假设对于概念A已知 $P(A|[x])$，现有两种行动 a_1 和 a_2，对应的损失为

$$\begin{cases} R(a_1|[x]) = \lambda_{11} P(A|[x]) + \lambda_{12} P(A^c|[x]) \\ R(a_2|[x]) = \lambda_{21} P(A|[x]) + \lambda_{22} P(A^c|[x]) \end{cases}$$

λ_{11} 的物理含义为当样本为A类时采取行动 a_1 时的损失，λ_{12} 为样本不为A类时采取行动 a_1 的损失。

注意：隐含假设只能采取一个行动，最完美的情形下，

$A \to a_1$; $A^c \to a_2$ || $A \to a_2$; $A^c \to a_1$

最优行动准则：

① $\min R(a_i|[x]) = R(a_1|[x])$ 采取 a_1 行动

$$(\lambda_{11} - \lambda_{12}) P(A|[x]) + \lambda_{12} \leq (\lambda_{21} - \lambda_{22}) P(A|[x]) + \lambda_{22}$$

$$[(\lambda_{11} - \lambda_{21}) + (\lambda_{22} - \lambda_{12})] P(A|[x]) \leq \lambda_{22} - \lambda_{12}$$

分情况讨论：$\Rightarrow$ $\lambda_{11} < \lambda_{12}$, $\lambda_{22} < \lambda_{21}$ $\Rightarrow$ 分类正确的损失小于分类错误的

I. $\lambda_{11} < \lambda_{21}$，这样的情况下，我们倾向于说 a_1 就是为 $[x]$ 属于A类时所应采取的行动。同时应有 $\lambda_{22} < \lambda_{12}$，这意味着 a_2 为 x 属于 A^c 时采取的行动。这样的假设下，即有

$$[(\lambda_{21} - \lambda_{11}) + (\lambda_{12} - \lambda_{22})] P(A|[x]) \geq \lambda_{12} - \lambda_{22}$$

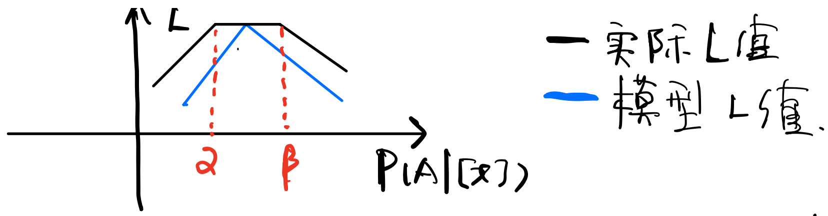
$$1 \geq P(A|[x]) \geq \frac{\lambda_{12} - \lambda_{22}}{(\lambda_{21} - \lambda_{11}) + (\lambda_{12} - \lambda_{22})} > 0$$

$\lambda_{11} \leq \lambda_{12}$

$\lambda_{21} > \lambda_{22}$

问题：在实际的观测A中，时常出现A无法从物理意义上指明或从数据统计上推断与行动 a_1、a_2 的关系，从观测中发现 $P(A|[x]) \in [\alpha, \beta] \subseteq [0,1]$ 时无法判定采取何种行动最优。

设 $L(P(A|[x])) = \min(R(a_1|[x]), R_2(a_2|[x]))$



模糊

概率粗糙集：在许多情况下，知晓当前状况并不明朗采取专门的手段应付能够大幅降低损失。例如患病的诊断（进一步的检查损失小于下判断患病与正常的损失）