3.10

$Z(t)=\sum_{k=1}^{n}X_k e^{j(\omega_0 t+\Phi_k)}$

$m_z(t)$

$=E\{Z_t\}$

$=E(\sum_{k=1}^{n}X_k e^{j(\omega_0 t+\Phi_k)})$

$=\sum_{k=1}^{n}E(X_k e^{j(\omega_0 t+\Phi_k)})$

$=\sum_{k=1}^{n}(E(X_k)E(e^{j\omega_0 t+\Phi_k}))$

由题可知 $E(X_k)=0$, 故 $m_z(t)=0$ 。

$R_z(s,t)$

$=E\{Z_s\overline{Z_t}\}$

$=E(\sum_{k=1}^{n}X_k e^{j(\omega_0 s+\Phi_k)}\overline{\sum_{k=1}^{n}X_k e^{j(\omega_0 t+\Phi_k)}})$

$=E(\sum_{k=1}^{n}X_k e^{j(\omega_0 s+\Phi_k)}\sum_{k=1}^{n}X_k e^{-j(\omega_0 t+\Phi_k)})$

$=E(\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}X_k e^{j(\omega_0 s+\Phi_k)}X_l e^{-j(\omega_0 t+\Phi_l)})$

$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}E(X_k e^{j(\omega_0 s+\Phi_k)}X_l e^{-j(\omega_0 t+\Phi_l)})$

$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}E(X_k X_l)E(e^{j(\omega_0 s+\Phi_k)}Xe^{-j(\omega_0 t+\Phi_l)})$

已知 X_n 相对独立，因此$\forall k,l$ if $k\neq l$ then $E(X_l X_k)=0$

故

$\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}E(X_k X_l)E(e^{j(\omega_0 s+\Phi_k)}Xe^{-j(\omega_0 t+\Phi_l)})$

$=\sum_{k=1}^{n}E(X_k^2)e^{j\omega_0(s-t)}$

$=\sum_{k=1}^{n}D(X_k)e^{j\omega_0(s-t)}$

$=\sum_{k=1}^{n}\sigma_k^2 e^{j\omega_0(s-t)}$

$=\sum_{k=1}^{n}\sigma_k^2 e^{j\omega_0(s-t)}$

综上$R_z(s,t)=e^{j\omega_0(s-t)}\sum_{k=1}^{n}\sigma_k^2$

3.11

$R_Y(s,t)=E(Y_s,\overline{Y_t})$

$=E((X_s(t+a)-X_s(t))\overline{(X_t(t+a)-X_t(t))})$

$=E((X_s(t+a)-X_s(t))(\overline{X_t(t+a)}-\overline{X_t(t)}))$

$=E(X_{s+a}\overline{X_{t+a}})-E(X_{s+a}\overline{X_t})-E(X_s\overline{X_{t+a}})+E(X_s\overline{X_t})$

$=R_X(s+a,t+a)-R_X(s+a,t)-R_X(s,t+a)+R_X(s,t)$