cet allongement.

On obtient les résultats suivants :

t (s)	0	1	10	30
σ (MPa)	20	18	7.3	5.1

Sachant que le module d'Young du matériau est de 10^3 MPa, déterminer sa viscosité.



Principe de superposition temps - Température

Prof Abdellah HADDOUT

HADDOUT Abdellah

109

Equation d'Arrhenius

$$\eta = \eta_{T_{ref}} \cdot \exp \left[\frac{E}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right) \right]$$

Equation de Williams, Landel et Ferry (WLF)

$$\log a_T = \log \frac{\eta}{\eta_{T_g}} = - \frac{C_1(T - T_g)}{C_2 + (T - T_g)}$$

HADDOUT Abdellah

110

- Cas de polymères au voisinage de leur transition vitreuse : loi WLF :

On utilise l'expression :

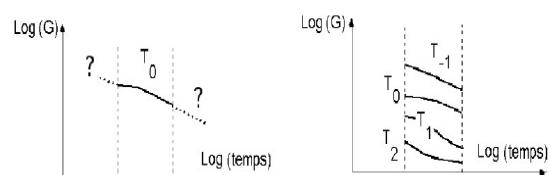
$$\log(a_T) = - \frac{C_1^{ref}(T - T_{ref})}{C_2^{ref} + (T - T_{ref})} \quad (28)$$

ou :

$$\log(a_T) = - \frac{C_1^g(T - T_g)}{C_2^g + (T - T_g)} \quad (29)$$

HADDOUT Abdellah

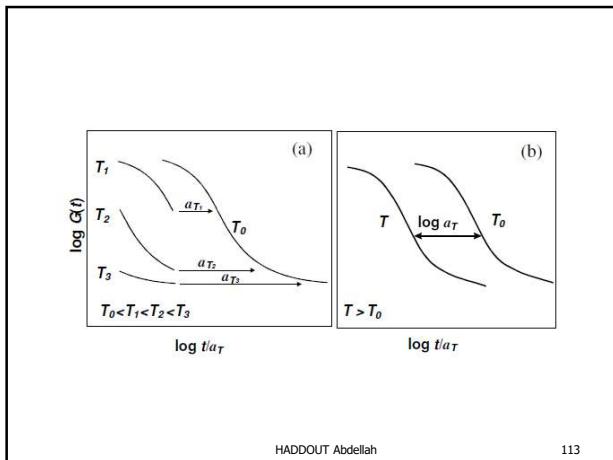
111



$$\log a_T = \log \frac{\eta}{\eta_{T_g}} = - \frac{C_1(T - T_g)}{C_2 + (T - T_g)}$$

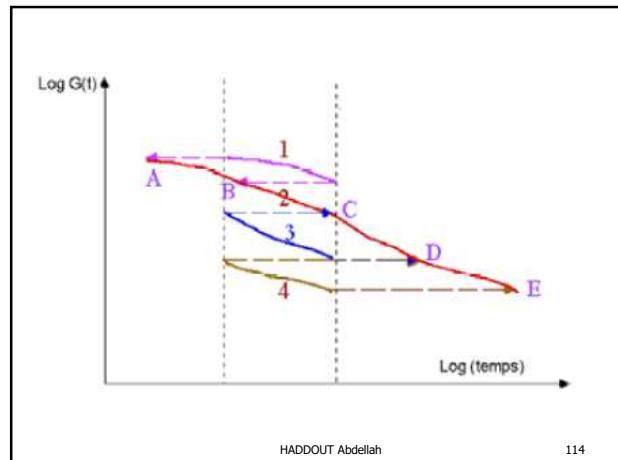
HADDOUT Abdellah

112



HADDOUT Abdellah

113



HADDOUT Abdellah

114

Fatigue et endommagement

Endommagement et rupture des matériaux

- **Chargement monotone**

charge imposée, déplacement imposé
paramètres de chargement : amplitude, rapport de charge

- **Chargement cyclique** (fatigue)

nombre de cycles à rupture
charge imposée, déplacement imposé
paramètres de chargement : amplitude, rapport de charge

- **Chargement constant** (fluage, corrosion sous contrainte)

phénomènes dépendant du temps : fluage, diffusion, corrosion

Endommagement et rupture des matériaux

Rupture sous chargement monotone: rupture brutale

$$\sigma\sqrt{\pi a} = K = \sqrt{EG_c} = K_c$$

$K = \sigma\sqrt{\pi a}$ s'appelle facteur de concentration des contraintes.

$K_c = \sqrt{EG_c}$ est appelée ténacité de rupture ou facteur critique d'intensité de contrainte

La rupture rapide (brutale) se produit dans un matériau soumis à un niveau de contrainte lorsque la fissure atteint une taille critique. De même un matériau présentant une fissure de taille a risque de développer ce phénomène lorsque la contrainte qui lui est appliquée atteint une intensité critique

Endommagement et rupture des matériaux

Rupture sous chargement cyclique: rupture différée

Sollicitations pouvant amener à une rupture différée

- fatigue : structures non fissurées ou structures fissurées

- fluage : charge constante, déformation visqueuse

- effets de vieillissement (évolution du matériau dans le temps)

- effets d'environnement : corrosion...

Fatigue et Endommagement

Comment aborder le problème de la fatigue ?

Dimensionner de manière sûre

- estimer la durée de vie (chargement fixé)
- estimer le chargement admissible (durée de vie fixée)
- échelle macroscopique : essais mécaniques → détection d'une fissure
- expertise simple des éprouvettes testées

Combattre les effets de la fatigue

- connaître les mécanismes physiques responsables de la fissuration
- échelle de la microstructure

Améliorer les matériaux vis-à-vis de la fatigue

Fatigue et Endommagement

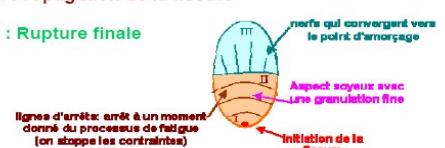
Les différentes phases d'une rupture de fatigue

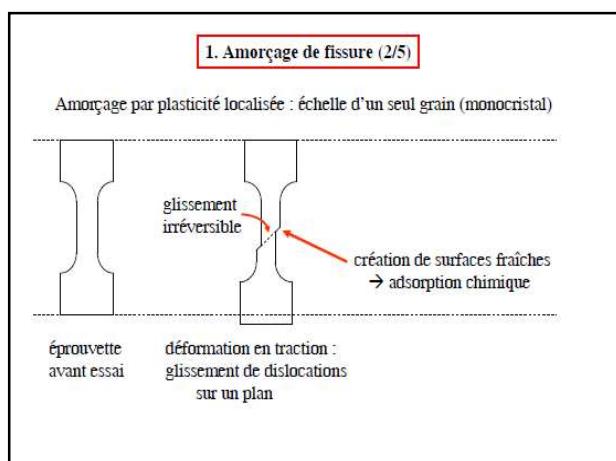
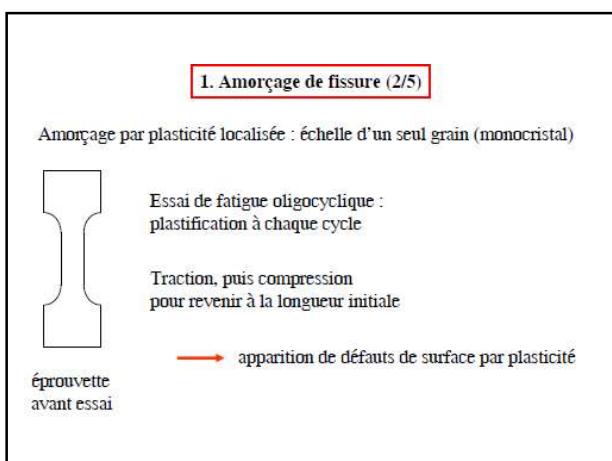
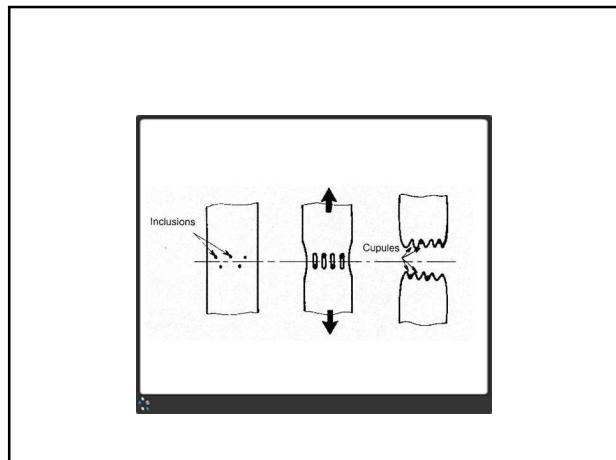
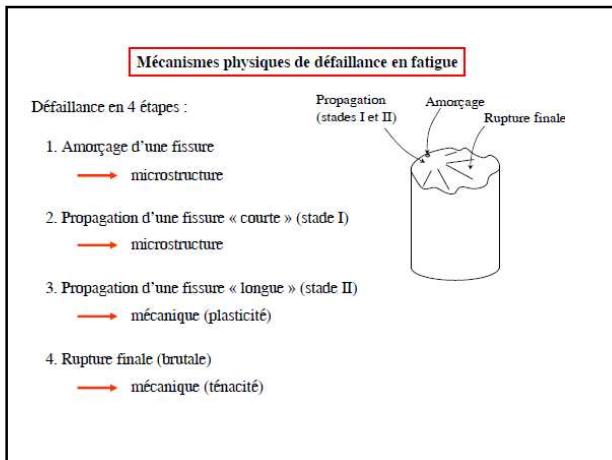
• PHASE I : Amorçage (initiation) de la fissure

Peu représenter 80 à 90% de la durée de vie.
Germination et croissance de multiples micro-fissures, coalescence aboutissant à la formation d'une macrofissure.
Toute discontinuité de surface favorise cette germination (piqûres de corrosion, entailles, congés de raccordement, usinages, inclusions de surface).

• PHASE II : Propagation de la fissure

• PHASE III : Rupture finale





1. Amorçage de fissure (2/5)

Amorçage par plasticité localisée : échelle d'un seul grain (monocristal)

éprouvette avant essai déformation en traction : glissement de dislocations sur un plan déformation en compression : glissement inverse

Intrusions et extrusions induisent des concentrations de contraintes locales
Accumulation des cycles → bandes de glissement persistantes (BGP ou PSB)

1. Amorçage de fissure (3/5)

Illustration : monocristal d'alliage pour aubes de turbine aéronautique (AM1) essai de fatigue à 20°C, $\Delta\epsilon_g = 0,2\%$, éprouvette polie

déformation temps

3/4 cycle 2 cycles 11 cycles

F. Hanriot, thèse ENSMP, 1993

22

1. Amorçage de fissure (4/5)

Amorçage par plasticité localisée : observations expérimentales (acier inoxydable)

0,5 μm 5 μm

Mesure du relief de surface (microscopie à force atomique)

dislocations coin peu mobiles dislocations vis plus mobiles

Structure de dislocations «en échelle» dans une PSB

P. Villechaise, L. Sabatier, J.C. Girard, Mater. Sci. Eng. A323 (2002) 377-385

plan de glissement nombre de cycles

Vue schématique d'une extrusion

→ Mécanisme d'adoucissement local à fort caractère cristallographique

1. Amorçage de fissure (5/5)

L'amorçage par plasticité est inéluctable sauf si un autre mécanisme d'amorçage s'active plus tôt

Fatigue oligocyclique : amorçage sur de nombreux grains

Fatigue à grand nombre de cycles : amorçage sur concentrations de contraintes locales joints de grains, proximité d'un précipité « dur », d'un oxyde...

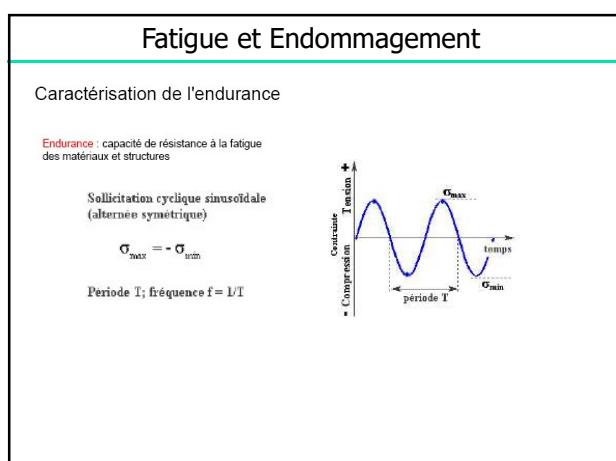
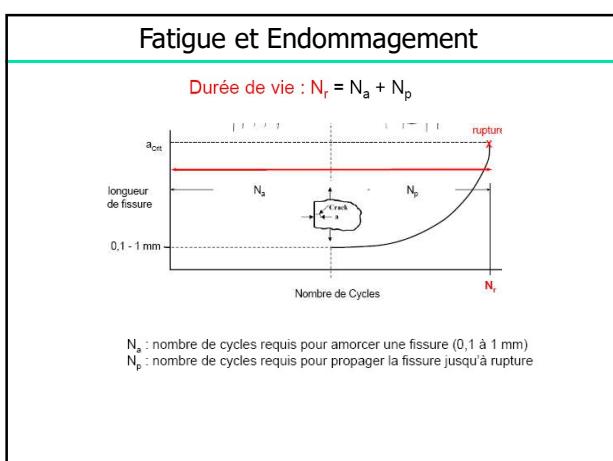
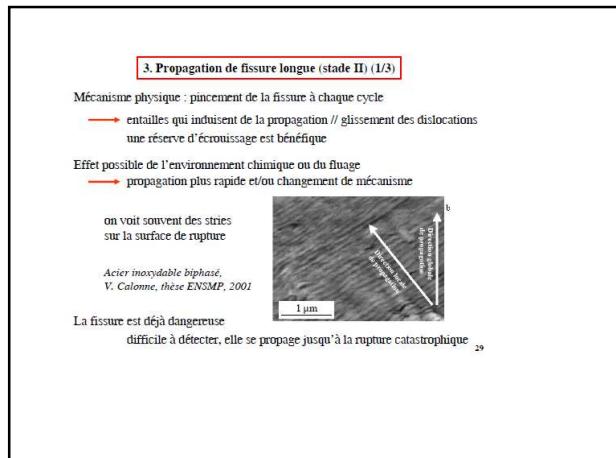
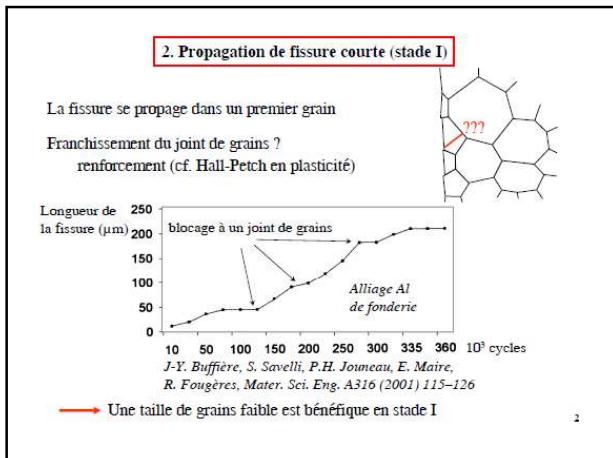
L'amorçage est l'étape limitante pour les grands nombres de cycles

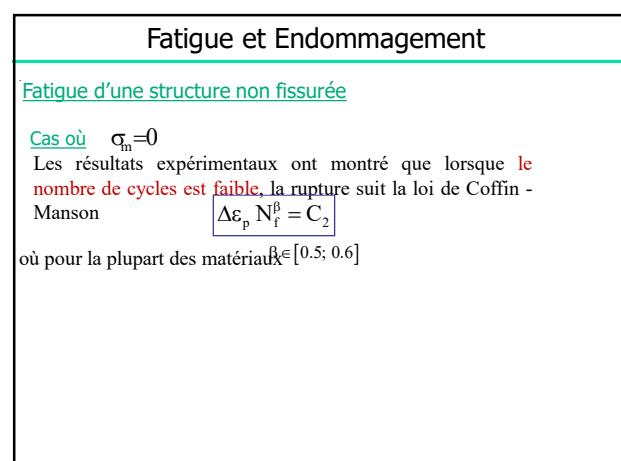
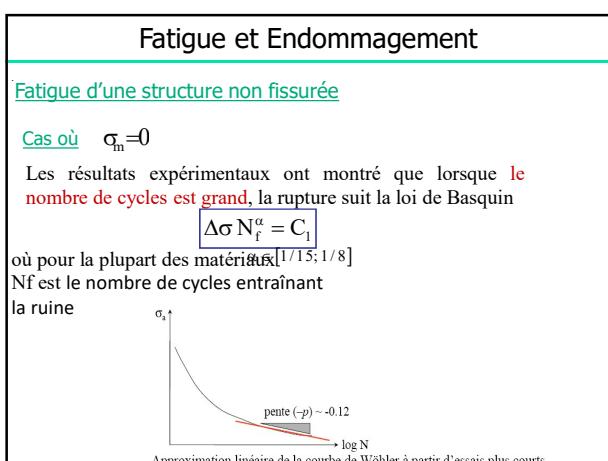
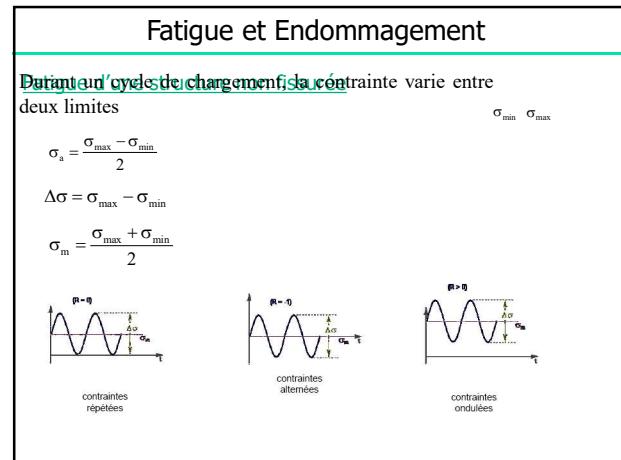
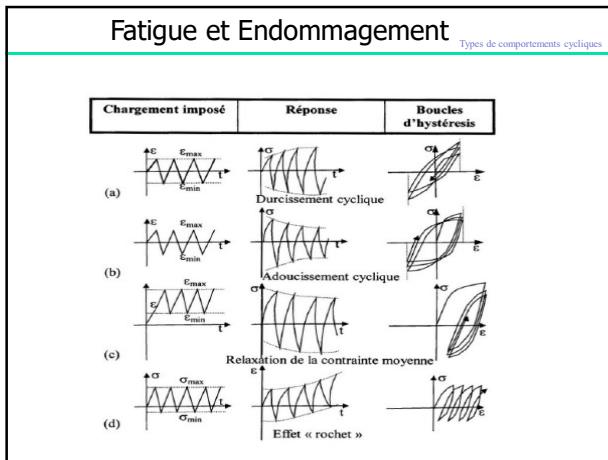
cycles à la rupture cycles à l'amorçage

T = 20°C

Alliage 718 pour disques de turbine

B. Jacquelin, thèse ENSMP, 1993





Fatigue et Endommagement

Fatigue d'une structure non fissurée

Cas où $\sigma_m \neq 0$

Règle de Goodman

Effet de la contrainte moyenne

$$\sigma_a = \sigma_e \left(1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^x \right)$$

$x = 1$: simple, sûr mais pénalisant
 $x > 1$: déterminer la courbe expérimentalement

Fatigue et Endommagement

Fatigue d'une structure fissurée

Propagation de fissure en fatigue

hypothèse : milieu continu (fissure « longue »)

Fatigue et Endommagement

Fatigue d'une structure fissurée

Fissure dans un matériau polycristallin hétérogène → représentation simplifiée → Fissure dans un milieu continu homogène

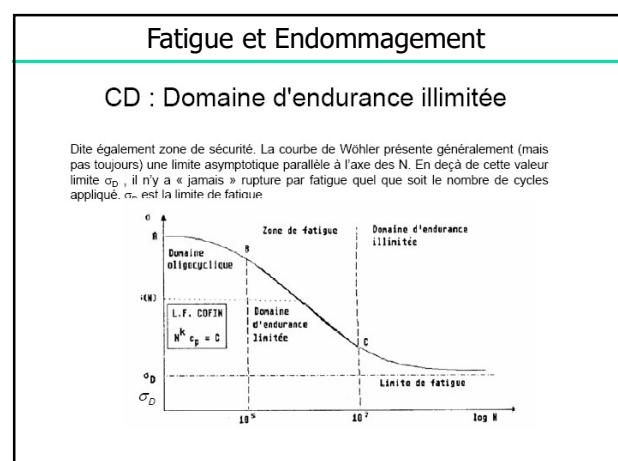
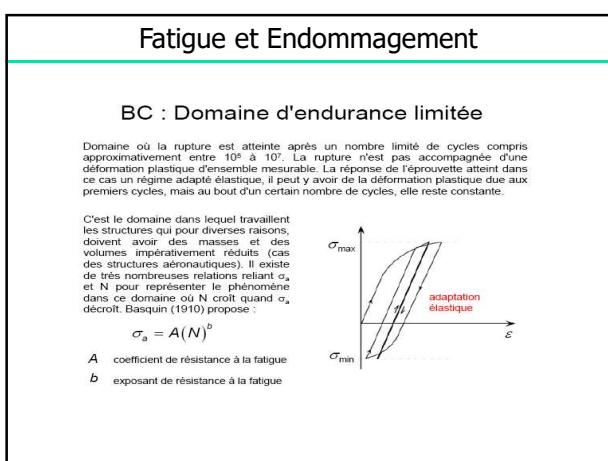
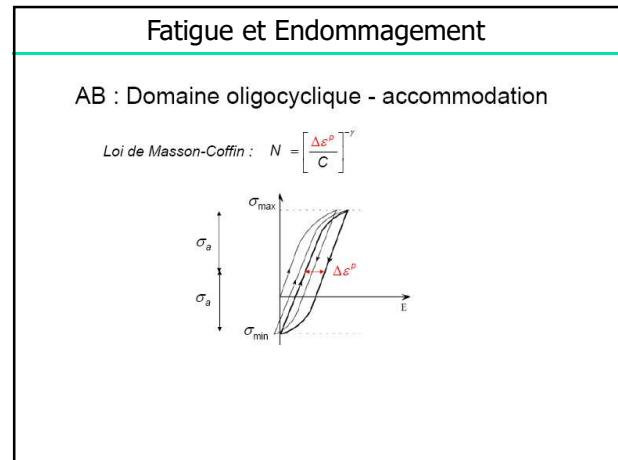
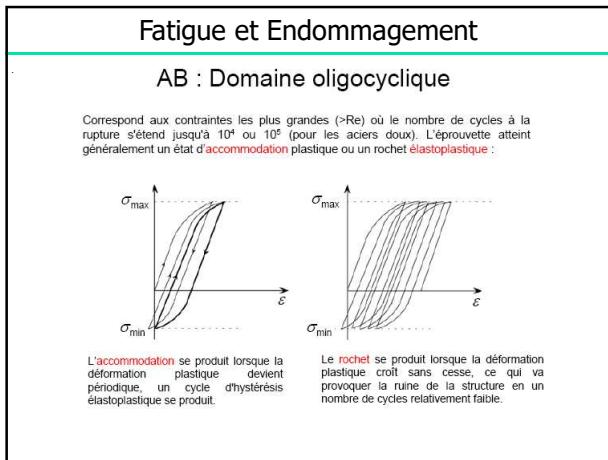
Loi de Paris : $\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$ $\left\{ \begin{array}{l} m = 2 \text{ à } 5 \\ C = \text{constante} \end{array} \right\}$ coefficients « matériau »

C dépend de l'environnement chimique et thermique et peut aussi dépendre de la microstructure

Fatigue et Endommagement

Courbe de Wöhler

Définit souvent (mais pas toujours) pour $\sigma_m = 0$



Fatigue et Endommagement

Limite de fatigue

Pour certains matériaux, il est difficile d'évaluer la limite de fatigue σ_D , on introduit la notion de limite de fatigue conventionnelle $\sigma_0(N)$ (ou limite d'endurance). Il s'agit de la plus grande amplitude de la contrainte pour laquelle on constate 50% de rupture après N cycles de la sollicitation. Selon le cas N varie entre 10^5 à 10^9 cycles ($>$ supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce).

Les courbes de Wöhler et la notion de limite de fatigue sont établies pour un niveau de contrainte moyenne donnée.

Ordre de grandeur typique de σ_0 pour un acier : $\approx \frac{1}{2}(R_s + R_m)$ avec un écart type de $\frac{R_s}{50}$

Le graphique montre l'amplitude de contrainte en MPa sur l'axe vertical (de 0 à 300) contre le nombre de cycles N sur l'axe horizontal (logarithmique de 10^3 à 10^8). Deux courbes sont tracées : une pour l'acier doux (qui passe par $(10^7, 100)$) et une pour l'aluminium 2024-T6 (qui passe par $(10^7, 150)$). Des flèches indiquent les valeurs σ_0 et $\sigma_0(10^7)$ aux points correspondants.

Fatigue et Endommagement

Courbe de Wöhler SN - Exemple

Pour un alliage d'aluminium, des essais de fatigue ont donné les résultats suivants. On a utilisé deux éprouvettes pour chaque niveau de chargement.

Amplitude de contrainte σ_a (MPa)	400	350	300	250	220	180	170	160
N (nombre de cycles à la rupture)	1.5×10^7	4×10^7	2.1×10^7	9×10^6	5×10^6	5.1×10^6	1.1×10^7	7×10^6

*NR = éprouvette non rompue

a) Tracer la courbe SN
b) Quelle est la limite de fatigue conventionnelle à 10^7 ?

Fatigue et Endommagement

Courbe de Wöhler SN - Exemple

a) Courbe de fatigue-endurance de l'alliage
Grâce aux données expérimentales, on obtient la courbe de fatigue-endurance suivante pour les éprouvettes de section uniforme

Le graphique montre l'amplitude de contrainte en MPa sur l'axe vertical (de 0 à 600) contre le nombre de cycles N à rupture sur l'axe horizontal (logarithmique de 10^3 à 10^8). La courbe passe par des points tels que $(10^3, 450)$, $(10^4, 250)$, $(10^5, 150)$, $(10^6, 100)$, $(10^7, 60)$ et $(10^8, 30)$.

b) Limite de fatigue de l'alliage à 10^7 cycles
Il suffit de lire cette limite d'au sur la courbe ci-dessus. On obtient $\sigma_{f0} = 205$ MPa.

Fatigue et Endommagement

Goodman et Soderberg

Plusieurs relations ont été proposées pour prédire l'effet de la contrainte moyenne sur la durée de vie du matériau à partir :

- Goodman : $\sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_s} \right)$ Amplitude de contrainte à contrainte moyenne nulle (courbe S-N) correspondant à une durée de vie de N cycles
- Soderberg : $\sigma_a = \sigma_0 \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right)$ Limite élastique
- Résistance à la traction : $\sigma_m = R_m$

Le graphique montre l'amplitude de contrainte σ_a sur l'axe vertical et la contrainte statique moyenne σ_m sur l'axe horizontal. Deux droites sont tracées : la droite rouge pour la relation Goodman et la droite bleue pour la relation Soderberg. Elles convergent vers l'origine (0,0) et se rapprochent au fur et à mesure que σ_m augmente. Les axes sont logarithmiques.



149



150

Origine de l'équation de WLF

On considère que la variation du volume spécifique du polymère (V) est à l'origine des variations de viscosité d'un polymère.

La loi de Cohen et Turnbull utilise une représentation de la viscosité qui fait intervenir la variation du volume libre (V_f) avec la température: une élévation de température augmente le volume libre ce qui a pour conséquence de diminuer la viscosité .

$$\eta_0 = A e^{-\frac{V_0}{V_f(T)}}$$

L'expression de la variation de la viscosité avec la température décrite habituellement par l'équation (3) $\eta_0 = C e^{\frac{E}{RT}}$ devient donc, avec f la fraction du volume libre ($f = \frac{V - V_0}{V_0}$):

$$\eta_0 = B e^{\frac{\beta}{f}}$$

HADDOUT Abdellah

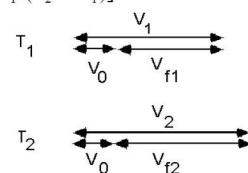
151

Loi de variation de la fraction du volume libre (f)

Quand le polymère passe de T_1 à T_2 son volume spécifique passe de V_1 à V_2 , mais dans cette transformation le volume des molécules V_0 ne change pas, c'est le volume libre V_f qui se dilate ou se contracte en passant de V_{f1} à V_{f2} .

L'évolution du volume libre suit une loi du type :

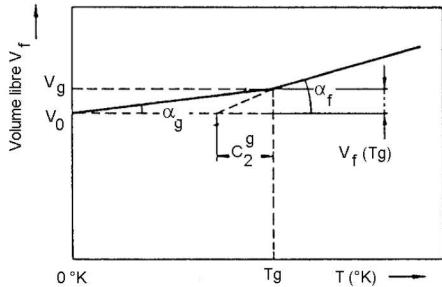
$$V_{f2} = V_{f1} [1 + \alpha_f (T_2 - T_1)]$$



Cette relation est valable uniquement au dessus de T_g car à $T = T_g$ il se produit une discontinuité dans la valeur de α .

HADDOUT Abdellah

152



Si on raisonne par rapport au volume libre V_0 à 0 K :

$$V_{f1} = V_1 - V_0$$

HADDOUT Abdellah

153

$$V_{f2} = V_2 - V_0$$

$$V_2 - V_0 = (V_1 - V_0)(1 + \alpha_f(T_2 - T_1))$$

$$\frac{V_2 - V_0}{V_0} = \frac{V_1 - V_0}{V_0}(1 + \alpha_f(T_2 - T_1))$$

soit en utilisant (f) la fraction du volume libre $f = \frac{V - V_0}{V_0}$

$$f_2 = f_1(1 + \alpha_f(T_2 - T_1))$$

HADDOUT Abdellah

154

$$\eta_0 = B e^{\frac{\beta}{f}}.$$

Donc, à $T = T_1$ $\eta_{0,1} = B e^{\frac{\beta}{f_1}}$ et à $T = T_2$ $\eta_{0,2} = B e^{\frac{\beta}{f_2}}$.

$$\ln \frac{\eta_{0,1}}{\eta_{0,2}} = \beta \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right)$$

$$\ln \frac{\eta_{0,1}}{\eta_{0,2}} = \beta \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_1(1 + \alpha_f(T_2 - T_1))} \right)$$

$$\ln \frac{\eta_{0,1}}{\eta_{0,2}} = \beta \frac{1 + \alpha_f(T_2 - T_1) - 1}{f_1(1 + \alpha_f(T_2 - T_1))}$$

$$\ln \frac{\eta_{0,1}}{\eta_{0,2}} = \beta \frac{\alpha_f(T_2 - T_1)}{f_1 \alpha_f \left(\frac{1}{\alpha_f} + (T_2 - T_1) \right)}$$

HADDOUT Abdellah

155

$$\ln \frac{\eta_{0,1}}{\eta_{0,2}} = \frac{\frac{\beta}{f_1}(T_2 - T_1)}{\frac{1}{f_1} + T_2 - T_1} \quad (18)$$

soit :

$$\ln \frac{\eta_{0,1}}{\eta_{0,2}} = \frac{C_1^T(T_2 - T_1)}{C_2^T + T_2 - T_1} \quad (20)$$

Les constantes C_1 et C_2 sont définies pour une température de référence T_1 .

Si on prend la référence de C_1 à $T = T_g$ on obtient l'équation de WLF qui est exprimée généralement en logarithme de base 10 :

$$\log \frac{\eta_0(T)}{\eta_0(T_g)} = - \frac{C_1^g(T - T_g)}{C_2^g + (T - T_g)} \quad (21)$$

HADDOUT Abdellah

156

Les constantes C_1 et C_2 sont définies pour une température de référence T_1 .

Si on prend la référence de C_1 à $T = T_g$, on obtient l'équation de WLF qui est exprimée généralement en logarithme de base 10 :

$$\log \frac{\eta_0(T)}{\eta_0(T_g)} = -\frac{C_1^*(T - T_g)}{C_1^* + (T - T_g)}$$

L'ordre de grandeur de $C_1^* = \frac{V_f(T_g)}{\alpha}$, (pour $V_f(T_g) \approx 0,025$ et $\alpha = 0,001$) est $C_1^* \approx 25$ K.

Bird (1977) a proposé de prendre les valeurs uniques suivantes pour les polymères :

$$C_1^* \approx 17,44$$

$$C_2^* \approx 51,6$$
 K

La relation WLF « universelle » s'écrit alors :

$$\log \frac{\eta_0(T)}{\eta_0(T_g)} = -\frac{17,44(T - T_g)}{51,6 + (T - T_g)}$$

HADDOUT Abdellah