



Análisis Formal de Conceptos (FCA)

Matemáticas Discretas, C2466-
CM0246

Nombre Completo

Juan Manuel Young Hoyos

Profesor: Juan G. Lalinde-Pulido



Medellín, 21 de noviembre de 2024

Índice

1	Objetivos	2
2	Marco Teórico	2
3	Conjunto de Objetos con sus Atributos	2
4	Descripción del Contexto Formal	3
5	Conjunto de Conceptos Formales	3
6	Relación de Orden Parcial	4
7	Descripción del Conjunto C por Extensión	4
7.1	Objetos y Atributos	4
7.2	Conjunto C	4
7.3	Detalle de los Elementos	4
8	Representación Gráfica del Láttice de Conceptos	5
9	Conclusiones	5
10	Referencias	6

1 | Objetivos

- Comprender el proceso de Análisis Formal de Conceptos (*FCA*) y su aplicación en la organización jerárquica de datos.
- Definir un conjunto de objetos y atributos y construir el látice de conceptos formales correspondiente.
- Visualizar y analizar la estructura del látice para interpretar relaciones entre objetos y atributos.
- Facilitar la interpretación de los datos a través de la visualización tabular y gráfica.

2 | Marco Teórico

El Análisis Formal de Conceptos (*FCA*, por sus siglas en inglés) es un enfoque matemático para analizar y estructurar datos a partir de conceptos formales. Un **concepto formal** se define como un par de conjuntos: la **extensión**, que representa los objetos que cumplen ciertos atributos, y la **intensión**, que es el conjunto de atributos que comparten dichos objetos. El conjunto de todos los conceptos formales de un contexto, junto con la relación de subconjunto entre sus extensiones, forma una estructura jerárquica llamada **látice de conceptos**.

El *FCA* permite identificar relaciones y patrones en datos binarios y representa estas relaciones en un látice que muestra la inclusión de subconjuntos entre conceptos. Los nodos en el látice representan conceptos y las conexiones representan relaciones de subconjunto, donde los conceptos más generales están en niveles superiores y los específicos en niveles inferiores. Este tipo de análisis es útil para explorar y organizar datos en una variedad de áreas, como la ciencia de la información, el aprendizaje automático y la biología.

3 | Conjunto de Objetos con sus Atributos

Definimos un conjunto de **objetos** y **atributos** para el análisis formal. Estos objetos y atributos representan un contexto formal para el análisis.

■ Objetos:

- ☐ O1: "Libro de Ciencia"
- ☐ O2: "Cuaderno"
- ☐ O3: "Bolígrafo"
- ☐ O4: "Regla"
- ☐ O5: "Lápiz"
- ☐ O6: "Libro de Matemáticas"
- ☐ O7: "Calculadora"
- ☐ O8: "Compás"

■ Atributos:

- ☐ A1: "Escribible"
- ☐ A2: "Leíble"
- ☐ A3: "De medición"
- ☐ A4: "Digital"
- ☐ A5: "De dibujo"

4 | Descripción del Contexto Formal

La descripción detallada de cada objeto con sus atributos es la siguiente:

- **O1** (“Libro de Ciencia”) - Atributos: Leíble
- **O2** (“Cuaderno”) - Atributos: Escribible, Leíble
- **O3** (“Bolígrafo”) - Atributos: Escribible
- **O4** (“Regla”) - Atributos: De medición
- **O5** (“Lápiz”) - Atributos: Escribible
- **O6** (“Libro de Matemáticas”) - Atributos: Leíble
- **O7** (“Calculadora”) - Atributos: Digital
- **O8** (“Compás”) - Atributos: De medición, De dibujo

Esta información se presenta en una tabla de contexto formal, donde cada celda indica la presencia (1) o ausencia (0) de un atributo en cada objeto (Figura 4.1).

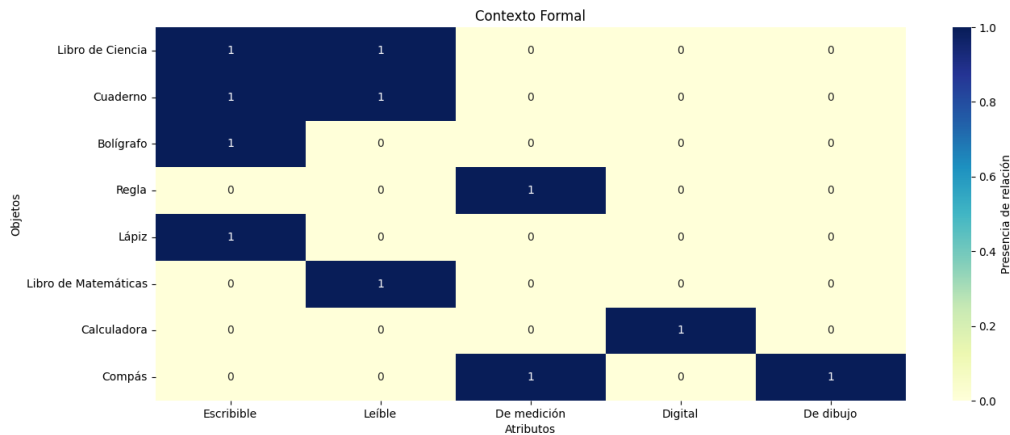


Figura 4.1: Vista Tabular del Contexto Formal

5 | Conjunto de Conceptos Formales

Cada concepto formal C consiste en un **conjunto de objetos** (extensión) y un **conjunto de atributos compartidos** (intensión). A continuación, se presentan algunos conceptos formales extraídos del contexto:

- **C1:** Extensión: {O1, O2, O6}, Intensión: {Leíble}
- **C2:** Extensión: {O2}, Intensión: {Escribible, Leíble}
- **C3:** Extensión: {O3, O5}, Intensión: {Escribible}
- **C4:** Extensión: {O4}, Intensión: {De medición}
- **C5:** Extensión: {O7}, Intensión: {Digital}
- **C6:** Extensión: {O8}, Intensión: {De medición, De dibujo}
- **C7:** Extensión: {O4, O8}, Intensión: {De medición}

6 | Relación de Orden Parcial

La relación de orden parcial entre los conceptos formales se establece mediante la inclusión de subconjuntos entre extensiones e intensiones. En esta jerarquía, los conceptos específicos (con más atributos) se encuentran en niveles inferiores, mientras que los conceptos más generales (con menos atributos) están en niveles superiores.

- $C1 \leq C2$: $O2$ es un subconjunto de $O1$, $O2$, $O6$ y Escribible , $\text{Leíble} \subseteq \text{Leíble}$.
- $C4 \leq C7$: $O4 \subseteq O4$, $O8$ y $\text{De medición} \subseteq \text{De medición}$.

7 | Descripción del Conjunto C por Extensión

El conjunto C representa todos los conceptos formales generados a partir del contexto formal definido por los objetos y atributos. Cada concepto formal está compuesto por un conjunto de objetos (extensión) y un conjunto de atributos compartidos (intensión).

7.1 | Objetos y Atributos

- **O1**: Escribible , Leíble
- **O2**: Escribible , Leíble
- **O3**: Escribible
- **O4**: De medición
- **O5**: Escribible
- **O6**: Leíble
- **O7**: Digital
- **O8**: De medición , De dibujo

7.2 | Conjunto C

El conjunto C se construye considerando las combinaciones posibles de extensiones e intensiones, sin repeticiones. Incluye las uniones de objetos con las intersecciones de atributos, y viceversa:

$$C = \{ (O1; \text{Escribible}, \text{Leíble}), (O2; \text{Escribible}, \text{Leíble}), (O3; \text{Escribible}), (O4; \text{De medición}), \\ (O5; \text{Escribible}), (O6; \text{Leíble}), (O7; \text{Digital}), (O8; \text{De medición}, \text{De dibujo}), \\ (O1, O2; \text{Escribible}, \text{Leíble}), (O3, O5; \text{Escribible}), (O4, O8; \text{De medición}), \\ (O1, O2, O6; \text{Leíble}), (O4, O8; \text{De medición}), (O1, O2, O3, O5; \text{Escribible}), \\ (O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8; \emptyset), (\emptyset; \text{Escribible}, \text{Leíble}, \text{De medición}, \text{Digital}, \text{De dibujo}) \}$$

7.3 | Detalle de los Elementos

- $(O1; \text{Escribible}, \text{Leíble})$: El objeto $O1$ tiene los atributos “Escribible” y “Leíble”.
- $(O8; \text{De medición}, \text{De dibujo})$: El objeto $O8$ tiene los atributos “De medición” y “De dibujo”.
- $(O3, O5; \text{Escribible})$: Los objetos $O3$ y $O5$ comparten el atributo “Escribible”.
- $(O4, O8; \text{De medición})$: Los objetos $O4$ y $O8$ comparten el atributo “De medición”.
- $(O1, O2, O6; \text{Leíble})$: Los objetos $O1$, $O2$ y $O6$ comparten el atributo “Leíble”.
- $(O1, O2, O3, O5; \text{Escribible})$: Los objetos $O1$, $O2$, $O3$ y $O5$ comparten el atributo “Escribible”.
- $(\emptyset; \text{Escribible}, \text{Leíble}, \text{De medición}, \text{Digital}, \text{De dibujo})$: Conjunto vacío de objetos con todos los atributos.

- $(O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8; \emptyset)$: Conjunto completo de objetos sin atributos en común.

Este conjunto C proporciona una representación jerárquica de todas las posibles combinaciones de relaciones entre los objetos y los atributos, sirviendo como base para la construcción del lattice de conceptos.

8 | Representación Gráfica del Látice de Conceptos

La estructura jerárquica de los conceptos se visualiza en un **Látice de conceptos** (Figura 8.1), donde cada nodo representa un concepto formal y las conexiones muestran las relaciones de inclusión.

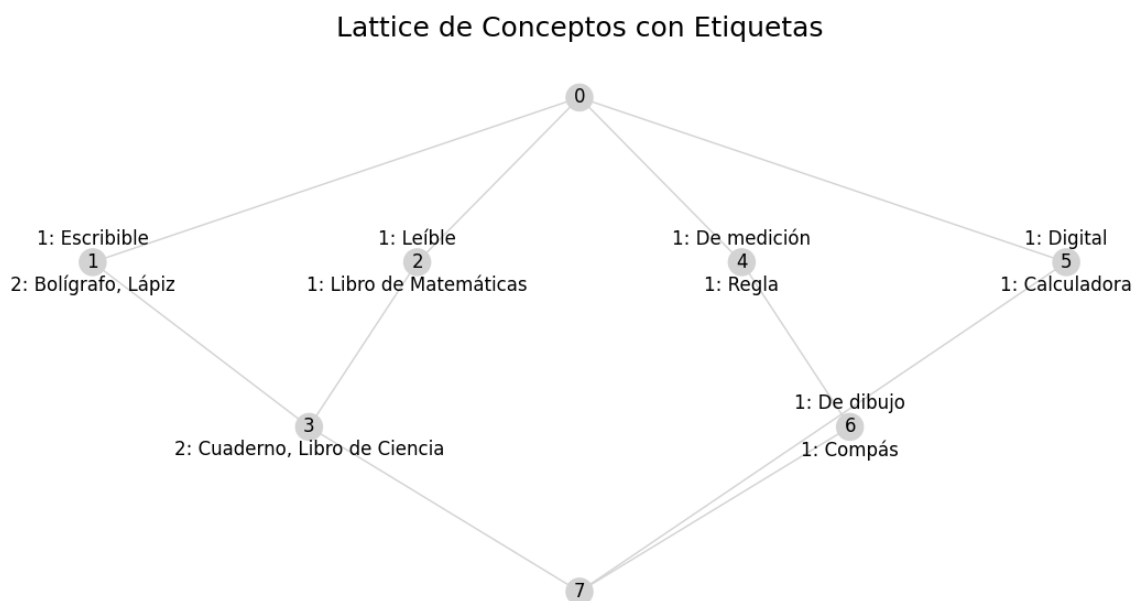


Figura 8.1: Látice de Conceptos con Etiquetas

En el Látice:

- C_0 representa el concepto vacío en la parte superior.
- Los nodos están etiquetados con el conjunto de atributos o el conjunto de objetos que representan, destacando las relaciones de subconjunto.

9 | Conclusiones

El Análisis Formal de Conceptos permite organizar y visualizar de manera jerárquica la relación entre conjuntos de objetos y atributos en un contexto formal. A través de la construcción de un látice de conceptos, se facilita la interpretación de las relaciones entre datos, destacando las propiedades compartidas y las diferencias entre los objetos. La representación tabular y gráfica ofrece una visión completa del contexto, permitiendo observar tanto la especificidad como la generalidad de los conceptos. Este análisis tiene aplicaciones en diversas disciplinas, proporcionando una estructura útil para el análisis de datos en áreas como la biología, el aprendizaje automático y la organización de información.

10 | Referencias

- [1] Epp, S. S. Matemáticas discretas con aplicaciones, cuarta edición ed. CENGAGE Learning, 2012.
- [2] Priss, U. Formal Concept Analysis Homepage — upriss.github.io. <https://upriss.github.io/fca/fca.html>. [Accessed 07-11-2024].