L18 – Typexempel med lösningsförslag

Samband mellan signalsignaler och fasor

Sinussignal => fasor

En sinussignal

$$i(t) = |I|\sin(wt + \delta)$$

kan omvandlas till motsvarande fasor

$$I = I_{re} + jI_{im},$$

där

$$I_{re} = |I|\cos\delta$$

samt

$$I_{im} = |I|\sin\delta$$

Fasor => sinussignal

En fasor

$$I = I_{re} + jI_{im}$$

kan omvandlas till motsvarande sinussignal

$$i(t) = |I|\sin(wt + \delta),$$

där

$$|I| = \sqrt{{I_{re}}^2 + {I_{im}}^2}$$

samt

$$\delta = tan^{-1}\frac{I_{im}}{I_{re}} \pm k\pi,$$

där

$$k = 0,1,2 \ldots n$$

1. I en seriekoppling med tre komponenter mäts växelspänningen över respektive komponent till:

$$u_1(t) = 2\sin(wt + 25°)\ V$$

$$u_2(t) = 5\sin(wt - 45°)\ V$$

$$u_3(t) = 1{,}5\sin(wt + 36°)\ V$$

Den totala spänningen i kretsen U_{tot} beräknas enligt nedan:

$$u_{tot}(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t)$$

a) Skriv om spänningarna $u_1(t)$, $u_2(t)$ samt $u_3(t)$ till fasor U_1, U_2 samt U_3 i komplex rektangulär form.
b) Beräkna fasorsumman $U_{tot} = U_1 + U_2 + U_3$.
c) Rita ut fasorerna i det komplexa talplanet (x-axeln = reell del, y-axeln = imaginär del).
d) Omvandla tillbaka resultatet till en sinusformad spänning i tidsdomänen på följande form:

$$u_{tot}(t) = |U_{tot}|\sin(wt + \delta_{tot})$$

Lösning

a) Vi omvandlar sinusspänningarna till motsvarande fasor en efter en:

$$U_1 = 2\cos(25°) + j2\sin(25°) \approx 1{,}81 + j0{,}85\ V$$

$$U_2 = 5\cos(-45°) + j5\sin(-45°) \approx 3{,}54 - j3{,}54\ V$$

$$U_3 = 1{,}5\cos(36°) + j1{,}5\sin(36°) \approx 1{,}21 + j0{,}88\ V$$

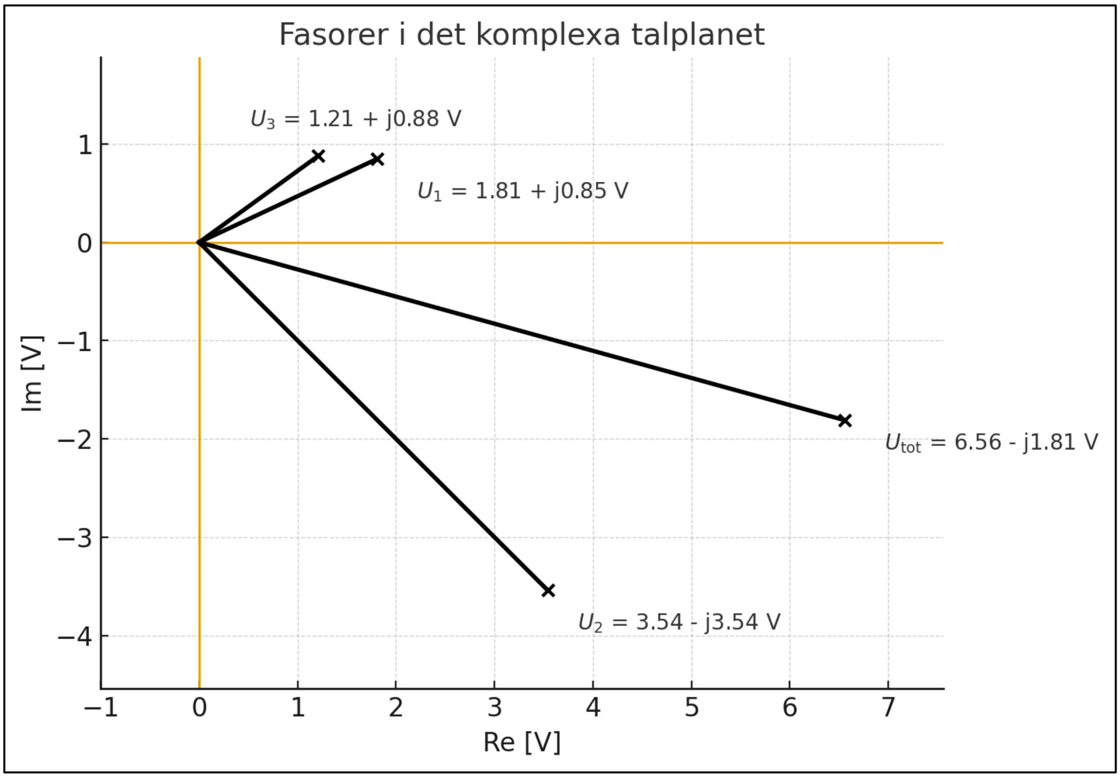
b) Vi beräknar fasorsumman U_{tot} genom att addera de beräknade fasorerna U_1, U_2 samt U_3:

$$U_{tot} \approx 1{,}81 + j0{,}85 + 3{,}54 - j3{,}54 + 1{,}21 + j0{,}88,$$

vilket kan skrivas om till

$$U_{tot} \approx 6{,}56 - j1{,}81\ V$$

c) Vi ritar ut fasorerna i det komplexa talplanet enligt nedanstående figur:



Figur 1: Fasorer U_1, U_2, U_3 samt U_{tot} i det komplexa talplanet.

d) Vi omvandlar fasorsumman U_{tot} till motsvarande sinusformad spänning i tidsdomänen:

$$u_{tot}(t) = |U_{tot}| \sin(wt + \delta_{tot}),$$

där

$$|U_{tot}| \approx \sqrt{6{,}56^2 + (-1{,}81)^2} \approx 6{,}81\ V$$

samt

$$\delta_{tot} = tan^{-1}\frac{-1{,}81}{6{,}56} \pm k\pi \approx -14{,}9° \pm k\pi$$

där

$$k = 0{,}1{,}2 \ldots n$$

Eftersom U_{tot} ligger i fjärde kvadranten ($270° \leq \delta_b \leq 360°$) samt att $-14{,}9° = 360° - 14{,}9° = 345{,}1°$ är den beräknade fasvinkeln δ_{tot} korrekt.

Därmed kan sinusspänningen $u_{tot}(t)$ uttryckas enligt nedan:

$$u_{tot}(t) \approx 6{,}81 \sin(wt - 14{,}9°)\ V$$