

TD n°3 d'Electricité II

Exercice 1(Cours)

1) Soit le couple de potentiel électromagnétique (V, \vec{A}) pour le champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) vérifiant la

$$\text{condition (jauge de Lorenz)} : \operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

En un point de l'espace où $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$, montrer que le potentiel scalaire V et le potentiel vecteur \vec{A} satisfont à la même équation de D'Alembert (même équation pour \vec{E} et \vec{B} dans les mêmes conditions).

2) Utiliser les équations de Maxwell et retrouver l'équation de conservation de la charge électrique

3)a) Utiliser les équations de Maxwell et trouver l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide en absence des charges et des courants ($\vec{j} = \vec{0}, \rho = 0$) : $\operatorname{div} \vec{P} + \frac{\partial w_{em}}{\partial t} = 0$

où $\vec{P}(M, t)$ est le vecteur de Poynting et w_{em} est la densité volumique d'énergie électromagnétique.

b) Montrer que pour une onde plane progressive la puissance électromagnétique \mathbf{p} transportée à travers une surface S perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde peut s'exprimer par la relation :

$$p = \iint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

Exercice 2

On considère une onde électromagnétique plane progressive harmonique de pulsation ω et de vecteur d'onde \vec{k} , qui se propage dans le vide de perméabilité μ_0 (où $\vec{j} = \vec{0}, \rho = 0$), à la vitesse c de la lumière.

L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct (O, x, y, z) de vecteurs de base $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$.

Le champ électrique associé à cette onde est de la forme :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - k z) \vec{e}_x$$

1) Déterminer l'expression du vecteur d'onde \vec{k} .

2) Déterminer l'équation des plans d'onde.

3) Déterminer l'expression du champ d'induction magnétique $\vec{B}(z, t)$ associé à cette onde.

4) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{P}(z, t)$ de l'onde ainsi que la moyenne temporelle de son module $\|\vec{P}(z, t)\|$ au cours d'une période

5) En déduire la puissance moyenne \mathbf{p} transportée à travers une surface S normale à la direction de propagation de l'onde.

6) Déterminer l'expression de la moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie électromagnétique w_{em} au cours d'une période.

Exercice 3

On considère le circuit électrique de la figure 1

On donne: $e(t) = [4 \cos(\omega t)]$ volts ; $i_0(t) = [0,04 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})]$ ampères ; $R_1 = R_2 = 100 \Omega$; $\frac{1}{C\omega} = 50 \Omega$

1) Montrer que l'impédance complexe équivalente \bar{Z}_{AB} du dipôle AB pris entre A et B peut se mettre sous la forme suivante: $\bar{Z}_{AB} = \frac{100}{1 + 2j} \Omega$ où $j^2 = -1$

2) Calculer $i_1(t)$ et $i(t)$

3) Calculer $v(t)$

4) Appliquer le théorème de superposition et montrer que la tension $v(t) = [2 \cos(\omega t)]$ volts .

5) Calculer $i_2(t)$ et $i_3(t)$,

6) Appliquer le théorème de Thévenin et retrouver $v(t)$

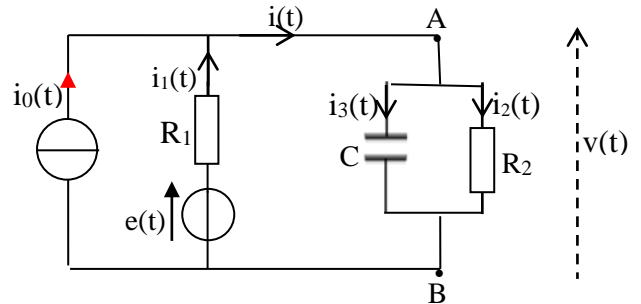


Figure 1

Exercice 4

On considère le circuit électrique de la figure 2 où $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ et $i_0(t) = I_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

On donne: $E_m = 60 \text{ V}$; $I_0 = 1 \text{ A}$; $R = 90 \Omega$; $R_1 = 10 \Omega$; $\frac{1}{C\omega} = 100 \Omega$; $L\omega = 50 \Omega$

1) Appliquer le théorème de superposition et calculer le courant $i(t)$ circulant dans la résistance R.

2) On veut retrouver l'expression du courant $i(t)$ par application du théorème de Thévenin.

a) Déterminer l'amplitude complexe \bar{E}_{th}

b) Déterminer l'impédance complexe \bar{Z}_{th}

c- En déduire l'expression de l'amplitude complexe \bar{I} (calculer le module et l'argument de \bar{I})

d- Calculer le courant instantané $i(t)$ circulant dans R.

3) On veut déterminer l'expression du courant $i(t)$ par Application du théorème de Norton

a) Déterminer l'amplitude complexe \bar{I}_N

b) Déterminer l'impédance complexe \bar{Z}_N

c- En déduire l'expression de l'amplitude complexe \bar{I} (calculer le module et l'argument de \bar{I})

d- Calculer le courant instantané $i(t)$ circulant dans R

4) Calculer le courant $i_1(t)$ [on pourra appliquer la loi des nœuds en notation complexe]

5) Calculer les courants $i_c(t)$ et $i_L(t)$

6) Calculer la puissance active des dipôles passifs du circuit.

7) Calculer la puissance réactive mise en jeu dans le circuit.

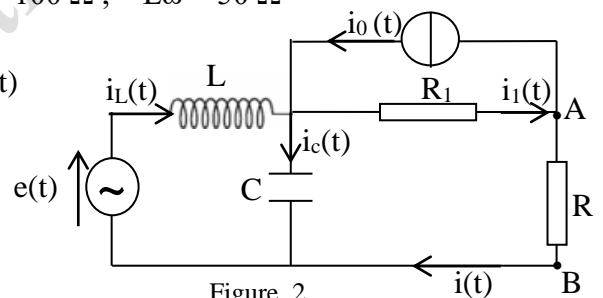


Figure 2