

Taller sobre traducción dirigida por la sintáxis

November 19, 2025

1. Considere el siguiente lenguaje fuente L sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que consta todas las cadenas que contienen una o más repeticiones del patrón 101.
 - a. Diseñe una gramática libre de contexto G que genere L .
 - b. Extienda dicha gramática para construir una gramática de traducción G_τ que, por cada aparición del patrón 101, produzca como salida el símbolo y ; es decir, si la entrada es 01011101, entonces la salida es yy .
 - c. Escriba una expresión de traducción regular equivalente a la gramática G_τ .

Solución:

- a. Una gramática libre de contexto $G = (\Sigma, N, P, S)$ que genera L es:

$$P : S \rightarrow A101S \mid A101A, \quad A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon,$$

con símbolos no terminales $N = \{S, A\}$. Note que la producción $S \rightarrow A101S$ permite generar repeticiones del patrón, mientras que la producción $S \rightarrow A101A$ termina tal repetición. Con las producciones $A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon$ se pueden generar cadenas arbitrarias de 1's y 0's alrededor de cada patrón.

- b. La gramática de traducción $G_\tau = (V, \Sigma, \Delta, P_\tau, S)$ se define entonces a través de:

$$P_\tau : S \rightarrow A \frac{101}{y} S \mid A \frac{101}{y} A, \quad A \rightarrow \frac{0}{\epsilon} A \mid \frac{1}{\epsilon} A \mid \epsilon,$$

con símbolos no terminales $V = \{S, A\}$, símbolos terminales de destino $\Delta = \{y\}$, y alfabeto terminal $C = \left\{ \frac{0}{\epsilon}, \frac{1}{\epsilon}, \frac{101}{y} \right\} \subseteq \Sigma^* \times \Delta^*$.

A partir de G_τ obtenemos el siguiente esquema de traducción:

Gramática de origen	Gramática de destino
$S \rightarrow A101S \mid A101A$	$S \rightarrow AyS \mid AyA$
$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon$	$A \rightarrow \epsilon A \mid \epsilon$

Procesemos ahora la traducción de la cadena 01011101:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow A \frac{101}{y} S \\
&\rightarrow \frac{0}{\epsilon} A \frac{101}{y} S \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon}{\epsilon \epsilon} \frac{101}{y} S \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon}{\epsilon \epsilon} \frac{101}{y} A \frac{101}{y} A \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon}{\epsilon \epsilon} \frac{101}{y} \frac{1}{\epsilon} A \frac{101}{y} A \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon}{\epsilon \epsilon} \frac{101}{y} \frac{1}{\epsilon} \frac{\epsilon}{\epsilon} \frac{101}{y} A \\
&\rightarrow \frac{0 \epsilon}{\epsilon \epsilon} \frac{101}{y} \frac{1}{\epsilon} \frac{\epsilon}{\epsilon} \frac{101}{y} \frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{0 \epsilon 1011 \epsilon 101 \epsilon}{\epsilon \epsilon y \epsilon \epsilon y \epsilon} = \frac{01011101}{yy} \equiv z
\end{aligned}$$

Sean h_Σ y h_Δ los homomorfismos alfabéticos que llevan a cabo las proyecciones de las cadenas generadas por la gramática de traducción sobre los alfabetos Σ y Δ , respectivamente. Entonces

$$h_\Sigma(z) = 01011101, \quad h_\Delta(z) = yy.$$

De esta manera, $(01011101, yy) \in \rho_\tau$, donde ρ_τ es la relación de traducción asociada a G_τ .

- c. Una expresión regular asociada capaz de generar $L(G)$ es:

$$(0|1)^* 101 [(0|1)^* 101]^* (0|1)^*,$$

por lo tanto, una expresión regular de traducción e_τ equivalente a la gramática de traducción G_τ es:

$$e_\tau = \left(\frac{0}{\epsilon} \middle| \frac{1}{\epsilon} \right)^* \frac{101}{y} \left[\left(\frac{0}{\epsilon} \middle| \frac{1}{\epsilon} \right)^* \frac{101}{y} \right]^* \left(\frac{0}{\epsilon} \middle| \frac{1}{\epsilon} \right)^*$$

2. Diseñe un transductor secuencial determinista T que lea cadenas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ y produzca como salida la cadena de entrada con las siguientes transformaciones: cada a se duplica ($a \rightarrow aa$), y cada b se reemplaza por c ($b \rightarrow c$); por ejemplo, si la entrada es $ababa$, entonces la salida debe ser $aacaacaa$. Adicionalmente, dibuje el diagrama de estados del transductor y especifique formalmente las funciones de transición δ , de salida η y final ϕ .

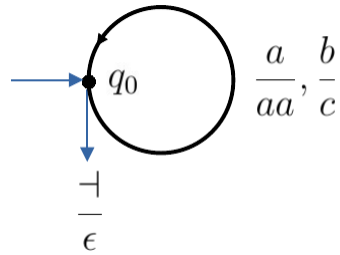
Solución: Sea $T = (Q, \Sigma, \Delta, \delta, \eta, \phi, q_0, F)$ el transductor secuencial definido por:

$$\begin{aligned}
Q &= \{q_0\} \quad (\text{conjunto de estados}) \\
\Sigma &= \{a, b\} \quad (\text{alfabeto de origen}) \\
\Delta &= \{a, c\} \quad (\text{alfabeto de destino}) \\
F &= \{q_0\} \quad (\text{conjunto de estados de aceptación})
\end{aligned}$$

y función de transición δ , función de salida η y función final ϕ definidas por:

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= q_0 & \eta(q_0, a) &= aa & \phi(q_0, \vdash) &= \epsilon \\ \delta(q_0, b) &= q_0 & \eta(q_0, b) &= c\end{aligned}$$

El diagrama de transición de estados de T es entonces:



Una gramática de traducción G_τ sería:

$$S \rightarrow \frac{a}{aa}S \mid \frac{b}{c}S \mid \epsilon,$$

la cual da lugar al siguiente esquema de traducción:

Gramática de origen	Gramática de destino
$S \rightarrow aS \mid bS \mid \epsilon$	$S \rightarrow aaS \mid cS \mid \epsilon$

Finalmente, una expresión regular de traducción equivalente a G_τ es:

$$e_\tau = \left(\frac{a}{aa} \mid \frac{b}{c} \right)^*$$