【统计简单学】

第六单元

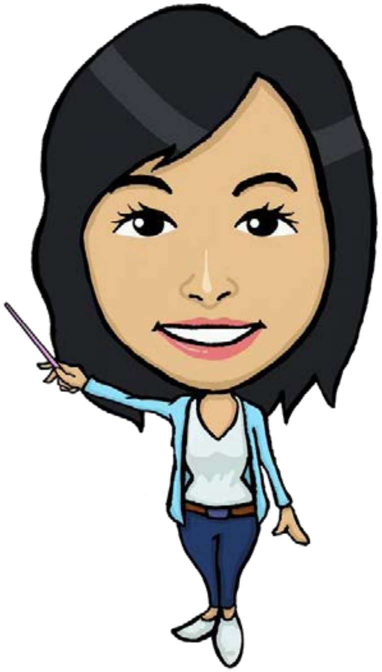
假说检定

授课教师：唐丽英 教授

新竹交通大学 工业
工程与管理学系

第六单元 内容大纲

- 第一部份：统计检定介绍
- 第二部份：一个群体参数之统计检定
  - 群体平均数 μ 之检定
  - 群体比率值 P 之检定
- 第三部份：两个群体参数之统计检定
  - 两独立群体变异数之检定
  - 两独立群体平均数之检定
  - 两配对群体平均数之检定



第一部份：统计检定介绍

统计检定介绍

- 统计检定之目的为何？
  - 根据**样本资讯**，检定关于**一个**或**多个群体参数值**之假说。

- 例1：

交通大学学生每日平均上网时数是否大于4小时？

随机抽样100名学生

交大学生1	3.75 小时
交大学生2	4.5 小时
…	…
交大学生99	4.25 小时
交大学生100	3.5 小时

统计检定介绍

- 统计检定之目的为何？
  - 根据样本资讯，检定关于一个或多个群体参数值之假说。

- 例2：

比较两所学校学生每月平均花费是否有显著差异

交通大学		清华大学	
交大学生1	\$5,500	清大学生1	\$7,200
交大学生2	\$6,500	清大学生2	\$5,100
…	…	…	…
交大学生99	\$3,800	清大学生99	\$6,900
交大学生100	\$7,200	清大学生100	\$4,300

统计检定介绍－统计检定程序

- **统计检定之五大步骤**

1) 设立
   - 虚无假说(null hypothesis, H_0)
   - 对立假说(alternative hypothesis, H_a)

2) 指定显着水准(level of significance, α)。

3) 决定适当之检定统计量(test statistic)。

4) 决定弃却域(rejection region)。

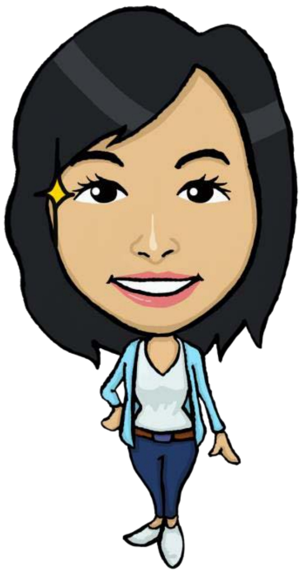
5) 下结论－推翻虚无假说(reject Ho)或不推翻虚无假说(fail to reject Ho)并将此结论按题意引申。

统计检定介绍 – 如何设立假说?

- **何谓假说?**
  - 关于一个或多个群体参数值的一段叙述。

- **何谓对立假说 H_a?**
  - 研究者所欲搜集证据**支持的假说**称之。

- **何谓虚无假说 H_0?**
  - 研究者所欲搜集证据**反对的假说**称之。
  - **虚无**假说为**对立**假说的**相反**。



注意：1) 永远先设立H_a，再以其相反之叙述设立H_0。
　　　2) ”=”只能放在H_0中。

统计检定介绍 – 如何设立假说?

- **例3：某轮胎公司有日、夜两班工人。轮胎公司的品管工程师对以下之问题想找到答案：**
  a) 由日班工人所生产的轮胎，其平均寿命是否为20,000英里?
  b) 由夜班工人所生产的轮胎，其平均寿命是否小于20,000英里?
  c) 由日班工人所生产的轮胎，其暴胎率是否大于8%?
  d) 日、夜班工人所生产的轮胎，其平均寿命是否有显著差异?

欲回答以上之问题，轮胎公司的经理搜集了以下样本信息作**统计检定**

日班	夜班
$\bar{X}_1 = 20{,}430$英里	$\bar{X}_2 = 19{,}350$英里
标准差 S_1=4,000英里	标准差 S_2=3,100英里
10,000英里前有5个轮胎暴胎	10,000英里前有8个轮胎暴胎
n_1=100个轮胎	n_2=100个轮胎

统计检定介绍 – 设立假说

- **例4**：针对例 3 中 a), b), c), d) 各问题设立H_0及H_a：

【解】

a) H_0 :

H_a :

b) H_0 :

H_a :

c) H_0 :

H_a :

d) H_0 :

H_a :

统计检定介绍－假说检定之种类

- 何谓单边检定？
  - 如果对立假设中有“<”或“>”出现，此种统计检定称为单边检定。

- 何谓双边检定？
  - 如果对立假设中有≠出现，此种统计检定称为双边检定。

统计检定介绍－假说检定之种类

- 例5：参考例3，回答下列问题是单边检定或双边检定。

  a) 由日班工人所生产的轮胎，其平均寿命是否为20,000英里?
  b) 由夜班工人所生产的轮胎，其平均寿命是否小于20,000英里?
  c) 由日班工人所生产的轮胎，其暴胎率是否大于8%?

【解】

a) $H_0 : \mu_{日} = 20,000$
$Ha : \mu_{日} \neq 20,000$
双边检定

b) $H_0 : \mu_{夜} \geqq 20,000$
$Ha : \mu_{夜} < 20,000$
单边检定

c) $H_0 : P_{日} \leqq 0.08$
$Ha : P_{日} > 0.08$
单边检定

统计检定介绍 – 型一与型二误差

作统计检定时，有以下两种可能的误差

α=P（犯型一误差）

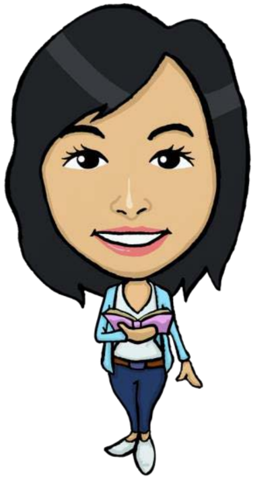
1) 型一误差(Type I Error)

– 当H_0是对的，检定结果却判其为错的，而推翻H_0。

β=P（犯型二误差）

2) 型二误差(Type II Error)

– 当H_0是错的，检定结果却判其为对的，而不推翻H_0。



※ α与β是衡量一个统计检定好坏的指标。一个决策者必需平衡此两种型式的误差。

- 当检定结果是推翻H_0时，我们只可能犯型一 误差；
  检定结果是不推翻H_0时，我们只可能犯型二 误差。
- 我们不可能同时犯型一误差，又犯型二误差。

统计检定介绍－型一与型二误差

- **何谓显着水准(Level of Significance)？**
  - 因为 α 是事先可设定的，其可用来衡量统计检定之可信度，故称**α 为显著水准**。

- **α 与 β 间有什么关系?**
  - α 与 β 有**反向**之关系。
  - 欲使 α 与 β 同时变小的唯一方法是**增加样本n** 。

统计检定介绍－型一与型二误差

- **例6：法庭上用来审判被告是否有罪之逻辑，可用来说明统计检定之道理。**
  a) 设立H_0及H_a来审判被告是否有罪。
  b) 解释本例中型一及型二误差之含意。
  c) 若你是被告，你希望型一误差α愈小愈好或愈大愈好？

【解】

1) H_0 :
2) H_a :

型一误差:

型二误差:

此例中，型______误差远比型______误差为严重，故α应设的愈小愈好。

统计检定概念介绍－检定统计量

- **何谓检定统计量？**
  - 检定统计量是由样本计算得到一个样本统计量，是虚无和对立假设的决策根据。
- **一个群体参数的检定统计量有：**

1) 检定平均数μ；当σ已知：

$$z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

，其中μ_0为H_0之下的μ值。

2) 检定平均数μ；当σ未知：

$$t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

，（自由度=n-1），中 μ_0 为 H_0 之下的μ值。

3) 检定比率值P：

$$z=\frac{P-p_0}{\sqrt{p_0q_0/n}}$$

，其中p_0为H_0之下的 P 值， $q_0=1-p_0$ 。

统计检定介绍－检定统计量

- **例7：参考例3，回答a) 和 c) 的检定统计量。**

  a) 由日班工人所生产的轮胎，其平均寿命是否为20,000英里?
  c) 由日班工人所生产的轮胎，其暴胎率是否大于8%?

日班
$\bar{X}_1 = 20,430$英里
标准差 S_1=4,000英里
10,000英里前有5个轮胎暴胎
n_1=100个轮胎

【解】

a) $H_0 : \mu_{日} = 20,000$
$Ha : \mu_{日} \neq 20,000$

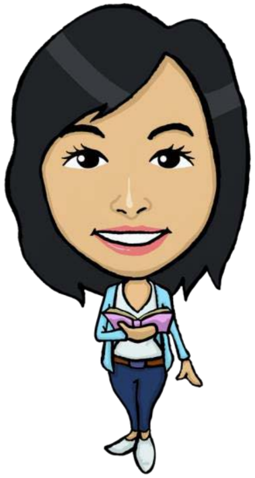
$$t = \frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{S_1 / \sqrt{n_1}} = \frac{20430 - 20000}{4000 / \sqrt{100}} = \frac{430}{400} = 1.075$$

c) $H_0 : P_{日} \leqq 0.08$
$Ha : P_{日} > 0.08$

$$z = \frac{P_1 - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n_1}} = \frac{(5/100) - 0.08}{\sqrt{(0.08)(0.92)/100}} = \frac{-0.03}{0.027} \cong -1.11$$

统计检定介绍 – 弃却域与临界值

- **何谓弃却域？**
  - 弃却域是**推翻虚无假设**的检定统计量计算值之集合。
- **何谓临界值？**
  - **弃却域的边界值称为临界值**。
  - 弃却域的范围是依据检定为单尾或双尾以及预先设定的显著水准α值 而定。
- **决定弃却域之法则**



1. 在H_a中有符号"<"（ 或">"）则为单边检定，其弃却域为标准化检定统计量的抽样分配的最低（或最高）尾部。临界值的左边（或右边）区域为 α。

2. 在H_a中有符号"≠"则为双边检定，其弃却域为尾端两部分。标准化检定统计量的抽样分配的每尾端区域为α/2。

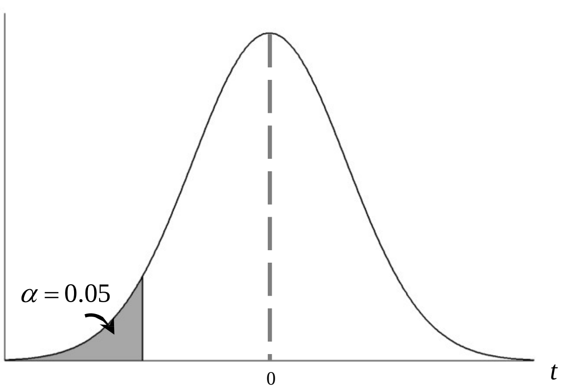
统计检定介绍 – 弃却域与临界值

- **例8：假设α=0.05且n=25，试找出下列弃却域：**

1) $H_0: \mu \geqq 72$
   $H_a: \mu < 72$

【解】

1) 弃却域：若所计算之检定统计量 $t <$ ________________，则推翻H_0；否则不推翻H_0。



ν	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	$t_{.001}$	$t_{.0005}$
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
…				…			
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707

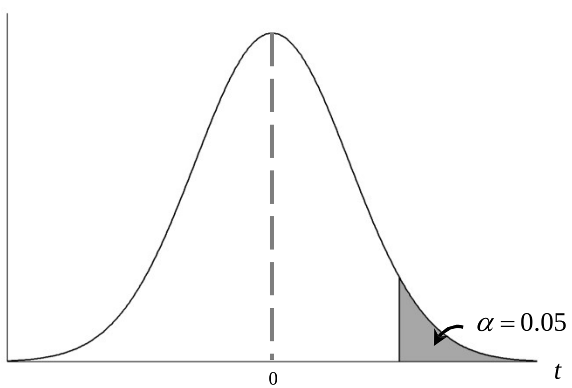
统计检定介绍 – 弃却域与临界值

- **例8：假设σ未知，α=0.05且n=25，试找出t检定之弃却域：**

2) $H_0: \mu \leqq 72$
$H_a: \mu > 72$

【解】

2) 弃却域：若所计算之检定统计量 t > ________________，则推翻H_0；否则不推翻H_0。



ν	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	$t_{.001}$	$t_{.0005}$
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
…				…			
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707

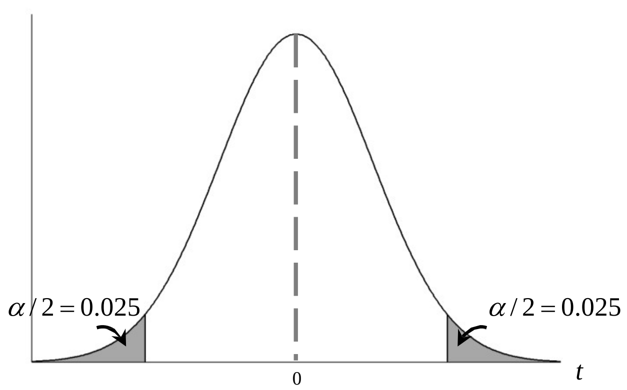
统计检定概念介绍－弃却域与临界值

- **例8：假设σ未知，α=0.05且n=25，试找出t检定之弃却域：**

3) $H_0: \mu = 72$
$Ha: \mu \neq 72$

【解】

3) 弃却域：若所计算之检定统计量 t ＞__________或 t ＜__________，则推翻H_0；否则不推翻 H_0。



ν	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	$t_{.001}$	$t_{.0005}$
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
…				…			
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707

第二部份：一个群体参数之统计检定

1. 群体平均数 μ 之检定
2. 群体比率 P 之检定

一个群体参数之统计检定－检定μ

- **检定平均数μ之步骤**

※假設：樣本是由一常態群體中隨機抽出。

1) H_0: $\mu = \mu_0$

   Ha: $\mu \neq \mu_0$

2)定α值

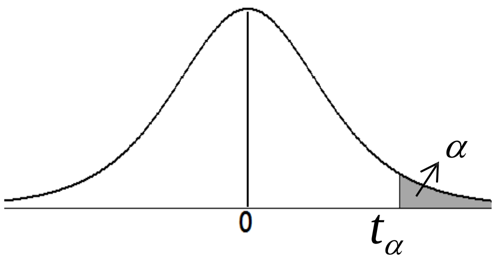
3)檢定統計量：$t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$　　自由度＝d.f.=n-1

4)棄卻域：查 t -表

5)下結論

注意：
假如结论是“拒绝H_0”可能会犯了型一误差，因此必须解释α（犯型一误差的机会）。
若结论是“不能拒绝H_0”则不用解释α（因为不会犯型一误差）。

t 分布之机率分布表



ν \ α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

一个群体参数之统计检定 – 检定 μ

- **例9：评估一个生产人造钻石的新制程是个非常耗资的实验。新制程所生产的钻石重量必须大于0.5克拉，此制程才可算有利的生产。由这新制程中随机抽出六个钻石，其重量为0.46, 0.61, 0.52, 0.48, 0.57, 0.54 克拉。试以这六个钻石的重量来评估此制程生产的钻石有利可图？**

【解】

1) H_0 :
   Ha :

2) α =

3) 检定统计量：

X	X^2
.46	.2116
.61	.3721
.52	.2704
.48	.2304
.57	.3249
.54	.2916
3.18	1.701
ΣX	ΣX^2

$n=6$

$\bar{x} = \frac{3.18}{6} = 0.53$

$s^2 = \frac{1.701 - (3.18)^2/6}{6-1} = 0.00312$

$s = 0.056$

4) 弃却域：

5) 结论：样本资料________足够证据指出钻石平均重量_______0.5克拉。

一个群体参数之统计检定 – 检定 μ

- 欲检定一群体平均数 μ ，且当群体变异数未知时，其检定形式与检定统计量汇整如下表。

假設形式	檢定統計量	棄卻域
$\begin{cases} H_0 : \mu \le C \\ H_a : \mu > C \end{cases}$ （右尾檢定）	$t^* = \dfrac{\bar{x} - C}{s / \sqrt{n}}$	$t^* > t_{\alpha, n-1}$
$\begin{cases} H_0 : \mu \ge C \\ H_a : \mu < C \end{cases}$ （左尾檢定）		$t^* < -t_{\alpha, n-1}$
$\begin{cases} H_0 : \mu = C \\ H_a : \mu \ne C \end{cases}$ （雙尾檢定）		$t^* > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ 或 $t^* < -t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

一个群体参数之统计检定 – P值 (P-value)

- **何谓 P值 (P-value)？**
  - 在做统计假设检定时，通常须在获得资料和计算检定统计量之前，先选定显著水准α值。检定的弃却域是依据所选的α值而定，因此不论检定统计量之值多大或多小，关于H_0的决策法则是十分明显的，其法则如下：

- **若检定统计量之值落于弃却域内，则拒绝H_0。（即，此检定结果属统计性显着）**
- **若检定统计量之值落于弃却域外，则不拒绝H_0。（即，此检定结果不属统计性显着）**

  - 此特定显着水准(α)值即为评量结论可信度的一个依据。然而，这种检定方法有一缺点，就是不易评估检定结果的显着程度；也就是说，当检定统计量落于弃却域时，我们无法评估资料与虚无假设不符合的程度有多严重。

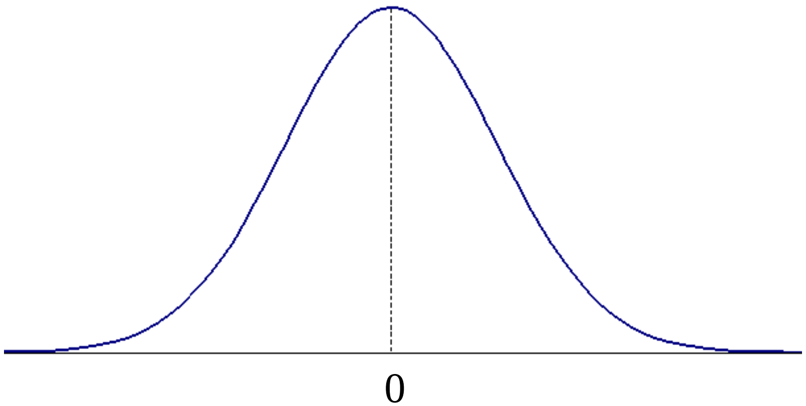
一个群体参数之统计检定－ P值

- **定义： P值 (P-value)**
  - P-value亦称为观察的或样本数据估算出来的显著水平，是**评估样本资料与虚无假设之间不符合程度的一个指标**。

例：在应用Z检定时如何获得p-value?

- 单边检定：$\mathrm{P-value} = P(Z \geq |Z^*|)$
- 双边检定：$\mathrm{P-value} = 2 \times P(Z \geq |Z^*|)$

（其中Z*为所算得之检定统计量值）



一个群体参数之统计检定－ P值

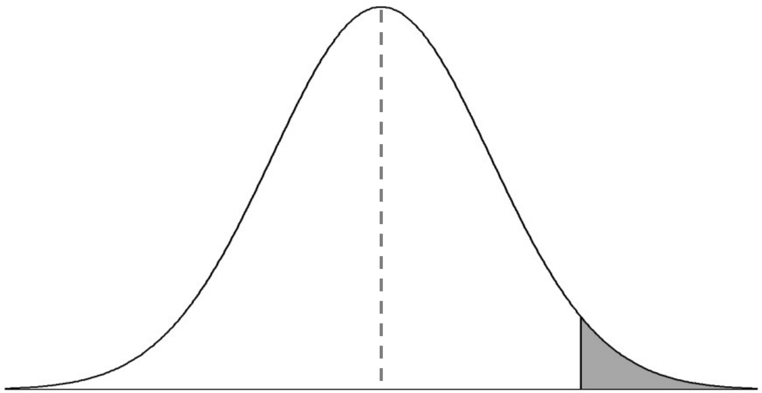
- **例10：一个大样本检定，其 H_0: $\mu \leqq 80$ 与 H_a: $\mu > 80$ ，且显着水准 $\alpha=0.05$，试依下列二个检定统计量值回答问题：**

(1) Z=1.82 **(2) Z=5.66**

a) 以上哪个检定统计量值能对拒绝H_0提供较有利的证据？(注意：Z值越大，表距离μ＝80越远。)

【解】

5.66 比 1.82 有较足够证据显示 μ 值大于80。



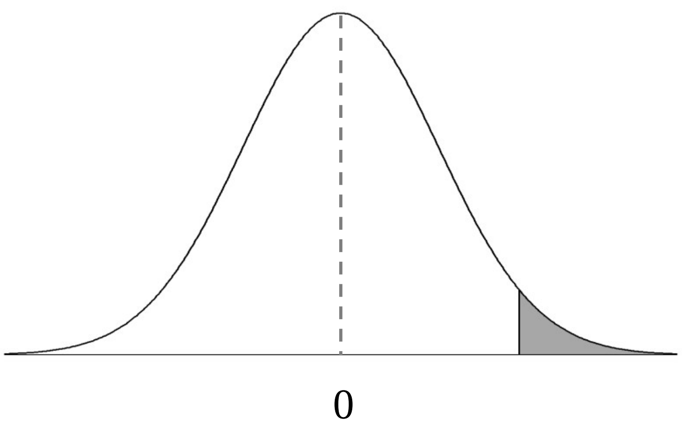
一个群体参数之统计检定 – P值

例10： b) 计算每个Z值的P-value？

【解】

(1) **Z=1.82：** P-value=P(Z≧│1.82│)=P(Z≧1.82)=0.5-0.4656=0.0344

(2) **Z=5.66：** P-value=P(Z≧│5.66│)=P(Z≧5.66) 0



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

一个群体参数之统计检定 – P值

- **如何利用p-value来决定是否拒绝虚无假设H_0?**
  1) 选择所能容忍的最大显著水准α。
  2) 假如检定统计量的P-value 小于α，则拒绝H_0。反之，则无法拒绝H_0。

a) 若p-value>0.10，则称检定结果不显著。
b) 若0.05＜p-value≦0.10，则称检定结果**趋于显着**。
c) 若0.01＜p-value≦0.05，则称检定结果为**显著(＊)**。
d) 若0.001＜p-value≦0.01，则称检定结果**非常显着(＊＊)**。
e) 若p-value≦0.001，则称检定结果有**很高的显着性(＊＊＊)**。

一个群体参数之统计检定－检定μ之P值

- 例11：某大卖场欲检验某一水果批发商所供应的水果礼盒是否合乎要求，依据该大卖场的规定，水果礼盒平均重量应约1.8公斤。 今随机抽检该批发商所供应的水果礼盒16笔数据（如下表），试问该批发商所供应的水果礼盒是否合乎规定？

单位：公斤

1.56	1.63	1.81	1.58
1.74	1.81	1.91	1.81
1.81	1.63	1.58	1.74
1.81	1.86	1.52	1.74

一个群体参数之统计检定－检定μ之P值

- **例11：**

【解】

由题目可知，$\overline{X} = 1.7212$，$S = 0.1207$，$n = 16$

$\alpha = 0.05$

$H_0 : \mu = 1.8$

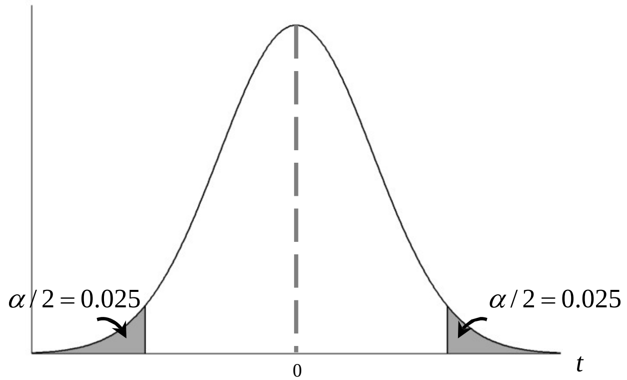
$H_a : \mu \neq 1.8$

$$t^* = \frac{1.7212 - 1.8}{0.1207/\sqrt{16}} = -2.61 < -t^*_{0.025,15} = -2.131$$

因此拒绝H_0，代表在α=0.05的显着水准下，该供应商提供之水果礼盒与大卖场的规定有显著差异。

一个群体参数之统计检定－检定μ之P值

- 查t-表



ν \ α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850

一个群体参数之统计检定－检定 μ 之P值

- **例11：**

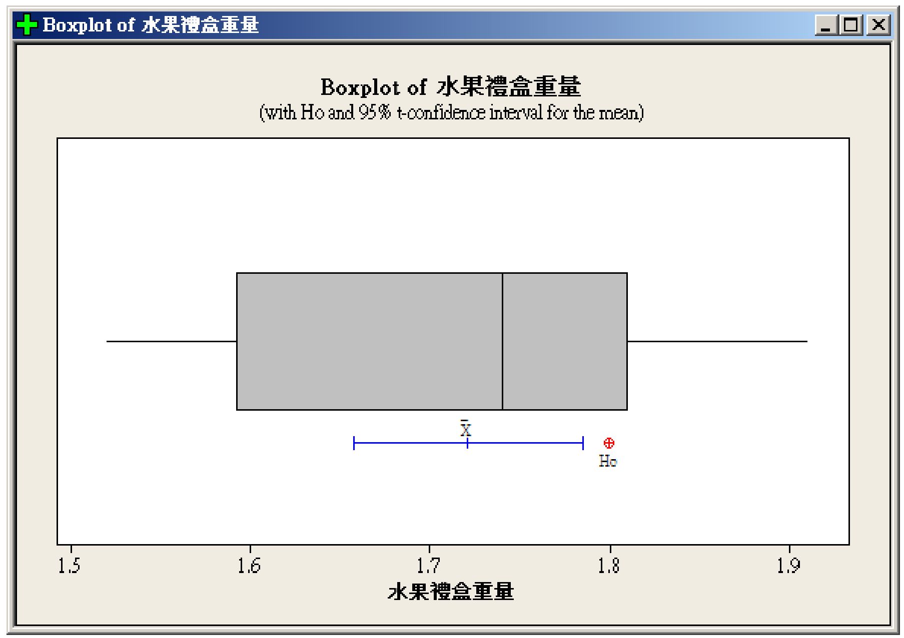
【解：Minitab 报表】

Session

One-Sample T: 水果禮盒重量

Test of mu = 1.8 vs not = 1.8

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	95% CI	T	P
水果禮盒重量	16	1.7212	0.1207	0.0302	(1.6570, 1.7855)	-2.61	0.020



一个群体参数之统计检定 – 检定群体比率P

- 检定群体比率P步骤

---

1) Ho： $P = P_0$

   Ha： $P \neq P_0$

2)定 α 值

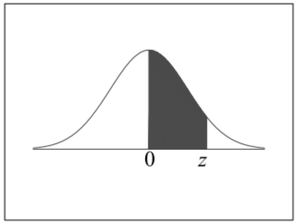
3)檢定統計量： $Z = \dfrac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1 - P_0)/n}}$

4)棄卻域： 查 Z-表

5)下結論

标准常态分布之机率分布表

Standard Normal Distribution Table



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998

一个群体参数之统计检定－检定P

- 例12：某一实验过去的失败率为6%，经改变配方后，在100个实验中有4个失败，请问改变配方有无显着改善实验？

【解】

1) H_0：
   H_a：

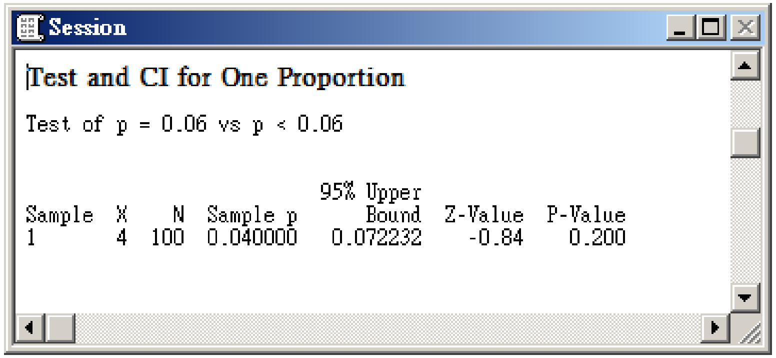
2) $\alpha =$

3) 检定统计量： $Z = \dfrac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}} = \dfrac{0.04-0.06}{\sqrt{\dfrac{0.06 \times 0.94}{100}}} = 0.84$

4) 弃却域：

5) 结论：改变配方__________显著改善效果。

【Mintab报表】



第三部份：两个群体参数之统计检定

1. 两独立群体变异数之检定
2. 两独立群体平均数之检定
3. 两配对群体平均数之检定

两个群体参数之统计检定

- 两个群体参数之统计检定之主要目的是检定两组群体参数间是否有显着差异（包括大于、小于或等于）。检定形式又可分为

1) 两组独立样本之检定

- 例：大学女生每月的平均花费是否显著地高于大学男生每月的平均花费？

2) 两组相依样本之检定

- 例：20位欲减肥者利用土耳其草莓减肥法减肥三个月，其减肥前与减肥后之体重是否有显著的差异？？

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体变异数

- 两独立群体变异数之检定

檢定步驟：

1) 假設：樣本隨機抽自兩獨立之常態群體。

2) H₀：$\sigma_1^2 \begin{smallmatrix}\geq \\ = \\ \leq\end{smallmatrix} \sigma_2^2$

   Hₐ：$\sigma_1^2 \begin{smallmatrix}< \\ \neq \\ >\end{smallmatrix} \sigma_2^2$

3) 定 α 值

4) 檢定統計量：$F = S_1^2 / S_2^2$

5) 查棄卻域或計算 p-值：p-值 < α 值則推翻 H_0。

6) 下結論

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体变异数

- 欲检定两群体变异数，其检定形式与检定统计量汇整如下表。

假設形式	檢定統計量	棄卻域
$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 \le \sigma_2^2 \\ H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{cases}$ （右尾檢定）	$F = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}$	$F > F_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$
$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 \ge \sigma_2^2 \\ H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases}$ （左尾檢定）		$F < F_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}$
$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_a: \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2 \end{cases}$ （雙尾檢定）		$F > F_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$ 或 $F < F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- 两独立群体平均数之检定：当σ_1^2与σ_2^2均未知，但$\sigma_1^2=\sigma_2^2$时

（公式一）

檢定步驟：

1)假設：樣本隨機抽自兩獨立之常態群體。

2)H_0： $\mu_1-\mu_2 \geq / = / \leq \delta_0$

H_a： $\mu_1-\mu_2 < / \neq / > \delta_0$

3)定α值

4)檢定統計量：$t=[(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-\delta_0]/S_P\cdot\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$

$$S_P^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}=\frac{\sum(X_{i1}-\overline{X}_1)^2+\sum(X_{i2}-\overline{X}_2)^2}{n_1+n_2-2}$$

5)棄卻域：查 t-表，自由度＝ n_1+n_2-2

6)下結論

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- 两独立群体平均数之检定：当σ_1^2与σ_2^2均未知，但$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$时

（公式二）

检定步驟：

1)假設：樣本隨機抽自兩獨立之常態群體。

2)H_0：$\mu_1 - \mu_2 \geq \delta_0$ / $\mu_1 - \mu_2 = \delta_0$ / $\mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$

H_a：$\mu_1 - \mu_2 < \delta_0$ / $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$ / $\mu_1 - \mu_2 > \delta_0$

3)定α值

4)檢定統計量：$t = [(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - \delta_0] / \sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}$

5)棄卻域：查 t-表，自由度$v = (\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2})^2 / [\dfrac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}]$　　(v无条件舍去)

6)下結論

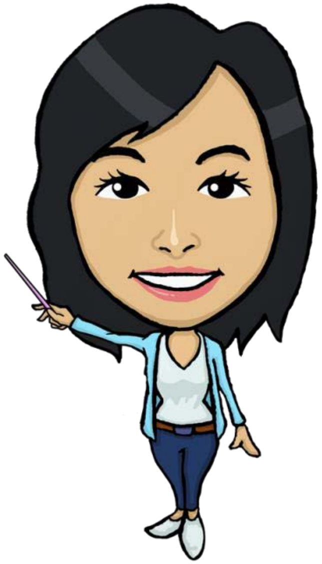
两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- 两独立群体平均数 之检定

※ 要檢定 $\mu_1 = \mu_2$ 之前，可先用 $F = S_1^2 / S_2^2$ 來檢定 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$。

若 F test 之結果為 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$，則用（公式一）之 t test 來檢定 $\mu_1 = \mu_2$。

若 F test 之結果為 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$，則用（公式二）之 t test 來檢定 $\mu_1 = \mu_2$。



两个群体参数之统计检定－检定两配对群体平均数

- **两配对群体平均数之检定：**

---

1) 假設：i)成對樣本隨機抽自成對群體中。

ii)成對群體皆來自常態分配。

2)H_0：$\mu_1 - \mu_2 \begin{matrix} \geq \\ = \\ \leq \end{matrix} 0$

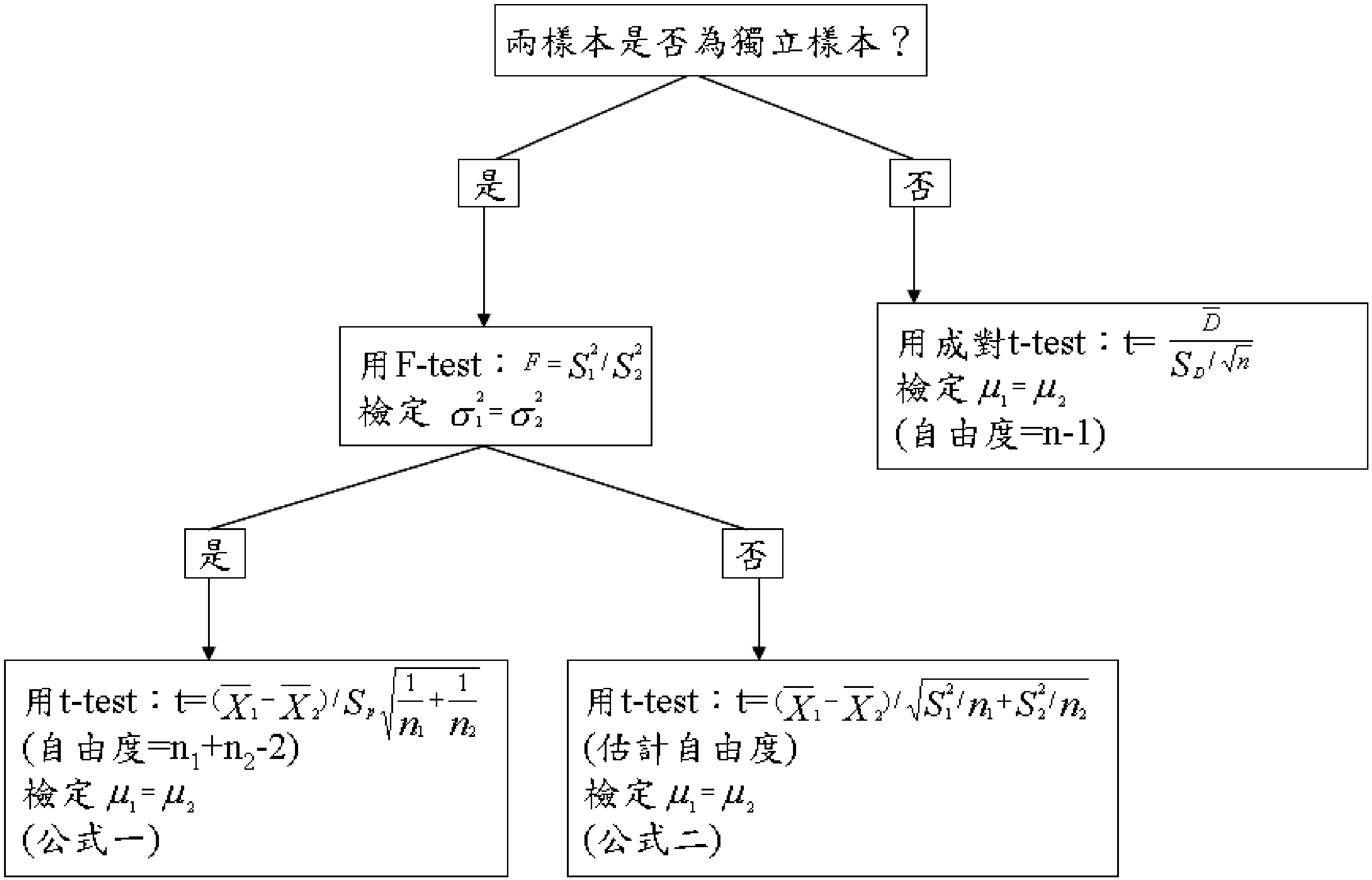
H_a：$\mu_1 - \mu_2 \begin{matrix} < \\ \neq \\ > \end{matrix} 0$

3)檢定統計量：$t = \dfrac{\bar{D}}{S_D / \sqrt{n}}$，其中 $\bar{D} = \sum D/n$、$S_D = \sqrt{\dfrac{\sum D^2 - (\sum D)^2/n}{n-1}}$

此 t 檢定之自由度 d.f.= n-1; n 為成對數。

两个群体参数之统计检定流程

●檢定 $\mu_1 \overset{?}{=} \mu_2$ 之程序：



两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- 例13：某基金会分别在A与B两城市随机抽取一些市民，调查其每周平均上网时数，得结果如下表所示。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A城市	28	26	32	27	26	24	15	33		
B城市	24	25	18	21	14	16	22	23	10	12

  – 试问A城市市民每周平均上网时数是否高于B城市市民的平均每周上网时数？（以α=0.05检定之）

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- **例13：**

【解】 步骤 1. 检定两群体变异数是否相等(即$H_0:\sigma_A^2=\sigma_B^2$ v.s. $H_a:\sigma_A^2\neq\sigma_B^2$)

$$n_A=8,\ \overline{X}_A=26.375,\ S_A=5.5275$$

$$n_B=10,\ \overline{X}_B=18.5,\ S_B=5.2967$$

$$F^*=\frac{S_A^2}{S_B^2}=\frac{5.5275^2}{5.2967^2}=\frac{30.5536}{28.0556}=1.089$$

临界值：

$$F_{0.975,7,9}=\frac{1}{F_{1-0.975,9,7}}=\frac{1}{4.82}=0.207$$

$$F_{0.025,7,9}=4.2$$

由以上计算可得 $F_{0.975,7,9}=0.207<F^*=1.089<F_{0.025,7,9}=4.2$，表示在5%之显著水平下，两群体变异数并无显著差异。

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- 查F-表：

$\alpha = 0.025$

ν_1 \ ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	647.79	799.48	864.15	899.60	921.83	937.11	948.20	956.64	963.28	968.63	973.03	976.72	979.84	982.55	984.87
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.41	39.42	39.43	39.43
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.37	14.34	14.30	14.28	14.25
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	8.75	8.72	8.68	8.66
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	6.52	6.49	6.46	6.43
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	5.37	5.33	5.30	5.27
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.71	4.67	4.63	4.60	4.57
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.24	4.20	4.16	4.13	4.10
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	3.87	3.83	3.80	3.77
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.66	3.62	3.58	3.55	3.52
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.47	3.43	3.39	3.36	3.33
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	3.28	3.24	3.21	3.18
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.20	3.15	3.12	3.08	3.05
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.09	3.05	3.01	2.98	2.95
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	2.96	2.92	2.89	2.86

$F_{0.025,7,9} = 4.20$ $\qquad$ $F_{0.025,9,7} = 4.82$

$$\text{由公式} F_{\alpha,\nu_1,\nu_2} = \frac{1}{F_{1-\alpha,\nu_2,\nu_1}} \Rightarrow F_{0.975,7,9} = \frac{1}{F_{1-0.975,9,7}} = \frac{1}{4.82} \doteq 0.207$$

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- **例13：**

【解】 **步骤 2.** 检定两母体平均数是否相等(即$H_0: \mu_A = \mu_B$ v. s. $H_a: \mu_A \neq \mu_B$)

$$t^* = \frac{\overline{X}_A - \overline{X}_B}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}}} = \frac{26.375-18.5}{5.4\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}} = \frac{7.875}{2.56} = 3.076$$

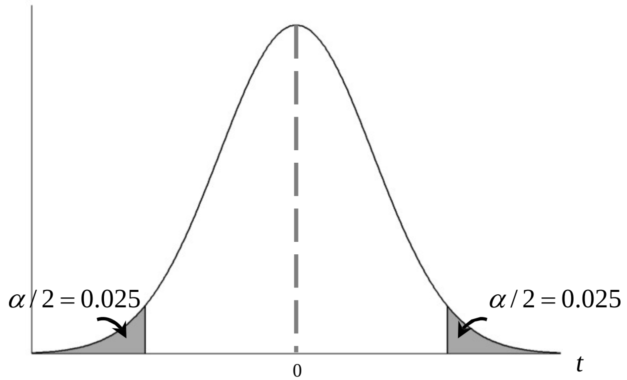
$$t^* > t_{0.025,16} = 2.12$$

$$\text{其中} S_p = \sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2+(n_B-1)S_B^2}{n_A+n_B-2}} = \sqrt{\frac{(8-1)30.5536+(10-1)28.0556}{8+10-2}} = 5.4$$

由以上计算可得检定统计量$t^*=3.076>t_{0.025,16}$，因此在5%的显著水平下，我们可以下结论：**A城市市民每周平均上网时数显著地高于B城市市民上网时数。**

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- **查t-表：**



α \ ν	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- **例13：**

【解】 以下为步骤1之Minitab报表：

```
Session

Test for Equal Variances: A城市, B城市

95% Bonferroni confidence intervals for standard deviations

        N    Lower    StDev     Upper
A城市   8  3.45809  5.52753   12.6607
B城市  10  3.46473  5.29675   10.6658


F-Test (Normal Distribution)
Test statistic = 1.09, p-value = 0.884
```

由Minitab报表可得F检定统计量为F=1.09，其双尾检定之p值= 0.884>0.05，表示在5%之显著水平下，**两群体变异数并无显著差异**。

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- **例13：**

【解】 以下为步骤2之Minitab报表

```
Session

Two-Sample T-Test and CI: A城市, B城市

Two-sample T for A城市 vs B城市

        N   Mean  StDev  SE Mean
A城市   8  26.38   5.53      2.0
B城市  10  18.50   5.30      1.7

Difference = mu (A城市) - mu (B城市)
Estimate for difference:  7.88
95% CI for difference:  (2.45, 13.30)
T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 3.08  P-Value = 0.007  DF = 16
Both use Pooled StDev = 5.3989
```

由Minitab报表可得检定统计量t=3.08，其右尾检定之p值=0.004 < 0.05，因此在5%的显著水平下，我们可以下结论：**A城市市民每周平均上网时数显著地高于B城市市民上网时数。**

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- 例14：某制鞋厂为比较两个不同制程所生产的鞋底，其拉力值表现的优劣，因此研究人员分别执行两种制程各15次实验，其中第二种制程在第15次实验失败，因此仅得14笔有效数据。所有之实验数据汇整如下表所示。

单位：公斤/平方公分

第一种制程	1.97	1.96	1.98	1.98	1.99	1.98	1.97	1.98	1.96	1.99	1.97	1.98	1.96	1.99	1.98
第二种制程	1.94	1.87	1.90	1.87	1.92	1.93	1.92	1.91	1.92	1.90	1.90	1.94	1.93	1.94	

– 试检定此两种制程对鞋底之拉力值是否有显著差异。（以α=0.05检定之）

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- **例14：**

【解】 **步骤 1.** 检定两群体变异数是否相等(即$H_0:\sigma_A^2=\sigma_B^2$ v. s. $H_a:\sigma_A^2\neq\sigma_B^2$)

$$n_1=15,\ \overline{X_1}=1.976,\ S_1=0.010556$$

$$n_2=14,\ \overline{X_2}=1.9136,\ S_2=0.023405$$

$$F^*=\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{0.010556^2}{0.023405^2}=\frac{0.000111}{0.000548}=0.203$$

临界值：

$$F_{0.975,14,13}=\frac{1}{F_{1-0.975,13,14}}=\frac{1}{3.01}=0.33$$

$$F_{0.025,14,13}=3.08$$

由以上计算可得F检定统计量为$F^*=0.203<F_{1-0.025,14,13}$，表示两群体变异数相等的假设不成立，**第一种制程的变异数与第二种制程的变异数间有显著差异。**

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- **查F-表：**

$\alpha = 0.025$

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	647.79	799.48	864.15	899.60	921.83	937.11	948.20	956.64	963.28	968.63	973.03	976.72	979.84	982.55	984.87
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.41	39.42	39.43	39.43
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.37	14.34	14.30	14.28	14.25
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	8.75	8.72	8.68	8.66
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	6.52	6.49	6.46	6.43
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	5.37	5.33	5.30	5.27
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.71	4.67	4.63	4.60	4.57
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.24	4.20	4.16	4.13	4.10
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	3.87	3.83	3.80	3.77
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.66	3.62	3.58	3.55	3.52
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.47	3.43	3.39	3.36	3.33
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	3.28	3.24	3.21	3.18
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.20	3.15	3.12	3.08	3.05
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.09	3.05	3.01	2.98	2.95
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	2.96	2.92	2.89	2.86

$F_{0.025,13,14} = 3.01$ $\quad$ $F_{0.025,14,13} = 3.08$

由公式 $F_{\alpha,v_1,v_2} = \dfrac{1}{F_{1-\alpha,v_2,v_1}} \Rightarrow F_{0.975,14,13} = \dfrac{1}{F_{1\text{-}0.975,13,14}} = \dfrac{1}{3.01} \cong 0.33$

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- **例14：**

【解】 **步骤 2.** 检定两母体平均数是否相等(即$H_0: \mu_A = \mu_B$ v. s. $H_a: \mu_A \neq \mu_B$)

$$t^* = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{1.976 - 1.9136}{\sqrt{\frac{0.000111}{15} + \frac{0.000548}{14}}} = \frac{0.0624}{0.00747} = 9.15$$

$$v = \left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2 / \left[\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}\right]$$

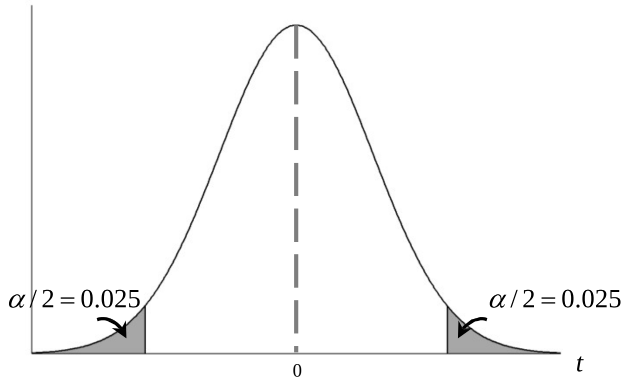
$$= \left(\frac{0.000111}{15} + \frac{0.000548}{14}\right)^2 / \left[\frac{(0.000111/15)^2}{15-1} + \frac{(0.000548/14)^2}{14-1}\right] = 17.78$$

$$t^* > t_{0.025,17} = 2.11$$

由以上计算可得t检定统计量为t^*=9.15 > $t_{0.025,17}$（在两群体变异数不相等的情况下），表示检定结果非常显著。因此我们可以下结论：两种制程对鞋底之拉力值有显著的差异。此外，由于 $\bar{x}_1 = 1.9760$，$\bar{x}_2 = 1.9136$，可推知**第一种制程之平均拉力值显著地高于第二种制程之平均拉力值**。

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- **查t-表：**



v \ α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850

两个群体参数之统计检定 – 检定两独立群体平均数

- **例14：**

【解】 以下为步骤1之Mnitab报表：

Session

Test for Equal Variances: 第一種製程, 第二種製程

95% Bonferroni confidence intervals for standard deviations

	N	Lower	StDev	Upper
第一種製程	15	0.0074086	0.0105560	0.0178918
第二種製程	14	0.0162451	0.0234052	0.0406745

F-Test (Normal Distribution)
Test statistic = 0.20, p-value = 0.006

由Minitab报表可得F检定统计量为F=0.20，其双尾检定之p值= 0.006<0.05，表示两群体变异数相等的假设不成立，**第一种制程的变异数与第二种制程的变异数间有显著差异。**

两个群体参数之统计检定－检定两独立群体平均数

- **例14：**

【解】 以下为步骤2之Minitab报表：

```
Session

Two-Sample T-Test and CI: 第一種製程, 第二種製程

Two-sample T for 第一種製程 vs 第二種製程

            N    Mean   StDev  SE Mean
第一種製程  15  1.9760  0.0106   0.0027
第二種製程  14  1.9136  0.0234   0.0063


Difference = mu (第一種製程) - mu (第二種製程)
Estimate for difference:  0.06243
95% CI for difference:  (0.04803, 0.07682)
T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 9.15  P-Value = 0.000  DF = 17
```

由Minitab报表可得t检定统计量为t=9.15（在两群体变异数不相等的情况下），其p值=0.000 < 0.05，表示检定结果非常显著。因此我们可以下结论：两种制程对鞋底之拉力值有显著的差异。此外，由于 $\bar{x}_1 = 1.9760$，$\bar{x}_2 = 1.9136$，可推知**第一种制程之平均拉力值显著地高于第二种制程之平均拉力值**。

两个群体参数之统计检定 – 检定两配对群体平均数

- 例15：卫生署某研究员欲检验某药厂所生产之减肥药品的效力，乃随机抽选十五个人当样本，记录他们服用此种减肥药前后的体重变化，得资料如下表所示。

单位：公斤

受试者编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
服用前	79	80	97	67	84	55	69	66	60	85	97	85	61	69	79
服用后	75	65	85	60	76	49	50	69	61	82	90	88	60	72	68

– 试检定此减肥药品是否有效。（以$\alpha=0.05$检定之）

两个群体参数之统计检定 – 检定两配对群体平均数

- **例15：**

【解】 本例为相依样本，欲检定$H_0: \mu_{前} \leq \mu_{后}$ v.s. $H_a: \mu_{前} > \mu_{后}$。

受试者编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
服用前-服用后	4	15	12	7	8	6	19	-3	-1	3	7	-3	1	-3	11

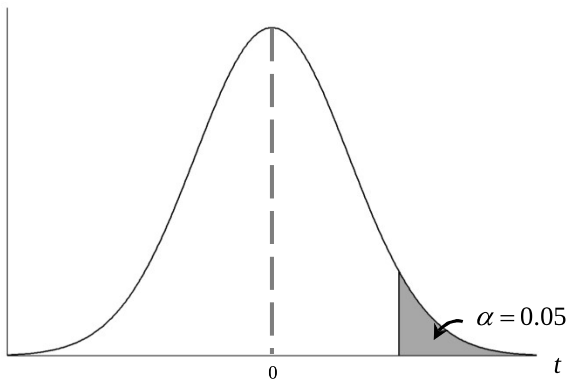
$$t^* = \frac{\overline{\overline{X}_{前} - \overline{X}_{后}}}{S_D / \sqrt{n}} = \frac{5.53}{6.78 / 3.87} = 3.158，\ t^* > t_{0.05,14} = 1.761$$

$$其中，S_D = \sqrt{\frac{\sum D^2 - (\sum D)^2 / n}{n-1}} = \sqrt{\frac{1103 - \frac{83^2}{15}}{14}} = 6.78$$

由以上计算可得t检定统计量为t^*=3.158 > $t_{0.05,14}$，本例为在α=0.05 下的右尾检定（$H_a: \mu_{前} > \mu_{后}$，因此我们可以下结论：**服用减肥药品之后的体重显著的比服用前的体重轻**；另由服用前及服用后样本平均数差异值=5.53公斤可知，服用减肥药平均约可减少5.53公斤之体重。

两个群体参数之统计检定 – 检定两配对群体平均数

- 查t-表：



ν \ α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850

两个群体参数之统计检定 – 检定两配对群体平均数

- **例15：**

【解】 以下为Minitab报表：

```
Session

Paired T-Test and CI: 服用前, 服用後

Paired T for 服用前 - 服用後

              N   Mean  StDev  SE Mean
服用前       15  75.53  12.93     3.34
服用後       15  70.00  12.85     3.32
Difference   15   5.53   6.78     1.75


95% CI for mean difference: (1.78, 9.29)
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 3.16  P-Value = 0.007
```

由Minitab报表可得t检定统计量为t=3.16，本例为在α=0.05 下的右尾检定（$H_a: \mu_{前} > \mu_{后}$），其p值＝0.007＜0.05，因此我们可以下结论：**服用减肥药品之后的体重显著的比服用前的体重轻**；另由服用前及服用后样本平均数差异值=5.53公斤可知，服用减肥药平均约可减少5.53公斤之体重。

本单元结束

第六单元 简单回顾

简单回顾

- 统计检定介绍：
  - 统计检定之五大步骤
    - 设立虚无假说及对立假说
    - 指定显着水平
    - 决定适当之检定统计量
    - 决定弃却域
    - 下结论—推翻虚无假说或不推翻虚无假说并将此结论按题意引申。
  - 单边检定；双边检定
  - 型一误差
  - 型二误差

简单回顾

- 一个群体参数之统计检定：
  - P值
  - 群体平均数 μ 之检定
  - 群体比率 P 之检定

- 两个群体参数之统计检定：
  - 两独立群体变异数之检定
  - 两独立群体平均数之检定
  - 两配对群体平均数之检定