

Övningsdugga 3

Tillåtna hjälpmedel

- Skrivmaterial och valfri miniräknare.
- Formelsamling som använts i kursen – *relevanta formler kommer skrivas upp på tavlan.*

Övrigt

Duggan påverkar inte betyg och examinationen i kursen, men den kan ge 0,5 bonuspoäng på ordinarie tentamen. För att få bonus krävs minst 3,5 poäng av maxpoängen 5,0 poäng.

Alla uppgifter kräver lösningar med redovisat svar (inklusive enhet där det behövs). Lycka till!

Uppgift 1 (1,0 poäng)

Betrakta följande funktion:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

- Derivera funktionen $f(x)$ och bestäm uttrycket för $f'(x)$.
- Bestäm var funktionen är stationär, dvs. lös $f'(x) = 0$.
- Avgör med hjälp av den andra derivatan om punkten är ett maximum eller minimum.
- Beräkna funktionens minsta/största värde, dvs. bestäm $f(x)$ i punkten då funktionen är stationär.
- Rita grafen till $f(x)$ för intervallet $0 \leq x \leq 5$. Markera extrempunkten och eventuella skärningar med axlarna.

Uppgift 2 (1,0 poäng)

Laddningen av en kondensator kan beskrivas med följande formel:

$$u(t) = 15(1 - e^{-0,2t}),$$

där

- $u(t)$ = spänningsfallet över kondensatorn vid tiden t ,
- t = tiden i sekunder.

- Derivera funktionen och bestäm uttrycket för $u'(t)$.
- Beräkna $u'(t)$ vid tiden $t = 3$ s, dvs. beräkna $u'(3)$.
- Beräkna om spänningsökningen/spänningsminskningen ökar eller minskar vid tiden $t = 3$ s, dvs. beräkna $u''(3)$.

Uppgift 3 (1,0 poäng)

Laddningen $q(t)$ som passerar genom en ledare inom ett tidsintervall $(0, t)$ kan beräknas via följande funktion:

$$q(t) = \int_0^t i(t) dt = [I(t)]_0^t,$$

där

- $q(t)$ är laddningen genom ledaren i C (*Coulomb*),
- $i(t)$ är strömmen som passerar genom ledaren i A (*Ampere*),
- $I(t)$ är den primitiva funktionen (obestämda integralen) av $i(t)$.

Strömmen $i(t)$ i en kondensator ges av följande funktion:

$$i(t) = 2e^{-0,5t}$$

där t är tiden i sekunder. Laddningen uppgår till 2 C vid start, dvs. $q(0) = 2$.

- Bestäm ett uttryck för den primitiva funktionen $I(t) = \int i(t) dt$, dvs. integrera utan att ange några gränser.
- Bestäm ett uttryck för kondensatorns laddning $q(t)$ genom att integrera över intervallet $[0, t]$.
- Bestäm integrationskonstanten C samt en formel för den totala laddningen $q_{tot}(t)$ i kondensatorn.
- Hur stor total laddning (inklusive startladdningen) har flödat in i kondensatorn efter 2 sekunder?

Uppgift 4 (1,0 poäng)

En krets matas med spänningen $U = 3 - j4 \text{ V}$. Kretsen har impedansen $Z = 2 + j2 \Omega$. Beräkna strömmen I som flödar genom kretsen med "Ohms lag", dvs. Ohms lag anpassad för komplexa tal:

$$I = \frac{U}{Z}$$

Ange strömmen både på rektangulär samt polär form.

Uppgift 5 (1,0 poäng)

En ström $i(t)$ i en växelströmskrets kan representeras av en fasor I , som på rektangulär form skrivs enligt nedan:

$$I = 10 - j5 \text{ mA}$$

- Rita ut fasorn I i det komplexa talplanet (x-axeln = reell del, y-axeln = imaginär del).
- Uttryck fasorn I på Eulers form, dvs. bestäm absolutbeloppet $|I|$ samt fasvinkeln δ så att $I = |I|e^{j\delta}$.
- Anta att strömmens frekvens $f = 50 \text{ Hz}$. Bestäm vinkelhastigheten ω .
- Skriv $i(t)$ som en tidsberoende funktion $i(t) = |I| * e^{j(\omega t + \delta)}$.