

# Taller sobre traducción dirigida por la sintáxis

November 19, 2025

1. Considere el siguiente lenguaje fuente  $L$  sobre el alfabeto  $\Sigma = \{0, 1\}$  que consta todas las cadenas que contienen una o más repeticiones del patrón 101.
  - a. Diseñe una gramática libre de contexto  $G$  que genere  $L$ .
  - b. Extienda dicha gramática para construir una gramática de traducción  $G_\tau$  que, por cada aparición del patrón 101, produzca como salida el símbolo  $y$ ; es decir, si la entrada es 01011101, entonces la salida es  $yy$ .
  - c. Escriba una expresión de traducción regular equivalente a la gramática  $G_\tau$ .

**Solución:**

- a. Una gramática libre de contexto  $G = (\Sigma, N, P, S)$  que genera  $L$  es:

$$P : S \rightarrow A101S \mid A101A, \quad A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon,$$

con símbolos no terminales  $N = \{S, A\}$ . Note que la producción  $S \rightarrow A101S$  permite generar repeticiones del patrón, mientras que la producción  $S \rightarrow A101A$  termina tal repetición. Con las producciones  $A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon$  se pueden generar cadenas arbitrarias de 1's y 0's alrededor de cada patrón.

- b. La gramática de traducción  $G_\tau = (V, \Sigma, \Delta, P_\tau, S)$  se define entonces a través de:

$$P_\tau : S \rightarrow A \frac{101}{y} S \mid A \frac{101}{y} A, \quad A \rightarrow \frac{0}{\epsilon} A \mid \frac{1}{\epsilon} A \mid \epsilon,$$

con símbolos no terminales  $V = \{S, A\}$ , símbolos terminales de destino  $\Delta = \{y\}$ , y alfabeto terminal  $C = \left\{ \frac{0}{\epsilon}, \frac{1}{\epsilon}, \frac{101}{y} \right\} \subseteq \Sigma^* \times \Delta^*$ .

A partir de  $G_\tau$  obtenemos el siguiente esquema de traducción:

Gramática de origen	Gramática de destino
$S \rightarrow A101S \mid A101A$	$S \rightarrow AyS \mid AyA$
$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon$	$A \rightarrow \epsilon A \mid \epsilon$

Procesemos ahora la traducción de la cadena 01011101:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow A \frac{101}{y} S \\
&\rightarrow \frac{0}{\epsilon} A \frac{101}{y} S \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon 101}{\epsilon \epsilon} S \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon 101}{\epsilon \epsilon} A \frac{101}{y} A \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon 101 1}{\epsilon \epsilon} \frac{101}{y} A \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon 101 1 \epsilon 101}{\epsilon \epsilon} \frac{1}{y} A \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon 101 1 \epsilon 101 \epsilon}{\epsilon \epsilon} = \frac{0 \epsilon 101 1 \epsilon 101 \epsilon}{\epsilon \epsilon y \epsilon \epsilon y \epsilon} = \frac{01011101}{yy} \equiv z
\end{aligned}$$

Sean  $h_\Sigma$  y  $h_\Delta$  los homomorfismos alfabéticos que llevan a cabo las proyecciones de las cadenas generadas por la gramática de traducción sobre los alfabetos  $\Sigma$  y  $\Delta$ , respectivamente. Entonces

$$h_\Sigma(z) = 01011101, \quad h_\Delta(z) = yy.$$

De esta manera,  $(01011101, yy) \in \rho_\tau$ , donde  $\rho_\tau$  es la relación de traducción asociada a  $G_\tau$ .

c. Una expresión regular asociada capaz de generar  $L(G)$  es:

$$(0|1)^* 101 [(0|1)^* 101]^* (0|1)^*,$$

por lo tanto, una expresión regular de traducción  $e_\tau$  equivalente a la gramática de traducción  $G_\tau$  es:

$$e_\tau = \left( \frac{0}{\epsilon} \mid \frac{1}{\epsilon} \right)^* \frac{101}{y} \left[ \left( \frac{0}{\epsilon} \mid \frac{1}{\epsilon} \right)^* \frac{101}{y} \right]^* \left( \frac{0}{\epsilon} \mid \frac{1}{\epsilon} \right)^*$$

2. Diseñe un transductor secuencial determinista  $T$  que lea cadenas sobre  $\Sigma = \{a, b\}$  y produzca como salida la cadena de entrada con las siguientes transformaciones: cada  $a$  se duplica ( $a \rightarrow aa$ ), y cada  $b$  se reemplaza por  $c$  ( $b \rightarrow c$ ); por ejemplo, si la entrada es  $ababa$ , entonces la salida debe ser  $aacaacaa$ . Adicionalmente, dibuje el diagrama de estados del transductor y especifique formalmente las funciones de transición  $\delta$ , de salida  $\eta$  y final  $\phi$ .

**Solución:** Sea  $T = (Q, \Sigma, \Delta, \delta, \eta, \phi, q_0, F)$  el transductor secuencial definido por:

$$Q = \{q_0\} \text{ (conjunto de estados)}$$

$$\Sigma = \{a, b\} \text{ (alfabeto de origen)}$$

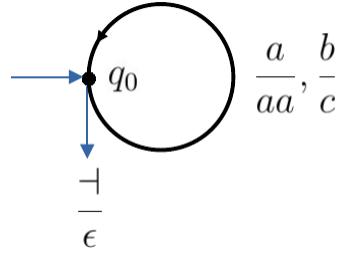
$$\Delta = \{a, c\} \text{ (alfabeto de destino)}$$

$$F = \{q_0\} \text{ (conjunto de estados de aceptación)}$$

y función de transición  $\delta$ , función de salida  $\eta$  y función final  $\phi$  definidas por:

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= q_0 & \eta(q_0, a) &= aa & \phi(q_0, \dashv) &= \epsilon \\ \delta(q_0, b) &= q_0 & \eta(q_0, b) &= c\end{aligned}$$

El diagrama de transición de estados de  $T$  es entonces:



Una gramática de traducción  $G_\tau$  sería:

$$S \rightarrow \frac{a}{aa} S \mid \frac{b}{c} S \mid \epsilon,$$

la cual da lugar al siguiente esquema de traducción:

$$\begin{array}{c|c} \text{Gramática de origen} & \text{Gramática de destino} \\ \hline S \rightarrow aS \mid bS \mid \epsilon & S \rightarrow aaS \mid cS \mid \epsilon \end{array}$$

Finalmente, una expresión regular de traducción equivalente a  $G_\tau$  es:

$$e_\tau = \left( \frac{a}{aa} \mid \frac{b}{c} \right)^*$$