

1. Atcoder ABC 249 : E RLE 标签：动态规划 前缀和优化dp

AC 记录：

2022-04-26 00:14:59	● E - RLE	selphine	C++ (GCC 9.2.1)	500	1587 Byte	AC	1438 ms	284892 KB	詳細
---------------------	-----------	----------	-----------------	-----	-----------	----	---------	-----------	----

随笔：

这题在比赛时题目开错，导致浪费了1小时时间。

正确解法是 dp + 前缀和优化。

$$dp(i, j) \quad (1)$$

表示针对原始串长度为 i 的清空，根据题目的标准转换后长度为 j 的有几种。

转移状态，我们考虑对于一个长度为 i 的串，后面接上所有字符都相同（并且与这个长度为 i 的串结尾字符不同）长为 k 的串，产生新的串有几种。

于是就有了：

$$dp(i, j) = dp(i, j) + dp(i - k, j - \text{Convert}(k)) \quad (2)$$

其中 Convert 表示，长度为 k 的串根据题意转换后的长度。

接着，我们就会发现， $\text{Convert}(k) \in \{2, 3, 4, 5\}$ 。

所以，(2) 中，我们可以看成dp的转移为，第一维是连续的一个区间，第二维则是最多由 4 种情况转移而来。

根据上述性质，我们可以对每一个 $dp(i, j)$ 预处理前缀和。

$$Pre(I, j) = \sum_{i=1}^{i=I} dp(i, j) \quad (3)$$

这样，对于每一个 $dp(i, j)$ ，只要转移4次即可。

转移方程为

$$dp(i, j) = dp(i, j) + Pre(i - 1)(j - 2) - Pre(i - 10, j - 2) + Pre(i - 10, j - 3) - Pre(i - 100, j - 3) \dots \quad (4)$$

时间复杂度为 $O(N^2 \log N)$ 。

2. New Stone Game 标签：Nim 游戏

题目描述

Alice和Bob在玩一个井字游戏，一共有9堆石子，形成一个 3×3 的网格，玩家轮流移除石子，每一轮游戏玩家选择一堆石子并从中移除正整数的石子，Alice先手，第一个操作完成得到空行或者空列的玩家获胜，三堆不需要完全由同一个人移除，对角线不算胜利。

特别的每个玩家在第一次移除石子时，必须将所选石堆的石子完全移除。

如果两个玩家都足够聪明，现在Alice想知道第一步可以选哪些石堆保证她会赢得游戏，输出必胜的数量。

AC记录：

1001	New Stone Game	×153	×236
------	----------------	------	------

随笔：

所有格子的石子数为 $(0, 100000001]$ ，可以取任意数量，显然，这题需要用到 Nim 博弈。

我们需要注意到题目给出的特殊条件，每一个玩家先手必须取完一堆中的所有石子。

如果两名玩家第一手取了同一行或者同一列的石子，那么先手必胜。所以后手一定不会取和先手同一行或者同一列的石子。

那么，通过行列变换，每个玩家第一次取完之后，剩下的石子情况一定是这样的。

$$\begin{matrix} A & B & C \\ D & 0 & E \\ F & G & 0 \end{matrix}$$

这时，我们发现，除了左上角的 A ,其他任意一堆石子，只要有哪名玩家取完 (0) ,那么这名玩家必负。

这时，我们就会发现，可以取的石子的石子就变成了 $A, B - 1, C - 1, F - 1, D - 1, E - 1, G - 1$ 。

那么，只需要对这几堆石子进行Nim博弈即可。

3.第二大数字和 标签：单调栈

题目描述

给定一个 $1 - N$ 的排列 P 。

对于一对数字 $L, R (1 \leq L < R \leq n)$ ，让 $X_{L,R}$ 为 P_L, P_{L+1}, \dots, P_R 的第二大值。

请你求出下面式子的值

$$\sum_{L=1}^{N-1} \sum_{R=L+1}^N X_{L,R}$$

AC记录:

1002	第二大数字和	×189	×351	54%
------	--------	------	------	-----

随笔:

这个题目，如果改成最大值，就是单调栈裸题。

如果是第二大值，那么我们就需要使用两个单调栈去维护。

设 S_1 是最近单调栈， S_2 是次近单调栈。

思路也是对于每一个数，算贡献区间。

Pre_i, Pre'_i 分别表示 P_i 之前第一个比 P_i 大的元素的位置，以及第二个比 P_i 大的元素的位置。

$Next_i, Next'_i$ 分别表示之后的最近比 P_i 大的元素的位置，和第二个比 P_i 大的元素的位置。

Pre_i 和 $Next_i$,使用普通的单调栈就可以处理。

使用 S_1 求 Pre_i 和 $Next_i$

在求 Pre_i 和 $Next_i$ 的过程中，每一个 P_i 加入到 S_1 时，会有若干个满足 $P_j \leq P_i$ 的元素被移出 S_1 。

这时，我们将这些元素按照单调栈 S_1 中的单调性加入 S_2 。

对于每一个 P_i 我们还需要判断 S_2 中有哪些元素 $P_j \leq P_i$

此时 i 便是这些 P_j 的 $Next'_j$ (或是 Pre'_j)。

最后对每个元素算合法区间贡献即可。

(其他训练) Atcoder ABC 249: A ~ D

AC记录:

2022-04-23 20:52:20	D - Index Trio	selphine	C++ (GCC 9.2.1)	400	600 Byte	AC	518 ms	5
2022-04-23 20:35:40	C - Just K	selphine	C++ (GCC 9.2.1)	300	761 Byte	AC	15 ms	3
2022-04-23 20:19:35	B - Perfect String	selphine	C++ (GCC 9.2.1)	200	570 Byte	AC	6 ms	3
2022-04-23 20:13:37	A - Jogging	selphine	C++ (GCC 9.2.1)	100	516 Byte	AC	7 ms	3

(其他训练) 代码源每日一题

AC记录:

902	数列	×199	×372	<div><div>53%</div></div>
903	宝箱	×205	×495	<div><div>41%</div></div>
904	【模板】最小瓶颈生成树 (数据加强版)	×316	×1284	<div><div>25%</div></div>
905	Mouse Hunt	×257	×381	<div><div>67%</div></div>
906	矩形划分	×171	×476	<div><div>36%</div></div>
907	等差数列	×237	×807	<div><div>29%</div></div>
1001	New Stone Game	×153	×236	<div><div>65%</div></div>
1002	第二大数字和	×189	×351	<div><div>54%</div></div>