

# 2025 年春 · 函数与优化、概率论、信息论作业

截止日期：2025 年 3 月 25 日（含）

手写扫描/导出为 PDF 或用 LaTeX 排版编译为 PDF 并发送至：wangyupei@mail.bnu.edu.cn

## 函数与优化部分

### 1. 函数求值

- 给定  $f(x) = 2x^3 - x + 5$ , 求  $f(1)$  和  $f(-2)$  的值;
- 给定  $g(x, y) = x^2y + 3xy - 4y^3$ , 求  $g(2, 3)$  和  $g(-1, 2)$  的值.

### 2. 求导数 计算下列函数的导数:

- $f(x) = 4x^5 - 3x^2 + \cos x$
- $g(x) = \ln(2x) + e^x$

### 3. 乘积法则与商法则

- 用乘积法则求  $h(x) = (x^2 + 1)(\sin x)$  的导数;
- 用商法则求  $k(x) = \frac{3x}{x^2 + 4}$  的导数.

### 4. 链式法则 求 $m(x) = \sqrt{5x^2 + 2}$ 的导数.

### 5. 求偏导数 计算下列函数的偏导数:

- $p(x, y) = 3x^2y + e^{xy}$ , 求  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ;
- $q(x, y) = \frac{x^3 + 2y}{y^2 - 1}$ , 求  $\frac{\partial q}{\partial y}$ .

### 6. 梯度计算 计算 $f(x, y) = x^3 + 2xy^2 - y$ 的梯度 $\nabla f$ , 并求在点 $(1, -1)$ 处的梯度值.

### 7. 梯度下降 使用梯度下降拟合回归模型 $y = wx + b$ . 已知观测数据点 $(x_0, y_0) = (2, 5)$ 、当前参数 $w = 1$ 、 $b = 0$ 、学习率 $\alpha = 0.01$ :

- 计算损失函数  $L = (y_{\text{pred}} - y_{\text{obs}})^2$  在点  $(2, 5)$  处的梯度. ( $y_{\text{pred}}$  表示模型的预测值,  $y_{\text{obs}}$  则表示观测值);
- 求进行一次参数更新后的  $w$  和  $b$  值.

## 概率与信息论部分

- 1. 概率基础** 抛一枚均匀硬币两次，求至少出现一次正面的概率.
- 2. 条件概率** 某城市下雨的概率为 30%，且雨天路上发生拥堵的概率为 80%. 如果非雨天拥堵概率为 20%，求某天拥堵时实际下雨的概率（复习条件概率的定义和计算公式，可以画出表格辅助计算和理解）.
- 3. 惊讶度** 比较两个事件的惊讶度：知名小说家 Wolsky Schönder 的作品中，字母“e”出现（概率 0.12）和字母“q”出现（概率 0.001）.
- 4. 交叉熵** 真实分布  $p = [1, 0]$ ，预测分布  $q = [0.6, 0.4]$ ，计算交叉熵  $H(p, q)$ . 如果预测分布为  $q = [0.4, 0.6]$  呢？
- 5. KL 散度** 计算真实分布  $p = [0.9, 0.1]$  和预测分布  $q = [0.8, 0.2]$  之间的 KL 散度  $D_{KL}(p \parallel q)$ .