



Parcial 2

Análisis Numérico - C2366-ST0256-2874 (2023-1)

Group Martes 3:00 P.M.

Full Name

Student ID

Juan Manuel Young Hoyos 201810117010

Tutor: Julián Rendón Roldán



Medellín, September 26, 2023

Contents

1	Pregunta 1 (0.2 puntos)	2
2	Pregunta 2 (0.2 puntos)	2
3	Pregunta 3 (0.2 puntos)	2
4	Pregunta 4 (0.2 puntos)	2
5	Pregunta 5 (0.2 puntos)	3
6	Pregunta 6, VAMOSSSS MESSI!!! (0.2 puntos)	3
6.1	1.5 pts	3
6.2	1.5 pts	4
6.3	1 pt	5

1 | Pregunta 1 (0.2 puntos)

¿Cuáles son los criterios de parada del algoritmo del método de Newton con entradas ($f(x)$, x_0 , tolerancia, número de iteraciones)?:

- $f(x) < 0$
- $|x_n - x_{n-1}| < \text{tolerancia}$ ✓
- $\frac{df(x)}{dx} < 0$
- $n > \text{número de iteraciones}$ ✓

2 | Pregunta 2 (0.2 puntos)

Si se busca encontrar la raíz x_v para la función $f(x) = h(x)(x - X_v)^2$ donde $h(x)$ representa cualquier función continua y diferenciable, no es aconsejable usar el método de Newton modificado (Newton II raíces múltiples). PORQUE las primeras 2 derivadas de la función $f(x) = h(x)(x - X_v)^2$ son iguales a cero en x_v y esto causa que existan divisiones por cero en el método de Newton modificado (Newton II raíces múltiples).

- La afirmación y razón son verdaderas y la razón explica correctamente la afirmación.
- La afirmación y razón son verdaderas pero la razón NO explica correctamente la afirmación.
- La afirmación es verdadera pero la razón es falsa. ✓
- La afirmación es falsa pero la razón es verdadera.
- La afirmación y razón son falsas.

3 | Pregunta 3 (0.2 puntos)

La norma 3 para el vector $v = [v_1 v_2 v_3]$ es:

- $(v_1 + v_2 + v_3)^3$
- $\sqrt[3]{|v_1|^3 + |v_2|^3 + |v_3|^3}$ ✓
- $|v_1|^3 + |v_2|^3 + |v_3|^3$
- $v_1^3 + v_2^3 + v_3^3$
- $\sqrt[3]{v_1^3 + v_2^3 + v_3^3}$

4 | Pregunta 4 (0.2 puntos)

(Análisis de Relación) La matriz,

$$A = \begin{bmatrix} 15 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

es triangular inferior PORQUE en toda matriz triangular inferior los coeficientes $a_{ij} = 0$ para todo $j > i$.

- La afirmación y la razón son VERDADERAS y la razón es una explicación CORRECTA de la afirmación.
- La afirmación y la razón son VERDADERAS, pero la razón NO es una explicación CORRECTA de la afirmación.
- La afirmación es VERDADERA, pero la razón es una proposición FALSA.
- La afirmación es FALSA, pero la razón es una proposición VERDADERA. ✓
- La afirmación como la razón son proposiciones FALSAS.

5 | Pregunta 5 (0.2 puntos)

Cuando se busca resolver un sistema de ecuaciones con la factorización LU, podemos afirmar que:

- Se debe usar el método de eliminación Gaussiana con pivoteo total para calcular la factorización LU.
- Se debe calcular un proceso de sustitución regresiva y de sustitución progresiva. ✓
- L es una matriz triangular inferior y U una matriz triangular superior ✓
- Se aumenta la cantidad de operaciones en sistemas con vector de entradas variable.

6 | Pregunta 6, VAMOSSSS MESSII!! (0.2 puntos)

Ben Shapiro's wife during foreplay



(a) Alien stuff

Con el descubrimiento de las momias de Nazca en la cámara de diputados de México, los diferentes extraterrestres que habitan la Tierra se reunieron para discutir dónde van a vivir, ya que la mayoría se mantenía en las sombras pero ahora pueden salir fácilmente sin que los molesten los hombres de negro. Alf propone que deben vivir en Estados Unidos y cumplir el sueño Americano, por otro lado Thor propone vivir en Noruega para más friito, Clark Kent dice que es mejor un pueblito tipo Smallville, mientras que Gokú propone una isla cerca de Japón. Al final, ET, que es el que tiene más experiencia en eso de buscar "Hogar", dice que deben vivir en Medellín ya que allí aceptan muy bien a los extranjeros y nómadas digitales, el único problema es que el arriendo que deben pagar allí se sube mucho a medida que lleguen más extraterrestres. La función que relaciona la cantidad de extraterrestres E con el precio del arriendo x en dólares, es:

$$E = \pi^{-x}(-1 + x) + x^{\frac{2}{3}}$$

6.1 | 1.5 pts

Ayude a Alf y los "muchachos" a saber en cuánto les sale el arriendo en Metrallo si la cantidad de extraterrestres que llegan son los últimos dos dígitos de su cédula (En este caso el número 10). Use el método de Newton con 6 cifras significativas y con condiciones iniciales $X_0 = C$ donde C es los últimos dos dígitos de su cédula (En este caso el número 10). Entregue la tabla solución con el número de iteraciones, X_n , $f(X_n)$ y Error.

Dado que la cantidad de extraterrestres E y el precio del arriendo x están relacionados por la ecuación

$$E = \pi^{-x}(-1 + x) + x^{\frac{2}{3}}$$

queremos encontrar x cuando $E = 10$. Esto se traduce en resolver la ecuación:

$$10 = \pi^{-x}(-1 + x) + x^{\frac{2}{3}}$$

Para el método de Newton necesitamos la derivada de la función

$$f(x) = \pi^{-x}(-1 + x) + x^{\frac{2}{3}} - 10$$

La derivada $f'(x)$ es:

$$f'(x) = \frac{\ln(\pi)\pi^{-x}(-1+x)}{\pi^x} + \frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{3}$$

La fórmula de iteración del método de Newton es:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$

Iteración	X_n	$f(X_n)$	Error
1	27.316209708393743	-0.929867625373193	17.316209708393743
2	31.516885840772787	-0.022336209813614616	4.200676132379044
3	31.62271739457353	-1.2481958698629114e-05	0.10583155380074416
4	31.6227766016653	-3.893774191965349e-12	5.920709176976402e-05
5	31.62277660168377	0.0	1.8470558416083804e-11

6.2 | 1.5 pts

Roger que es un Alien más bien pirobo, les asegura que el método usado no es bueno, porque la $g(x)$ de este método no es buena función de punto fijo; pero Messi por el contrario dice que sí es buena. Determine gráficamente si la función $g(x)$ del método de Newton es buena función de punto fijo en el intervalo $[X_s - C, X_s + C]$, donde X_s es la solución del ejercicio anterior. Entregue su procedimiento gráfico, y determine cuál Alien tiene razón.

Para determinar si $g(x)$ es una buena función de punto fijo, es necesario verificar que en el intervalo de interés, la derivada de $g(x)$ está entre -1 y 1, es decir, $|g'(x)| < 1$.

Dado que:

$$X_s \approx 31.6228$$

$$C = 10$$

Podemos calcular el intervalo $[X_s - C, X_s + C]$:

1. Límite inferior del intervalo:

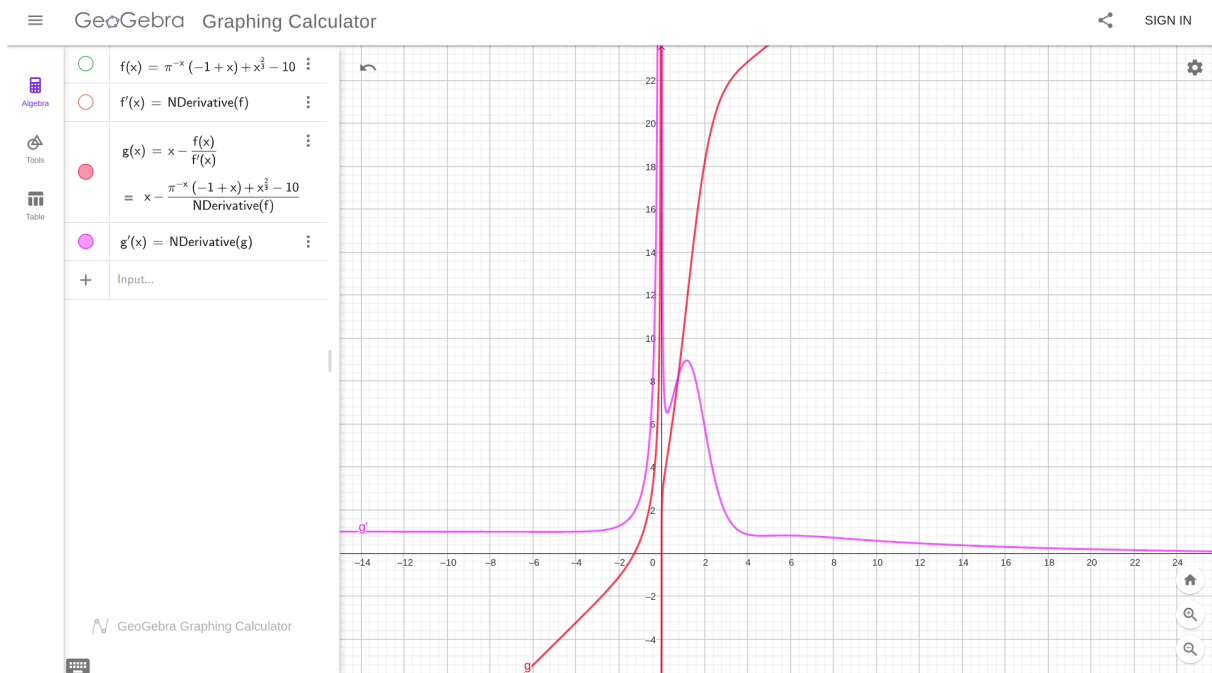
$$X_s - C = 31.6228 - 10 = 21.6228$$

2. Límite superior del intervalo:

$$X_s + C = 31.6228 + 10 = 41.6228$$

Por lo tanto, el intervalo es $[21.6228, 41.6228]$.

Dentro de este intervalo, es necesario evaluar $g'(x)$ para asegurar que $|g'(x)| < 1$. Si este criterio se satisface en todo el intervalo, entonces $g(x)$ es una buena función de punto fijo y Messi tiene razón. Si no se cumple este criterio en algún punto del intervalo, entonces Roger tiene razón.

(a) $g(x)$ y $g'(x)$

6.3 | 1 pt

Uno de los Skrull piensa buscar trabajo como modelo de Botero una vez se muden a Medellín, pero necesita saber cuáles deben ser sus medidas de pecho (x), cintura (y) y cadera (z). Para esto, debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones por el método de Eliminación Gaussiana con pivoteo total (dónde C es los últimos dos dígitos de su cédula, que en este caso es el número 10):

$$\begin{cases} 9x - 6y + 6z = 100 \\ 2x - y + 4z = 200 \\ c + 7x - 8y = 300 \end{cases}$$

Entregue el error en norma infinita y dé una respuesta a el Skrull sobre sus medidas. Nos acaban de informar que se murió Botero, entonces no hay camello para el Skrull, igual hagan el procedimiento. Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 9x - 6y + 6z = 100 \\ 2x - y + 4z = 200 \\ 7x - 8y + 10z = 300 \end{cases}$$

Tras aplicar el pivoteo total, reorganizamos las ecuaciones e incógnitas para tener el coeficiente con el mayor valor absoluto como pivote:

$$\begin{cases} 7x - 8y + 10z = 300 \\ 2x - y + 4z = 200 \\ 9x - 6y + 6z = 100 \end{cases}$$

A continuación, simplificamos la primera ecuación dividiéndola por 10:

$$\begin{cases} 0.7x - 0.8y + z = 30 \\ 2x - y + 4z = 200 \\ 9x - 6y + 6z = 100 \end{cases}$$

Utilizamos la primera ecuación para eliminar z de las ecuaciones 2 y 3:

$$\begin{cases} 0.7x - 0.8y + z = 30 \\ -3x + 0.2y = 80 \\ 3x - 5.2y = 20 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, podemos expresar x en términos de y :

$$x = \frac{20 + 5.2y}{3}$$

Sustituimos x en la segunda ecuación y resolvemos para y . Luego, sustituimos los valores de x y y en la primera ecuación para obtener z .

Finalmente, le informaríamos al Skrull sus medidas basadas en las soluciones x , y , y z . Sin embargo, lamentablemente, debido al fallecimiento de Botero, no habrá oportunidad para que el Skrull trabaje como modelo.