9-2 미분 법칙과 오차역전파

① 합(차) 법칙

- f(x)와 g(x) 모두 미분가능하다면, 함수들의 합(차)도함수는 각 도함수의 합(차)와 같다

$$\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = \frac{d}{dx}f(x) \pm \frac{d}{dx}g(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

연습 문제

함수 $y = x^2 - 5x$를 합 법칙을 적용하여 미분하세요.

$(x^2)' + (-5x)'$

$= 2x + (-5)$

$= 2x - 5$

② 곱 법칙

$f(x)$와 $g(x)$ 모두 미분가능하다면,

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$$

연습 문제

함수 $f(x) = (3x^2 - 1)(2x^2 + 4x + 2)$에 곱 법칙을 적용하여 미분하세요.

$(3x^2-1)' \times (2x^2+4x+2) +$

$(3x^2-1) \times (2x^2+4x+2)'$

$= 24x^3+36x^2+8x-4$

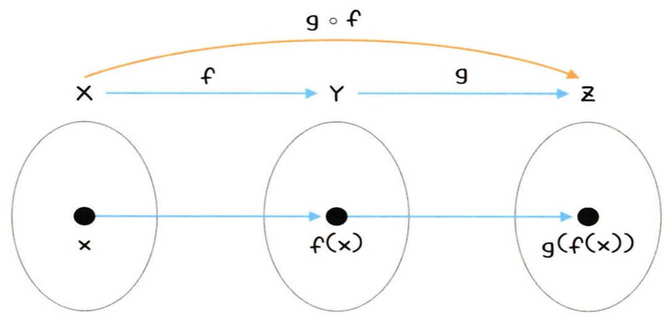
③ 몫 법칙

$f(x)$와 $g(x)$ 모두 미분가능하다면, 분자의 도함수에 분모를 곱하고, 분자에 분모의 도함수를 곱해서 뺀 값을 분모의 제곱으로 나눈것과 같다.

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)[f(x)'] - f(x)[g(x)']}{[g(x)]^2} = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

④ 연쇄 법칙

두 함수를 합성한 합성함수의 미분법



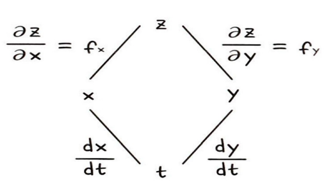
함수 f와 g의 합성함수는 기호로 다음과 같이 표현합니다.

$$g \circ f$$

1. 변수가 하나인 함수의 연쇄법칙

$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

2. 변수가 2개 이상인 함수의 연쇄법칙

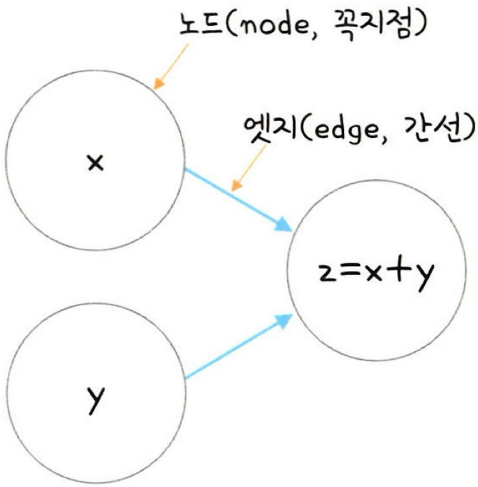


(1) z를 x에 대해 편미분한 후 x를 t에 대해 미분

(2) z를 y에 대해 편미분한 후 y를 t에 대해 미분

(3) z를 t에 대해 미분 = (1)과 (2)의 합

- 오차역전파
  - 계산그래프



순전파 ⟶

⟵ 역전파

- 장점
  - 국소적 계산으로 문제 단순화
  - 역전파로 미분 효율적 계산

• 오차역전파란?

역전파는 계산결과와 정답의 오차를 구해서 관여하는 노드 값들의 가중치와 편향을 수정하는데, 이 횟수의 주기를 1 에포크라 하며, 에포크를 늘리면서 가중치와 편향을 업데이트해서 점점 오차를 줄여나감

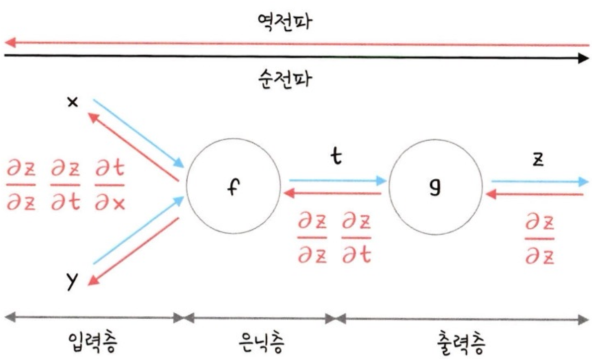
(1) 입력 값에 가중치를 곱한 값과 편향을 합하여 그 값이 임계치인 0을 넘으면 1을 출력하고, 그렇지 않으면 0을 출력하는 순전파 과정을 거칩니다.

(2) 출력 값과 정답의 차이인 오차를 구합니다. 역방향으로 오차를 줄이는 가중치 값으로 수정합니다(그림 9-12에서 붉은색으로 표현한 미분 방법이 오차를 구하는 방법입니다).

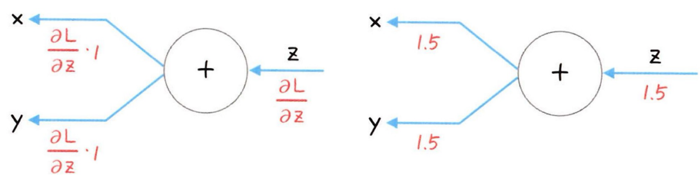
(3) 출력층의 가중치 값을 수정합니다.

(4) 은닉층의 가중치 값을 수정합니다.

오차가 더 이상 줄어들지 않을 때까지 (2)~(4) 과정을 반복합니다.



- 오차역전파 계산
  - 덧셈의 노드역전파



이때 상류(출력)에서 1.5 값이 입력되었다고 가정하면 그림 9−14의 오른쪽과 같이 덧셈 노드의 역전파는 입력된 값을 그대로 다음 노드로 전파합니다.

  - 곱셈의 노드역전파