Övningar, derivata för vanligt förekommande funktioner

1. Derivera följande uttryck
   a. $f(x) = 3\sin(x)$
   b. $f(x) = 0{,}1e^x$
   c. $f(x) = e \cdot e^x$
   d. $f(x) = \ln(x) + e^x$
   e. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$
   f. $f(x) = \sqrt{x}$
   g. $f(x) = \ln(x) - 0{,}5\ln(x)$
   h. $f(x) = \ln(x^{0{,}5})$
   i. $f(x) = 4\sin(x) + 3\arccos(x)$
   j. $f(x) = \tan(x)$

2. Beräkna andraderivatan av uttrycken i 1.a, b, c, d, e, f och g.

3. Derivera $y(t) = \cos(t)$ och beräkna $y'(0)$ och $y'(\pi)$. Plotta upp $y(t)$ i ett diagram och tolka vad $y'(0)$ och $y'(\pi)$ innebär!

4. Derivera $y(x) = e^x$. Plotta även funktionen $y(x)$ i ett diagram.
   Finns det en maxpunkt eller minpunkt i diagrammet? Försök även lösa ekvationen $y'(x) = 0$ och tolka resultatet.

5. Derivera $y(x) = x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$ och rita upp både funktionen och dess derivata i ett diagram. Tolka resultatet i de punkter där $y'(x) = 0$.

Svar:

1. Derivatan av uttrycken är:
    a. $f'(x) = 3\cos(x)$
    b. $f'(x) = 0{,}1e^x$
    c. $f'(x) = e \cdot e^x$
    d. $f'(x) = \frac{1}{x} + e^x$
    e. $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}$
    f. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
    g. $f'(x) = \frac{1}{2x}$
    h. $f'(x) = \frac{1}{2x}$
    i. $f'(x) = 4\cos(x) - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$
    j. $f'(x) = 1 + \tan^2(x)$

2. 1.a-g har andraderivatorna
    a. $f''^{(x)} = -3\sin(x)$
    b. $f''(x) = 0{,}1e^x$
    c. $f''(x) = e \cdot e^x$
    d. $f''(x) = -\frac{1}{x^2} + e^x$
    e. $f''^{(x)} = \frac{2}{x^3} - \frac{6}{x^4}$
    f. $f''(x) = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$
    g. $f''(x) = -\frac{1}{2x^2}$

3. $y'(t) = -\sin(t)$
   $y'(0) = 0$ och $y'(\pi) = 0$. Att $y' = 0$ betyder att tangenten är 0 i dessa punkter. I dessa punkter visar diagrammet också att $y(t)$ har (lokal) maxpunkt respektive minpunkt.

4. $y'(x) = e^x$
   Funktionen har inget nollställe eftersom den växer kontinuerligt då x ökar. $e^x = 0$ saknar också en lösning.

5. $y'(x) = 4x^3 + 3x^2 - 22x - 9$
   Derivatan har sina nollställen där $y(x)$ har (lokala) max/min.