

# Extension du schéma Verlet pour des accélérations angulaires ( $\alpha$ ) dépendant de la vitesse angulaire

Cas  $\alpha = \alpha(\theta, \dot{\theta}, t) = \alpha_1(\theta, t) + \alpha_2(\dot{\theta})$

$$\theta_{j+1} = \theta_j + \dot{\theta}_j \Delta t + \frac{1}{2} \alpha(\theta_j, \dot{\theta}_j, t_j) (\Delta t)^2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\theta) = \dot{\theta} \\ \frac{d}{dt}(\dot{\theta}) = \alpha \end{cases}$$

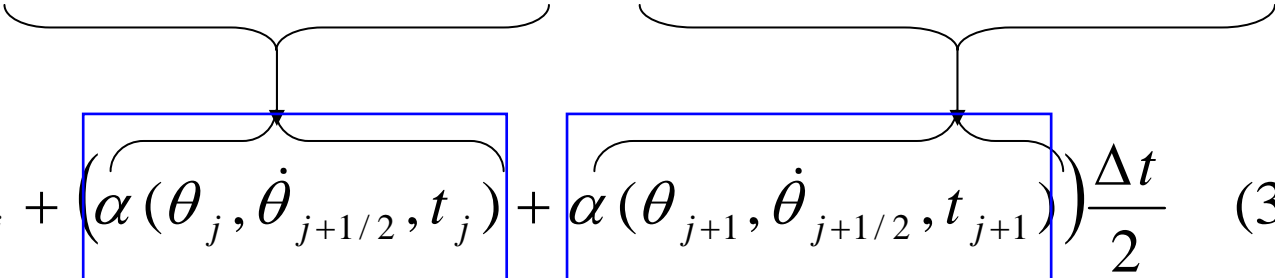
$$\dot{\theta}_{j+1/2} = \dot{\theta}_j + \frac{1}{2} \alpha(\theta_j, \dot{\theta}_j, t_j) \Delta t \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_{j+1} = \dot{\theta}_j + \frac{1}{2} (\alpha_1(\theta_j, t_j) + \alpha_1(\theta_{j+1}, t_{j+1})) \Delta t + \alpha_2(\dot{\theta}_{j+1/2}) \Delta t$$

En récrivant le dernier terme comme  $\alpha_2(\dot{\theta}_{j+1/2}) \frac{\Delta t}{2} + \alpha_2(\dot{\theta}_{j+1/2}) \frac{\Delta t}{2}$

Et en l'insérant dans le deuxième terme, on obtient:

## Extension Verlet (suite): pour l'Ex.3

$$\dot{\theta}_{j+1} = \dot{\theta}_j + \left( \alpha_1(\theta_j, t_j) + \alpha_2(\dot{\theta}_{j+1/2}) + \alpha_1(\theta_{j+1}, t_{j+1}) + \alpha_2(\dot{\theta}_{j+1/2}) \right) \frac{\Delta t}{2}$$

$$\dot{\theta}_{j+1} = \dot{\theta}_j + \left( \alpha(\theta_j, \dot{\theta}_{j+1/2}, t_j) + \alpha(\theta_{j+1}, \dot{\theta}_{j+1/2}, t_{j+1}) \right) \frac{\Delta t}{2} \quad (3)$$

Cette dernière expression permet ainsi de faire appel à une fonction  $\alpha$ , accélération angulaire, (appelée « force » dans `Pendulum.hpp`).  
On peut aussi formellement séparer la partie non-conservative (fonction « `force_nc` »)

Le schéma ainsi modifié, Eqs.(1)(2)(3), implique en tout 3 appels à la fonction « force »,  $\alpha(.,.,.)$ , avec des arguments différents, à chaque pas de temps.