

实验四：图像去噪

学号：SA22225286 姓名：孟寅磊 日期：20221006

实验内容

1. 均值滤波

具体内容：利用OpenCV对灰度图像像素进行操作，分别利用算术均值滤波器、几何均值滤波器、谐波和逆谐波均值滤波器进行图像去噪。模板大小为 5×5 。（注：请分别为图像添加高斯噪声、胡椒噪声、盐噪声和椒盐噪声，并观察滤波效果）

2. 中值滤波

具体内容：利用 OpenCV 对灰度图像像素进行操作，分别利用 5×5 和 9×9 尺寸的模板对图像进行中值滤波。（注：请分别为图像添加胡椒噪声、盐噪声和椒盐噪声，并观察滤波效果）

3. 自适应均值滤波

具体内容：利用 OpenCV 对灰度图像像素进行操作，设计自适应局部降低噪声滤波器去噪算法。模板大小 7×7 （对比该算法的效果和均值滤波器的效果）

4. 自适应中值滤波

具体内容：利用 OpenCV 对灰度图像像素进行操作，设计自适应中值滤波算法对椒盐图像进行去噪。模板大小 7×7 （对比中值滤波器的效果）

5. 彩色图像均值滤波

具体内容：利用 OpenCV 对彩色图像 RGB 三个通道的像素进行操作，利用算术均值滤波器和几何均值滤波器进行彩色图像去噪。模板大小为 5×5 。

实验完成情况

当一幅图像仅被加性噪声退化时，可用空间滤波的方法来估计 $f(x, y)$ （即对图像 $g(x, y)$ 去噪）。

1. 添加噪声

噪声分量中的灰度值可视为随机变量，而随机变量可由概率密度函数（PDF）来表征。

高斯噪声

高斯随机变量 z 的PDF为

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.1)$$

式中， z 表示灰度， \bar{z} 是 z 的均值， σ 是 z 的标准差。添加加性高斯噪声的函数如下

```
1 void add_gaus_noise(const Mat &src, Mat &dst, double sigma) {
2     CV_Assert(src.type() == CV_8UC1 || src.type() == CV_8UC3);
3     const int rows = src.rows;
4     const int cols = src.cols;
5     default_random_engine generator;
6     normal_distribution<double> noise {0, 1};
7     double gaussian_noise;
8     dst.create(src.size(), src.type());
```

```

9     for (int i = 0; i < rows; ++i) {
10         for (int j = 0; j < cols; ++j) {
11             gaussian_noise = noise(generator);
12             if (src.channels() == 1) {
13                 dst.at<uchar>(i, j) =
14                     saturate_cast<uchar>(src.at<uchar>(i, j) +
15                     static_cast<int>(gaussian_noise * sigma));
16             } else {
17                 for (int ch = 0; ch < 3; ++ch)
18                     dst.at<Vec3b>(i, j)[ch] =
19                         saturate_cast<uchar>(src.at<Vec3b>(i, j)[ch] +
20                         static_cast<int>(gaussian_noise * sigma));
21             }
22         }
23     }
24 }

```

椒盐噪声

椒盐噪声的PDF为

$$p(z) = \begin{cases} P_s, & z = 2^k - 1 \\ P_p, & z = 0 \\ 1 - (P_s + P_p), & z = V \end{cases} \quad (4.2)$$

式中, V 是区间 $0 < V < 2^k - 1$ 内的任意整数。添加椒盐噪声的函数如下

```

1 void add_pesa_noise(const Mat &src, Mat &dst,
2                     double p_pepr, double p_salt) {
3     CV_Assert((src.type() == CV_8UC1 || src.type() == CV_8UC3) &&
4               p_pepr >= 0 && p_pepr <= 1 && p_salt >= 0 && p_salt <= 1);
5     dst = src.clone();
6     const int rows = src.rows;
7     const int cols = src.cols;
8     int i = 0;
9     int j = 0;
10    default_random_engine generator;
11    uniform_int_distribution<int> random_row(0, rows - 1);
12    uniform_int_distribution<int> random_col(0, cols - 1);
13    int pepr_polluted = static_cast<int>(p_pepr * rows * cols);
14    int salt_polluted = static_cast<int>(p_salt * rows * cols);
15    int kp = 0, ks = 0;
16    // add noise
17    while (kp++ < pepr_polluted) {
18        i = random_row(generator);
19        j = random_col(generator);
20        if (src.channels() == 1) {
21            dst.at<uchar>(i, j) = 0;
22        } else {
23            dst.at<Vec3b>(i, j)[0] = 0;
24            dst.at<Vec3b>(i, j)[1] = 0;
25            dst.at<Vec3b>(i, j)[2] = 0;
26        }
27    }

```

```

28     while (ks++ < salt_polluted) {
29         i = random_row(generator);
30         j = random_col(generator);
31         if (src.channels() == 1) {
32             dst.at<uchar>(i, j) = 255;
33         } else {
34             dst.at<Vec3b>(i, j)[0] = 255;
35             dst.at<Vec3b>(i, j)[1] = 255;
36             dst.at<Vec3b>(i, j)[2] = 255;
37         }
38     }
39 }

```

2. 均值滤波

算术平均滤波器

算术平均滤波器是最简单的均值滤波器，它在由 S_{xy} 定义的区域中，计算被污染图像 $g(x, y)$ 的平均值。复原的图像 \hat{f} 在 (x, y) 处的值使用该区域中像素的算术平均值，即

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r, c) \in S_{xy}} g(r, c) \quad (4.3)$$

式中， r 和 c 是邻域中所包含像素的行坐标和列坐标。这一运算可以使用大小为 $m \times n$ ，所有系数都是 $\frac{1}{mn}$ 的一个空间核来实现。均值滤波平滑图像中的局部变化，它会降低图像中的噪声，但会模糊图像。

谐波平均滤波器

谐波平均滤波器由下式给出

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(r, c) \in S_{xy}} \frac{1}{g(r, c)}} \quad (4.4)$$

谐波平均滤波器既能处理盐粒噪声，又能处理高斯噪声。但不能处理胡椒噪声。

反谐波平均滤波器

反谐波平均滤波器由下式给出

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(r, c) \in S_{xy}} g(r, c)^{Q+1}}{\sum_{(r, c) \in S_{xy}} g(r, c)^Q} \quad (4.5)$$

Q 称为滤波器阶数。这种滤波器适用于消除椒盐噪声。 $Q > 0$ 时，该滤波器消除胡椒噪声； $Q < 0$ 时，该滤波器消除盐粒噪声。但不能同时消除这两种噪声。当 $Q = 0$ 时，该滤波器简化为算术平均滤波器； $Q = -1$ 时，该滤波器简化为谐波平均滤波器。基于(4.5)式的上述三种滤波器实现如下

```

1  /*
2   * Q > 0, eliminates pepper noise
3   * Q < 0, eliminates salt noise
4   * Q = 0 --> arithmetic mean filter, eliminates noise
5   * Q == -1 --> harmonic_mean_filter, eliminates gauss and salt noise
6   */
7  void contraharmonic_mean_filter(const Mat &src, Mat &dst,
8                                  int m, int n, double Q) {
9      Mat filled;
10     dst.create(src.size(), src.type());
11     int row_border = (m - 1) / 2;

```



```

21         dst.at<uchar>(i_dst, j_dst) =
22             saturate_cast<uchar>(pow(pd, exponent));
23     }
24 }
25 }

```

3. 中值滤波

中值滤波器是最著名的统计排序滤波器，它用一个预定义的像素邻域中的灰度中值来替代像素的值，即

$$\hat{f}(x, y) = \underset{(r, c) \in S_{xy}}{\text{median}}\{g(r, c)\} \quad (4.7)$$

中值滤波器应用广泛，因为与大小相同的线性平滑滤波器相比，它能有效地降低某些随机噪声，且模糊度要小得多。对于单极和双极冲激噪声，中值滤波器的效果更好。基本的中值滤波器实现如下

```

1 void median_filter(const Mat &src, Mat &dst, int m, int n) {
2     Mat filled;
3     dst.create(src.size(), src.type());
4     int row_border = (m - 1) / 2;
5     int col_border = (n - 1) / 2;
6     copyMakeBorder(src, filled, row_border, row_border,
7                     col_border, col_border,
8                     BORDER_REFLECT);
9     int i_dst = 0;
10    int j_dst = 0;
11    vector<uchar> Sxy;
12    int median_index = m * n / 2;
13    for (int i = row_border; i < filled.rows - row_border; ++i) {
14        for (int j = col_border; j < filled.cols - col_border; ++j) {
15            i_dst = i - row_border;
16            j_dst = j - col_border;
17            Sxy.clear();
18            for (int x = i - row_border; x <= i + row_border; ++x)
19                for (int y = j - col_border; y <= j + col_border; ++y)
20                    Sxy.push_back(filled.at<uchar>(x, y));
21            sort(Sxy.begin(), Sxy.end());
22            dst.at<uchar>(i_dst, j_dst) = Sxy[median_index];
23        }
24    }
25 }

```

4. 自适应均值滤波

自适应滤波器的特性会根据 $m \times n$ 矩形邻域 S_{xy} 定义的滤波区域内的图像的统计特性变化。自适应局部降噪滤波器具有如下性能：

1. 若 σ_η^2 为0，则滤波器返回 (x, y) 处的值 g 。因为噪声为0时， (x, y) 处的 g 等于 f 。
2. 若局部方差 $\sigma_{S_{xy}}^2$ 与 σ_η^2 高度相关，则滤波器返回 (x, y) 处的一个接近于 g 的值。高局部方差通常与边缘相关，且应保留这些边缘。
3. 若两个方差相等，则希望滤波器返回 S_{xy} 中像素的算术平均值。当局部区域的性质与整个图像的性质相同时会出现这个条件，且平均运算会降低局部噪声。

根据这些假设得到的 $\hat{f}(x, y)$ 的自适应表达式可以写为

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_{S_{xy}}^2} [g(x, y) - \bar{z}_{S_{xy}}] \quad (4.8)$$

σ_{η}^2 由噪声图像估计得到。其他参数由邻域 S_{xy} 中的像素计算得到。注意当 $\sigma_{\eta}^2 > \sigma_{S_{xy}}^2$ 时比率应设为1, 这样可以阻止因缺少图像噪声方差的知识而产生无意义的结果。基于上述思路实现的自适应均值滤波器实现如下

```

1 void adaptive_mean_filter(const Mat &src, Mat &dst, int m, int n) {
2     int rows = src.rows;
3     int cols = src.cols;
4     // 计算噪声图像的标准差
5     double sum = 0;
6     double mean_src = 0;
7     double sdev_src = 0;
8     for (int i = 0; i < rows; ++i)
9         for (int j = 0; j < cols; ++j)
10             sum += src.at<uchar>(i, j);
11     mean_src = sum / (rows * cols);
12     sum = 0;
13     for (int i = 0; i < rows; ++i)
14         for (int j = 0; j < cols; ++j)
15             sum += pow(1.0 * src.at<uchar>(i, j) - mean_src, 2);
16     sdev_src = sqrt(sum / (rows * cols));
17
18     Mat filled;
19     dst.create(src.size(), src.type());
20     int row_border = (m - 1) / 2;
21     int col_border = (n - 1) / 2;
22     copyMakeBorder(src, filled, row_border, row_border,
23                     col_border, col_border,
24                     BORDER_REFLECT);
25
26     int i_dst = 0;
27     int j_dst = 0;
28     Mat Sxy;
29     Mat mean_Sxy;
30     Mat sdev_Sxy;
31     double k = 0;
32     for (int i = row_border; i < filled.rows - row_border; ++i) {
33         for (int j = col_border; j < filled.cols - col_border; ++j) {
34             i_dst = i - row_border;
35             j_dst = j - col_border;
36             Sxy = Mat(filled, Rect(j - col_border, i - row_border, n, m));
37             meanStdDev(Sxy, mean_Sxy, sdev_Sxy);
38             k = (pow(sdev_src, 2)) /
39                 (pow(sdev_Sxy.at<double>(0, 0), 2) + 1e-6);
40             if (k < 1)
41                 dst.at<uchar>(i_dst, j_dst) =
42                     saturate_cast<uchar>(filled.at<uchar>(i, j) -
43                     k * (filled.at<uchar>(i, j) - mean_Sxy.at<double>(0, 0)));
44             else
45                 dst.at<uchar>(i_dst, j_dst) = mean_Sxy.at<double>(0, 0);
46         }
47     }
48 }
```

5. 自适应中值滤波

自适应中值滤波能够处理具有更大概率噪声，且会在试图保留图像细节的同时平滑非冲激噪声。自适应中值滤波器也工作在矩形邻域 S_{xy} 内，但是它会根据下面列出的一些条件来改变 S_{xy} 的大小。自适应中值滤波器的工作原理如下

层次A: 若 $z_{min} < z_{med} < z_{max}$ ，则转到层次B

否则，增大 S_{xy} 的尺寸

若 $S_{xy} \leq S_{max}$ ，则重复层次A

否则，输出 z_{med}

层次B: 若 $z_{min} < z_{xy} < z_{max}$ ，则输出 z_{xy}

否则，输出 z_{med}

其中， z_{min} 是 S_{xy} 中的最小灰度值； z_{max} 是 S_{xy} 中的最大灰度值； z_{med} 是 S_{xy} 中的灰度值的中值； z_{xy} 是坐标 (x, y) 处的灰度值； S_{max} 是 S_{xy} 的最大允许尺寸。基于上述思路实现的代码如下

```
1  /// @brief the implementation of an adaptive median filter,
2  ///       the in-place processing is not supported.
3  /// @param src input image
4  /// @param dst output image
5  /// @param init_m the rows of the initial neighborhood S_xy
6  /// @param init_n the cols of the initial neighborhood S_xy
7  /// @param max_m the rows of the maximal neighborhood S_max
8  /// @param max_n the cols of the maximal neighborhood S_max
9  void adaptive_median_filter(const Mat &src, Mat &dst,
10                             int init_m, int init_n, int max_m, int max_n) {
11      CV_Assert(src.type() == CV_8UC1 && init_m <= max_m && init_n <= max_n);
12      dst.create(src.size(), CV_8UC1);
13      int max_row_border = (max_m - 1) / 2;
14      int max_col_border = (max_n - 1) / 2;
15      Mat filled;
16      // 按照S_xy的最大允许尺寸S_max进行边界填充，filled为填充结果，填充方式为镜像填充
17      copyMakeBorder(src, filled, max_row_border, max_row_border,
18                    max_col_border, max_col_border,
19                    BORDER_REFLECT);
20      int x, y;
21      int r_bias, c_bias;
22      int curr_m = init_m;
23      int curr_n = init_n;
24      vector<uchar> S_xy;
25      uchar z_xy, z_min, z_med, z_max;
26      bool is_sxy_greater_than_smax = false;
27
28      for (int i = 0; i < dst.rows; ++i) {
29          for (int j = 0; j < dst.cols; ++j) {
30              // 计算z_xy
31              x = i + max_row_border; // dst图像中的像素在filled中所处的行
32              y = j + max_col_border; // dst图像中的像素在filled中所处的列
33              z_xy = filled.at<uchar>(x, y);
34
35              // 计算z_min、z_med和z_max
36              S_xy.clear();
```

```

37     r_bias = (curr_m - 1) / 2;
38     c_bias = (curr_n - 1) / 2;
39     for (int si = x - r_bias; si <= x + r_bias; ++si)
40         for (int sj = y - c_bias; sj <= y + c_bias; ++sj)
41             S_xy.push_back(filled.at<uchar>(si, sj));
42     sort(S_xy.begin(), S_xy.end());
43     z_min = S_xy[0];
44     z_med = S_xy[curr_m * curr_n / 2];
45     z_max = S_xy[curr_m * curr_n - 1];
46
47     // 当不满足z_min < z_med < z_max时, 扩大S_xy
48     is_Sxy_greater_than_Smax = false;
49     while (!(z_min < z_med && z_med < z_max)) {
50         curr_m += 2;
51         curr_n += 2;
52         // 如果S_xy > S_max, 转移到Sxy_greater_than_Smax语句
53         if (curr_m > max_m || curr_n > max_n) {
54             is_Sxy_greater_than_Smax = true;
55             goto Sxy_greater_than_Smax;
56         }
57         // 扩大s_xy, 即将当前s_xy中外边一圈的像素包括进来
58         ++r_bias;
59         ++c_bias;
60         for (int c = y - c_bias; c <= y + c_bias; ++c)
61             S_xy.push_back(filled.at<uchar>(x - r_bias, c));
62         for (int c = y - c_bias; c <= y + c_bias; ++c)
63             S_xy.push_back(filled.at<uchar>(x + r_bias, c));
64         for (int r = x - r_bias + 1; r <= x + r_bias - 1; ++r)
65             S_xy.push_back(filled.at<uchar>(r, y - c_bias));
66         for (int r = x - r_bias + 1; r <= x + r_bias - 1; ++r)
67             S_xy.push_back(filled.at<uchar>(r, y + c_bias));
68         // 计算新的z_min、z_med和z_max
69         sort(S_xy.begin(), S_xy.end());
70         z_min = S_xy[0];
71         z_med = S_xy[curr_m * curr_n / 2];
72         z_max = S_xy[curr_m * curr_n - 1];
73     }
74     // S_xy > S_max时输出z_med
75     Sxy_greater_than_Smax:
76     dst.at<uchar>(i, j) = z_med;
77     // 满足z_min < z_med < z_max且S_xy <= S_max时输出z_xy或z_med
78     if (!is_Sxy_greater_than_Smax)
79         dst.at<uchar>(i, j) =
80             (z_min < z_xy && z_xy < z_max) ? z_xy : z_med;
81     }
82 }
83 }

```

6. 彩色图像均值滤波

基于前边均值滤波器的原理, 对彩色图像的RGB三个通道操作实现滤波。

```

1 void rgb_arithmetic_mean_filter(const Mat &src, Mat &dst, int m, int n) {
2     Mat filled;
3     dst.create(src.size(), src.type());

```



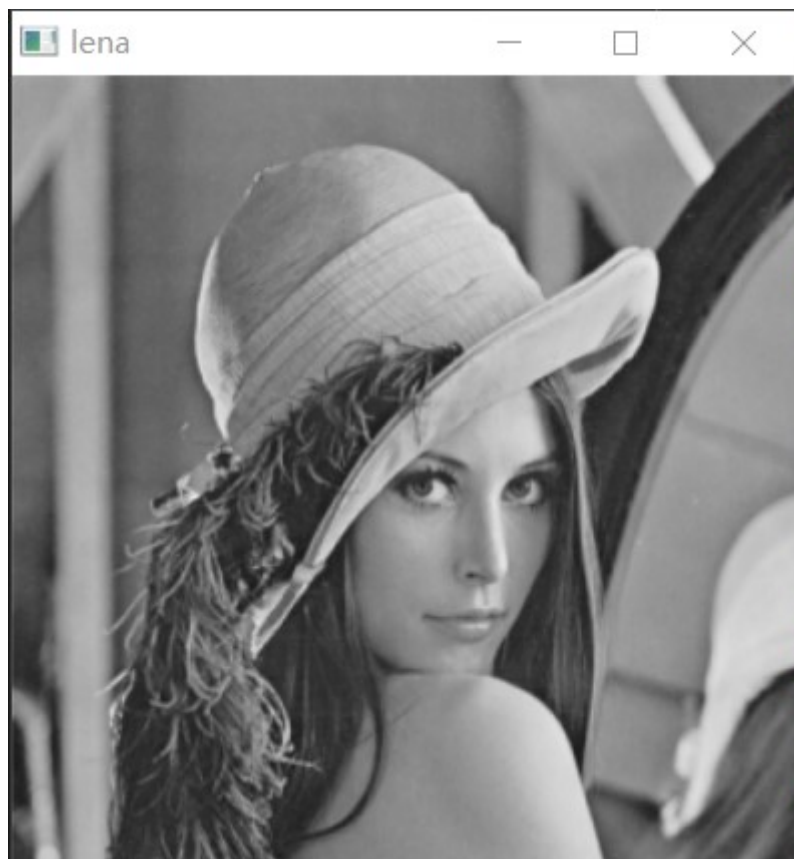
```

4     int row_border = (m - 1) / 2;
5     int col_border = (n - 1) / 2;
6     copyMakeBorder(src, filled, row_border, row_border,
7                     col_border, col_border,
8                     BORDER_REFLECT);
9
10    int i_dst = 0;
11    int j_dst = 0;
12    vector<double> sum(3, 0);
13    for (int i = row_border; i < filled.rows - row_border; ++i) {
14        for (int j = col_border; j < filled.cols - col_border; ++j) {
15            i_dst = i - row_border;
16            j_dst = j - col_border;
17            sum[0] = sum[1] = sum[2] = 0;
18            for (int x = i - row_border; x <= i + row_border; ++x)
19                for (int y = j - col_border; y <= j + col_border; ++y)
20                    for (int ch = 0; ch < 3; ++ch)
21                        sum[ch] += filled.at<Vec3b>(x, y)[ch];
22            for (int ch = 0; ch < 3; ++ch)
23                dst.at<Vec3b>(i_dst, j_dst)[ch] =
24                    saturate_cast<uchar>(sum[ch] / (m * n));
25        }
26    }
27
28 void rgb_geometric_mean_filter(const Mat &src, Mat &dst, int m, int n) {
29     Mat filled;
30     dst.create(src.size(), src.type());
31     int row_border = (m - 1) / 2;
32     int col_border = (n - 1) / 2;
33     copyMakeBorder(src, filled, row_border, row_border,
34                     col_border, col_border,
35                     BORDER_REFLECT);
36
37     int i_dst = 0;
38     int j_dst = 0;
39     vector<double> pd(3, 1);
40     const double exponent = 1.0 / m / n;
41     for (int i = row_border; i < filled.rows - row_border; ++i) {
42         for (int j = col_border; j < filled.cols - col_border; ++j) {
43             i_dst = i - row_border;
44             j_dst = j - col_border;
45             pd[0] = pd[1] = pd[2] = 1;
46             for (int x = i - row_border; x <= i + row_border; ++x)
47                 for (int y = j - col_border; y <= j + col_border; ++y)
48                     for (int ch = 0; ch < 3; ++ch)
49                         pd[ch] *= filled.at<Vec3b>(x, y)[ch];
50             for (int ch = 0; ch < 3; ++ch)
51                 dst.at<Vec3b>(i_dst, j_dst)[ch] =
52                     saturate_cast<uchar>(pow(pd[ch], exponent));
53         }
54     }
55 }

```

实验结果

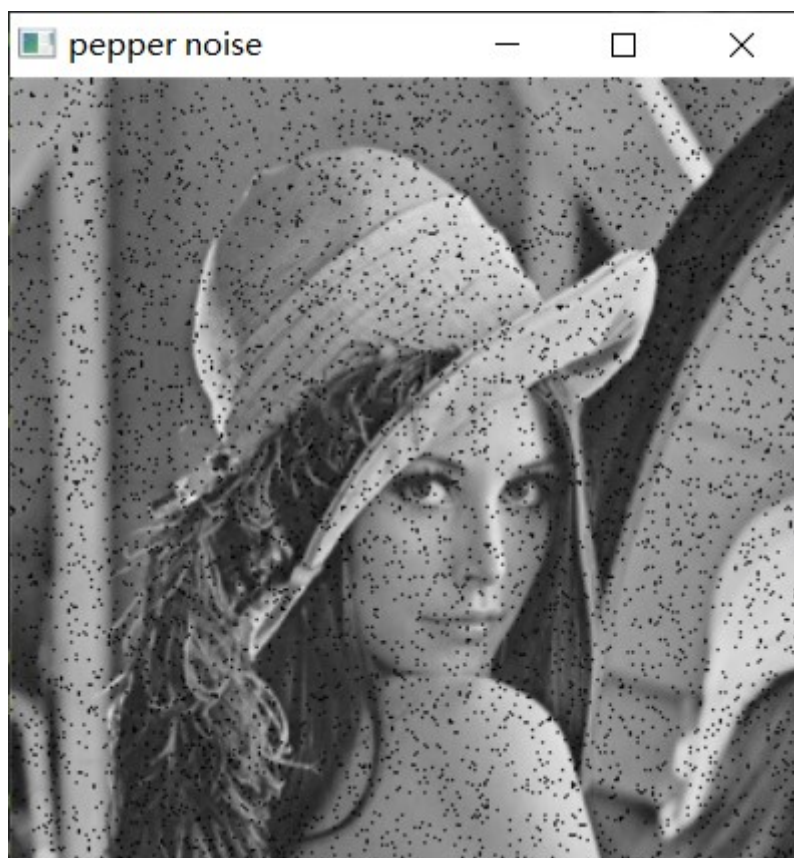
用于实验的灰度图像



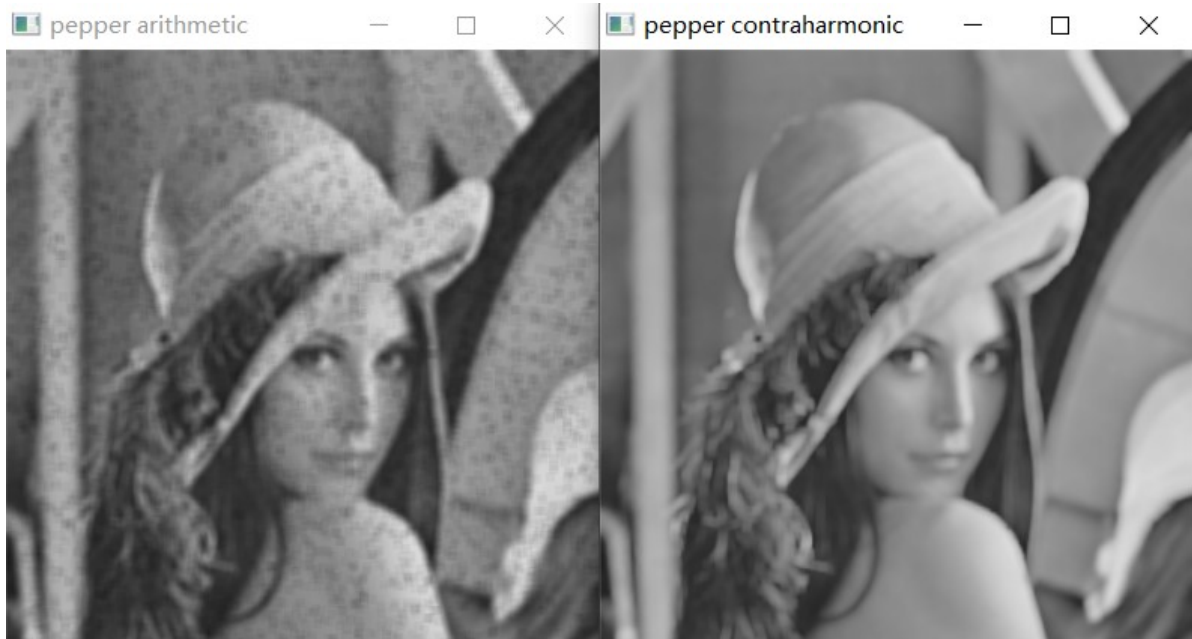
☒ 均值滤波

均值滤波使用的模板大小均为 5×5 。

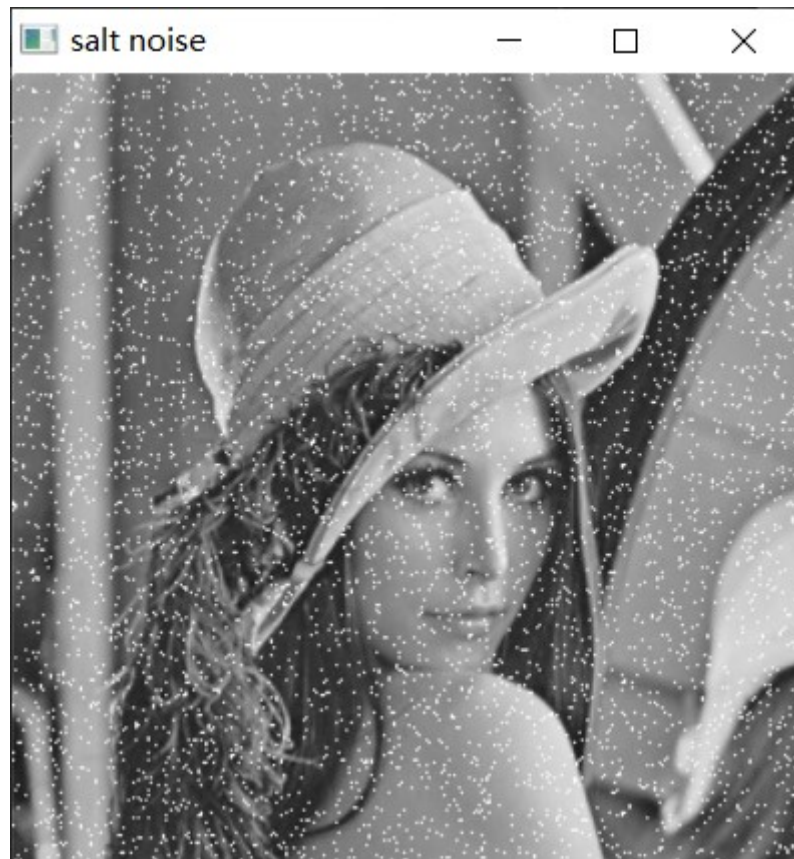
被 $P_{pepper} = 0.05$ 的胡椒噪声污染的图像



左边的图像是算术平均滤波的结果，右边的图像是反谐波平均滤波的结果



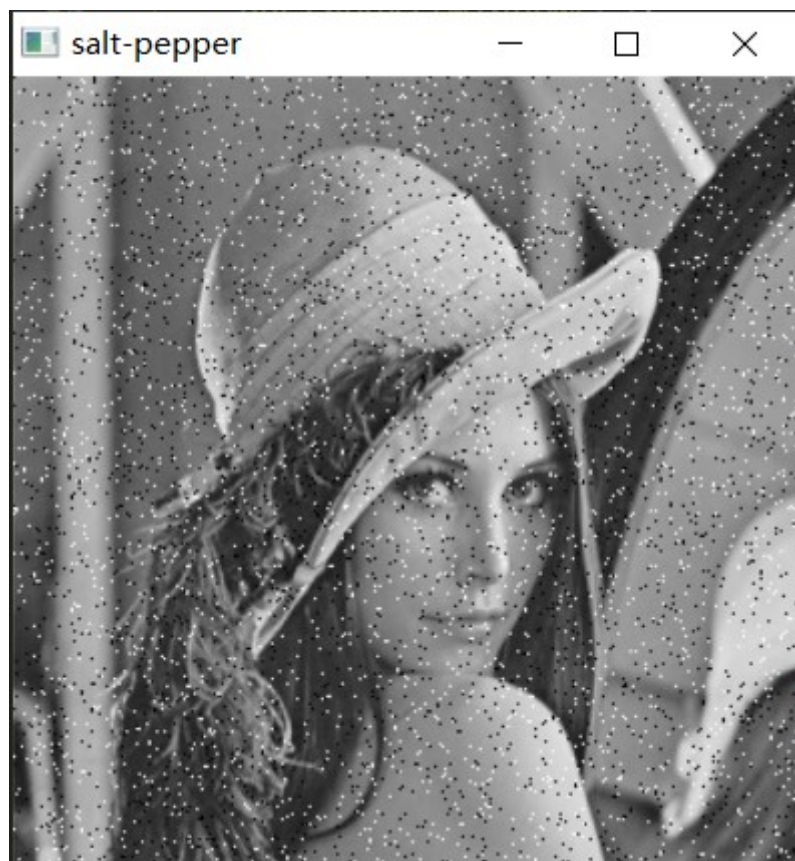
被 $P_{salt} = 0.05$ 的盐噪声污染的图像



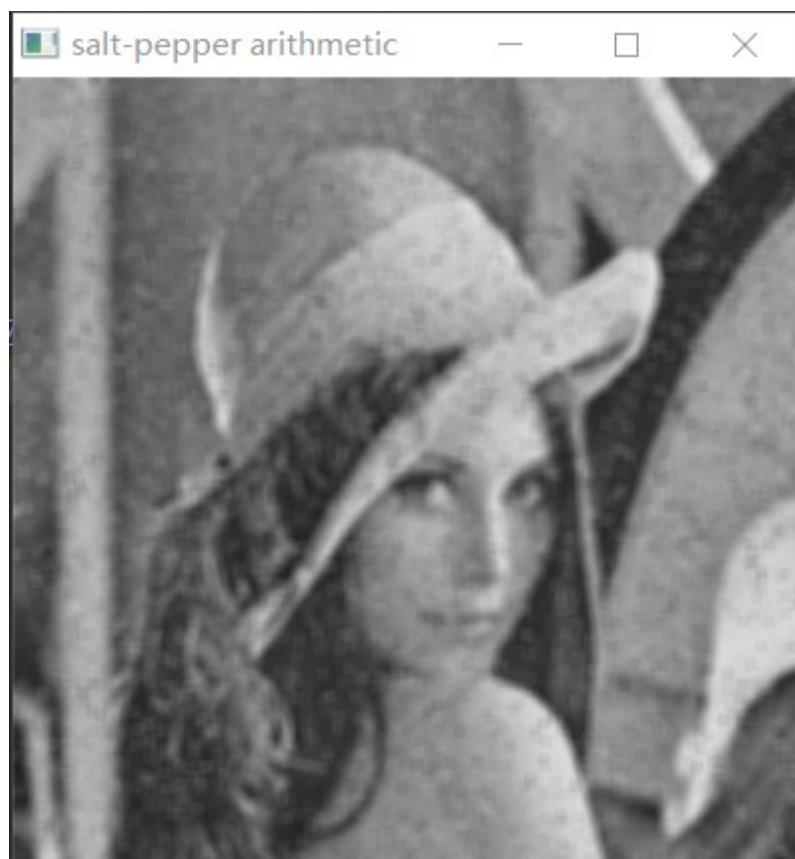
左上图像是算术平均滤波的结果；右上图像是几何平均滤波的结果；左下图像是谐波平均滤波的结果；右下图像是反谐波平均滤波的结果



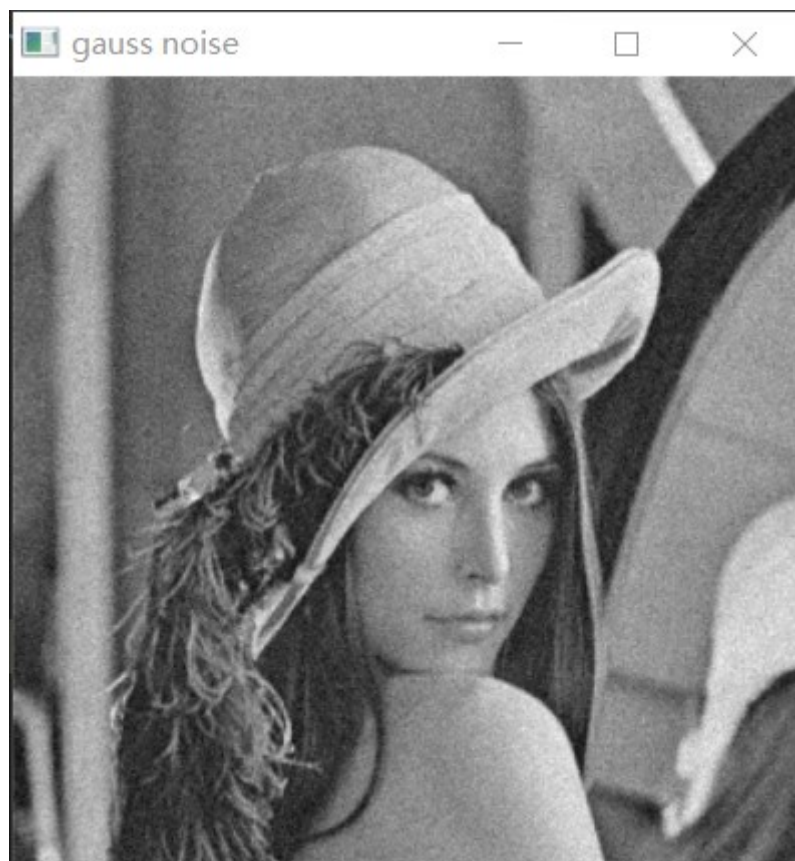
被 $P_{pepper} = 0.025, P_{salt} = 0.025$ 的椒盐噪声污染的图像



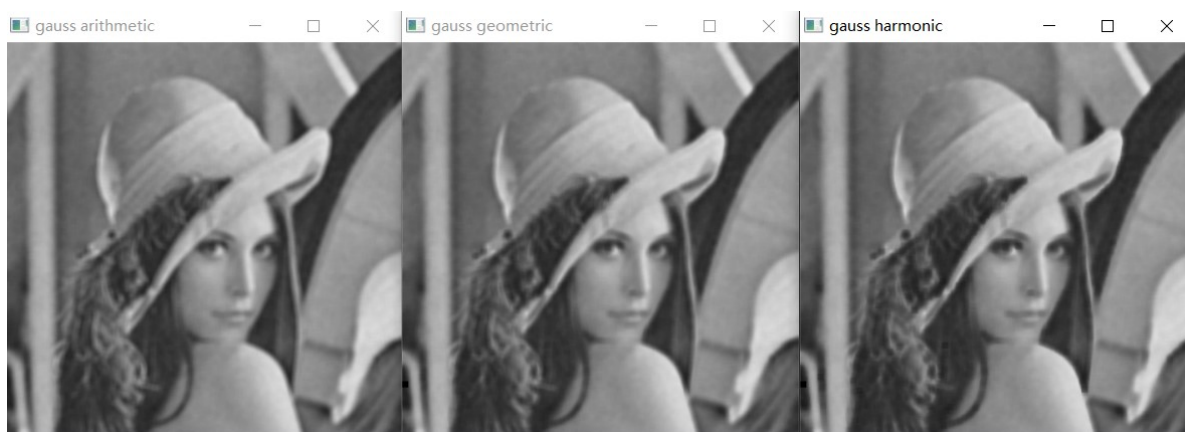
使用算术平均滤波的结果



被均值为0，方差为100的加性高斯噪声污染的图像

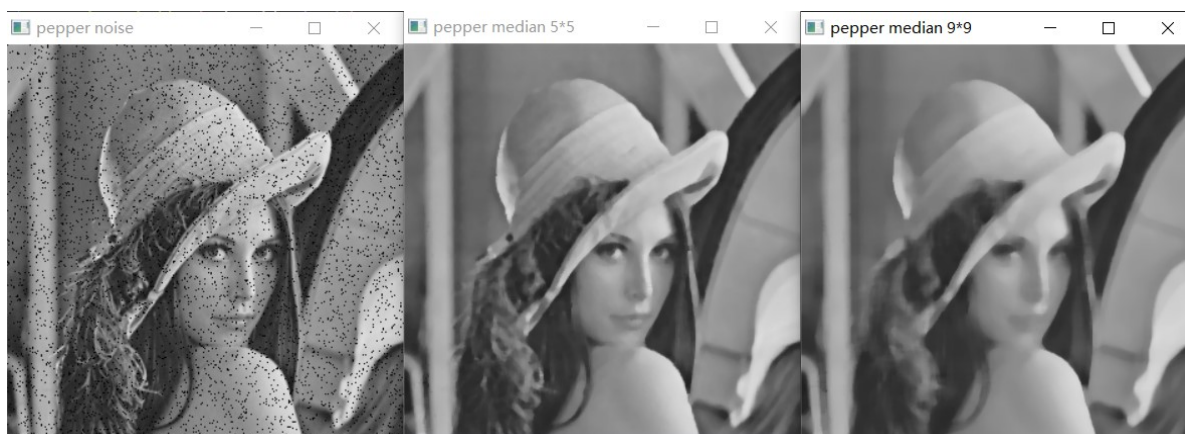


左图是算术平均滤波的结果；中间图像是几何平均滤波的结果；右图是谐波平均滤波的结果

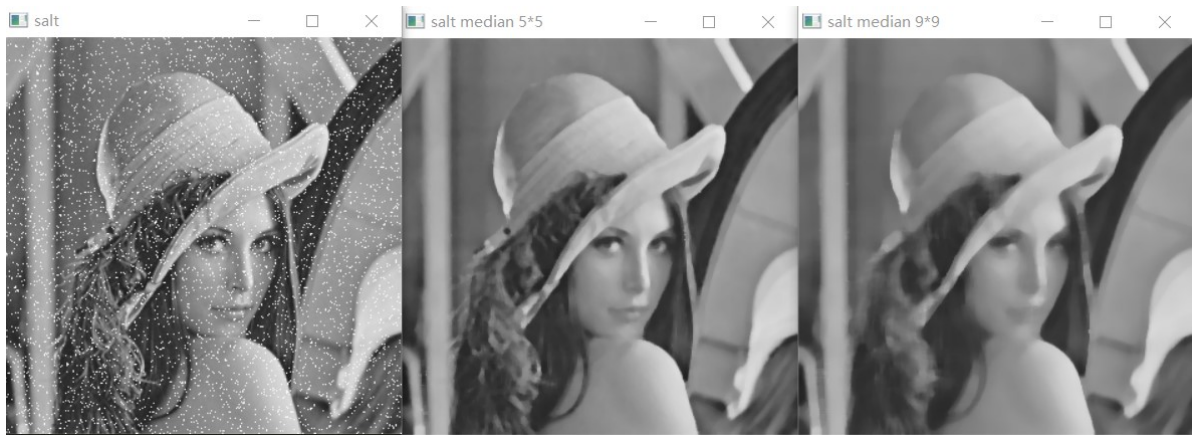


☒ 中值滤波

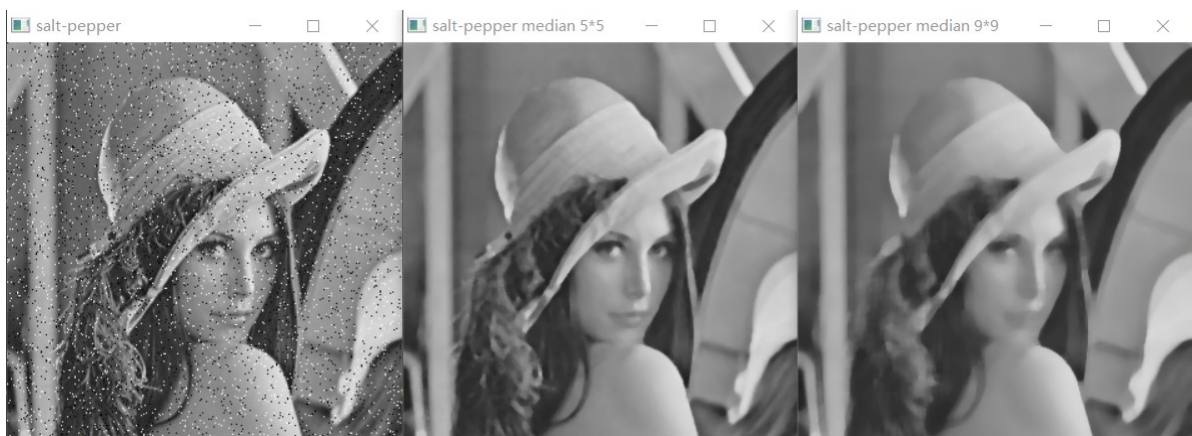
左图是被 $P_{pepper} = 0.05$ 的胡椒噪声污染的图像；中间是用 5×5 尺寸的中值滤波器滤波的结果；右图是用 9×9 尺寸的中值滤波器滤波的结果



左图是被 $P_{salt} = 0.05$ 的盐噪声污染的图像；中间是用 5×5 尺寸的中值滤波器滤波的结果；右图是用 9×9 尺寸的中值滤波器滤波的结果

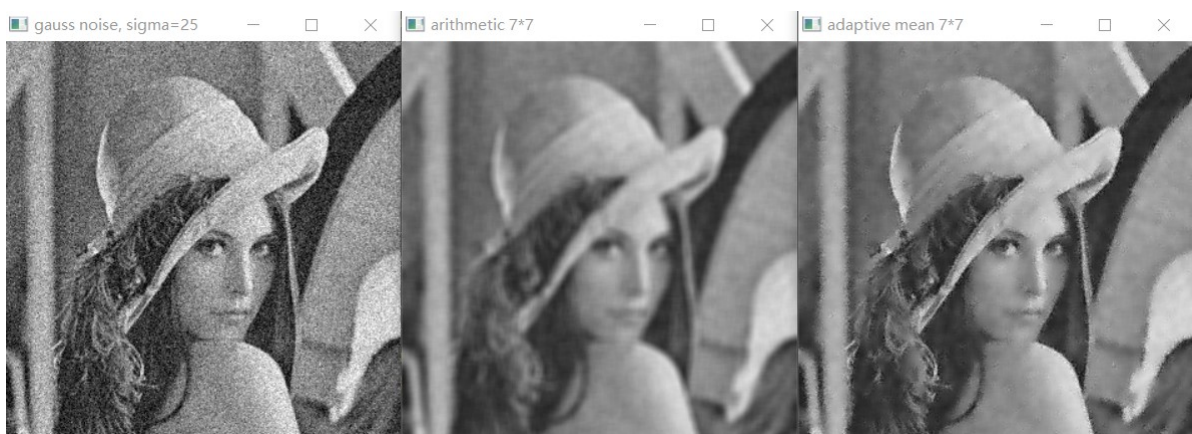


左图是被 $P_{pepper} = 0.025, P_{salt} = 0.025$ 的椒盐噪声污染的图像；中间是用 5×5 尺寸的中值滤波器滤波的结果；右图是用 9×9 尺寸的中值滤波器滤波的结果



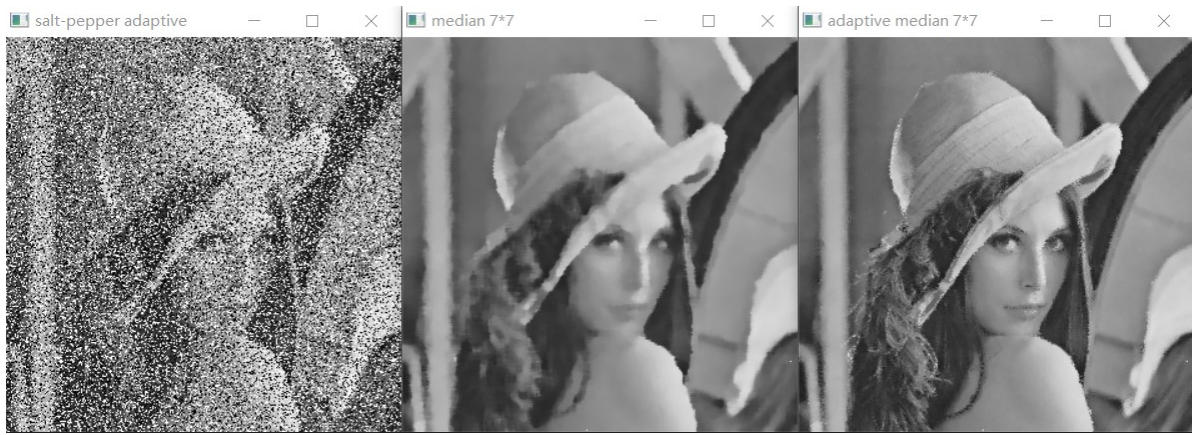
☒ 自适应均值滤波

左图是被均值为0，方差为625的加性高斯噪声污染的图像；中间是使用大小为 7×7 的算术平均滤波器滤波的结果；右图是使用同样尺寸的自适应均值滤波器滤波的结果。可以看出，自适应均值滤波的效果要明显优于算术均值滤波。



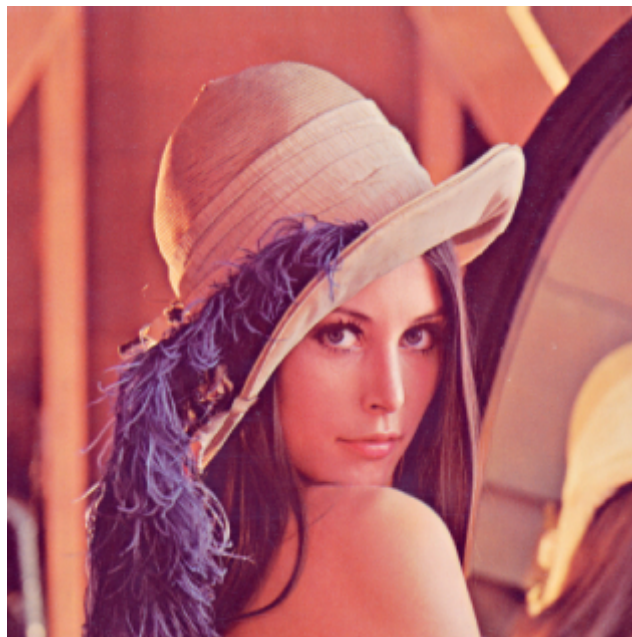
☒ 自适应中值滤波

左图是被 $P_{pepper} = 0.25, P_{salt} = 0.25$ 的椒盐噪声污染的图像；中间是使用大小为 7×7 的中值滤波器滤波的结果；右图是使用初始大小 $S_{xy} = 3 \times 3$ ，最大允许尺寸 $S_{max} = 7 \times 7$ 的中值滤波器滤波的结果。可以看出，自适应中值滤波在保留清晰度和细节方面做得更好。

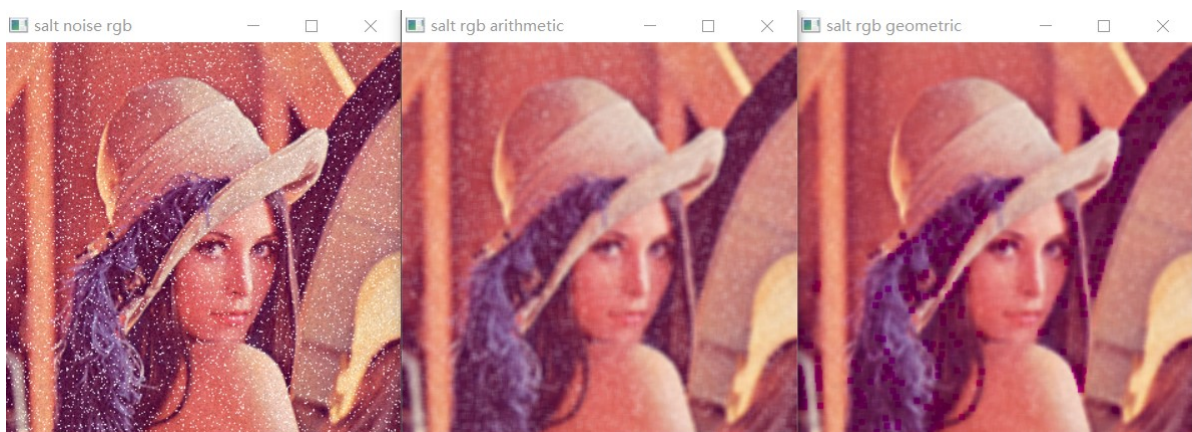


☒ 彩色图像均值滤波

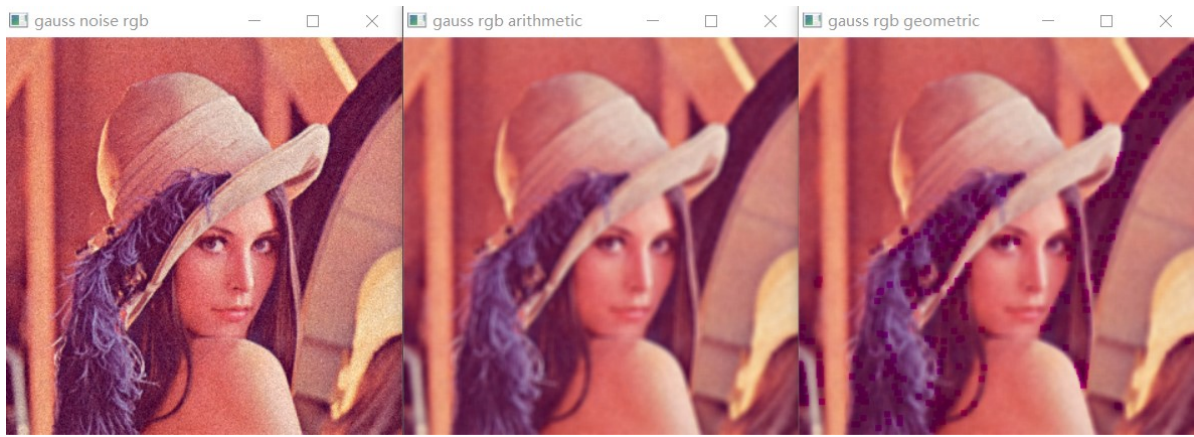
使用的彩色原始图像



左图是被 $P_{salt} = 0.05$ 的盐噪声污染的图像；中间是用 5×5 尺寸的算术均值滤波器滤波的结果；右图是用同样尺寸的几何均值滤波器滤波的结果



左图是被均值为0，标准差为10个灰度级的加性高斯噪声污染的图像；中间是用 5×5 尺寸的算术均值滤波器滤波的结果；右图是用同样尺寸的几何均值滤波器滤波的结果



完整的源代码见附件 1ab4.cpp。