

Traitement d'Images

TP 4

Détection de contours

Estimation du gradient

Effectuer une détection de contours par estimation du gradient dans deux puis quatre directions avec les opérateurs Sobel et Prewitt.

$$d = \{0, 45, 90, 135\},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{W_{S,0}} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{W_{P,0}}$$

Fonction de transfert du Laplacien

La définition de l'opérateur laplacien dans le domaine continu pour une fonction à deux variables $f(x, y)$ est la suivante:

$$\Delta f(x, y) = \nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

On peut également définir la dérivée partielle d'une fonction à deux variables $f(x, y)$ par rapport à la variable x de la façon suivante:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h}$$

- En utilisant l'expression de la dérivée partielle de l'équation 2, écrire l'expression de la dérivée seconde d'une fonction $f(x, y)$ par rapport à la variable x .
- Discretiser l'expression précédente (i.e. écrire l'équation aux différences)
- Ecrire l'équation aux différences du Laplacien, et déterminer sa réponse impulsionnelle
- Quel est l'effet de cet opérateur sur l'image d'entrée? Pourquoi? Avec l'aide de MATLAB, réalisez une procédure qui vous permet d'obtenir le Laplacien d'une image. Appliquez l'opération du Laplacien à l'image "Lena". Tirez-en des conclusions.

Opérateurs de Frei

Les opérateurs de Frei permettent de classer chaque point de l'image en point contour ou en point non-contour. Frei a proposé à cet effet un espace vectoriel composé de 9 vecteurs orthogonaux T_i , $i=1, \dots, 9$. Cet espace se compose de deux sous espaces vectoriels qui représentent respectivement le sous espace contour T_i , $i=1, \dots, 8$ et le sous espace non-contour T_9 .

- Les deux masques T_1 et T_2 correspondent aux opérateurs de détection de transitions horizontales et verticales (un passage par zéro).
- Les ondulations obliques sont mises en évidence par les opérateurs T_3 et T_4 .
- Les deux masques T_5 et T_6 détectent les lignes verticales et horizontales (deux passages par 0).
- Les deux masques T_7 et T_8 mettent en évidence les points isolés

Ces 8 masques forment la base du sous espace contour.

- Le masque T_9 forme la base du sous espace non-contour et complète la base de l'espace complet.

Les relations suivantes formalisent respectivement le calcul de la norme de la projection d'une fenêtre B de taille 3×3 dans les sous espaces vectoriels contour et non contour et dans l'espace vectoriel complet.

$$\sum_{i=1}^8 (B.T_i)^2, (B.T_9)^2 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^9 (B.T_i)^2$$

La base orthogonale proposée par Frei est décrite par les 9 masques de taille 3×3 :

$$\begin{aligned} T_1 &= \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{pmatrix} & T_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} & T_3 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & \sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \\ -\sqrt{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ T_4 &= \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\sqrt{2} \end{pmatrix} & T_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & T_6 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ T_7 &= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} & T_8 &= \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} & T_9 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Représenter, pour l'image Lena, les 5 normes des projections de l'image originale dans les 5 sous espaces vectoriels : Transition (T_1 , T_2) ; Ondulation (T_3 , T_4) ; Ligne (T_5 , T_6) ; Point isolé (T_7 , T_8) et Non-contour T_9 .