

$$\begin{aligned} \max & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \end{aligned}$$

# RESOLUTION DES PROGRAMMES LINAIRES AVEC LA METHODE DU SIMPLEXE

*Premier pas vers le Solveur Excel..*

RIALI Maryame

EL MOUSSA Noura

---

# RESOLUTION DES PROGRAMMES LINAIRES AVEC LA METHODE DU SIMPLEXE

*Premier pas vers le Solveur Excel..*

RIALI Maryame

EL MOUSSA Noura

---

*A Mr AGHEZZAF et A Mr ABOU EL MAJD*

*« Nous souhaitons vous remercier par la présente occasion de nous avoir inspirer, mais tellement inspirer qu'on a pu prendre notre courage à deux mains et décider de ce qu'on souhaite faire dans notre carrière professionnelle, et qui est tout simplement prendre exemple sur les personnes réussites que vous êtes ..*

*Avec toute l'admiration et le respect que nous portons pour vous »*

# INTRODUCTION

Plutôt qu'un arsenal des méthodes-informatiques destiné à l'optimisation des processus de production et de diffusion des produits, la recherche opérationnelle est l'ensemble des méthodes et techniques rationnelles d'analyse et de synthèses des phénomènes d'organisation utilisables pour élaborer de meilleures décisions. Chaque fois que les hommes, les machines et les produits se trouvent en relations actives, on dira que l'on a affaire à *un phénomène d'organisation*. Il a été longtemps de mode de penser que les décisions, à propos des phénomènes d'organisation qui existent dans l'entreprise, la région, voire la nation, étaient ressort seul d'un bon sens, l'idée à retenir est que la recherche opérationnelle ne s'occupe pas des problèmes dans lesquels une solution de bon sens intervient tout naturellement. Son domaine réservé est celui des situations dans lesquels, pour une raison quelconque, le sens commun se révèle faible ou impuissant, tels sont *les problèmes combinatoires, les domaines aléatoires et les situations de concurrence*.

Dans la série des exercices proposée, nous traitons éventuellement des problèmes d'actualité en recherche opérationnelle d'une manière assez banalisée afin de s'approcher du contexte réel et de faire appel à la pédagogie traitée en cours. La complexité des situations oblige l'utilisation d'un solveur, dans notre cas le Solveur Excel, mais rien n'empêche de faire un petit sot en Lpsolve IDE pour comparer les résultats en matière de dégénérescence, sensibilité et nombre d'itération..

## Problème 1 : Transport

C'est en 1941 que Frank L. Hitchcock a formulé pour la première fois le problème du transport, qui consiste à minimiser le coût du transport total d'un plan d'expédition. Le fait de minimiser à la fois la distance totale et le coût de transport fait partie des théories flux de réseaux.

### I-Modélisation :

i) Fonction économique :  $(\min) (7x_1 + 4x_2 + 8x_3) + (5x_4 + 7x_5 + 9x_6) + (6x_7 + 7x_8 + 3x_9)$

ii) Définition des contraintes :

(0) : limitation liée à la

Production

$$\text{Casablanca : } x_1 + x_2 + x_3 \leq 3000$$

$$\text{Jadida : } x_4 + x_5 + x_6 \leq 5000$$

$$\text{Berchide : } x_7 + x_8 + x_9 \leq 4000$$

(1) : limitation liée au

Besoin

$$\text{Marrakech : } x_1 + x_4 + x_7 \geq 6000$$

$$\text{Rabat : } x_2 + x_5 + x_8 \geq 3000$$

$$\text{Beni Mellal : } x_3 + x_6 + x_9 \geq 2000$$

(2) : positivité des variables  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$

lii) Définition des variables :

X1 : quantité mensuelle produite à Casablanca en direction de Marrakech

X2 : quantité mensuelle produite à Casablanca en direction de Rabat

X3 : quantité mensuelle produite à Casablanca en direction de Beni mellal

X4 : quantité mensuelle produite à Jadida en direction de Marrakech

X5 : quantité mensuelle produite à Jadida en direction de Rabat

X6 : quantité mensuelle produite à Jadida en direction de Beni Mellal

X7 : quantité mensuelle produite à Berchide en direction de Marrakech

X8 : quantité mensuelle produite à Berchide en direction de Rabat

X9 : quantité mensuelle produite à Berchide en direction de Beni Mellal

**REMARQUE :** Nous procédons par relaxation des contraintes afin d'approcher ce qui se passe dans la vie réelle, on considère alors que la production est limitée strictement par une valeur maximale à ne pas dépasser pour éviter les surstocks tandis que le besoin peut dépasser moyennement le seuil minimale afin de répondre au besoin du marché.

## II- Résolution:

Probleme n°1:Transport				variable	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
					0	3000	0	5000	0	0	1000	0	2000
							formule	membre droit					
				contraintes	c1		3000	3000					
					c2		5000	5000					
					c3		3000	4000					
					c4		6000	6000					
					c5		3000	3000					
					c6		2000	2000					
				optimum		49000							

## Problème 2 : Affectation

Le problème de l'affectation est un problème très complexe, le concept fait que pour une tâche x un ou plusieurs employés pourraient être affectés pour objectif une minimisation de coût ou une maximisation de rentabilité

## I-Modélisation :

i) Fonction économique :  $(\max) 12 x_1 + 13 x_2 + 7 x_3 + 9 x_4 + 11 x_5 + 12 x_6 + 10 x_7 + 14 x_8 + 8 x_9$

ii) Définition des contraintes :

(0) Un employé par tâche :  $x_1+x_2+x_3=1$   
 $x_4+x_5+x_6=1$   
 $x_7+x_8+x_9=1$

(1) Une tâche par employé :

$$x_1 + x_4 + x_7 = 1$$
$$x_2 + x_5 + x_8 = 1$$
$$x_3 + x_6 + x_9 = 1$$

(2) Contrainte de positivité :  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$

iii) Variables :

$x_1$  : possibilité d'affecter E1 à T1 ,  $x_2$  : possibilité d'affecter E1 à T2

x3 : possibilité d'affecter E1 à T3, x4: possibilité d'affecter E2 à T1

x5: possibilité d'affecter E2 à T2 , x6 : : possibilité d'affecter E2 à T3

x7 : possibilité d'affecter E3 à T1 , x8 : possibilité d'affecter E3 à T2

x9: possibilité d'affecter E3 à T3      Données supposées binaires

## II-Résolution :

[illegible]

Cette fois-ci le coût est passé en contrainte pour que l'objectif principal reste de maximiser ma rentabilité. C'est en fonction de cette rentabilité que j'aurais principalement à favoriser une localisation qu'une autre .

<b>Fonction économique :</b>	$(\max) 6x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 5x_4$
(0) Nombre d'entrepôt	
Au total	$x_1 + x_2 = 1$
(1) Un Entrepôt par ville	$x_1.x_3 + x_2.x_4 = 1$
(2) Un entrepôt par ville	$x_1 \leq 1$
	$x_2 \leq 1$
(3) Une usine par ville	$x_3 \leq 1$
	$x_4 \leq 1$
(4) Coût totale	$5x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 10$
(5) Positivité	$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

## Données supposées binaires

		Rentabilité		variable		contrainte		limite	
Probleme n°3:Affecattion_Usi_Depot		6		x1:E->C	0 c1	1	1		
		4	usine	x2:E->J	1 c2	1	1		
	valeur binaire	9		x3:U->C	0 c3	5	10		
		5	depôt	x4:U->J	1 c4	Niveau solveur			
		optimum		9					



## Problème 4 : Fabrication

### I-Modélisation :

Fonction économique : (max)  $300x_1 + 200x_2$

i) Contraintes :

(0) disponibilité d'Amed  $6x_1 + 4x_2 \leq 40$

(1) disponibilité de Dounia  $8x_1 + 4x_2 \leq 40$

(2) disponibilité de Chamsi  $3x_1 + 3x_2 \leq 20$

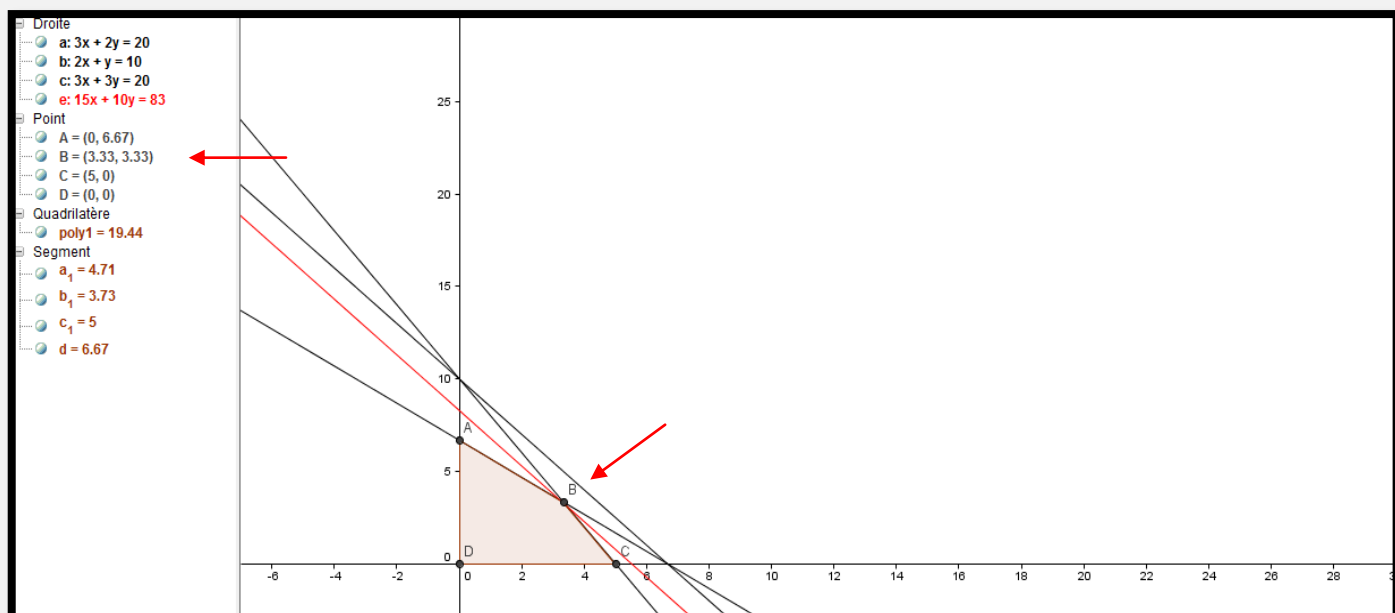
(3) positivité des variables  $x_1, x_2 \geq 0$

ii) Définition des variables :  $x_1$  : quantité produite d'horloge de Grand-père par semaine

$x_2$  : quantité produite d'horloge murale par semaine

### II-Résolution :

Problème n°4: Production limitée			variables		contrainte	32	40
			x1	x2		40	40
	valeur entière		4	2		18	20
			optimum			1600	
			valeur non entière			33,33333333	40
			x1	x2		40	40
			3,33333333	3,33333333		20	20
			optimum			1666,66667	



### III-Rapport de sensibilité :

Cellule	Nom	Finale Valeur	Réduit Coût	Objectif Coefficient	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$D\$7	X1	3,333333333	0	300	100	100
\$E\$7	X2	3,333333333	0	200	100	50

#### Contraintes

Cellule	Nom	Finale Valeur	Ombre Coût	Contrainte à droite	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$F\$9	C1	33,33333333	0	40	1E+30	6,666666667
\$F\$10	C2	40	25	40	13,33333333	13,33333333
\$F\$11	C3	20	33,33333333	20	10	5

C.1 : solution optimale du problème :  $x_1=10/3$  et  $x_2=10/3$

c.2 : valeur optimale du problème :  $10/3 \cdot (300) + 10/3 \cdot (200) = 1666 + 2/3$

C.3 : solution optimale du dual :  $C_1=0$   $C_2=25$   $C_3= 100/3$

C.4 : valeur optimale du dual :  $100/3 \cdot (0) + 40 \cdot (25) + 20 \cdot 100/3 = 1666 + 2/3$

C.5 : diminution acceptable sur le profit de l'horloge murale : 50 dollars

C.6 : augmentation acceptable sur le nombre d'heure de Chamsi : 10heures

## Problème 5 : Production

### I-Modélisation :

**Fonction économique :** (max)  $6x + 8y$

i) Contraintes :

- (0) Limitation de stock  $\frac{1}{2}x \leq 1000$   
 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y \leq 2000$   
 $\frac{1}{4}y \leq 500$
- (1) Positivité  $x, y \geq 0$

ii) Définition des variables :

x : quantité ensachée de « Doux réveil »

y : quantité ensachée « de Arôme velouté »

### II-Résolution :

Problème n°5: Production de café							
			x	y			
			2000	1333,33333			
					formule	membre droit	
	c1	0,5	0		1000	1000	
	c2	0,5	0,75		2000	2000	
	c3	0	0,25		333,333333	500	
	optimum	22666,6667					

Cellule	Nom	Finale Valeur	Réduit Coût	Objectif Coefficient	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$F\$86	x	2000	0	6	1E+30	0,666666667
\$G\$86	y	1333,333333	0	8	1	8

Cellule	Nom	Finale Valeur	Ombre Coût	Contrainte à droite	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$I\$88	c1 formule	1000	1,333333333	1000	1000	500
\$I\$89	c2 formule	2000	10,66666667	2000	500	1000
\$I\$90	c3 formule	333,3333333	0	500	1E+30	166,6666667

C-1 : Solution optimale du problème :  $x=2000$  et  $y=1333,3333$

C-2 : Valeur optimale du problème : 22666,6667

C-3 : solution optimale du dual problème :  $y_1=1000$ ,  $y_2=2000$  et  $y_3= 333,3333333$

C-4 : valeur optimale du dual problème :  $1000*1,333333333+2000*10,66666667=22666,6667$

C-5 : diminution admissible du profit pour le « doux réveil » : 0,666666667

C-6 : augmentation admissible de la quantité disponible du café colombien : 1E+30

## Problème 6 : Transport

### I-Modélisation

Pour approcher ce qui se passe en réalité, nous relaxons nos contraintes dans l'esprit où la production est limitée pour ne pas avoir des surstocks mais les quantités demandées peuvent varier tout en dépassant le nombre mentionné. On considère ici que la quantité produite est maximale et la quantité demandée est minimale. (même esprit que l'exercice 1)

- i) **Fonction économique :** (min)  $600x_1 + 400x_2 + 800x_3 + 900x_4 + 700x_5 + 600x_6$
- ii) **Contraintes :**
  - (0) Limitation des quantités demandées
    - $x_1 + x_2 \geq 300$
    - $x_3 + x_4 \geq 200$
    - $x_5 + x_6 \geq 400$
  - (1) Limitation des quantités produites
    - $x_1 + x_3 + x_5 \leq 400$
    - $x_2 + x_4 + x_6 \leq 500$
  - (2) Positivité des variables :  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$
- iii) **Définition des variables :**
  - X1 : quantité produite à l'usine U1 en direction du client C1
  - X2 : quantité produite à l'usine U2 en direction du client C1
  - X3 : quantité produite à l'usine U1 en direction du client C2
  - X4 : quantité produite à l'usine U2 en direction du client C2
  - X5 : quantité produite à l'usine U1 en direction du client C3
  - X6 : quantité produite à l'usine U2 en direction du client C3

### II-Résolution :

Problème n°6: transport									
	x1	x2	x3	x4	x5	x6			
	0	300	200	0	0	200	200		
								formule	membre droit
c1	1	1	0	0	0	0	0	300	300
c2	0	0	1	1	0	0	0	200	200
c3	0	0	0	0	0	1	1	400	400
c4	1	0	1	0	1	0	0	400	400
c5	0	1	0	1	0	0	1	500	500
	600	400	800	900	700	600			
optimum	540000								

### Utilisation de la méthode coin nord ouest :

Dans ce problème les quantités demandées sont égales aux quantités disponibles , nous procédons par méthode normal du coin nord ouest pour résoudre ce problème.

600	800	700	400
400	900	600	500
300	200	400	900

300	100		0
	100	400	0
0	0	0	

### Valeur optimale :

$$300*600+100*800+100*900+400*600=590\ 000$$

### Cellules variables

Cellule	Nom	Finale Valeur	Réduit Coût	Objectif Coefficient	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$E\$17	x1	0	100	600	1E+30	100
\$F\$17	x2	300	0	400	100	500
\$G\$17	x3	200	0	800	200	800
\$H\$17	x4	0	200	900	1E+30	200
\$I\$17	x5	200	0	700	100	100
\$J\$17	x6	200	0	600	100	100

### Contraintes

Cellule	Nom	Finale Valeur	Ombre Coût	Contrainte à droite	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$E\$18	C1 x1	300	500	300	0	200
\$E\$19	C2 x1	200	800	200	0	200
\$E\$20	c3 x1	400	700	400	0	200
\$E\$21	C4 x1	400	0	400	1E+30	0
\$E\$22	c5 x1	500	-100	500	200	0

C-1 : solution du primal : (x1=0,x2=300,x3=200,x4=0,x5=200,x6=200)

c-2 : valeur du primal :  $400 \cdot 300 + 800 \cdot 200 + 700 \cdot 200 + 200 \cdot 600 = 540\,000$

c-3 : solution du dual : (y1=500,y2=800,y3=700,y4=0,y5=-100)

c-4 : valeur du dual :  $300 \cdot 500 + 200 \cdot 800 + 400 \cdot 700 + 500 \cdot (-100) = 540\,000$

c-5 : diminution admissible du coût unitaire de livraison de U1 vers c3 : 100

c-6 : augmentation admissible du coût unitaire de livraison de U2 vers C2 : 1E+30

c-7 : diminution admissible de la quantité demandée de C2 : 200

# ANNEXE :

Nous avons choisit de réaliser quelques uns de ces problème en LP-SOLVE IDE permettant ainsi de comparer les résultats en matière de dégénérescence des solutions et notamment en matière de garder sens des contraintes et répondre le plus efficacement au problème .

Les documents sont sur le CD qui joint le rapport .

 Problème_N1_Transport	10/12/2015 23:40	LP File
 Problème_N2_Affectation	12/12/2015 17:46	LP File
 Problème_N3_Localisation	12/12/2015 18:55	LP File
 Problème_N4_Production	12/12/2015 18:58	LP File
 restaurateur_GLPK	09/12/2015 19:40	LP File

## REMARQUE :

- 1- Le LP-SOLVE IDE offre une solution moins dégénérée est plus optimale que celle retrouvée par le solveur Excel pour le problème de Transport n°1  
Valeur Excel : 49 000 avec 5 variables remises à 0 à l'optimum  
Valeur LP-SOLVE : 42 000 avec 4 variables remises à 0 à l'optimum
- 2- Pour le problème d'affectation n°2 , le LP-DOLVE IDE ne considère par les restriction sur un seul choix par ligne et par colonne , se qui l'emporte pour lui c'est l'optimalité de la solution mais on arrive pas a affecter un seul Employé à Une seule tâche et vis versa  
Valeur Excel : 28 avec une et une seule tâche pour chaque employé et un employé par tâche.  
Valeur LP-SOLVE IDE : 17 et avec une solution dégénérée ( aucun employé pour T1 et T2)
- 3- L'Exercice 4 par contre présente une similitude de convergence vers le même optimum par les deux solveurs.