1.4 - Växelström

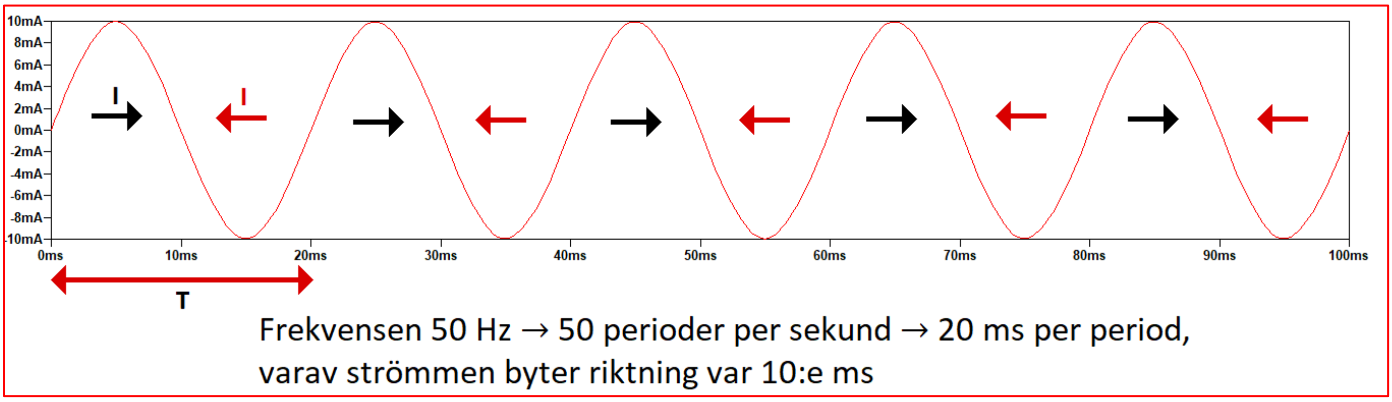
1.4.1 - Introduktion

- De strömmar och spänningar vi sett hittills har endast haft en riktning, så kallad likström (*DC, Direct Current*). Det finns också strömmar och spänningar som byter riktning med en viss frekvens, växelström (*AC, Alternate Current*).

- Växelströmmar- och spänningar används främst för deras förmåga att omvandlas från en nivå till en annan, vilket görs i transformatorer. En del komponenter tål inte heller likström, exempelvis vanliga högtalare. Av dessa två anledningar så används växelström i våra elnät fram till våra eluttag. För de komponenter som lämpar sig bäst med likström, exempelvis datorer, så omvandlas strömmen från växelström till likström i nätaggregatet, en process som kallas likriktning.

- I texten nedan så beskrivs främst växelströmmar, men exakt samma princip gäller för växelspänningar. I de flesta fall så kommer växelspänningarnas och växelströmmarnas faskurvor (sinuskurvor) vara likadana, med skillnaden att de kommer ha olika topp-till-topp-värden samt att de mäts i olika enheter.

- Växelströmmar har en viss frekvens, som indikerar hur många gånger per sekund som strömmen byter riktning och tillbaka per sekund. Den tid som det tar för strömmen att byta riktning fram och tillbaka till ursprungsläget kallas en period, se intervallet märkt T nedan. Växelströmmen från våra eluttag har en frekvens på 50 Hz, vilket betyder att det sker 50 sådana perioder per sekund. Strömmens periodtid är då en femtiondel av en sekund, alltså 1 / 50 = 20 ms. Som synes i figuren nedan så byter strömmen riktning två gånger per period, vilket medför att strömmen byter riktning 100 gånger per sekund.



Faskurva på en växelström, vars frekvens är 50 Hz och topp-till-topp-värdet är ± 10 mA. En sån här faskurva kallas sinuskurva och innebär att strömmen byter riktning 100 gånger per sekund, alltså var 10:e ms.

- Följande formel visar sambandet mellan frekvensen och periodtiden:

$$f = \frac{1}{T},$$

där f är frekvensen och T är periodtiden. Frekvensen mäts i Hertz (Hz) och periodtiden (T) mäts i sekunder (s).

1.4.2 - Effektivvärdet av växelspänningar och växelströmmar som genomsnittsvärde över tid

- Som synes av sinuskurvorna på föregående sida så varierar storleken på växelströmmen samt växelspänningen över tid. Hur kommer det sig då att vi säger att växelspänningen i våra enfasuttag är 230 V? Varierar inte denna över tid? Faktum är att växelspänningen i våra enfasuttag har en amplitud (toppvärde) på ca 325 V; därmed så når sinuskurvan som högst ca 325 V och som minst -325 V; därmed så varierar växelspänningen i våra enfasuttag från ca ± 325 V över tid.

- Faktum är att 230 V är genomsnittsvärdet på växelspänningen i våra enfasuttag över tid; om vi slog ut denna spännings medelvärde över tid så hade alltså denna blivit 230 V. Därmed så kan vi tänka att växelspänningen i våra enfasuttag fungerar som en likström på 230 V över tid. Växelspänningens genomsnittsvärde över tid kallas inom elektroteknik för dess effektivvärde och inom matematik dess kvadratiska medelvärde, eller *RMS (Root Mean Square*, vilket betyder kvadratiskt medelvärde).

- Genom att utgå från växelspänningens amplitud (toppvärde) |U| så får man fram spänningens effektivvärde U_{RMS} via formeln

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}},$$

  där U_{RMS} är växelspänningens effektivvärde och |U| är dess amplitud (toppvärde).

- Därmed så ser vi att effektivvärdet U_{RMS} på växelspänningen U i våra eluttag, vars amplitud |U| är ungefär lika med 325 V är lika med 230 V, eftersom

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}} \approx \frac{325}{\sqrt{2}} \approx 230\ V$$

- 230 V är alltså genomsnittsvärdet av växelspänningen i våra enfasuttag över tid, som i praktiken varierar mellan ca ± 325 V över tid.

- Formeln ovan gäller givetvis även för en given växelström I, vars effektivvärde I_{RMS} kan härledas med formeln

$$I_{RMS} = \frac{|I|}{\sqrt{2}},$$

  där I_{RMS} är strömmens effektivvärde och |I| är dess amplitud (toppvärde). Därmed så fungerar effektivvärdet av växelströmmar på samma sätt som växelspänningar; i detta avsnitt behandlas dock endast växelspänningars effektivvärde.

- En given växelspännings effektivvärde U_{RMS} indikerar dess genomsnittsvärde över tid; därmed så varierar inte U_{RMS} över, vilket gör effektivvärdet jämförbart med en vanlig likspänning; via effektivvärdet blir därmed växelspänningen jämförbar med en likspänning istället för en sinusstorhet. Därför kan samma regler och lagar som gäller för likspänning och likströmskretsar appliceras på en given växelspänning via dess effektivvärde.

- Att ersätta en given växelspänning U med dess effektivvärde U_{RMS} förenklar drastiskt beräkningar av kretsar vid växelström, då vi kan utföra beräkningar som vid likström, istället för att behöva beräkna sinusstorheter, komplexa tal och dylikt som kräver relativt avancerade matematikkunskaper.

- Effektivvärdet U_{RMS} kan också sägas vara lika den likspänning som hade orsakat samma genomsnittliga effektförbrukning genom en given resistiv last som växelspänningen U; för en given resistiv last så kommer alltså växelspänningen U samt effektivvärdet U_{RMS} orsaka identisk effektförbrukning genom lasten. Därmed så är effektivvärdet U_{RMS} samt växelspänningen U jämförbara.

- För mer information om växelspänning som en sinusstorhet, se Appendix A längre fram i kapitlet. För härledning av växelspänningens effektivvärde, se bilaga B.

1.4.3 Sammanfattning av växelspänningars och växelströmmars effektivvärde

- En given växelspännings effektivvärde U_{RMS} indikerar denna spännings genomsnittsvärde över tid, vilket gör växelspänningen jämförbar med en vanlig likspänning; därför kan samma regler och lagar som gäller för likspänning och likströmskretsar appliceras på en given växelspänning via dess effektivvärde, istället för komplex matematik.

- En given växelspänning U:s effektivvärde U_{RMS} kan beräknas med formeln

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}},$$

  där U_{RMS} är växelspänningens effektivvärde (genomsnittsvärde) och |U| är dess amplitud (toppvärde).

- Att ersätta en given växelspänning U med dess effektivvärde U_{RMS} förenklar drastiskt beräkningar av kretsar vid växelström, då vi kan utföra beräkningar med samma lagar och regler som gäller vid likström, istället för att behöva utföra beräkningar med sinusstorheter, komplexa tal och dylikt, som kräver relativt avancerade matematikkunskaper.

- Samma princip gäller även för likströmmar: En given växelströms effektivvärde I_{RMS} indikerar dess genomsnittsvärde, vilket gör växelströmmen jämförbar med en vanlig likström; därför kan samma regler och lagar som gäller för likspänning och likströmskretsar appliceras på en given växelström via dess effektivvärde.

- En given växelström I:s effektivvärde I_{RMS} beräknas precis som effektivvärdet av växelspänningar med formeln

$$I_{RMS} = \frac{|I|}{\sqrt{2}},$$

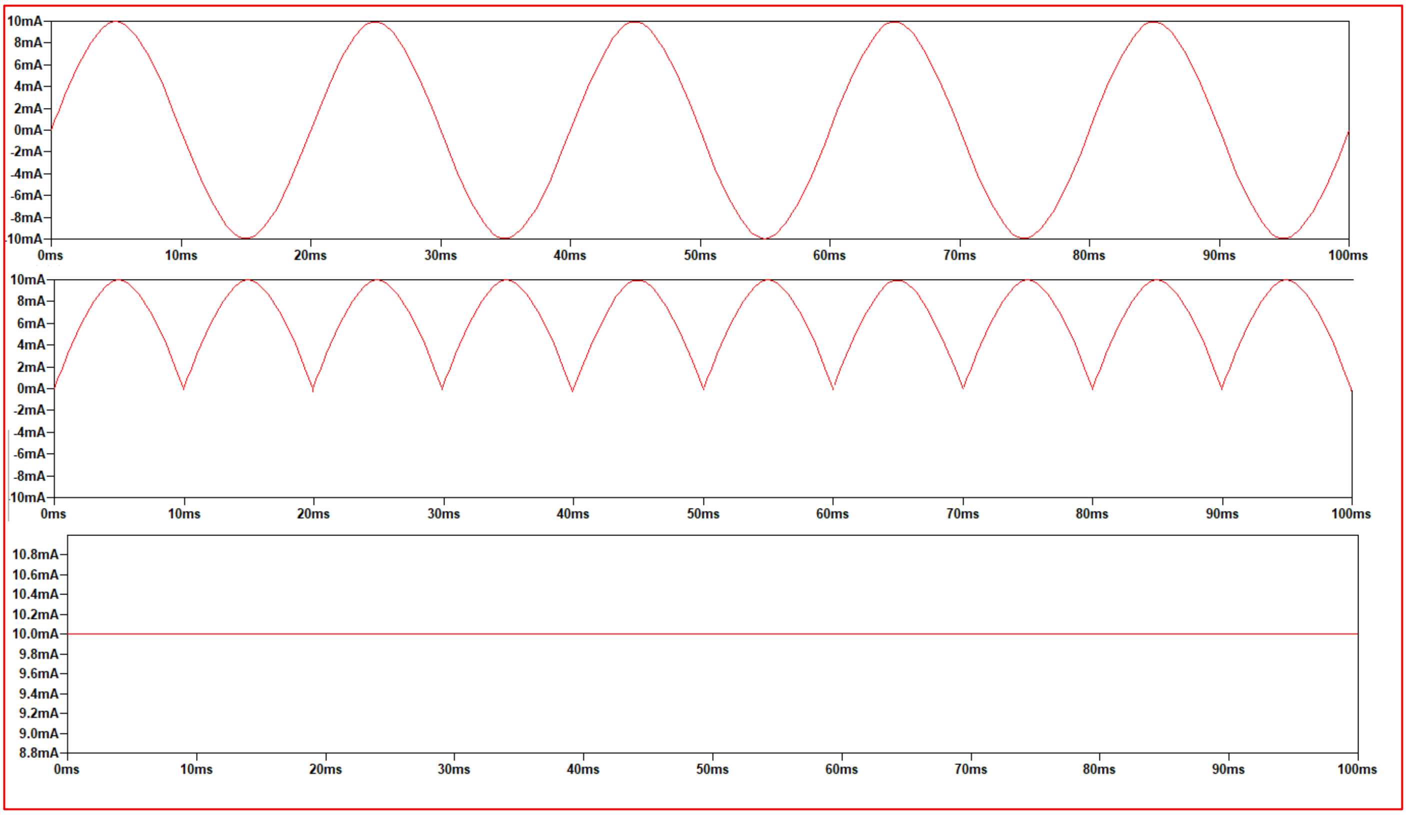
  där I_{RMS} är växelströmmens effektivvärde (genomsnittsvärde) och |I| är dess amplitud (toppvärde).

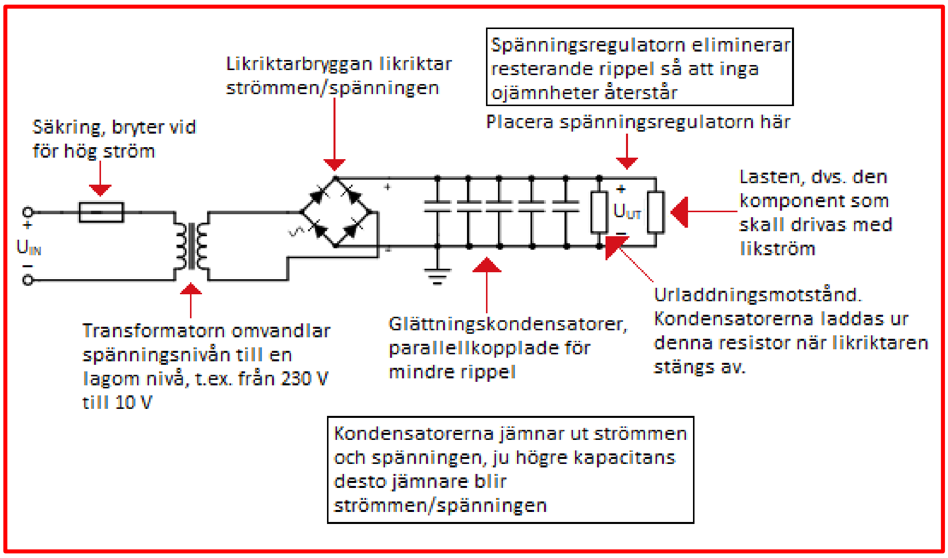
- Precis som för växelspänningar så kan beräkningar av kretsar vid växelström förenklas avsevärt genom att ersätta en given växelström I med dess effektivvärde I_{RMS}. Detta medför att vi kan utföra beräkningar av kretsar på samma sätt som vid likström; istället för att behöva beräkna sinusstorheter, komplexa tal och dylikt som kräver relativt avancerade matematikkunskaper, så kan vi istället applicera de lagar vi tidigare använda för likströmskretsar.

1.4.4 Likriktning och glättning av spänning och ström

- Växelström- och spänning används för dess förmåga att transformeras, vilket medför att man enkelt kan åstadkomma en lämplig spänning för olika apparater och maskiner. Men om apparaterna matades med en växelström som den översta figuren nedan så skulle dessa apparater byta riktning 100 gånger per sekund.

- För att få strömmen att hela tiden flöda i samma riktning så används likriktare, främst helvågslikriktare, som ser till att den negativa delen av strömmarna och spänningarna blir inverterade. Därmed så blir växelströmmen likriktad och får då faskurvan i mitten nedan. Notera att strömmen nu inte understiger noll, vilket medför att strömmen inte byter riktning. Dock är den mycket ojämn. Dessa ojämnheter kallas rippel. Om vi drev en apparat med denna ström så skulle denna apparat förmodligen gå mycket ojämnt. Därmed så måste ripplet (ojämnheterna) reduceras, vilket man lätt kan åstadkomma genom att tillsätta en eller flera stora kondensatorer parallellt med lasten. Eftersom dessa kondensatorer jämnar ut, eller glättar strömmen, så kallas dessa vanligtvis glättningskondensatorer.





Helvågsliktare, som används för att likrikta växelström via likriktarbryggan, för att sedan jämna ut ojämnheterna med glättningskondensatorer samt eventuellt en spänningsregulator.

1.4.5 Glättning för att minska rippel (ojämnheter) i den likriktade spänningen (och strömmen)

- Vi skall nu gå igenom hur ojämnheterna i den likriktade spänningen jämnas ut. Denna process kallas glättning. I detta exempel skall vi istället visa hur ripplet i en likriktad spänning kan reduceras med glättningskondensatorer. Dock gäller exakt samma principer för glättning av likström.

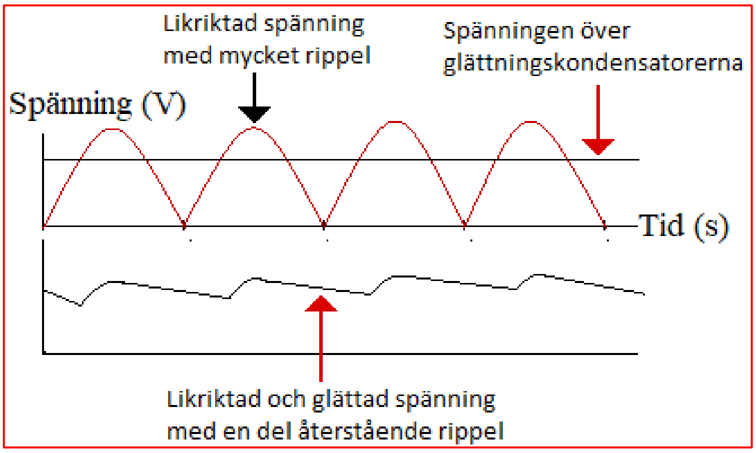
- I den översta av de tre figurerna till höger så ser man både likriktarspänningen och kondensatorspänningen. När likriktarspänningen stiger så kommer den vid en viss tidpunkt överstiga kondensatorspänningen. Då kommer kondensatorn laddas upp med av likriktarspänningen, vilket medför att toppen på sinuskurvan inte blir lika hög.

- När likriktarspänningen sedan minskar så kommer den efter en viss tidpunkt att understiga kondensatorspänningen. Då kommer kondensatorn urladdas och därmed frigöra energi, vilket medför att dalarna minskar. Därmed så kommer topparna och dalarna till stor del försvinna. Lite rippel (ojämnheter) kvarstår dock, som kan elimineras av en så kallad spänningsregulator vid behov. Dock är denna komponent ofta mer komplex än hela likriktaren, särskilt om det är en större sådan, så om det går så brukar man oftast strunta i spänningsregulator, exempelvis vid likriktning för audioförstärkare.

- Den resulterade likspänningen är ungefär lika med växelspänningens tidigare medelvärde, som vi tidigare såg kallas växelspänningens effektivvärde U_{RMS} och kan beräknas med formeln

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}},$$

där U_{RMS} är växelspänningens effektivvärde (genomsnittsvärde) och |U| är dess amplitud (toppvärde).



Glättningsprocessen av en likriktad spänning. Glättningskondensatorerna fungerar som Robin Hood; de tar från de rika och ger till de fattiga. När den likriktade spänningen överstiger spänningen över glättningskondensatorerna så kommer dessa lagra energi, vilket leder till att topparna minskar.

När den likriktade spänningen sedan understiger spänningen över glättningskondensatorerna så släpper dessa ut den lagrade energin, vilket medför att dalarna försvinner. Därmed så jämnas spänningen ut till den nedre figuren ovan.

Den kvarvarande spänningen är i princip lika med växelspänningens effektivvärde (genomsnittsvärde) U_{RMS}, bortsett från de kvarvarande ojämnheterna (ripplet). Ripplet kan reduceras genom att vi använder fler eller större glättningskondensatorer alternativt att vi använder en spänningsregulator.

Appendix A: Växelspänning som en sinusstorhet

- *Detta avsnitt är en matematisk fördjupningsdel om växelspänning som en sinusstorhet, vilket kräver relativt avancerad matematikkunskap.*

- En vanlig växelspänning U följer en vanlig sinuskurva och kan därför uttryckas som en sinusstorhet:

$$U = |U| * \sin(wt + \varphi),$$

  där |U| är växelspänningens amplitud, w är dess vinkelfrekvens, t är den aktuella tidpunkten och φ är dess fasvinkel.

- Växelspänningens vinkelfrekvens w samt frekvens f har följande samband:

$$w = 2\pi f,$$

  vilket betyder att vinkelfrekvensen w alltså är lika med frekvensen f multiplicerat med en faktor 2π.

- Fasvinkeln φ indikerar hur många grader som spänningen U ligger före strömmen I i fas, där periodtiden T motsvarar ett helt varv, alltså 360°, på en cirkel. Att spänningen U och strömmen I ej är i fas sker på grund av att den aktuella kretsens impedans (motståndet) inte enbart består av vanlig resistans (från resistorer), utan även så kallad reaktans (frekvensberoende motstånd från så kallade spolar och kondensatorer).

- Som exempel, en positiv fasvinkel på exempelvis 30° indikerar att spänningen U ligger 30° före strömmen I i fas, medan -30° indikerar att spänningen U ligger 30° efter strömmen I. En fasvinkel på 0° betyder att spänningen U och strömmen I ligger i fas, vilket är fallet vid rent vid rent resistiva impedanser, som de kretsar vi har sett hittills.

- Det är mycket vanligt att fasvinkeln φ (samt andra vinklar) uttrycks i radianer istället för grader, där 2π rad motsvarar 360°, som i sin tur motsvarar tidsperioden T:

$$2\pi \; rad = 360° \rightarrow motsvarar \; tidsperioden \; T$$

Sinussignaler som periodiska signaler:

- När det gäller sinussignaler så är det värt att komma ihåg att dessa är periodiska, vilket betyder att signalerna upprepar sig med växelspänningens periodtid T. Detta betyder att spänningen u(t) vid tidpunkten t är lika med spänningen u(t + T) en period senare:

$$u(t) = u(T + t),$$

  där t är den aktuella tidpunkten och T är periodtiden.

- Detsamma gäller även efter två, tre, fyra eller fler perioder; spänningen kommer alltid upprepa sig, oavsett antalet perioder som passerar.

- Vi kan därmed utveckla formeln ovan för att gälla för n perioder:

$$u(t) = u(nT + t),$$

  där t är den aktuella tidpunkten, n är antalet perioder som passerar och T är periodtiden.

- Inom matematik så härleds sinussignaler med en så kallad enhetscirkel, där signalerna rör sig klockvis runt cirkeln. Ett varv på denna enhetscirkel motsvarar då en period; cirkeln upprepar sig varje varv på enhetscirkeln, alltså efter 360°, precis som att signalen upprepar sig varje tidsperiod T. Därmed så motsvaras periodtiden T av 360° på enhetscirkeln.

$$Tidsperioden\ T \ \rightarrow 360°\ på\ enhetscirkeln$$

- Som vi såg tidigare så uttrycks vinklar ofta i radianer istället för grader, där 2π rad motsvarar 360°, alltså ett helt varv på enhetscirkeln:

$$2\pi = 360°\ på\ enhetscirkeln \rightarrow motsvarar\ tidsperioden\ T$$

  vilket medför att tidsperioden T motsvarar 2π rad:

$$Tidsperioden\ T \ \rightarrow 2\pi\ rad\ på\ enhetscirkeln$$

- Kontinuerliga signaler kan även uttryckas via en given vinkel v samt periodtiden T, som i detta fall skrivs ut som 360° eller 2π rad. Vinkeln v indikerar då hur många grader som har passerat vid tidpunkten t, där 360° kommer ha passerat efter en period, vilket ger.

$$v = \frac{t}{T} * 360°,$$

  där v är vinkeln, t är tidpunkten och T är periodtiden.

- Som exempel, efter halva periodtiden har passerat, alltså tidpunkten

$$t = \frac{T}{2},$$

  så kommer ett halvt varv på enhetscirkeln passerat, alltså 360° / 2 = 180°, vilket stämmer rent intuitivt, men kan också beräknas genom att

$$v = \frac{t}{T} * 360° = \frac{\left(\frac{T}{2}\right)}{T} * 360° = \frac{1}{2} * 360° = 180°$$

- Detta betyder att spänningen vid en given tidpunkt u(v) är lika med spänningen u(360° + v) en period senare:

$$u(v) = u(360° + v),$$

där t är den aktuella tidpunkten och T är periodtiden.

- Precis som vi såg tidigare så kommer spänningen även upprepa sig efter två, tre eller fler perioder. Vi utvecklas därför formeln ovan till

$$u(v) = u(n * 360° + v),$$

där n indikerar antalet perioder som passerar; efter n perioder så kommer spänningen upprepa sig, där n är ett heltal.

- Uttryckt i radianer (2π rad = 360°) så blir formeln ovan därmed

$$u(v) = u(n * 2\pi + v),$$

- Detta gäller för alla typer av sinussignaler, inte bara spänningar. För en given fasvinkel v gäller därmed att

$$\sin v = \sin(n * 360° + v),$$

där v är fasvinkeln, n indikerar antalet period som passerat och 360° motsvarar periodtiden T.

- Som exempel, efter exempelvis två perioder, då n = 2, så ser vi därmed att sinuskurvan upprepar sig, vilket medför att

$$\sin v = \sin(2 * 360° + v) = \sin(v + 720°),$$

samt ett tre perioder (då n = 3), vilket innebär att

$$\sin v = \sin(3 * 360° + v) = \sin(v + 1080°)$$

- Eftersom en given växelspänning U kan härleda med formeln

$$U = |U| * \sin(wt + \varphi),$$

Där |U| är växelspänningens amplitud, w är dess vinkelfrekvens, t är den aktuella tidpunkten och φ är dess fasvinkel, som i detta fall motsvarar den tidigare nämnda vinkeln v.

- Genom att ersätta vinkelfrekvensen w med

$$w = 2\pi f$$

där f är växelspänningens frekvens, som i sig kan ersättas med

$$f = \frac{1}{T},$$

där T är växelspänningens periodtid T, så får vi

$$w = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- Därmed så kan formeln för växelspänningen U transformeras till

$$U = |U| * \sin\left(2\pi * \frac{t}{T} + \varphi\right),$$

där |U| är växelspänningens amplitud, t är den aktuella tidpunkten, T är växelspänningens periodtid och φ är dess fasvinkel.

Appendix B: Härledning av växelspänningens effektivvärde U_{RMS}

- För att härleda växelspänningens effektivvärde U_{RMS} kan härledas genom integrering växelspänningens absolutbelopp under en period med formeln

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (|U| * \sin(wt+\varphi))^2 dt} = \sqrt{\frac{|U|^2}{T}\int_0^T (sin^2(wt+\varphi))dt},$$

vilket ger

$$U_{RMS} = |U|\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (sin^2(wt+\varphi))dt}$$

- Vi kan eliminera kvadratuttrycket över sinusdelen av formeln ovan med trigonometriska regler:

$$sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2},$$

vilket medför att

$$sin^2(wt+\varphi) = \frac{1-cos(2(wt+\varphi))}{2} = \frac{1-\cos(2wt+2\varphi)}{2}$$

- Därmed så kan formeln ovan transformeras till

$$U_{RMS} = |U|\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (sin^2(wt+\varphi))dt} = |U|\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{1-\cos(2wt+2\varphi)}{2}\right)dt},$$

som vidare kan förenklas till

$$U_{RMS} = |U|\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{1}{2}-\frac{cos(2wt+2\varphi)}{2}\right)dt = |U|\sqrt{\frac{1}{2T}\int_0^T (1-\cos(2wt+2\varphi)d\,t =}}$$

$$|U|\sqrt{\frac{1}{2T}\left[t-\frac{sin(2wt+2\varphi)}{2w}\right]_0^T} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left[t-\frac{sin(2wt+2\varphi)}{2w}\right]_0^T}$$

- Genom fortsatt integrering så får vi

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left[t-\frac{sin(2wt+2\varphi)}{2w}\right]_0^T} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left(\left[T-\frac{sin(2wT+2\varphi)}{2w}\right]-\left[0-\frac{sin(2w*0+2\varphi)}{2w}\right]\right)},$$

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left(T-\frac{sin(2wT+2\varphi)}{2w}+\frac{sin(2\varphi)}{2w}\right)} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left(T+\frac{sin(2\varphi)-sin(2wT+2\varphi)}{2w}\right)}$$

där

$$sin(2wT+2\varphi) = sin(2\varphi)\,,$$

eftersom

$$2wT = 2*2\pi fT = 4\pi,$$

vilket medför att

$$sin(2wT+2\varphi) = sin(4\pi+2\varphi) = sin(2*2\pi+2\varphi)$$

- Som vi såg tidigare så gäller att sinuskurvan upprepar sig med periodtiden T, vilket motsvarar 360° eller 2π rad på en enhetscirkel. Uttryckt i radianer så såg vi därmed att följande formel visar sambandet mellan sinuskurvans upprepande:

$$sin\, v = sin(n * 2\pi + v),$$

där v är en given vinkel och n är antalet perioder som har passerat sedan start. Genom att sätta in våra värden i formeln ovan så ser vi att två perioder n har passerat

$$n = 2,$$

samt att vinkel v ersätts med den dubbla fasvinkeln 2φ:

$$v = 2\varphi$$

- Därmed så gäller att sin(4π + 2φ) = sin (2φ), eftersom

$$sin(4\pi + 2\varphi) = sin(2 * 2\pi + 2\varphi) = \sin(n * 2\pi + 2\varphi) = \sin\,(2\varphi)$$

- Därmed så kan vi förenkla formeln för U_{RMS} ovan till

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left(T + \frac{sin(2\varphi) - sin(2wT + 2\varphi)}{2w}\right)} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left(T + \frac{sin(2\varphi) - sin(2\varphi)}{2w}\right)} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left(T + \frac{0}{2w}\right)},$$

vilket medför att

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T} * T} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{T}{T}} = \frac{|U|}{\sqrt{2}} * \sqrt{1} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}$$

- Därmed ser vi att växelspänningens effektivvärde U_{RMS} är lika med växelspänningens amplitud |U| dividerat med roten ur två:

$$U_{RMS} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}$$