Домашнее задание №1 по курсу математической статистики.

Шубин Н. В. СКБ 172

Выбранные распределения:

* Логарифмическое распределение.
* Распределение Эрланга

*Логарифмическое распределение.*

*Пусть величина 𝜉 распределена по следующему закону:* .

*Тогда найдем её математическое ожидание и дисперсию:*

*Тогда:*

*Производящая и характеристическая функции, для данного распределения, следующие:*

*Гистограмма вероятностей, функция распределения.*

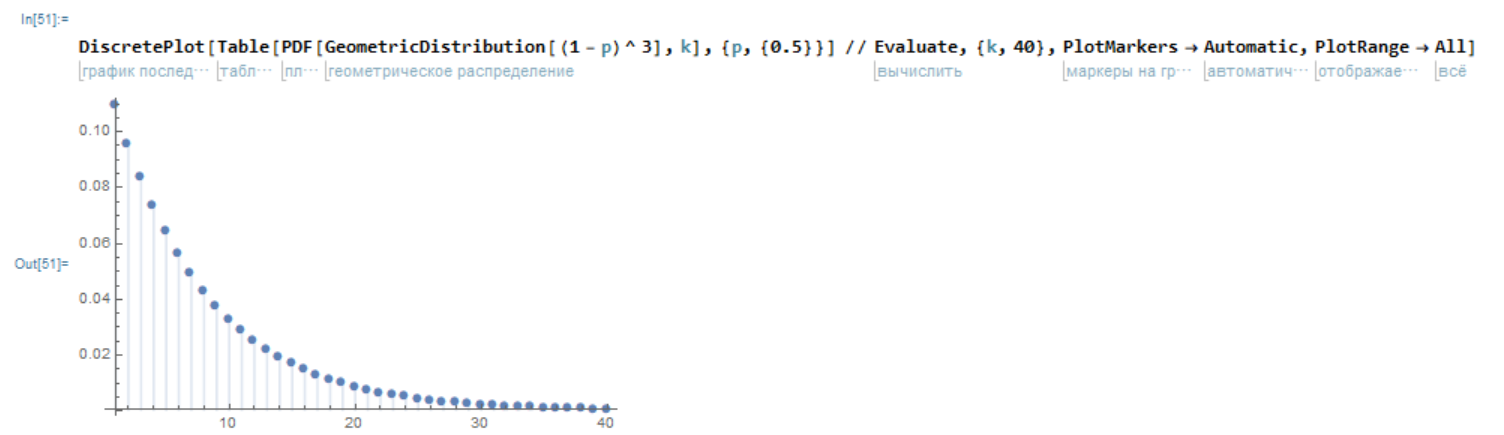
*Для данного распределения докажем следующую полезную теорему.*

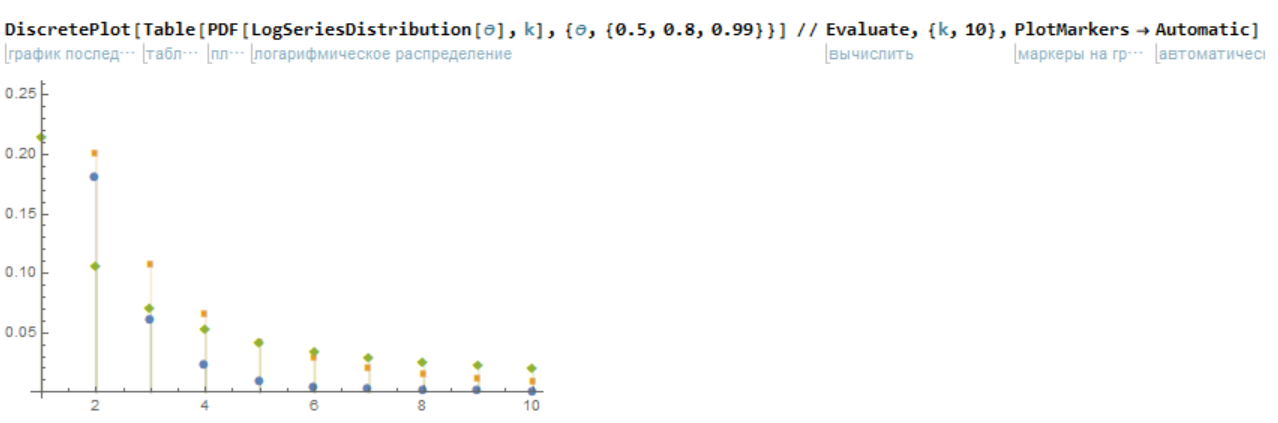
*Т. Пусть случайные величины V и U распределены равномерно, тогда для величины X, заданной следующим образом:*

*Верно утверждение, что X распределена логарифмически.*

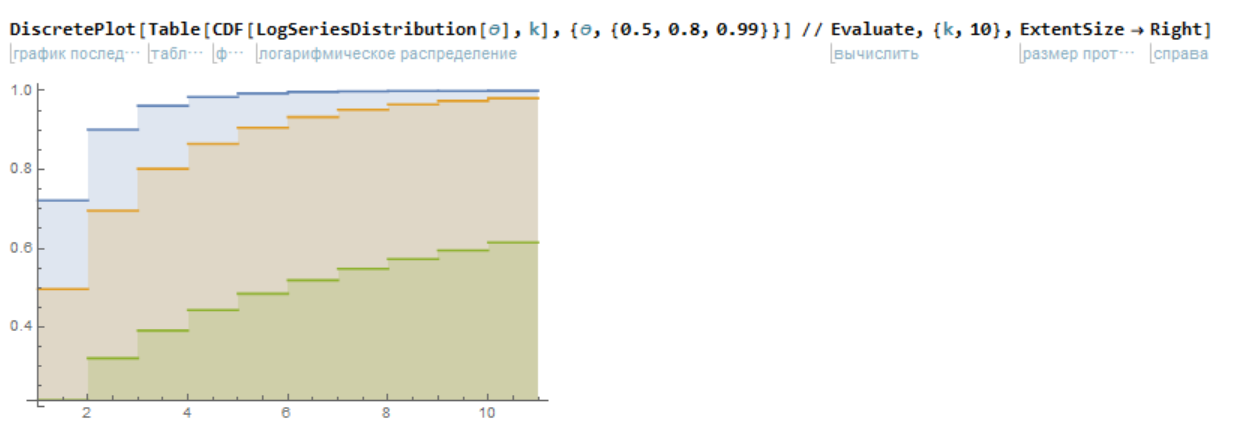
*Сразу отметим, что*

*Доказательство.*





*Функция распределения:*



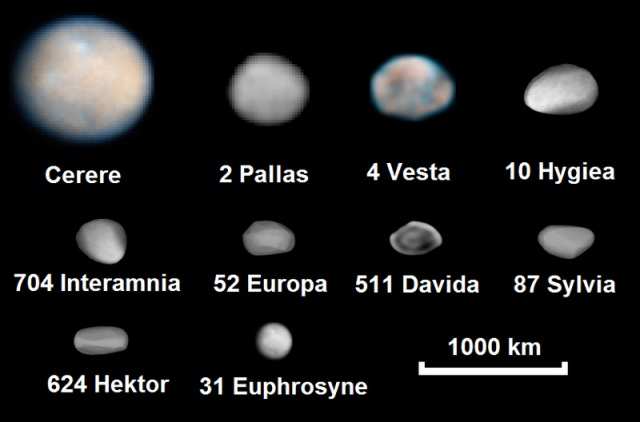
*Интерпретации.*

*Типичная. ---*

*Известные соотношения.*

*В ходе работы было описано соотношение логарифмического распределения с равномерным и геометрическим.*

*Пуассоновская сумма независимых логарифмических случайных величин имеет отрицательное биномиальное распределение.*

*Нетипичная.*

*Логарифмическое распределение описывает распределение астероидов по размеру в Солнечной системе.*

*Верно, маленьких астероидов в разы больше, большинство из них ещё не обнаружены. В то время, как найти самые большие астероиды, такие как Церера, Юнона, Веста удалось ещё до создания компьютеров.*

*Распределение Эрланга.*

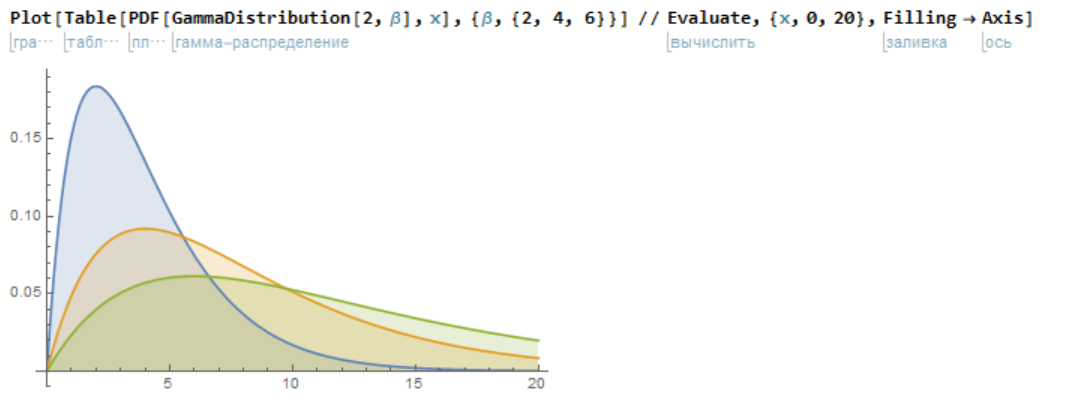
*Пусть случайная величина x имеет следующую плотность:*

*Найдем ее математическое ожидание:*

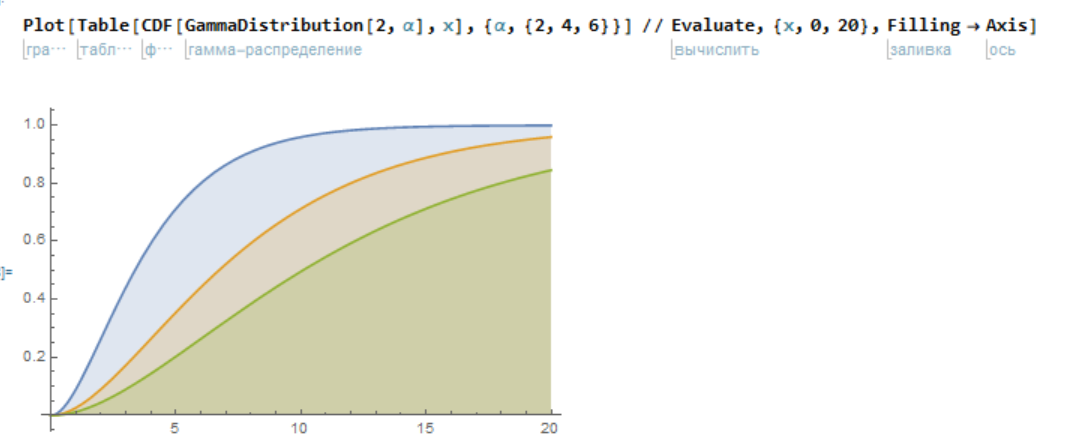
*Также найдем дисперсию:*

*Характеристическая функция:*

*График плотностей, функция распределения.*



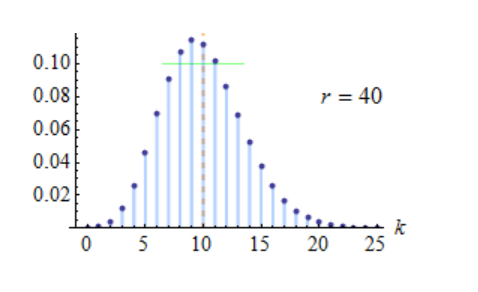
*Функция распределения:*



*Интерпретации.*

*Типичная. ---*

*Известные соотношения.*

*Фактические является аналогом дискретного отрицательного биномиального распределения.*

*Нетипичная.*

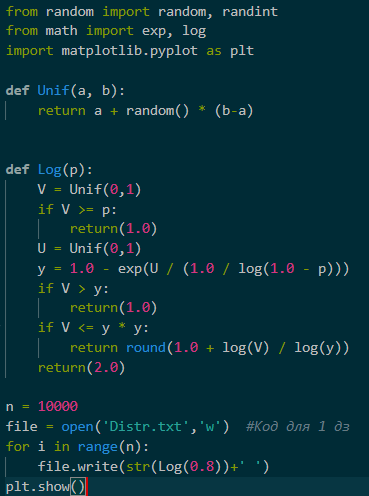
*Гамма распределение широко применяется для моделирования сложных потоков событий, сумм временных интервалов между событиями, в экономике, теории массового обслуживания, в логистике, описывает продолжительность жизни в медицине.*

*Моделирование случайной величины.*

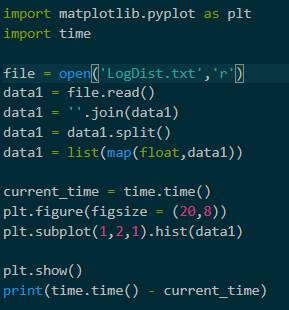
*Логарифмическое распределение.*

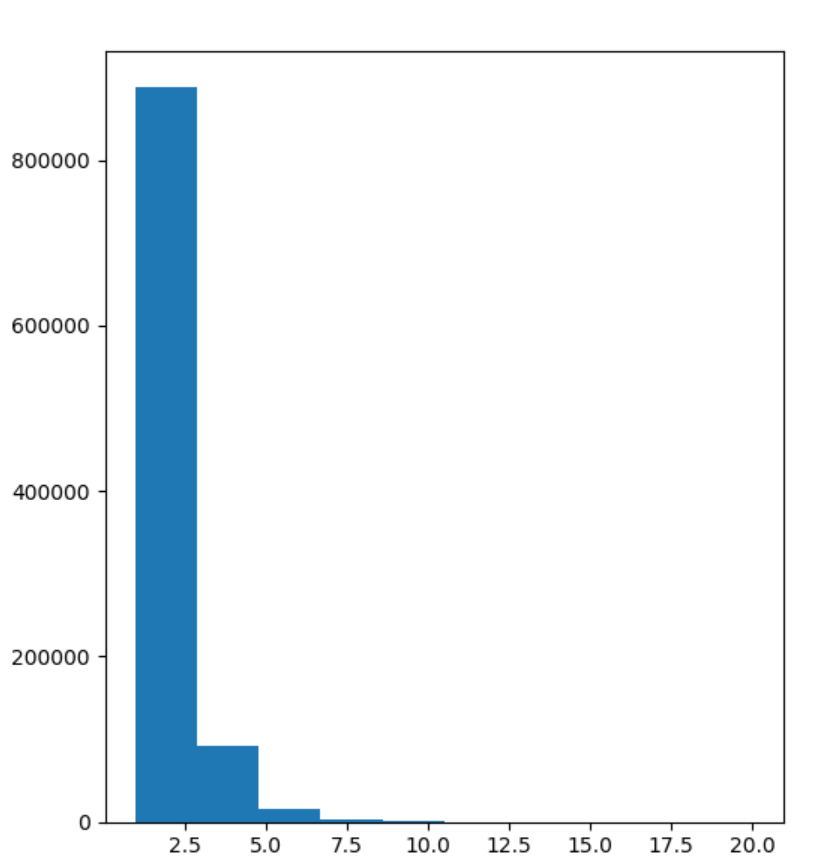
*Смоделируем случайные величины, распределенные по логарифмическому закону.*

*Код на Python:*



*По полученной выборке построим гистограмму.*



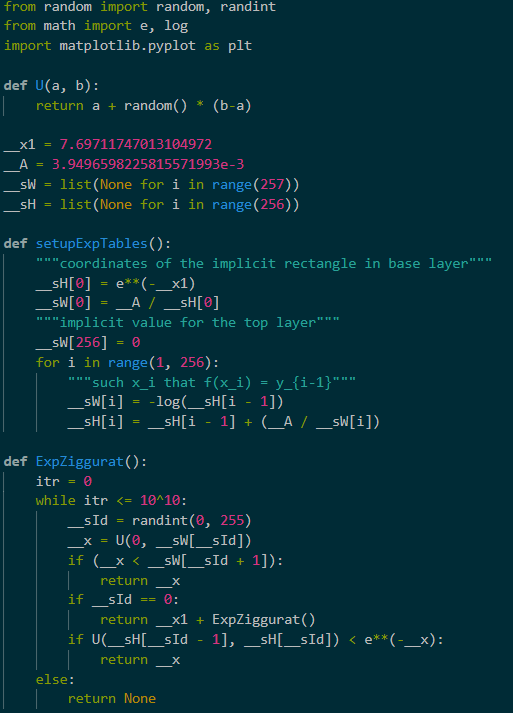
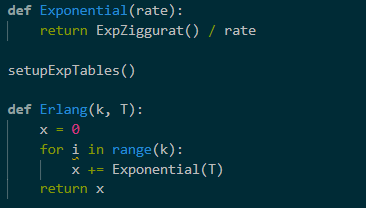


*Распределение Эрланга.*

*Если сложить две случайные величины с гамма-распределением с параметрами k1 и k2, то получится случайная величина с гамма-распределением и с параметром k1+k2. Еще одно свойство — если theta = k = 1, то легко проверить, что распределение будет экспоненциальным. Поэтому, если k целое — то можно просто просуммировать k случайных величин со стандартным экспоненциальным распределением.*

*Смоделируем случайные величины, распределенные по закону Эрланга.*

*Код на Python:*

*По полученной выборке построим гистограмму.*

