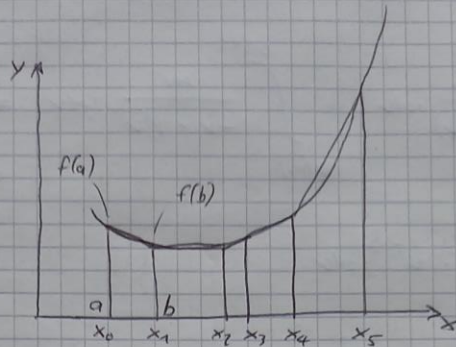


HM2 - Serie 8

Aufgabe 1

a) $Tf = \frac{f(a) + f(b)}{2} \cdot (b-a)$



$$Tf = \underbrace{\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} \cdot (x_1 - x_0)}_{i=0} + \underbrace{\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \cdot (x_2 - x_1)}_{i=1} + \underbrace{\frac{f(x_2) + f(x_3)}{2} \cdot (x_3 - x_2)}_{i=2 \text{ usw.}} + \dots$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

b) $h = \frac{b-a}{n}$, $Tf = \frac{f(a) + f(b)}{2} \cdot h$

$$\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} \cdot h + \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \cdot h + \frac{f(x_2) + f(x_3)}{2} \cdot h + \dots + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \cdot h$$

$$Tf(h) = h \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (f(x_0) + f(x_1) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_2) + f(x_3)) \right)$$

$$= h \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (f(x_0) + 2 \cdot f(x_1) + 2 \cdot f(x_2) + f(x_3)) \right)$$

$$= h \cdot \left(\frac{f(x_0)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + \frac{f(x_3)}{2} \right)$$

$$= h \cdot \left(\frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right)$$