Haute École de Bruxelles
École Supérieure d'Informatique
Bachelor en Informatique

Rue Royale, 67. 1000 Bruxelles
02/219.15.46 – esi@heb.be

DEV 2

Algorithmique

2016

Activité d'apprentissage enseignée par :

???

Document produit avec LaTeX.
Version du 18 octobre 2015.

Table des matières

Chapitre 1

Les tableaux à 2 dimensions

1.1 Définition

La **dimension** d'un tableau est le nombre d'indices qu'on utilise pour faire référence à un de ses éléments. Attention de ne pas confondre avec la taille !

En DEV_1, nous avons introduit les tableaux à une dimension. Un seul indice suffisait à localiser un de ses éléments. Pour le dire autrement, chaque case possédait **un** numéro. De nombreuses situations nécessitent cependant l'usage de tableaux à deux dimensions. Ils vous sont déjà familiers par leur présence dans beaucoup de situations courantes : calendrier, grille horaire, grille de mots croisés, sudoku, jeux se déroulant sur un quadrillage (damier, échiquier, scrabble...). Dans ces situations, chaque case est désignée par **deux** numéros.

1.2 Notations

1.2.1 Déclarer

Pour **déclarer** un tableau à 2 dimensions, on écrira :

```
nomTableau : tableau de nbLignes × nbColonnes TypeElément
```

où nbLignes et nbColonnes sont des expressions entières quelconques.

Exemple :

```
tab : tableau de 5×10 entiers
```

déclare un tableau de 5 lignes par 10 colonnes dont chaque case contient un entier.

1.2.2 Utiliser

Pour **accéder** à une case du tableau on donnera les deux indices entre crochets. Comme en DEV_1, on va considérer que la première ligne et la première colonne porte le numéro (l'indice) 0.

Exemple :

```
afficher tab[2,4]                    // affiche le 5e élément de la 3e ligne du tableau nommé tab.
```

1.2.3 Visualiser

Notez que la vue sous forme de tableau avec des lignes et des colonnes est une vision humaine. Il n'y a pas de lignes ni de colonnes en mémoire. Pour être précis, on devrait juste parler de première dimension et de deuxième dimension mais la notion de ligne et de colonne est un abus de langage qui simplifie le discours.

On pourrait aussi visualiser un tableau à deux dimensions comme un tableau à une dimension dont chacun des éléments est lui-même un tableau à une dimension.

Exemple : Soit le tableau déclaré ainsi :

```
tabLettres : tableau de 4×5 caractères
```

On peut le visualiser à l'aide d'une grille à 4 lignes et 5 colonnes.

	0	1	2	3	4
0	d	h	v	q	z
1	j	g	k	o	u
2	i	f	y	r	t
3	n	d	e	a	s

Ainsi, la valeur de tabLettres[2,3] est le caractère 'r'.

La vision « tableau de tableau » (ou décomposition en niveaux) donnerait :

0					1					2					3				
0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
d	h	v	q	z	j	g	k	o	u	i	f	y	r	t	n	d	e	a	s

Dans cette représentation, le tableau tabLettres est d'abord décomposé à un premier niveau en quatre éléments auxquels on accède par le premier indice. Ensuite, chaque élément de premier niveau est décomposé en cinq éléments de deuxième niveau accessibles par le deuxième indice.

1.2.4 Exemples

Exemple 1 – Remplir les coins. Dans ce petit exemple, on a un tableau de chaines et on donne des valeurs aux coins.

"NO"				"NE"
"SO"				"SE"

```
// Déclare un tableau et donne des valeurs aux coins.
algorithme remplirCoins()
    grille : tableau de 3×5 entiers
    grille[0,0] ← "NO"
    grille[0,4] ← "NE"
    grille[2,0] ← "SO"
    grille[2,4] ← "SE"
fin algorithme
```

Exemple 2 – Gestion des stocks. Reprenons l'exemple du stock de 10 produits qui a servi d'introduction au chapitre sur les tableaux mais, cette fois, pour chaque jour de la semaine.

	article0	article1	article2	...	article7	article8	article9
lundi	cpt[0,0]	cpt[0,1]	cpt[0,2]	...	cpt[0,7]	cpt[0,8]	cpt[0,9]
mardi	cpt[1,0]	cpt[1,1]	cpt[1,2]	...	cpt[1,7]	cpt[1,8]	cpt[1,9]
mercredi	cpt[2,0]	cpt[2,1]	cpt[2,2]	...	cpt[2,7]	cpt[2,8]	cpt[2,9]
jeudi	cpt[3,0]	cpt[3,1]	cpt[3,2]	...	cpt[3,7]	cpt[3,8]	cpt[3,9]
vendredi	cpt[4,0]	cpt[4,1]	cpt[4,2]	...	cpt[4,7]	cpt[4,8]	cpt[4,9]
samedi	cpt[5,0]	cpt[5,1]	cpt[5,2]	...	cpt[5,7]	cpt[5,8]	cpt[5,9]
dimanche	cpt[6,0]	cpt[6,1]	cpt[6,2]	...	cpt[6,7]	cpt[6,8]	cpt[6,9]

```
// Calcule et affiche la quantité vendue de 10 produits
// pour chaque jour de la semaine (de 0 : lundi à 6 : dimanche).
algorithme statistiquesVentesSemaine()

    cpt : tableau de 7×10 entiers
    produit, jour : entiers

    initialiser(cpt)

    // Pour chaque jour de la semaine
    pour jour de 0 à 6 faire
        traiterStock1Jour(cpt, jour)
        pour produit de 0 à 9 faire
            afficher "quantité vendue de produit ", produit, " ce jour ", jour, " : ", cpt[jour,i]
        fin pour
    fin pour
fin algorithme
```

```
// Initialise le tableau d'entiers à 0
algorithme initialiser(entiers↓↑ : tableau de 7×10 entiers)
    i, j : entiers
    pour i de 0 à 6 faire
        pour j de 0 à 9 faire
            cpt[i,j] ← 0
        fin pour
    fin pour
fin algorithme
```

```
// Effectue le traitement du stock pour une journée.
algorithme traiterStock1Jour(cpt↓↑ : tableau de 7×10 entiers, jour  : entier)
    numéroProduit, quantité : entiers
    afficher "Introduisez le numéro du produit :"
    demander numéroProduit

    tant que numéroProduit ≥ 0 faire

        afficher "Introduisez la quantité vendue :"
        demander quantité

        cpt[jour,numéroProduit] ← cpt[jour,numéroProduit] + quantité

        afficher "Introduisez le numéro du produit :"
        demander numéroProduit

    fin tant que
fin algorithme
```

Pour plus d'exemples, allez faire un tour à la section 1.4 page suivante.

1.3 La troisième dimension (et au-delà)

Certaines situations complexes nécessitent l'usage de tableaux à 3 voire plus de dimensions.

Pour déclarer un tableau statique à k dimensions, on écrira :

```
nomTableau : tableau de tailleDim1 × ... × tailleDimK TypeElément
```

1.4 Parcours d'un tableau à deux dimensions

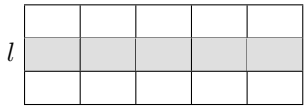
Comme nous l'avons fait pour les tableaux à une dimension, envisageons le parcours des tableaux à deux dimensions (n lignes et m colonnes). Nos algorithmes sont valables quel que soit le type des éléments. Utilisons T pour désigner un type quelconque.

```
tab : tableau de n × m T
```

Commençons par des cas plus simples où on ne parcourt qu'une seule des dimensions puis attaquons le cas général.

1.4.1 Parcours d'une dimension

On peut vouloir ne parcourir qu'une seule ligne du tableau. Si on parcourt la ligne l, on visite les cases $(l, 0)$, $(l, 1)$, ..., $(l, m-1)$. L'indice de ligne est constant et c'est l'indice de colonne qui varie.



Ce qui donne l'algorithme :

```
// Parcours de la ligne l d'un tableau à deux dimensions
pour c de 0 à m-1 faire
    afficher tab[l,c]                          // On peut faire autre chose qu'afficher
fin pour
```

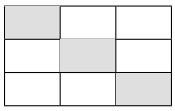
Retenons : pour parcourir une ligne, on utilise une boucle sur les colonnes.

Symétriquement, on pourrait considérer le parcours de la colonne c avec l'algorithme suivant.

```
// Parcours de la colonne c d'un tableau à deux dimensions
pour l de 0 à n-1 faire
    afficher tab[l,c]                          // On peut faire autre chose qu'afficher
fin pour
```

Si le tableau est carré ($n = m$) on peut aussi envisager le parcours des deux diagonales.

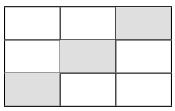
Pour la diagonale descendante, les éléments à visiter sont $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$, ..., $(n-1, n-1)$.



Une seule boucle suffit comme le montre l'algorithme suivant.

```
// Parcours de la diagonale descendante d'un tableau carré
pour i de 0 à n-1 faire
    afficher tab[i,i]                          // On peut faire autre chose qu'afficher
fin pour
```

Pour la diagonale montante, on peut envisager deux solutions, avec deux indices ou un seul en se basant sur le fait que $i + j = n - 1 \Rightarrow j = n - 1 - i$.



```
// Parcours de la diagonale montante d'un tableau carré - 2 indices
j ← n-1
pour i de 0 à n-1 faire
    afficher tab[i,j]                                   // On peut faire autre chose qu'afficher
    j ← j - 1
fin pour
```

```
// Parcours de la diagonale montante d'un tableau carré - 1 indice
pour i de 0 à n-1 faire
    afficher tab[i, n - 1 - i]                          // On peut faire autre chose qu'afficher
fin pour
```

1.4.2 Parcours des deux dimensions

Parcours par lignes et par colonnes

Les deux parcours les plus courants sont les parcours ligne par ligne et colonne par colonne. Les tableaux suivants montrent dans quel ordre chaque case est visitée dans ces deux parcours.

Parcours ligne par ligne

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

Parcours colonne par colonne

1	4	7	10	13
2	5	8	11	14
3	6	9	12	15

Le plus simple est d'utiliser deux boucles imbriquées

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions, ligne par ligne
pour lg de 0 à n-1 faire
    pour col de 0 à m-1 faire
        afficher tab[lg,col]                            // On peut faire autre chose qu'afficher
    fin pour
fin pour
```

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions, colonne par colonne
pour col de 0 à m-1 faire
    pour lg de 0 à n-1 faire
        afficher tab[lg,col]                            // On peut faire autre chose qu'afficher
    fin pour
fin pour
```

Mais on peut obtenir le même résultat avec une seule boucle si l'indice sert juste à compter le nombre de passages et que les indices de lignes et de colonnes sont gérés manuellement.

L'algorithme suivant montre ce que ça donne pour un parcours ligne par ligne. La solution pour un parcours colonne par colonne est similaire et laissée en exercice.

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions via une seule boucle
lg ← 0
col ← 0
pour i de 0 à n*m-1 faire
    afficher tab[lg,col]                                  // On peut faire autre chose qu'afficher
    col ← col + 1                                                    // Passer à la case suivante
    si col = m alors                          // On déborde sur la droite, passer à la ligne suivante
        col ← 0
        lg ← lg + 1
    fin si
fin pour
```

L'avantage de cette solution apparaitra quand on verra des situations plus difficiles.

Interrompre le parcours

Comme avec les tableaux à une dimension, envisageons l'arrêt prématuré lors de la rencontre d'une certaine condition. Et, comme avec les tableaux à une dimension, transformons d'abord nos **pour** en **tant que**.

Par exemple, montrons les deux parcours ligne par ligne, avec une et deux boucle(s).

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions, ligne par ligne, via un tant que
lg ← 0
tant que lg < n faire
    col ← 0
    tant que col < m faire
        afficher tab[lg, col]                             // On peut faire autre chose qu'afficher
        col ← col + 1
    fin tant que
    lg ← lg + 1
fin tant que
```

```
// Parcours d'un tableau à 2 dimensions via une seule boucle et un tant que
lg ← 0
col ← 0
i ← 0
tant que i < n*m faire                                                    // ou "lg < n"
    afficher tab[lg,col]                                  // On peut faire autre chose qu'afficher
    col ← col + 1                                                    // Passer à la case suivante
    si col = m alors                          // On déborde sur la droite, passer à la ligne suivante
        col ← 0
        lg ← lg + 1
    fin si
    i ← i + 1
fin tant que
```

On peut à présent introduire le test comme on l'a fait dans les algorithmes de parcours des tableaux à une dimension.

Illustrons-le au travers de deux exemples où on cherche un élément particulier. Le premier introduit un test en utilisant un booléen alors que le second introduit un test sans utiliser de booléen.

```
// Parcours avec test d'arrêt - deux boucles et un booléen
trouvé ← faux
lg ← 0
tant que lg < n ET NON trouvé faire
    col ← 0
    tant que col < m ET NON trouvé faire
        si tab[lg, col] est l'élément recherché alors
            trouvé ← vrai
        sinon                                   // Ne pas modifier les indices si arrêt demandé
            col ← col + 1
        fin si
    fin tant que
    si NON trouvé alors                         // Ne pas modifier les indices si arrêt demandé
        lg ← lg + 1
    fin si
fin tant que
// Tester trouvé pour savoir si on a trouvé l'élement recherché
```

```
// Parcours avec test d'arrêt - une boucle et pas de booléen
lg ← 0
col ← 0
i ← 0
tant que i < n*m ET tab[lg, col] n'est pas l'élément recherché faire
    col ← col + 1                                          // Passer à la case suivante
    si col = m alors                  // On déborde sur la droite, passer à la ligne suivante
        col ← 0
        lg ← lg + 1
    fin si
    i ← i + 1
fin tant que
// L'élément recherché a été trouvé si i < n*m.
```

Parcours plus compliqué - le serpent

Envisageons un parcours plus difficile illustré par le tableau suivant.

1	2	3	4	5
10	9	8	7	6
11	12	13	14	15

Le plus simple est d'adapter l'algorithme de parcours avec une seule boucle en introduisant un sens de déplacement, ce qui donne l'algorithme :

```
// Parcours du serpent dans un tableau à deux dimensions
lg ← 0
col ← 0
depl ← 1                                        // 1 pour avancer, -1 pour reculer
pour i de 0 à n*m-1 faire
    afficher tab[lg, col]                       // On peut faire autre chose qu'afficher
    si 0 ≤ col + depl ET col + depl < m alors
        col ← col + depl                        // On se déplace dans la ligne
    sinon
        lg ← lg + 1                             // On passe à la ligne suivante
        depl ← -depl                            // et on change de sens
    fin si
fin pour
```

1.5 Exercices

1 Affichage

Écrire un module qui affiche tous les éléments d'un tableau à n lignes et m colonnes
a) ligne par ligne b) colonne par colonne

2 Les nuls

Écrire un module qui reçoit un tableau (n x m) d'entiers et qui affiche la proportion d'éléments nuls dans ce tableau.

3 Tous positifs

Écrire un module qui reçoit un tableau (n x m) d'entiers et qui vérifie si tous les nombres qu'il contient sont strictement positifs. Bien sûr, on veillera à éviter tout travail inutile ; la rencontre d'un nombre négatif doit arrêter le module.

4 Le tableau de cotes

Soit un tableau à n lignes et m colonnes d'entiers où une ligne représente les notes sur 20 d'un étudiant et les colonnes toutes les notes d'un cours.

Écrire un algorithme recevant ce tableau en paramètre et affichant le pourcentage d'étudiants ayant obtenu une moyenne supérieure à 50%.

5 Le carré magique

Un carré magique est un tableau d'entiers carré (c'est-à-dire possédant autant de lignes que de colonnes) ayant la propriété suivante : si on additionne les éléments d'une quelconque de ses lignes, de ses colonnes ou de ses deux diagonales, on obtient à chaque fois le même résultat.

Écrire un module recevant en paramètres le tableau [1 à n, 1 à n] d'entiers représentant le carré et renvoyant une valeur booléenne indiquant si c'est un carré magique ou pas.

6 Le triangle de Pascal

Le triangle de Pascal est construit de la façon suivante :

- ▷ la ligne initiale contient un seul élément de valeur 1 ;
- ▷ chaque ligne possède un élément de plus que la précédente ;
- ▷ chaque ligne commence et se termine par 1 ;
- ▷ pour calculer un nombre d'une autre case du tableau, on additionne le nombre situé dans la case située juste au-dessus avec celui dans la case à la gauche de la précédente.

Écrire un module qui reçoit en paramètre un entier n, et qui renvoie un tableau contenant les $n + 1$ premières lignes du triangle de Pascal (indicées de 0 à n).

N.B. : le « triangle » sera bien entendu renvoyé dans un tableau carré. Quid des cases non occupées ?

Par exemple, pour n qui vaut 5, on aura le tableau suivant :

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

7 Lignes et colonnes

Écrire un module qui reçoit un tableau d'entiers à 2 dimensions en paramètre et qui retourne un booléen indiquant si ce tableau possède 2 lignes ou 2 colonnes identiques.

Dans l'affirmative, ce module renverra également en paramètres les informations suivantes :

- ▷ les indices des lignes ou colonnes identiques
- ▷ un caractère valant 'L' ou 'C' selon qu'il s'agit de lignes ou de colonnes

Dans la négative, les valeurs de ces paramètres seront indéterminées ou quelconques, elles ne seront de toute façon pas utilisées par le module appelant.

8 Le contour du tableau

On donne un tableau d'entiers tabEnt à n lignes et m colonnes. Écrire un module retournant la somme de tous les éléments *impairs* situés sur le bord du tableau.

Exemple : pour le tableau suivant, le module doit renvoyer 32

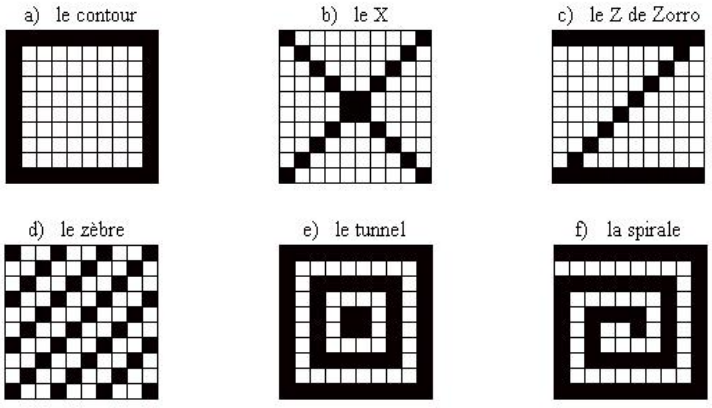
3	4	6	11
2	21	7	9
1	5	12	3

Et pour le suivant, le module doit renvoyer 6

4	1	2	8	5

9 À vos pinceaux !

On possède un tableau à n lignes et n colonnes dont les éléments de type Couleur valent NOIR ou BLANC. On suppose que le tableau est initialisé à BLANC au départ. Écrire un module qui *noircit* les cases de ce tableau comme le suggèrent les dessins suivants (les exemples sont donnés pour un tableau 10 x 10 mais les algorithmes doivent fonctionner quelle que soit la taille du tableau).



Notes

- ▷ Le zèbre doit toujours présenter des lignes obliques et parallèles, quelle que soit la taille.
- ▷ La spirale est un véritable défi et vous est donné comme exercice facultatif. Ne le faites pas si vous êtes en retard.

10 Exercices sur la complexité

Quelle est la complexité

a) d'un algorithme de parcours d'un tableau n x n ?

b) des algorithmes que vous avez écrits pour les exercices : "Les nuls", "Tous positifs", "Le carré magique" et "Le contour d'un tableau" ?

c) des algorithmes que vous avez écrits pour résoudre les exercices du pinceau ?

Chapitre 2

L'orienté objet

Chapitre 3

Les listes

Chapitre 4

Représentation des données