

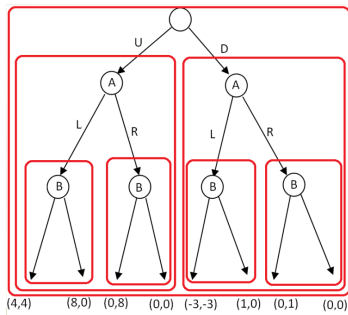
# 子博弈精炼纳什均衡

中国科学技术大学计算机学院

2023 年 10 月 24 日

# 子博弈

**定义：** 由一个动态博弈第一阶段以后的任一阶段开始的后续博弈阶段构成的，包含有初始信息集和进行博弈所需要的全部信息，能够自成一个博弈的原博弈的一部分，称为原动态博弈的一个“子博弈”。

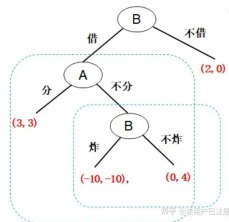


实际上，从博弈任何一个节点开始一直到博弈结束都可以看作一个子博弈。

**定义：**如果在一个具有完美信息的动态博弈中，各博弈方的策略构成的一个策略组合满足：(1) 它是原博弈的纳什均衡；(2) 在整个动态博弈及它的所有子博弈中都构成纳什均衡，那么这个策略组合称为该动态博弈的一个“子博弈精炼纳什均衡”。

**优势：**子博弈精炼纳什均衡与纳什均衡的根本不同之处，就是子博弈完美纳什均衡能够排除均衡策略中不可信的威胁或承诺，排除“不合理”、不稳定的纳什均衡，只留下真正稳定的纳什均衡，即子博弈精炼纳什均衡。它要求该行为下的策略选择所形成的均衡必须在所有子博弈中都是纳什均衡，这就排除了其中存在不可信行为选择的可能性，从而使留下的均衡策略在动态博弈分析中具有真正的稳定性。

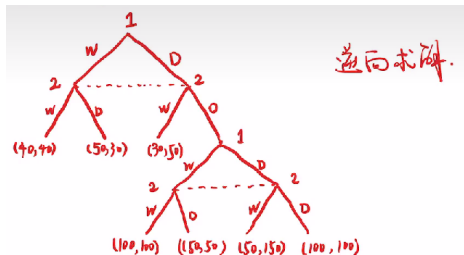
# 例子说明



以上面投资博弈为例，我们看这样一个策略组合：B 在第一阶段选择“借”，在第三阶段选择“炸”；而 A 在第二阶段选择“分”。虽然该策略是整个博弈的一个纳什均衡但这个策略组合中 B 的策略要求 B 在第三阶段单人子博弈中选择的“炸”策略不是该单人子博弈的一个纳什均衡，因为该单人子博弈的最优解，应该是“不炸”，否则 B 就是非理性的，这个策略组合就不是一个子博弈精练纳什均衡。

看另一个策略组合：B 在第一阶段选择“不借”，如果有第三阶段选择则选“不炸”甲如果有第二阶段选择则选“不分”。这是该动态博弈唯一的子博弈精练纳什均衡，因此也是这个博弈的真正稳定的均衡。

# 求解方法



**逆向归纳法 (Backward Induction)** 是求解子博弈精炼纳什均衡的最简便方法。在求解子博弈精炼纳什均衡时, 从最后一个子博弈开始逆推上去, 这就是逆向归纳法。所以逆向归纳法就是从动态博弈的最后一个阶段或最后一个子博弈开始, 逐步向前倒推以求解动态博弈均衡的方法。