ثانوية البداوي الرسمية (2047)		العام الدراسي:	2022-2023	المادة :	Maths
المحافظة :	الشمال	الامتحان:	الثاني	الصف :	SG
القضاء :	طرابلس	اسم الاستاذ :	أسمهان سعيد	المدة :	3 h

I- (2 Points).

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de chaque question et donner, en justifiant, la réponse qui lui correspond.

N_0	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(x+1) \le 0$ est :	$\{0\}$	$]-1;0]$	$]-\infty;+\infty[$
2	Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$ par $f(x)=\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$. La courbe (C) représentative de f admet	x = 0 axe de symétrie	$x=\frac{1}{2}$ axe de symétrie	Le point O (0 ;0) centre de symétrie
3	On lance un dé non truqué trois fois de suite. La probabilité d'avoir au moins une fois l'apparition de la face 6 est	$\frac{91}{216}$	$\frac{215}{216}$	$\frac{1}{216}$
4	Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\overline{z}}$ est :	$\frac{-\pi}{3}+\theta$	$\frac{2\pi}{3}+\theta$	$\frac{2\pi}{3}+\theta$

II- (3 Points).

Le plan complexe est rapporté à un repère othonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A=2-3i$ et $z_B=i$.

Pour tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' tel que $z'=\frac{iz-3-2i}{z-i}$ avec $z\neq i$.

1) Ecrire z' sous la forme exponentielle dans le cas où $z=1-i$.
2) a- Déterminer l'affixe du point M dans le cas où $z'=2i$.
   b- Vérifier que M est un point de la droite (AB).
3) a- Démontrer que $OM'=\frac{AM}{BM}$ et $\left(\vec{u};\overrightarrow{OM'}\right)=\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{AM}\right)+\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.
   b- Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M se déplace sur la médiatrice du segment $[AB]$.
   c- Montrer que si le point M' appartient à l'axe des imaginaires purs, privé du point B,alors le point M décrit une droite à déterminer.

III- (3 points).

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .
U_1 contient 10 boules : 6 rouges et 4 noires.
U_2 contient 10 boules : 5 rouges et 5 noires.
Un joueur lance un dé numéroté de 1 à 6.
Si le numéro de face sortant est 1 ou 2, le joueur tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne U_1.
Sinon, il tire au hasard l'une après l'autre et avec remise deux boules de l'urne U_2 .
Considérons les événements suivants :
U_1 : « L'urne choisie est U_1 » U_2 : « L'urne choisie est U_2 »   R : « Les deux boules tirées sont rouges »

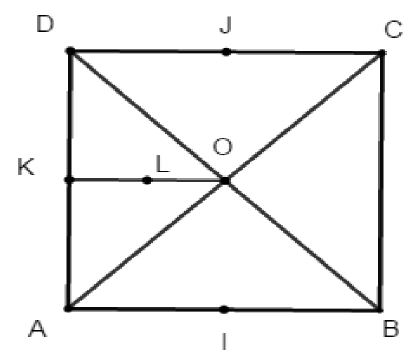
1) Calculer les probabilités $P(R / U_1)$, $P(R \cap U_1)$.Vérifier que $P(R) = \frac{5}{18}$.

2) Les deux boules tirées sont rouges. Calculer la probabilité qu'elles proviennent de U_1.

3) Vérifier que la probabilité de tirer une seule boule rouge de U_2 est égale à $\frac{1}{3}$.

4) Le joueur gagne le jeu si toutes les boules tirées sont rouges.
Calculer la probabilité de l'événement suivant :
F : « le numéro de face sortant est 3 et le joueur perd »

IV . (4 points).



Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de centre O tel que

$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

On désigne par I, J , K et L les milieux respectifs des segments

$[AB]$,$[CD]$,$[AD]$ et $[KO]$.

Soit S la similitude plane directe qui transforme A en O et B en J.

1) Déterminer le rapport k et un angle α de S.

2) a- Déterminer les images des droites (BC) et (AC) par S. En déduire que S (C) = D.

b- Déterminer S (D) et S (O) .

3) Soit Ω le centre de S et $h = S \circ S$.

a- Déterminer la nature de h et donner ses éléments caractéristiques.

b- Vérifier que les points Ω , L et D sont alignés.

c- Déterminer h (C). En déduire la construction de Ω .

4) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$.

a- Déterminer la forme complexe de S puis déduire l'affixe du centre Ω de S.

b- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)^2$ de courbe représentative (C).

Démontrer que K est un point de la courbe (C') l'image de (C) par S.

V- (8 Points).

Partie A. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(1-x)e^{x}+1$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. En déduire une asymptote.

2) Dresser le tableau de variations de g.

3) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet sur $\mathbb{R}$ une solution unique α et vérifier que $1,2<\alpha<1,3$.

4) En déduire le signe de $g(x)$.

Partie B. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x}{1+e^{x}}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. (unité = 2 cm).

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. En déduire une asymptote à (C).

2) a- Montrer que la droite (d) d'équation $y=x$ est une asymptote à (C).

b- Etudier suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (d).

3) a- Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

b- Vérifier que $f(\alpha)=\alpha-1$.

4) Montrer que la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $-\alpha$ est parallèle à (d).

5) Tracer (d),(T) et (C).

Partie C. On donne la fonction $h(x)=\ln|f(x)|$.

1)Montrer que h est définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$.

3) Calculer $h'(x)$, montrer que $h(\alpha)=-\alpha$ et dresser le tableau de variations de h.