

(1) 试除法求一个数的所有约数

```
1 //返回的是数组，里面是这个数的所有约数
2 vector<int> get_divisors(int n)
3 {
4     vector<int> res;
5     for(int i = 1; i <= n / i; i++){
6         if(n % i == 0){
7             res.push_back(i);
8             if(i != n / i) res.push_back(n / i);
9         }
10    }
11    sort(res.begin(), res.end());
12    return res;
13 }
```

(2) 求一个数的约数个数

基于算术基本定理

$$N = (p_1^{x_1})(p_2^{x_2})(p_3^{x_3})...(p_k^{x_k})$$

$$\text{约数个数} = (x_1 + 1)(x_2 + 1)(x_3 + 1)...(x_k + 1)$$

为什么呢？简单证明如下

因为每一种 p_i 都有 $0 \rightarrow x_i$ 种选法，一共 $x_i + 1$ 种，一共 k 个所以迭代 k 次

这么讲不够直白，接下来举个栗子

$$24 = 2 * 2 * 2 * 3 = 2^3 * 3$$

再用各个质数的指数加一后再相乘即为此数的约数个数，

比如 $(3+1)(1+1) = 4 * 2 = 8$ ，即表示24有8个约数。

24的约数:1、2、3、4、6、8、12、24。

```
1 思路就是先把原数分解为质因数，最后把每一个数的指数累加即可。
2 从a1一直分解到an，由于a的数据过大，此处用哈希表进行存储
3
4 void dividprime(int n)
```

```

5 {
6     for(int i = 2; i <= n / i; i++){
7         while(n % i == 0){
8             m[i]++;
9             n /= i;
10        }
11    }
12    if(n > 1)    m[n]++;
13 }
14

```

(3) 约数之和

基本思想:

如果 $N = p_1^{c_1} * p_2^{c_2} * ... * p_k^{c_k}$

约数个数: $(c_1+1)*(c_2+1)*...*(c_k+1)$

约数之和: $(p_1^0+p_1^1+...+p_1^{c_k})*...*(p_k^0+p_k^1+...+p_k^{c_k})$

```

1 while (b -- ) t = (t * a + 1) % mod;
2
3 t = t*p + 1
4 t = 1
5 t = p + 1
6 t = p^2 + p + 1
7 .....
8 t = p^b + p^{b-1} +...+ 1

```

```

1 #include<iostream>
2 #include<map>
3 using namespace std;
4 typedef long long LL;
5 const int MOD = 1e9 + 7;
6
7 map<int,int> m;
8
9 void dividprime(int n)

```

```

10 {
11     for(int i = 2; i <= n / i; i++){
12         if(n % i == 0){
13             while(n % i == 0){
14                 m[i]++;
15                 n /= i;
16             }
17         }
18     }
19     if(n > 1)    m[n]++;
20 }
21 int main()
22 {
23     int n;
24     cin >> n;
25     while(n--){
26         int x;
27         cin >> x;
28         dividprime(x);
29     }
30     LL ans = 1;
31     for(auto pos : m){
32         int p = pos.first, a = pos.second;
33         LL res = 1;
34         while(a--) res = (res * p + 1) % MOD;
35         ans = ans * res % MOD;
36     }
37     cout << ans << endl;
38
39     return 0;
40 }

```