

Interações e diagramas de Feynman e troca de partículas

Aula # 3.

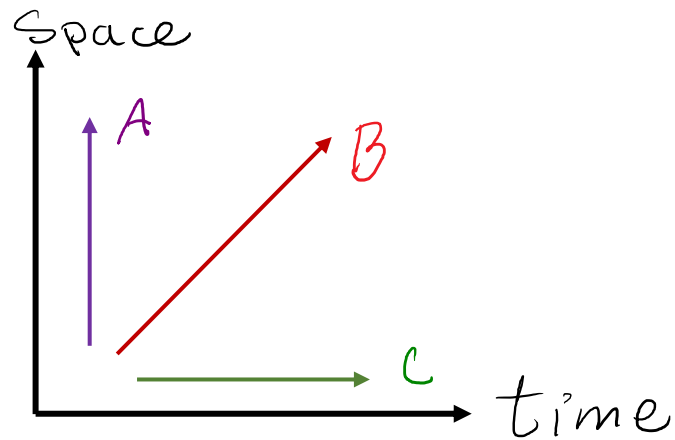
Professor: Farinaldo Queiroz

Estagiário de docência: Yoxara S Villamizar

Focus on:

Martin, Brian R., and Graham Shaw. Particle physics. John Wiley Sons, 2017. - Chapter 1, (Section 1.3 and 1.4)

DIAGRAMAS DE FEYNMAN



Vou colocar o estado de entrada no lado esquerdo e o estado de saída no lado direito.

A é à partícula em movimento dum ponto ao outro no espaço,

B corresponde à partícula movendo-se no espaço-tempo

C corresponde à partícula em repouso.

Diagramas de Feynman para QED

- O quadro momentum é conservado em cada vértice
 - A carga elétrica é conservada, $Q_e = -1$.
- Os números quânticos são conservados nos vertices

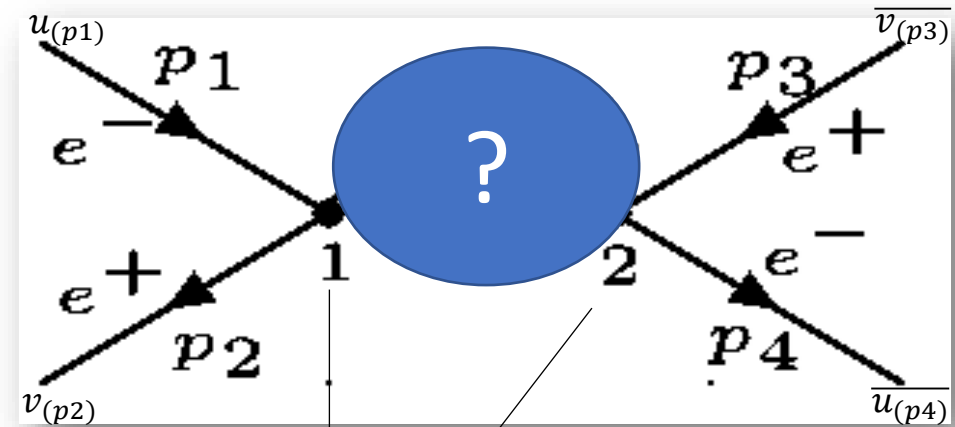
Partícula no estado inicial $u_{(p)}$

Partícula no estado final $\overline{u}_{(p)}$

Anti-partícula no estado inicial $\overline{v}_{(p)}$

Anti-partícula no estado final $v_{(p)}$

Propagador/partícula virtual: fóton.



O que indica a seta no diagrama?

Vértices

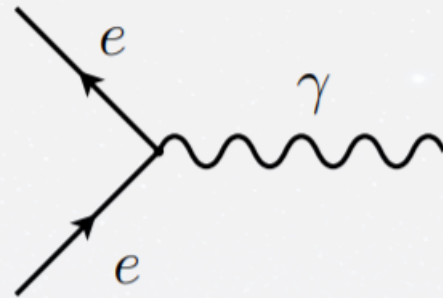
DIAGRAMAS DE FEYNMAN

Interação partícula relativista com o campo eletromagnético

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -eQ_e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu,$$

com carga Q_e

Na linguagem dos diagramas de Feynman



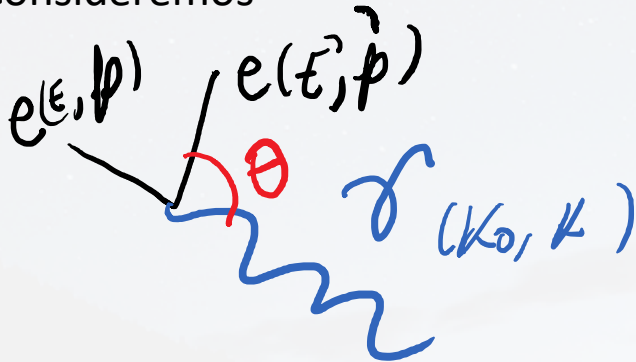
$$: -ieQ_e \gamma^\mu$$

Vértice, só para saber, verão mas em frente

Em uma teoria de campo, o potencial é criado através da emissão de um bóson vetorial, neste caso o fóton:

Exemplo:

Consideremos



$$\begin{pmatrix} E \\ p \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} E' + k_0 \\ p' + k \end{pmatrix}^2 \rightarrow \text{Depois da emissão do fóton.}$$

$$\frac{m_e^2}{E^2 - p^2} = (E' + k_0)^2 - (p' + k)^2$$

$$\begin{aligned}
 \cancel{m_e^2} &= \cancel{E'^2} + k_0^2 - \cancel{p'^2} - k^2 + 2(E'k_0 - p'k) \\
 &= \cancel{m_e^2} + \underbrace{m_\gamma^2}_{\text{zero}} + 2(E'k_0 - p'k)
 \end{aligned}$$

$$\cancel{E'k_0} = p'k = \cancel{p'k} \cos\theta \Rightarrow E' \leq p' \text{ } \} \text{ Conflito}$$

Portanto o foton pode ser virtual:

$$m_\gamma^2 = 2(p'k - E'k_0) \leq 0$$

A Conservação da energia é violada



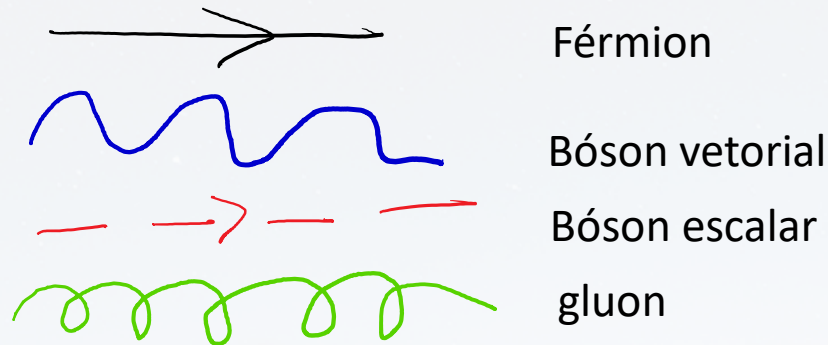
processos virtuais

Então:

O que podemos concluir disto?

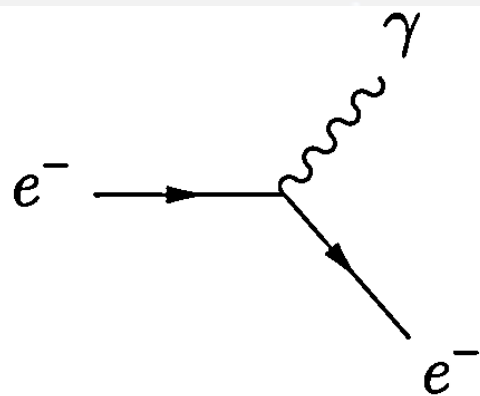
- A interação ocorre nos vértices.
- Em cada vértice a energia-momentum e números quânticos são conservados.
- As linhas que conectam 2 vértices são partículas virtuais, e como foi discutido não podem se propagar no espaço e no tempo.
- As linhas das partículas se podem propagar no espaço e no tempo, ou seja as linhas de propagação no espaço energia-momentum.

Temos outros tipos de linhas :

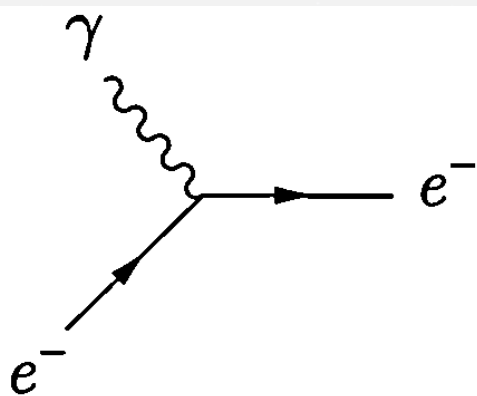


*Os Diagramas de Feynman foram introduzidos por Feynman na década de 1940 e agora são um dos pilares da física de partículas elementares.

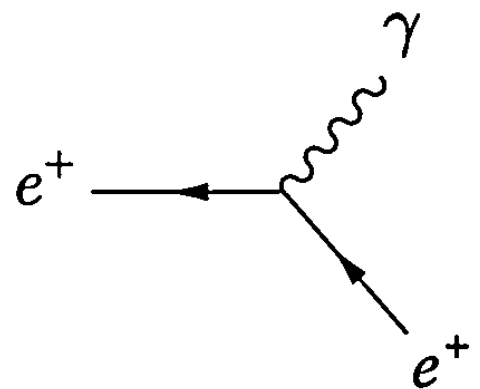
processos virtuais



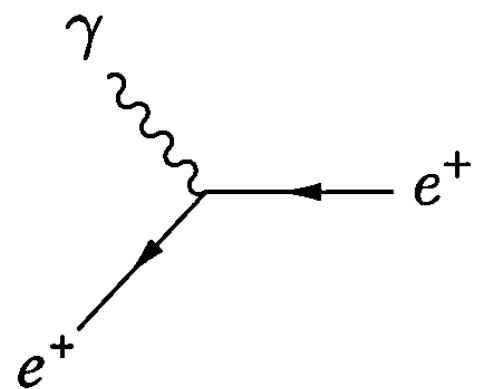
(a) $e^- \rightarrow e^- + \gamma$



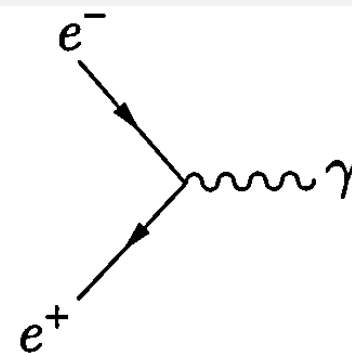
(b) $e^- + \gamma \rightarrow e^-$



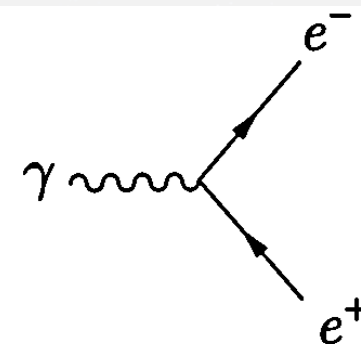
(c) $e^+ \rightarrow e^+ + \gamma$



(d) $e^+ + \gamma \rightarrow e^+$



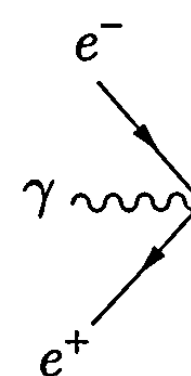
(e) $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$



(f) $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$



(g) $\text{vacuum} \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$



(h) $e^+ + e^- + \gamma \rightarrow \text{vacuum}$

Figure: Diagramas de Feynman para os oito processos básicos pelos quais elétrons e pósitrons interagem com fótons. Em todos esses diagramas, o tempo corre da esquerda para a direita, enquanto uma linha sólida com sua seta apontando para a direita (esquerda) indica um elétron (pósitron).

PROCESSOS REAIS

Para fazer um processo real, dois ou mais processos virtuais devem ser combinados de tal forma que a conservação de energia só seja violada por um curto período de tempo τ compatível com o princípio de incerteza de energia-tempo $\tau\Delta E \approx \hbar$

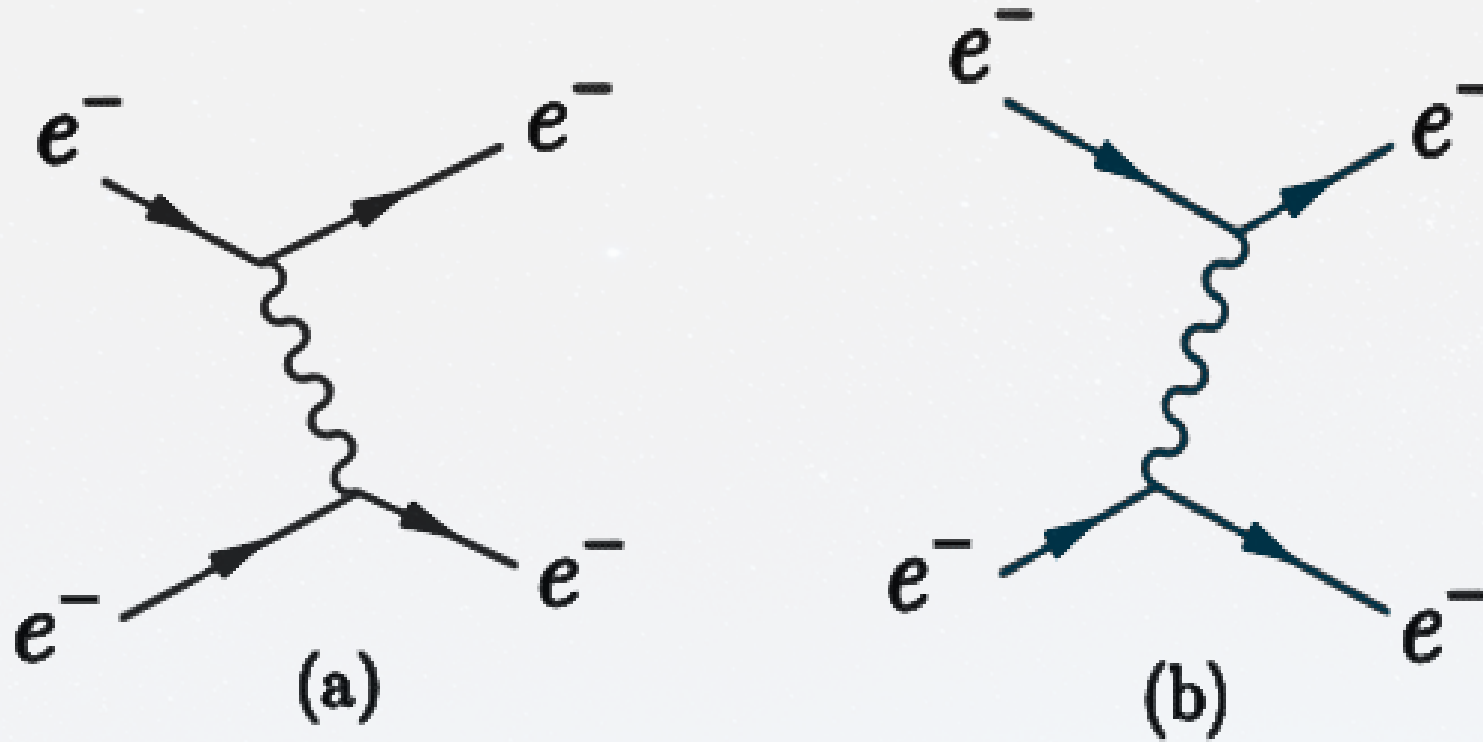


Figure: (a) Processo pelo qual um elétron emite um fóton que é subsequentemente absorvido por um segundo elétron. (b) O outro elétron emite o fóton trocado. Estes processos contribuem para o processo de espalhamento físico elástico $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$

Em particular, os estados inicial e final, que em princípio podem ser estudados no passado distante ($t \rightarrow -\infty$) e no futuro ($t \rightarrow +\infty$), respectivamente devem ter a mesma energia.

PRODUÇÃO E ANIQUILAÇÃO DO PAR ELÉTRON-PÓSITRON

- REAÇÕES $e^+ + e^- \rightarrow p\gamma$, com $p \geq 2$

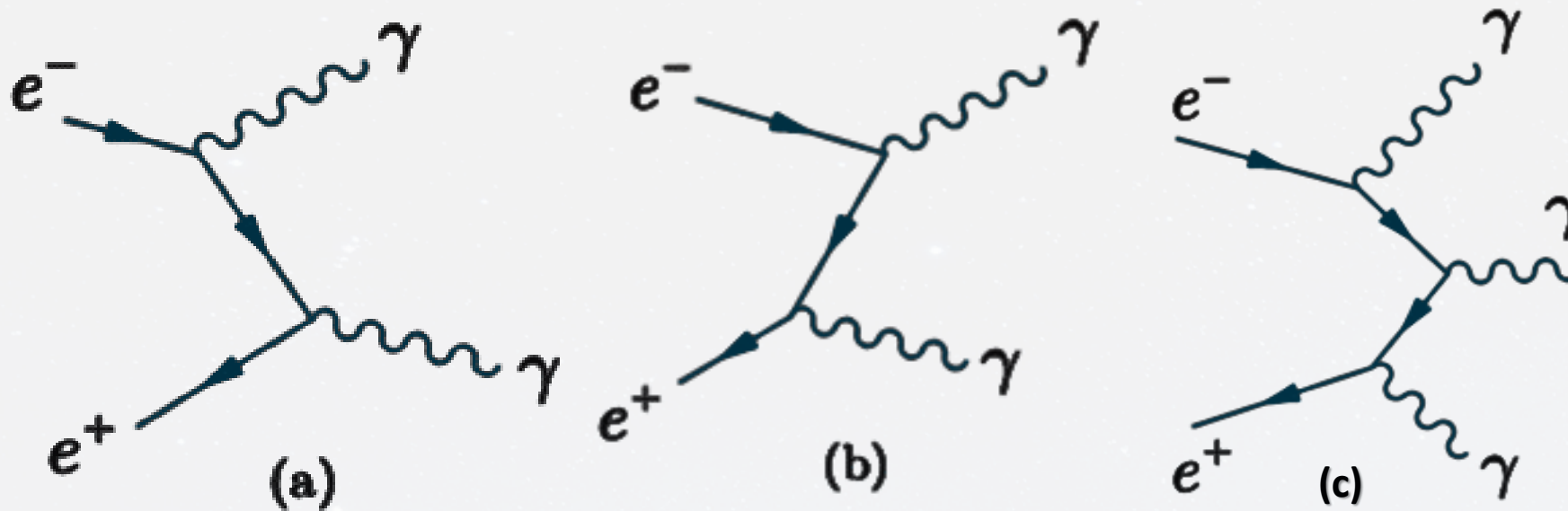


Figure: Na ordem mais baixa, (a) e (b) são processos para $p = 2$: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ (as duas ordenações de tempo possíveis foram mostradas) e (c) para $p = 3$: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma$ (uma das seis ordenações de tempo possíveis é mostrada, deixando as outras cinco implícitas).

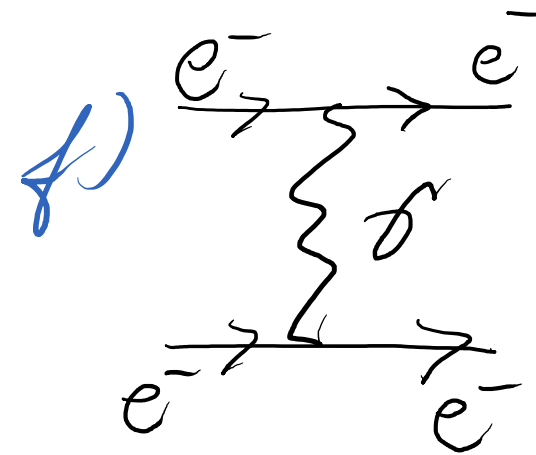
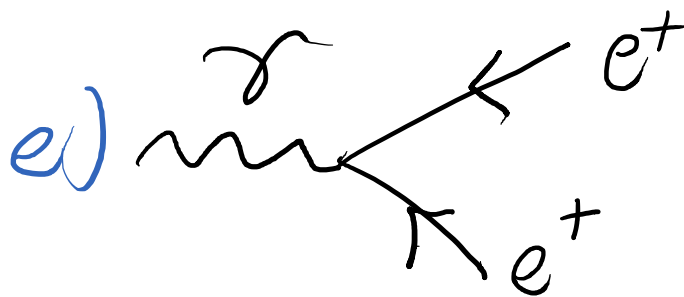
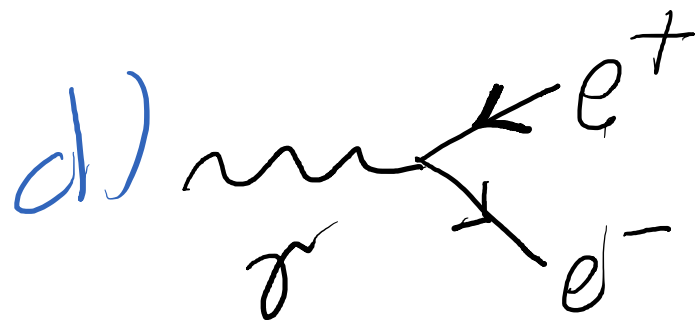
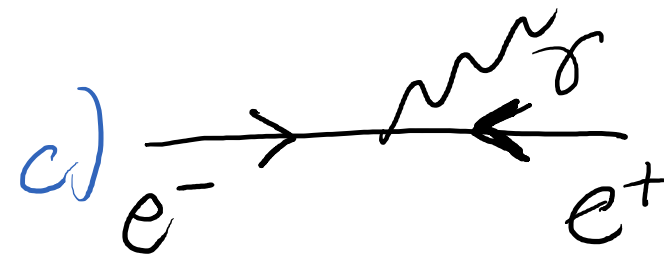
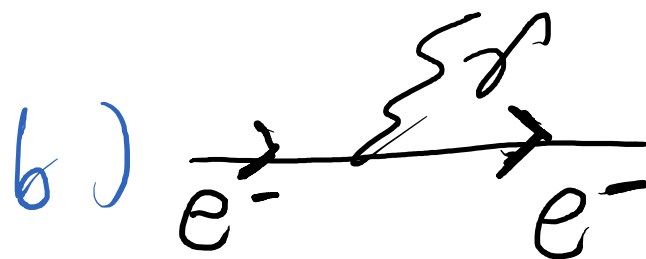
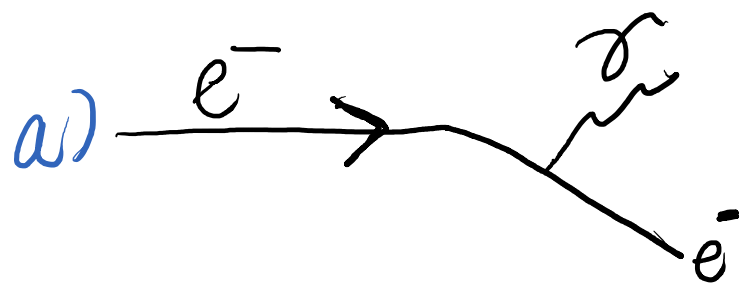
$$R \equiv \frac{\text{Rate}(e^+e^- \rightarrow 3\gamma)}{\text{Rate}(e^+e^- \rightarrow 2\gamma)} = O(\alpha)$$

Maneiras de ordenar o tempo = $p!$

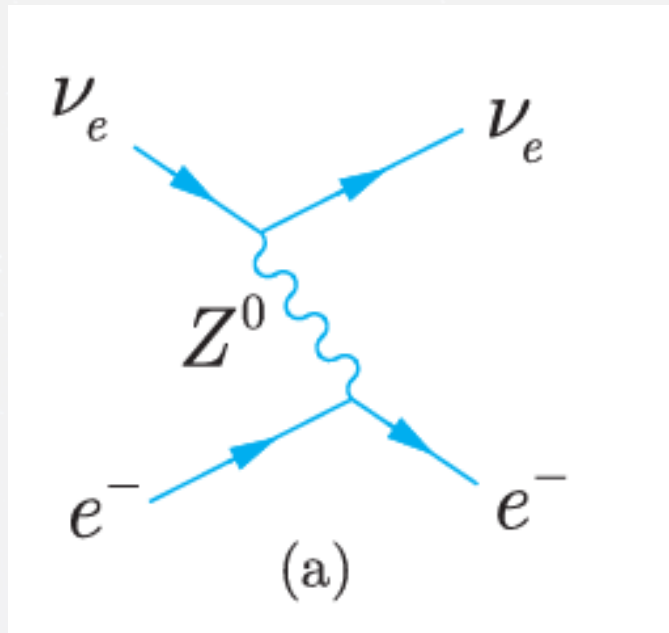
A probabilidade associada de ordem é α^p

EXERCÍCIO 2:

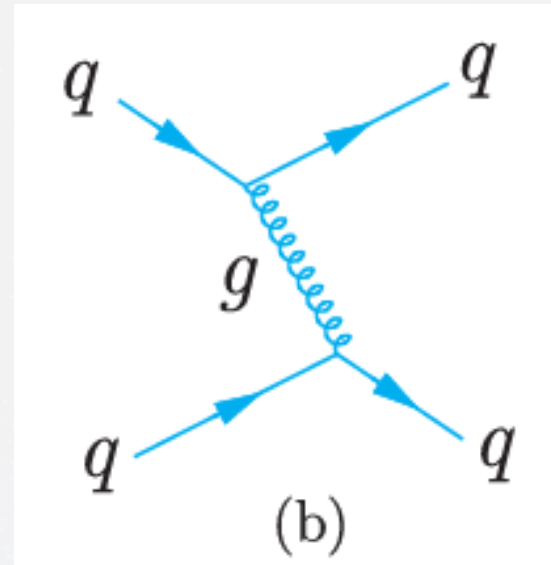
Quais dos seguintes processos são reais:



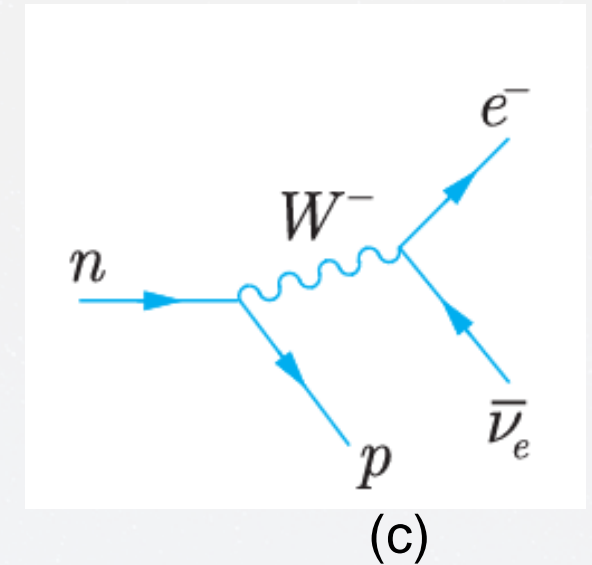
OUTROS PROCESSOS



$$e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$$



$$q + q \rightarrow q + q$$



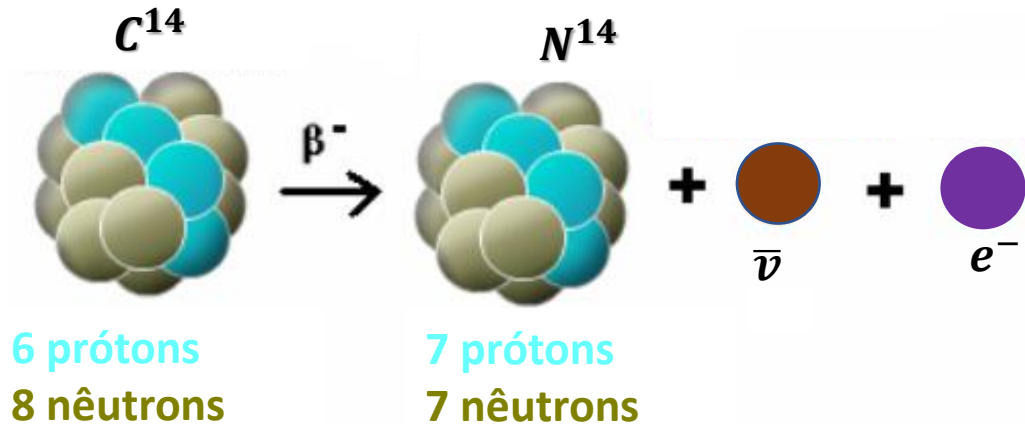
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

Figure: Contribuições de (a) troca de Z_0 para a reação de espalhamento fraco elástico, (b) contribuição de troca de glúon para a interação forte e (c) the decay of a neutron via an intermediate charged W boson.

Constante de acoplamento de Fermi: G_F

$$G_F / (\hbar c)^3 = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$$

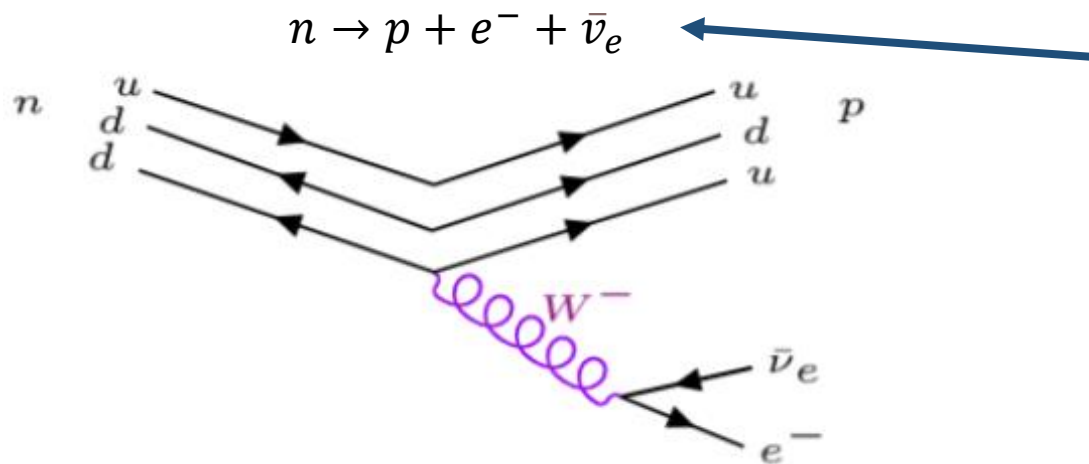
DECAIMENTO β



No decaimento beta, o número de prótons no núcleo é aumentado de uma unidade, enquanto que o de nêutrons diminui de uma unidade.

A proposta do neutrino foi apresentada por W. Pauli por meio de uma carta em 1930, onde se referirá a sua nova partícula como, o nêutron:

"... I have hit upon a desperate remedy to save the ... energy theorem. Namely the possibility that there could exist in the nuclei electrically neutral particles that I wish to call neutrons, which have spin 1/2 ... The mass of the neutron must be ... not larger than 0.01 proton mass. ... in β decay a neutron is emitted together with the electron, in such a way that the sum of the energies of neutron and electron is constant"



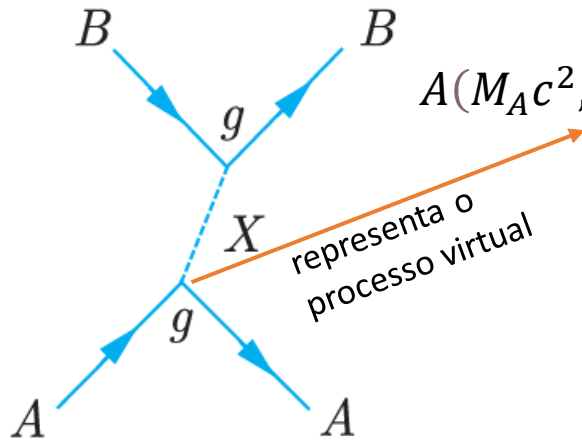
Em 1934, Pauli explica o espectro de elétrons contínuo do decaimento β como proposta para o neutrino. Nesse mesmo ano Fermi pegou a ideia de Pauli e desenvolveu uma teoria de campo para o decaimento β

$$\mathcal{L}_{\text{weak}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\Psi}_p \gamma_\mu \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \gamma^\mu \Psi_\nu)$$

O elétron emitido no decaimento β corresponde à transmutação de um nêutron em um próton, dentro do núcleo.

PARTICLE EXCHANGE

Espalhamento elástico



Com $E_A = (p^2 c^2 + M_A^2 c^4)^{1/2}$ e $E_X = (p^2 c^2 + M_X^2 c^4)^{1/2}$

$$A(M_A c^2, 0) \rightarrow A(E_A, \mathbf{p}) + X(E_X, -\mathbf{p}) \quad \text{com } p = |\mathbf{p}|$$

Calculo da violação da energia

A representa o nitrogênio

$$\begin{aligned} E_f &= E_X + E_A \\ E_i &= M_A c^2 \end{aligned}$$

Figure: Contribuição a reação $A + B \rightarrow A + B$ do intercambio da partícula X

$$\Delta E = E_f - E_i = E_X + E_A - M_A c^2 \quad \begin{cases} 2pc, & p \rightarrow \infty \\ M_X, & p \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\Delta E \geq M_X c^2 \quad \forall p$$

Pelo princípio da incerteza, tal violação de energia é permitida, $\Delta t \approx \hbar / \Delta E$, então:

$$\text{Alcance: } R \approx c \Delta t \equiv \hbar / M_X c,$$

Alcance pequeno \longrightarrow Força fraca

$$M_W = 80.4 \text{ GeV}/c^2$$

$$R_W \equiv \frac{\hbar}{M_W c} \approx 2 \times 10^{-3} \text{ fm} (1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m})$$

No limite em que MA se torna grande, podemos considerar B como sendo espalhado por um potencial estático do qual A é a fonte. Então, considerando X como um bóson de spin 0, caso em que obedecerá à equação de Klein-Gordon,

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \nabla^2 \phi(\mathbf{r}, t) + M_X^2 c^4 \phi(\mathbf{r}, t)$$

Podemos assumir um potencial estático: $\phi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r})$ e a solução esfericamente simétrica para a equação de Klein-Gordon seria,

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = \frac{M_X^2 c^2}{\hbar^2} \phi(\mathbf{r})$$

$$\text{com } M_X = 0 \rightarrow V(r) = -e\phi(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \text{ (Análogo com o eletromagnetismo)}$$

Onde $r = |\mathbf{r}|$.

EXERCÍCIO 3: No caso $M_X^2 \neq 0$, mostre: $V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-r/R}}{r}$

Solução

Tomando o termo radial da equação de Klein-Gordon equation,

$$\nabla^2 \phi - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \phi = 0$$

com $\phi = \phi(r) = V$ e escrevendo o Laplaciano em coordenadas esfericas,

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV}{dr} \right) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} V$$

Diferenciando o termo da esquerda,

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} V = 0. \text{ Introducindo } U = rV ,$$

Podemos ter: $\frac{d^2 U}{dr^2} = \frac{d}{dr} \left(V + r \frac{dV}{dr} \right) = 2 \frac{dV}{dr} + r \frac{d^2 V}{dr^2}$, reescrevendo

$$\frac{1}{r} \frac{d^2 U}{dr^2} - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \frac{U}{r} = \frac{d^2 U}{dr^2} - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} U = 0$$

Solução : $U = U_0 \exp \left(\pm \frac{mc}{\hbar} r \right) \rightarrow V = -\frac{k}{r} e^{-\frac{r}{R}}$

Processo	Observação
$\gamma + e^{-} \rightarrow \gamma + e^{-}$	Efeito Compton
$\mu^{-} + e^{-} \rightarrow \mu^{-} + e^{-}$	Em QED
$e^{-} + e^{+} \rightarrow e^{-} + e^{+}$	Difusão Bhabha
$e^{-} + \text{Núcleo}(Z) \rightarrow e^{-} + \text{Núcleo}(Z) + \gamma$	Bremsstrahlung
$e^{-} + e^{+} \rightarrow \gamma + \gamma$	Aniquilação de pares
$e^{-} + e^{-} \rightarrow e^{-} + e^{-}$	Difusão Möller
$\gamma + \gamma \rightarrow e^{-} + e^{+}$	Criação de pares
$\gamma + \text{Núcleo}(Z) \rightarrow \text{Núcleo}(Z) + e^{-} + e^{+}$	Criação de pares