Haute École Bruxelles-Brabant
École Supérieure d'Informatique
Rue Royale, 67. 1000 Bruxelles
02/219.15.46 – esi@he2b.be

Algorithmique

2020

Bachelor en Informatique
DEV2

A. Paquot (APA), M. Codutti (MCD), N. Richard (NRI),
S. Drobisz (SDR), S. Rexhep (SRE) & ???

Document produit avec LaTeX.
Version du 23 décembre 2019.

Table des matières

Chapitre 1

Les tableaux à 2 dimensions

1.1 Définition

La **dimension** d'un tableau est le nombre d'indices qu'on utilise pour faire référence à un de ses éléments. Attention de ne pas confondre avec la taille !

En DEV1, nous avons introduit les tableaux à une dimension. Un seul indice suffisait à localiser un de ses éléments. Pour le dire autrement, chaque case possédait **un** numéro. De nombreuses situations nécessitent cependant l'usage de tableaux à deux dimensions. Ils vous sont déjà familiers par leur présence dans beaucoup de situations courantes : calendrier, grille horaire, grille de mots croisés, sudoku, jeux se déroulant sur un quadrillage (damier, échiquier, scrabble...). Dans ces situations, chaque case est désignée par **deux** numéros.

1.2 Notations

1.2.1 Déclarer

Pour **déclarer** un tableau à 2 dimensions, on écrira :

```
nomTableau: array of nbLignes × nbColonnes TypeElément
```

où nbLignes et nbColonnes sont des expressions entières quelconques.

Exemple :

```
tab: array of 5×10 integers
```

déclare un tableau de 5 lignes par 10 colonnes dont chaque case contient un entier.

1.2.2 Utiliser

Pour **accéder** à une case du tableau on donnera les deux indices entre crochets. Comme en DEV1, on considère que la première ligne et la première colonne portent le numéro (l'indice) 0.

Exemple :

```
print tab[2,4]                    // affiche le 5e élément de la 3e ligne du tableau nommé tab.
```

1.2.3 Visualiser

Notez que la vue sous forme de tableau avec des lignes et des colonnes est une vision humaine. Il n'y a pas de lignes ni de colonnes en mémoire. Pour être précis, on devrait juste parler de première dimension et de deuxième dimension mais la notion de ligne et de colonne est un abus de langage qui simplifie le discours.

On pourrait aussi visualiser un tableau à deux dimensions comme un tableau à une dimension dont chacun des éléments est lui-même un tableau à une dimension.

Exemple : Soit le tableau déclaré ainsi :

```
nombres: array of 4×5 integers
```

On peut le visualiser à l'aide d'une grille à 4 lignes et 5 colonnes.

	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	10	11	12	13	14
2	20	21	22	23	24
3	30	31	32	33	34

Ainsi, la valeur de nombres[2,3] est la valeur 23.

La vision « tableau de tableaux » (ou décomposition en niveaux) donnerait :

0					1					2					3				
0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20	21	22	23	24	30	31	32	33	34

Dans cette représentation, le tableau nombres est d'abord décomposé à un premier niveau en quatre éléments auxquels on accède par le premier indice. Ensuite, chaque élément de premier niveau est décomposé en cinq éléments de deuxième niveau accessibles par le deuxième indice.

1.2.4 Exemples

Exemple 1 – Remplir les coins. Dans ce petit exemple, on a un tableau de chaines et on donne des valeurs aux coins.

"NO"				"NE"
"SO"				"SE"

```
// Déclare un tableau et donne des valeurs aux coins.
algorithm remplirCoins
    grille: array of 3×5 string
    grille[0,0] = "NO"
    grille[0,4] = "NE"
    grille[2,0] = "SO"
    grille[2,4] = "SE"
end
```

La version JAVA :

```java
    public static void remplirCoins() {
        String[][] grille = new String[3][5];
        grille[0][0] = "NO";
        grille[0][4] = "NE";
        grille[2][0] = "SO";
        grille[2][4] = "SE";
//          System.out.println(Arrays.deepToString(grille));
    }
```

Exemple 2 – Gestion des stocks. Reprenons l'exemple du stock de 10 produits qui a servi d'introduction au chapitre sur les tableaux mais, cette fois, pour chaque jour de la semaine.

	article0	article1	article2	...	article7	article8	article9
lundi	cpt[0,0]	cpt[0,1]	cpt[0,2]	...	cpt[0,7]	cpt[0,8]	cpt[0,9]
mardi	cpt[1,0]	cpt[1,1]	cpt[1,2]	...	cpt[1,7]	cpt[1,8]	cpt[1,9]
mercredi	cpt[2,0]	cpt[2,1]	cpt[2,2]	...	cpt[2,7]	cpt[2,8]	cpt[2,9]
jeudi	cpt[3,0]	cpt[3,1]	cpt[3,2]	...	cpt[3,7]	cpt[3,8]	cpt[3,9]
vendredi	cpt[4,0]	cpt[4,1]	cpt[4,2]	...	cpt[4,7]	cpt[4,8]	cpt[4,9]
samedi	cpt[5,0]	cpt[5,1]	cpt[5,2]	...	cpt[5,7]	cpt[5,8]	cpt[5,9]
dimanche	cpt[6,0]	cpt[6,1]	cpt[6,2]	...	cpt[6,7]	cpt[6,8]	cpt[6,9]

```
// Calcule et affiche la quantité vendue de 10 produits
// pour chaque jour de la semaine (de 0 : lundi à 6 : dimanche).
algorithm statistiquesVentesSemaine
    cpt: array of 7×10 integers
    initialiser(cpt)
    for jour from 0 to 6                         // Pour chaque jour de la semaine
        print "jour : ", jour traiterStock1Jour(cpt, jour)
        for produit from 0 to 9
            print "quantité vendue de produit ", produit, " ce jour ", jour, " : ", cpt[jour,produit]
        end
    end
end
```

```
// Initialise le tableau d'entiers à 0
algorithm initialiser(entiers↕ : array of 7×10 integers)
    for i from 0 to 6
        for j from 0 to 9
            entiers[i,j] = 0
        end
    end
end
```

```
// Effectue le traitement du stock pour une journée.
algorithm traiterStock1Jour(cpt↕ : array of 7×10 integers, jour↓ : integer)
    numéroProduit, quantité: integers
    numéroProduit = ask "Introduisez le numéro du produit :"
    while numéroProduit ≥ 0 et numéroProduit < 10
        quantité = ask "Introduisez la quantité vendue :"
        cpt[jour,numéroProduit] = cpt[jour,numéroProduit] + quantité
        numéroProduit = ask "Introduisez le numéro du produit :"
    end
end
```

En JAVA :

```java
public static void statistiquesVentesSemaine() {
    int[][] cpt = new int[7][10];
    initialiser(cpt);
    for (int jour = 0; jour < 7; jour++) {
        System.out.println("Jour : " + jour);
        traiterStock1Jour(cpt, jour);
        for (int produit = 0; produit < 10; produit++) {
            System.out.println("quantité vendue du produit " + produit
                    + " ce jour " + jour + " : " + cpt[jour][produit]);
        }
    }
}

private static void initialiser(int[][] cpt) {
    // Rien à faire : En Java, les tableaux d'entiers sont initialisés à 0.
}

private static void traiterStock1Jour(int[][] cpt, int jour) {
    int numéroProduit, quantité;
    // askInt est une méthode utilitaire pour lire un entier de façon conviviale et robuste
    numéroProduit = askInt("Introduisez le numéro du produit");
    while (numéroProduit >= 0 && numéroProduit < 10) {
        quantité = askInt("Introduisez la quantité vendue");
        cpt[jour][numéroProduit] += quantité;
        numéroProduit = askInt("Introduisez le numéro du produit");
    }
}
```

1.2.5 Exercices

Exercice 1 Case nulle ?

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers (à n lignes et m colonnes) ainsi que les coordonnées d'une case (ligne, colonne) et qui retourne un booléen indiquant si la case désignée contient ou pas la valeur nulle.

algorithm estNul(tab: **array of** n × m integers, lg, col: integers) → boolean

Exercice 2 Assigner une case

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers (à n lignes et m colonnes) ainsi que les coordonnées d'une case (ligne, colonne) et une valeur entière. L'algorithme met la valeur donnée dans la case indiquée pour autant que la case contienne actuellement la valeur nulle. Dans le cas contraire, l'algorithme ne fait rien.

algorithm assigner(tab ↕ : **array of** n × m integers, lg ↓ , col ↓ , val ↓ : integers)

Exercice 3 Un bord du tableau

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers (à n lignes et m colonnes) ainsi que les coordonnées d'une case (ligne, colonne). L'algorithme doit indiquer si la case donnée est ou non sur un **bord** du tableau.

algorithm estBord(tab: **array of** n × m integers, lg, col: integers) → boolean

Exercice 4 Un coin du tableau

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers (à n lignes et m colonnes) ainsi que les coordonnées d'une case (ligne, colonne). L'algorithme doit indiquer si la case donnée est ou non sur un des 4 **coins** du tableau.

```
algorithm estCoin(tab: array of n × m integers, lg, col: integers) → boolean
```

1.3 La troisième dimension (et au-delà)

Certaines situations complexes nécessitent l'usage de tableaux à 3 voire plus de dimensions.

Pour déclarer un tableau statique à k dimensions, on écrira :

```
nomTableau: array of tailleDim1 × . . . × tailleDimK TypeElément
```

1.4 Parcours d'un tableau à deux dimensions

Comme nous l'avons fait pour les tableaux à une dimension, envisageons le parcours des tableaux à deux dimensions (n lignes et m colonnes). Nos algorithmes sont valables quel que soit le type des éléments. Utilisons T [1] pour désigner un type quelconque.

```
tab: array of n × m T
```

Commençons par des cas plus simples où on ne parcourt qu'une seule des dimensions puis attaquons le cas général.

1.4.1 Parcours d'une dimension

Certains parcours ne visitent qu'une partie du tableau et ne nécessitent qu'une seule boucle. Examinons quelques cas.

Une ligne. On peut vouloir ne parcourir qu'une seule ligne du tableau. Si on parcourt la ligne l, on visite les cases $(l, 0)$, $(l, 1)$, $\ldots$, $(l, m-1)$. L'indice de ligne est constant et c'est l'indice de colonne qui varie.

l	1	2	3	4	5

Ce qui donne l'algorithme :

```
// Parcours de la ligne lg d'un tableau à deux dimensions
algorithm afficherLigne(tab: array of n × m T, lg: integer)
    ∀ col : numéro de colonne
        print tab[ lg, col ]                    // On peut faire autre chose qu'afficher
    end
end
```

```java
public static void afficherLigne(int[][] tab, int lg) {
    for (int col = 0; col < tab[0].length; col++) {
        System.out.println(tab[lg][col]);
    }
}
```

1. Nos versions JAVA seront écrits avec des tableau d'entiers. Il est possible de les écrire avec un type *générique* T mais ça requiert des notions avancées de JAVA.

Retenons
Pour parcourir une ligne, on utilise une boucle sur les colonnes.

Une colonne. Symétriquement, on pourrait considérer le parcours d'une colonne avec l'algorithme suivant.

```
// Parcours de la colonne col d'un tableau à deux dimensions
algorithm afficherColonne(tab: array of n × m T, col: integer)
    ∀ lg : numéro de ligne
        print tab[ lg, col ]                    // On peut faire autre chose qu'afficher
    end
end
```

```java
public static void afficherColonne(int[][] tab, int col) {
    for (int lg = 0; lg < tab.length; lg++) {
        System.out.println(tab[lg][col]);
    }
}
```

La diagonale descendante. Si le tableau est carré ($n = m$) on peut aussi envisager le parcours des deux diagonales.

Pour la diagonale descendante, les éléments à visiter sont $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$, ..., $(n-1, n-1)$.

1		
	2	
		3

Une seule boucle suffit comme le montre l'algorithme suivant.

```
// Parcours de la diagonale descendante d'un tableau carré
algorithm afficherDiagonaleDescendante(tab: array of n × n T)
    for i from 0 to n-1
        print tab[i,i]                          // On peut faire autre chose qu'afficher
    end
end
```

```java
public static void afficherDiagonaleDescendante(int[][] tab) {
    for (int i = 0; i < tab.length; i++) {
        System.out.println(tab[i][i]);
    }
}
```

La diagonale montante. Pour la diagonale montante, on peut envisager deux solutions, avec deux indices ou un seul en se basant sur le fait que $lg + col = n - 1 \Rightarrow col = n - 1 - lg$.

		1
	2	
3		

```
// Parcours de la diagonale montante d'un tableau carré - version 2 indices
// lg part du début et augmente / col part de la fin et diminue
algorithm afficherDiagonaleMontante(tab: array of n × n T)
    col: integer
    col = n-1
    for lg from 0 to n-1
        print tab[ lg, col ]                    // On peut faire autre chose qu'afficher
        col = col - 1
    end
end
```

```
// Parcours de la diagonale montante d'un tableau carré - version 1 indice
algorithm afficherDiagonaleMontante(tab: array of n × n T)
    for lg from 0 to n-1
        print tab[ lg, n-1-lg ]                 // On peut faire autre chose qu'afficher
    end
end
```

```java
// Version avec deux variables
public static void afficherDiagonaleMontanteV1(int[][] tab) {
    int col = tab[0].length - 1;
    for (int lg = 0; lg < tab.length; lg++) {
        System.out.println(tab[lg][col]);
        col--;
    }
}

// En Java, on peut placer les 2 variables dans le for
public static void afficherDiagonaleMontanteV2(int[][] tab) {
    for (int lg = 0, col = tab[0].length - 1; lg < tab.length; lg++, col--) {
        System.out.println(tab[lg][col]);
    }
}

// Version avec la colonne calculée à partir de la ligne
public static void afficherDiagonaleMontanteV3(int[][] tab) {
    for (int lg = 0; lg < tab.length; lg++) {
        System.out.println(tab[lg][tab.length - 1 - lg]);
    }
}
```

1.4.2 Parcours des deux dimensions

Parcours par lignes et par colonnes. Les deux parcours les plus courants sont les parcours ligne par ligne et colonne par colonne. Les tableaux suivants montrent dans quel ordre chaque case est visitée dans ces deux parcours.

Parcours ligne par ligne

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

Parcours colonne par colonne

1	4	7	10	13
2	5	8	11	14
3	6	9	12	15

Le plus simple est d'utiliser deux boucles imbriquées

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions, ligne par ligne
algorithm afficherLigneParLigne(tab: array of n × m T)
    for lg from 0 to n-1
        for col from 0 to m-1
            print tab[lg,col]                  // On peut faire autre chose qu'afficher
        end
    end
end
```

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions, colonne par colonne
algorithm afficherColonneParColonne(tab: array of n × m T)
    for col from 0 to m-1
        for lg from 0 to n-1
            print tab[lg,col]                  // On peut faire autre chose qu'afficher
        end
    end
end
```

```java
public static void afficherLigneParLigne(int[][] tab) {
    for (int lg = 0; lg < tab.length; lg++) {
        for (int col = 0; col < tab[0].length; col++) {
            System.out.println(tab[lg][col]);
        }
    }
}

public static void afficherColonneParColonne(int[][] tab) {
    for (int col = 0; col < tab[0].length; col++) {
        for (int lg = 0; lg < tab.length; lg++) {
            System.out.println(tab[lg][col]);
        }
    }
}
```

Mais on peut obtenir le même résultat avec une seule boucle si l'indice sert juste à compter le nombre de passages ($n*m$) et que les indices de lignes et de colonnes sont gérés manuellement.

L'algorithme suivant montre ce que ça donne pour un parcours ligne par ligne. La solution pour un parcours colonne par colonne est similaire et laissée en exercice.

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions via une seule boucle
algorithm afficherLigneParLigne(tab: array of n × m T)
    lg, col: integers
    lg = 0
    col = 0
    for i from 1 to n*m
        print tab[lg,col]                      // On peut faire autre chose qu'afficher
        col = col + 1                          // Passer à la case suivante
        if col = m                             // On déborde sur la droite, passer à la ligne suivante
            col = 0
            lg = lg + 1
        end
    end
end
```

```java
public static void afficherLigneParLigneV2(int[][] tab) {
    int nbÉléments = tab.length * tab[0].length;
    int lg = 0;
    int col = 0;
    for (int i = 0; i < nbÉléments; i++) {
        System.out.println(tab[lg][col]);
        col++;
        if (col == tab[0].length) {
            col = 0;
            lg++;
        }
    }
}
```

L'avantage de cette solution apparaitra quand on verra des situations plus difficiles.

Interrompre le parcours. Comme avec les tableaux à une dimension, envisageons l'arrêt prématuré lors de la rencontre d'une certaine condition. Et, comme avec les tableaux à une dimension, transformons d'abord nos *pour* en *tant que*.

Par exemple, montrons les deux parcours ligne par ligne, avec une et deux boucle(s).

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions, ligne par ligne, via un tant que
algorithm afficherLigneParLigne(tab: array of n × m T)
    lg, col: integers
    lg = 0
    while lg < n
        col = 0
        while col < m
            print tab[lg, col]                    // On peut faire autre chose qu'afficher
            col++
        end
        lg++
    end
end
```

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions via une seule boucle et un tant que
algorithm afficherColonneParColonne(tab: array of n × m T)
    lg, col, i: integers
    lg = 0
    col = 0
    i = 1
    while i ≤ n*m                                  // ou "lg < n"
        print tab[lg,col]                          // On peut faire autre chose qu'afficher
        col++                                      // Passer à la case suivante
        if col = m                                 // On déborde sur la droite, passer à la ligne suivante
            col = 0
            lg++
        end
        i++
    end
end
```

On peut à présent introduire le test comme on l'a fait dans les algorithmes de parcours des tableaux à une dimension.

Illustrons-le au travers de deux exemples où on cherche un élément particulier. Le premier introduit un test en utilisant un booléen alors que le second introduit un test sans utiliser de booléen. Dans les deux cas, l'algorithme retourne un booléen indiquant si l'élément a été trouvé ou pas.

```
// Parcours avec test d'arrêt - deux boucles et un booléen
algorithm chercherElément(tab: array of n × m T, élt: T) → boolean
    lg, col: integers
    trouvé: boolean
    trouvé = faux
    lg = 0
    while lg < n ET NON trouvé
        col = 0
        while col < m ET NON trouvé
            if tab[lg, col] = élt
                trouvé = vrai
            else                        // Ne pas modifier les indices si arrêt demandé
                col++
            end
        end
        if NON trouvé                   // Ne pas modifier les indices si arrêt demandé
            lg++
        end
    end
    return trouvé
end
```

```
// Parcours avec test d'arrêt - une boucle et pas de booléen
algorithm chercherElément(tab: array of n × m T, élt: T)
    lg, col, i: integers
    lg = 0
    col = 0
    i = 1
    while i ≤ n*m ET tab[lg, col] ≠ élt
        col = col + 1                   // Passer à la case suivante
        if col = m                      // On déborde sur la droite, passer à la ligne suivante
            col = 0
            lg = lg + 1
        end
        i = i + 1
    end
    return i ≤ n ∗ m
end
```

En JAVA, ça donne :

```java
public static boolean chercherLigneParLigneV1(int[][] tab, int élt) {
    int lg, col;
    boolean trouvé;

    trouvé = false;
    lg = 0;
    while (lg < tab.length && !trouvé) {
        col = 0;
        while (col < tab[0].length && !trouvé) {
            if (tab[lg][col] == élt) {
                trouvé = true;
            } else {
                col++;
            }
        }
        if (!trouvé) {
            lg++;
        }
    }
    return trouvé;
}
```

```java
public static boolean chercherLigneParLigneV2(int[][] tab, int élt) {
    int nbÉléments = tab.length * tab[0].length;
    int lg = 0;
    int col = 0;
    int i = 1;
    while (i <= nbÉléments && tab[lg][col] != élt) {
        col++;
        if (col == tab[0].length) {
            col = 0;
            lg++;
        }
        i++;
    }
    return i <= nbÉléments;
}
```

Parcours plus compliqué - le serpent. Envisageons un parcours plus difficile illustré par le tableau suivant.

1	2	3	4	5
10	9	8	7	6
11	12	13	14	15

Le plus simple est d'adapter l'algorithme de parcours avec une seule boucle en introduisant un sens de déplacement, ce qui donne l'algorithme :

```
// Parcours du serpent dans un tableau à deux dimensions
algorithm affichageElémentsSerpent(tab: array of n × m T)
    lg, col, depl: integers
    lg = 0
    col = 0
    sens = 1                                    // 1 pour avancer, -1 pour reculer
    for i from 1 to n*m
        print tab[lg, col]                      // On peut faire autre chose qu'afficher
        if 0 ≤ col + sens ET col + sens < m
            col = col + sens                    // On se déplace dans la ligne
        else
            lg = lg + 1                         // On passe à la ligne suivante
            sens = -sens                        // et on change de sens
        end
    end
end
```

```java
public static void parcoursSerpent(int[][] tab) {
    int nbÉléments = tab.length * tab[0].length;
    int lg = 0;
    int col = 0;
    int sens = 1;
    for (int i = 0; i < nbÉléments; i++) {
        System.out.println(tab[lg][col]);
        if (0 <= col + sens && col + sens < tab[0].length) {
            col += sens;
        } else {
            lg++;
            sens = -sens;
        }
    }
}
```

1.5 Exercices

Exercice 5

Affichage

Écrire un algorithme qui affiche tous les éléments d'un tableau (à n lignes et m colonnes) ligne par ligne.

Écrivez un autre algorithme qui affiche cette fois les éléments colonne par colonne

Exercice 6

Cases adjacentes

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers (à n lignes et m colonnes) ainsi que les coordonnées d'une case (ligne, colonne) et *affiche* les coordonnées des cases *adjacentes*.

Exercice 7

Les nuls

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau (n x m) d'entiers et qui retourne la proportion d'éléments nuls dans ce tableau.

Exercice 8

Le tableau de cotes

Soit un tableau à n lignes et m colonnes d'entiers où une ligne représente les notes sur 20 d'un étudiant et les colonnes toutes les notes d'un cours.

Écrire un algorithme recevant ce tableau en paramètre et retournant le pourcentage d'étudiants ayant obtenu une moyenne supérieure à 50%.

Exercice 9

Le triangle de Pascal

Le triangle de Pascal est construit de la façon suivante :

- la ligne initiale contient un seul élément de valeur 1 ;
- chaque ligne possède un élément de plus que la précédente ;
- chaque ligne commence et se termine par 1 ;
- pour calculer un nombre d'une autre case du tableau, on additionne le nombre situé dans la case située juste au-dessus avec celui dans la case à la gauche de la précédente.

Écrire un algorithme qui reçoit en paramètre un entier n, et qui renvoie un tableau contenant les $n+1$ premières lignes du triangle de Pascal (indicées de 0 à n).

N.B. : le « triangle » sera bien entendu renvoyé dans un tableau carré (ce qui ne sera forcément le cas en Java). Quid des cases non occupées ?

Par exemple, pour n qui vaut 5, on aura le tableau ci-contre.

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

Exercice 10

Tous positifs

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau (n x m) d'entiers et qui vérifie si tous les nombres qu'il contient sont strictement positifs. Bien sûr, on veillera à éviter tout travail inutile ; la rencontre d'un nombre négatif ou nul doit arrêter l'algorithme.

Exercice 11

Toute une ligne de valeurs non nulles ?

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers (à n lignes et m colonnes) ainsi qu'un numéro de ligne et qui retourne un booléen indiquant si la ligne donnée du tableau ne contient que des valeurs non nulles.

```
algorithm lignePleine(tab: array of n × m integers, lg: integer) → boolean
```

Faites de même pour une colonne.

Exercice 12

Le carré magique

Un carré magique est un tableau d'entiers carré (c'est-à-dire possédant autant de lignes que de colonnes) ayant la propriété suivante : si on additionne les éléments d'une quelconque de ses lignes, de ses colonnes ou de ses deux diagonales, on obtient à chaque fois le même résultat.

Écrire un algorithme recevant en paramètres le tableau (n x n) d'entiers représentant le carré et renvoyant une valeur booléenne indiquant si c'est un carré magique ou pas.

Exercice 13

Lignes et colonnes

Écrire un algorithme qui reçoit un tableau d'entiers à 2 dimensions en paramètre et qui retourne un booléen indiquant si ce tableau possède 2 lignes ou 2 colonnes identiques.

Dans l'affirmative, cet algorithme renverra également en paramètres les informations suivantes :

- ▷ les indices des lignes ou colonnes identiques
- ▷ un caractère valant 'L' ou 'C' selon qu'il s'agit de lignes ou de colonnes

Dans la négative, les valeurs de ces paramètres seront indéterminées ou quelconques, elles ne seront de toute façon pas utilisées par l'algorithme appelant.

Exercice 14

Le contour du tableau

On donne un tableau d'entiers `tabEnt` à n lignes et m colonnes. Écrire un algorithme retournant la somme de tous les éléments *impairs* situés sur le bord du tableau.

Exemple : pour le tableau suivant, l'algorithme doit renvoyer 32

3	4	6	11
2	21	7	9
1	5	12	3

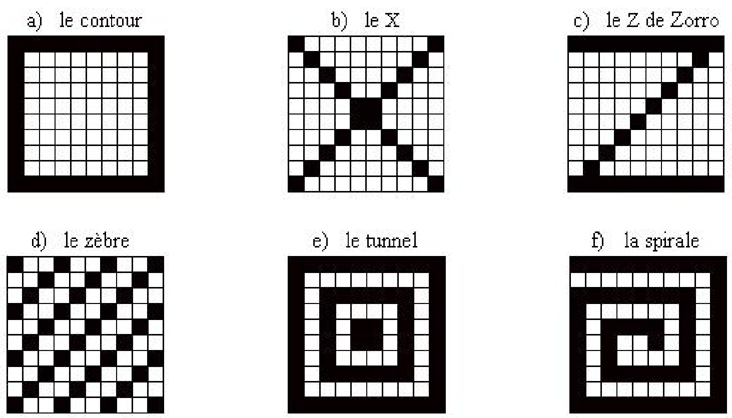
Et pour le suivant, l'algorithme doit renvoyer 6

4	1	2	8	5

Exercice 15

À vos pinceaux !

On possède un tableau à n lignes et n colonnes dont les éléments de type Couleur valent NOIR ou BLANC. On suppose que le tableau est initialisé à BLANC au départ. Écrire un algorithme qui *noircit* les cases de ce tableau comme le suggèrent les dessins suivants (les exemples sont donnés pour un tableau 10 x 10 mais les algorithmes doivent fonctionner quelle que soit la taille du tableau).



Notes

- ▷ Le zèbre doit toujours présenter des lignes obliques et parallèles, quelle que soit la taille.

▷ La spirale est un véritable défi et vous est donné comme exercice facultatif. Ne le faites pas si vous êtes en retard.

Exercice 16

Exercices sur la complexité

Quelle est la complexité

a) d'un algorithme de parcours d'un tableau n x n ?

b) des algorithmes que vous avez écrits pour les exercices : "Les nuls", "Tous positifs", "Le carré magique" et "Le contour d'un tableau" ?

c) des algorithmes que vous avez écrits pour résoudre les exercices du pinceau ?