

## 本周训练情况总结

本周总体来说收获比较大，一周4场的多校 + 一场 GYM 的团队模拟赛 + 一场 atcoder 的个人比赛。

下面主要总结一下收获比较大的题目

### 2022 牛客暑期多校训练营7 Melborp Elcissalc

题目链接: [ac.nowcoder.com/acm/contest/33192/J](https://ac.nowcoder.com/acm/contest/33192/J)

首先需要知道一个技巧，对于一个连续子段  $[l, r]$ ，如果和是  $k$  的倍数，那么令其前缀和为  $Pre \pmod k$ ， $Pre_{(l-1)} == Pre_r \pmod k$ 。

题目中，每一个数的取值范围是  $1..k-1$ ，所以，对于前缀和  $Pre$  的取值情况就对应了唯一一种原序列的取值情况。

所以我们只需要考虑恰好有  $k$  对  $(l, r)$  满足， $Pre_l == Pre_r \pmod k$

的序列个数。

$f(n, k, t)$  表示当前插入了  $n$  个数(特指  $Pre$ )，考虑到的最大可能取值为  $k$ ，满足条件的子序列为  $t$  个。

考虑新插入  $tt$  个数，并且这些数是之前没有出现过的(也就是说插入  $tt$  个  $k+1$ )，这些数的插法有  $\binom{n+tt}{tt}$  种。产生新的贡献(满足条件的子串个数)为  $\binom{tt}{2}$ 。

所以转移方程便为

$$f(i+tt, k+1, j+C(tt, 2)) += C(n+tt, tt) * f(i, k, j)$$

### 2021 拉美区域赛 E. Excellent Views

题目链接: [codeforces.com/gym/103185/problem/E](https://codeforces.com/gym/103185/problem/E)

对于一座塔，能产生的贡献范围是与前一座比该塔高的塔的中间位置开始，到与后一座比该塔高的塔中间位置结束，这一段区间。

单调队列 + 区间赋值即可。

### Shinobu Loves Segment Tree

题目链接: [acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7204](https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7204)

只要考虑节点  $x$  的贡献长度为  $k$  时, 最小的  $i$  是多少。

这个可以用zkw线段树的思想求出。

然后对于第  $n$  天, 找规律求和 (是等差数列) 。

## 生成函数

使用一个多项式来表示数列  $A_1x^1 + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 \dots A_Nx^N + A_0$

常生成函数的通项式  $\binom{n+k-1}{k-1} x^n$

## Codeforces Round #446 E. Lust

题目链接: [codeforces.com/contest/891/problem/E](https://codeforces.com/contest/891/problem/E)

转化一下, 题目要求

$$A_0 * A_1 * \dots * A_N - (A_1 - X_1)(A_2 - X_2) \dots (A_N - X_N) [1]$$

的期望。

期中 [1] 中不确定的部分是后半部分, 其实就是在求后半部分的期望。

也就是求

$$\frac{\sum_{\sum x=K} (A_1 - X_1)(A_2 - X_2) \dots (A_N - X_N) * (K! / X_1! X_2! \dots X_N!)}{N^K} [2]$$

化简

$$\frac{\sum_{\sum x=K} ((A_1 - X_1) / X_1!) (A_2 - X_2 / X_2!) \dots ((A_N - X_N) / X_N!) * K!}{N^K}$$

对于分子部分, 构造生成函数 (指数)

$$((A_1 - X_1) / X_1!) x^{X_1} + ((A_2 - X_2) / X_2!) x^{X_2} + \dots + ((A_N - X_N) / X_N!) x^{X_N}$$

指数生成函数的每一项为:

$$\frac{a-j}{j!} x^j = a \times \exp(x) + x \exp(x)$$

$$(a + x) \times \exp(x)$$

将生成函数的无限和式相乘得到

$$\prod (a + x) * \exp(n \times x)$$

由于  $n$  小于 5000, 暴力求和即可。