Corrigé des exercices 1 et 2/TD

Exercice 1

On considère deux bobines plates circulaires (C_1) et (C_2), de centres respectifs O_1 et O_2 , de rayons respectifs R_1 et R_2, et comportant respectivement N_1 et N_2 spires. On suppose que $R_2 << R_1$ et que $N_2 < N_1$. Les bobines plates (C_1) et (C_2) sont parcourues par les courants d'intensités respectives I_1 et I_2.

Rappels (exercice 2 du TD 1) :

Une bobine plate parcourue par un courant électrique crée un champ d'induction magnétique dont la direction est l'axe de la bobine plate.

Pour une bobine plate de centre O et de rayon R, constituée par N spires circulaires et parcourue par un courant d'intensité I, le module du champ d'induction magnétique créé au point O par la bobine plate est donnée par l'expression : $B(O) = I\ \mu_0 \dfrac{N}{2R}$

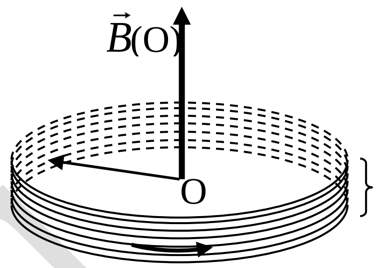


Figure 1

1) Calculer les inductances propres L_1 et L_2, respectivement de (C_1) et (C_2)

L'inductance propre de C_1 ; $L_1 = \dfrac{\phi_{11}}{I_1}$

Le flux Φ_{11} à travers C_1 du champ $\vec{B}_1$ créé par C_1

$$\phi_{11} = N_1 \phi_{1-spire1} = N_1 \iint_{S_1} \overrightarrow{B_1} \cdot \overrightarrow{dS_1} = N_1 \iint_{S_1} B_1\, dS_1$$

●S_1 est la surface du disque limité par une spire du circuit (C_1), orientée par le courant d'intensité I_1 conformément à la règle du tire-bouchon.

●Le champ $\vec{B}_1$ créé par le circuit C_1 et la surface S_1 sont orientés par le courant d'intensité I_1 conformément à la règle du tire-bouchon par conséquent le champ $\vec{B}_1$ et le vecteur unitaire associé à S_1 sont colinéaires et ont même sens ($\vec{B}_1 . d\vec{S} = B\, dS$)

● Etant donné que le rayon d'une bobine plate est relativement petit, on suppose qu'en tout point de la surface S_1 le champ $\vec{B}_1$ est uniforme et égal au champ créé par C_1 en son centre O_1

Par conséquent, le flux à travers une spire de C_1 du champ $\vec{B}_1$ est :

$$\phi_{1spire1} = I_1\ \mu_0 \frac{N_1}{2 R_1} \pi R_1^2$$

Le flux Φ_{11}, à travers la bobine plate, du champ $\vec{B}_1$ est : $\phi_{11} = I_1\ \mu_0 \dfrac{N_1^2}{2} \pi R_1$

Le coefficient d'inductance propre de la bobine plate C_1 : $L_1 = \dfrac{\phi_{11}}{I_1} = \mu_0 \dfrac{N_1^2 \pi R_1}{2}$

De la même façon on détermine l'inductance propre de la bobine plate C_2, et on trouve :

$$L_2 = \frac{\phi_{22}}{I_2} = \mu_0 \frac{N_2^2 \pi R_2}{2}$$

2) Calculer leur inductance mutuelle M dans les cas suivants et discuter son signe selon le sens des courants dans les cas suivants :

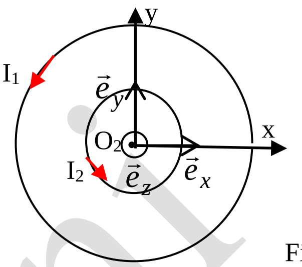
a) (C_2) est dans le plan de (C_1) tel que son centre O_2 est confondu avec O_1 (figure2).

$$M = \frac{\phi_{12}}{I_1} = \frac{\phi_{21}}{I_2}$$

On calcule le flux Φ_{12} à travers C_2 du champ $\vec{B}_1$ créé par C_1 :

$$\phi_{12} = N_2 \iint_{S_2} \overrightarrow{B_1}(M \in S_2).\overrightarrow{n_2}\, dS_2 \approx N_2 \iint_{S_2} \overrightarrow{B_1}(O_1).\overrightarrow{n_2}\, dS_2 = I_1 \frac{N_1 N_2 \mu_0}{2R_1}(\vec{e}_z.\vec{e}_z)\iint_{S_2} dS_2$$

$$\phi_{12} = I_1 \frac{N_1 N_2\, \mu_0 \pi R_2^2}{2R_1} = I_1 \frac{N_1 N_2\, \mu_0 \pi R_2^2}{2R_1}$$



Soit $M = \dfrac{\phi_{12}}{I_1} = \mu_0 \dfrac{N_1 N_2 \pi\ R_2^2}{2R_1}$

si on inverse le sens de I_1 ou celui de I_2 , M<0

Figure 2

b) (C_2) est parallèle à (C_1). Les deux bobines (C_1) et (C_2) ont même axe qui passe par O_1 et O_2. On donne $O_1O_2 = d$ avec $d >> R_1$

Le flux Φ_{12} à travers C_2 du champ $\vec{B}_1$ créé par C_1 :

$$\phi_{12} = N_2 \iint_{S_2} \overrightarrow{B_1}(M \in S_2).\overrightarrow{n_2}\, dS_2$$

$$\approx N_2 \iint_{S_2} \overrightarrow{B_1}(O_2).\overrightarrow{n_2}\, dS_2$$

$$= I_1 \frac{N_1 N_2 \mu_0 R_1^2}{2(d^2 + R_1^2)^{3/2}}(\vec{e}_z.\vec{e}_z)\iint_{S_2} dS_2$$

$$= I_1 \frac{N_1 N_2\, \mu_0 R_1^2 \pi R_2^2}{2(d^2 + R_1^2)^{3/2}}$$

$$= I_1 \frac{N_1 N_2\, \mu_0 R_1^2 \pi R_2^2}{2d^3}$$

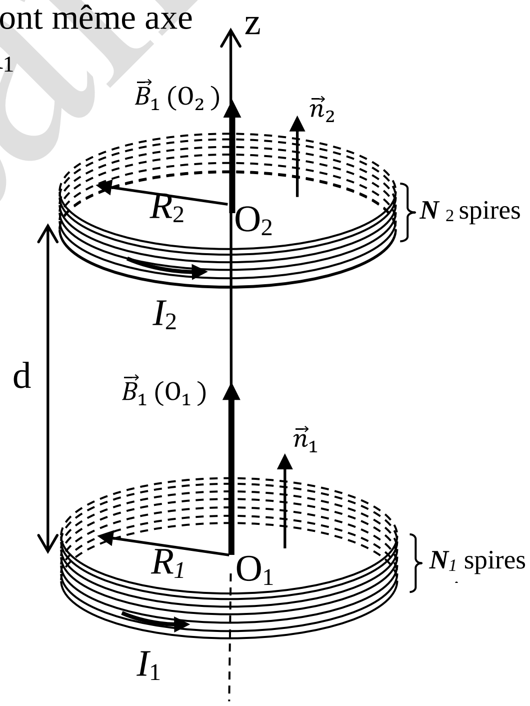


Figure3

Où S_2 est la surface du disque limité par une spire du circuit (C_2), orientée par le courant d'intensité I_2 conformément à la règle du tire-bouchon.

$d>>R_1$ et $d>>R_2$: $(d^2 + R_1^2) \approx d^2$

M $\approx \dfrac{\mu_0\, \pi\, R_1^2 R_2^2}{2d^3}$ si on inverse le sens de I_1 ou celui de I_2 , M $\approx$ **-** $\dfrac{\mu_0\, \pi\, R_1^2 R_2^2}{2d^3}$ <0