Exercice 3

Considérons un solénoïde cylindrique, supposé infini, de rayon R et de longueur ℓ, comportant N spires parcourue chacune par un courant d'intensité I (voir figure).

1) - Le champ d'induction magnétique créé par le courant d'intensité I à l'extérieur du solénoïde est nul ($B_{ext} = 0$)

- Le champ d'induction magnétique créé par le courant d'intensité I à l'intérieur du solénoïde est uniforme et égal à B = $\mu_0 \frac{N}{\ell} I$ (exercice 3 TD1)

2) Le flux propre à travers le solénoïde peut s'écrire : $\phi = LI$

L'inductance propre du solénoïde : $L \equiv \frac{\phi}{I}$

Le flux total ϕ de $\vec{B}$ dans les N(=nℓ) spires de section S du solénoïde est :

$$\phi = \sum_{i=1}^{N} \phi_{(spire)_i} = N\,\phi_{spire}$$

$$\phi = N \iint_S \vec{B}.\vec{dS} = N \iint_S \frac{\mu_0 NI}{\ell}\,\vec{e}_z.\,dS\,\vec{e}_z = I\,\frac{\mu_0 N^2}{\ell}\,\pi R^2$$

S est la surface du disque limité par une spire du solénoïde et orientée par le sens du courant conformément à la règle du tire-bouchon (voir figure)

On en déduit l'inductance propre du solénoïde de longueur ℓ : $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi R^2$

3) La densité volumique d'énergie magnétique dans le solénoïde où règne un champ $\vec{B}$:

$$\frac{dW_m}{dv} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0}\mu_0^2\frac{N^2}{\ell^2}I^2 = \frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2}{\ell^2}I^2$$

$$dW_m = \left[\frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2}{\ell^2}I^2\right]dv \quad \text{d'où} \quad W_m = \left[\frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2}{\ell^2}I^2\right]\iiint_v dv = \left[\frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2}{\ell^2}I^2\right]\ell\,\pi R^2$$

$v = \ell S = \ell\pi R^2$ est le volume du solénoïde cylindrique de longueur ℓ et de section $S = \pi R^2$

Remarque ;on peut retrouver l'énergie magnétique du solénoïde comportant N spires en écrivant: $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

On remplace le coefficient L par son expression et on obtient :

$$W_m = \frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2}{\ell}\pi R^2 I^2$$

4) Rappel : le coefficient d’induction mutuelle peut être déterminé à partir de la relation :

$$\mathrm{M} = \frac{\phi_{12}}{I_1} = \frac{\phi_{21}}{I_2}$$

● Soit Φ_{12} : est le flux à travers la bobine plate du champ $\vec{B}$ créé par le courant d’intensité I qui circule dans le solénoïde.

$$\mathrm{M} = \frac{\phi_{12}}{I}$$

Exprimons $\phi_{12} = \sum_{i=1}^{N'} \phi_{ispire_{bp}} = N'\phi_{spire_{bp}}$

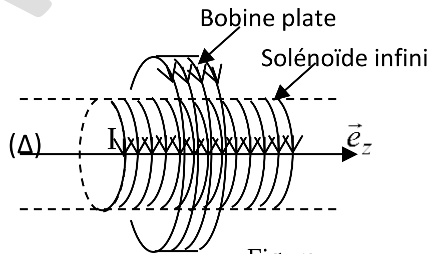
$$\phi_{12} = N' \iint_S \vec{B}.\vec{n}\; dS$$

S est la surface du disque limité par une spire de la bobine plate et orientée par le sens du courant qui circule dans la bobine plate conformément à la règle du tire-bouchon (voir figure). $\vec{n} = \vec{e}_z$

$$\phi_{12} = N' \iint_S \vec{B}.\vec{n}\; dS \;= N'\left[\iint_S B\,\vec{e}_z\,.\,\vec{e}_z\; dS\right]$$

Le champ étant nul à l’extérieur du solénoïde, le flux à travers la bobine plate du champ créé par le solénoïde : $\phi_{12} = N'\mu_0 \frac{N}{\ell}\pi R^2\, I$

d’où $\mathrm{M} = \frac{\phi_{12}}{I} = N'N\frac{\mu_0\,\pi R^2}{\ell}$



Figure