AT dp题单Z

题目大意：有n个足球场，每个足球场有一个高度，在足球场之间相互跳要花费（h[i] - h[j]）^ 2 + C，问跳到最后的足球场的最小花费。

思路：dp，在前面的的花费中选择到这一格花费最小的值转移。效率：n ^ 2. 我们列出dp转移方程：dp[i] = max{dp[j] + (h[i] - h[j]) ^ 2 + C},即dp[i] = dp[j] + (h[i] - h[j]) ^ 2 + C;

去括号，可得dp[i] = dp[j] + h[i] ^ 2 - 2 * h[i] * h[j] + h[j] ^ 2 + C,移项，可得

dp[j] + C + h[j] ^ 2 = 2 * h[i] * h[j] + dp[i] + h[i] ^ 2;

等式左边都与j有关，我们可以把左边的式子看成Y，把h[i] * 2看成K，那这题就转化成了一个一次函数的形式，即从前面找到一个Y，使得截距最小的问题。我们可以每访问一个点，就把这个点的放入图形中，这个问题就转化为直线与一条曲线相交时，截距最小的问题。画图可知，我们要维护的图形是一个下凸壳结构：如果放入的点要高于该图形，那么该点不是最优点，可以去掉，如果放入的点远低于图形，就会把前面较高的点弹出（因为不是最优点），我们只需要找到一个点，这个点前面的点到它的斜率小于直线斜率，后面的点到它的斜率大于直线斜率即可（画图可知，线性规划问题）。然后，我们需要一个数据结构维护这个图形，均摊复杂度为n的单调队列是最优选择。