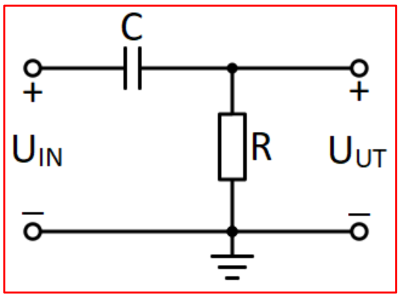
2.2 - Högpass RC-filter

2.2.1 - Dimensionering av olastat högpass RC-filter



Högpass RC-filter, som dämpar signaler vars frekvens understiger filtrets så kallade brytfrekvensen (högpassfilter betyder att höga frekvenser passerar).

På grund av att kondensatorn C ansluts i serie med insignalen U_{IN} så kommer lågfrekventa insignaler, såsom likström, att dämpas.

- I högpassfilter så placeras kondensatorn C i serie med insignalen U_{IN}, vilket medför att lågfrekventa insignaler (egentligen lågfrekventa inströmmar), såsom likström, dämpas och/eller spärras. Det är på grund av denna anledning som så kallade avkopplingskondensatorer används på högtalares in- samt utgångar.

- Högpass RC-filtrets brytfrekvens f_c kan beräknas med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

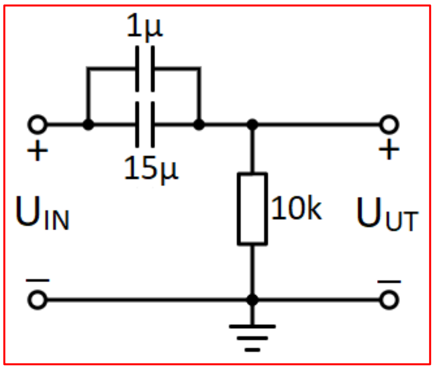
där f_c är brytfrekvensen, R är filterresistorns resistans och C är filterkondensatorns kapacitans.

- Därmed så är brytfrekvensen kraftigt beroende av filterkondensatorns samt filterresistorns respektive storlek. Som exempel, anta att vi skall dimensionera ett högpass RC-filter vars brytfrekvens f_c är lika med 1 Hz:

$$f_c = 1\ Hz$$

- Det är mycket vanligt att använda ett högpassfilter vars brytfrekvens ligger mellan 0,5–5 Hz på ingången till förstärkare, då likström kan förstöra högtalaren, samtidigt som vi vill släppa igenom alla hörbara frekvenser.

- På grund av att vi människor kan höra frekvenser ned till ca 20 Hz så sätter vi därför brytfrekvensen f_c långt under 20 Hz, eftersom högpassfiltret inte är perfekt; även signalen något ovanför brytfrekvensen blir dämpade något, så om vi hade satt brytfrekvensen f_c på 20 Hz så hade det varit möjligt att basfrekvenser hade blivit dämpade till en viss grad.



Färdigdimensionerat högpass RC-filter, vars brytfrekvens f_c ligger omkring 1 Hz; därmed dämpas frekvenser under 1 Hz, medan övriga frekvenser släpps igenom.

Dock fungerar inte högpassfiltret inte perfekt, vilket medför att frekvenser strax ovanför brytfrekvensen, exempelvis 1–10 Hz, också kommer dämpas något.

En kondensator på 1 µF placeras parallellt med filterkondensatorn C för att förbikoppla filterkondensatorns ekvivalenta serieresistans (ESR) och serieinduktans (ESL).

- Eftersom vi skall dimensionera två komponenter så kan vi välja en av dem valfritt och därefter dimensionera den andra utefter detta. Vi väljer därför att sätta filterresistorn R till 10 kΩ:

$$R = 10\ k\Omega$$

- Då återstår bara att välja en lämplig filterkondensator C för ändamålet. Genom att transformera formeln för brytfrekvensen f_c ovan så kan ett lämpligt värde på filterkondensatorn C beräknas med formeln

$$C = \frac{1}{2\pi R * f_c}$$

- Eftersom vi har satt filterresistorn R till 10 kΩ och brytfrekvensen f_c till 1 Hz så bör vi därmed använda en filterkondensator C vars kapacitans ligger omkring 16 µF, eftersom

$$C = \frac{1}{2\pi * 10k * 1} \approx 16\ \mu F$$

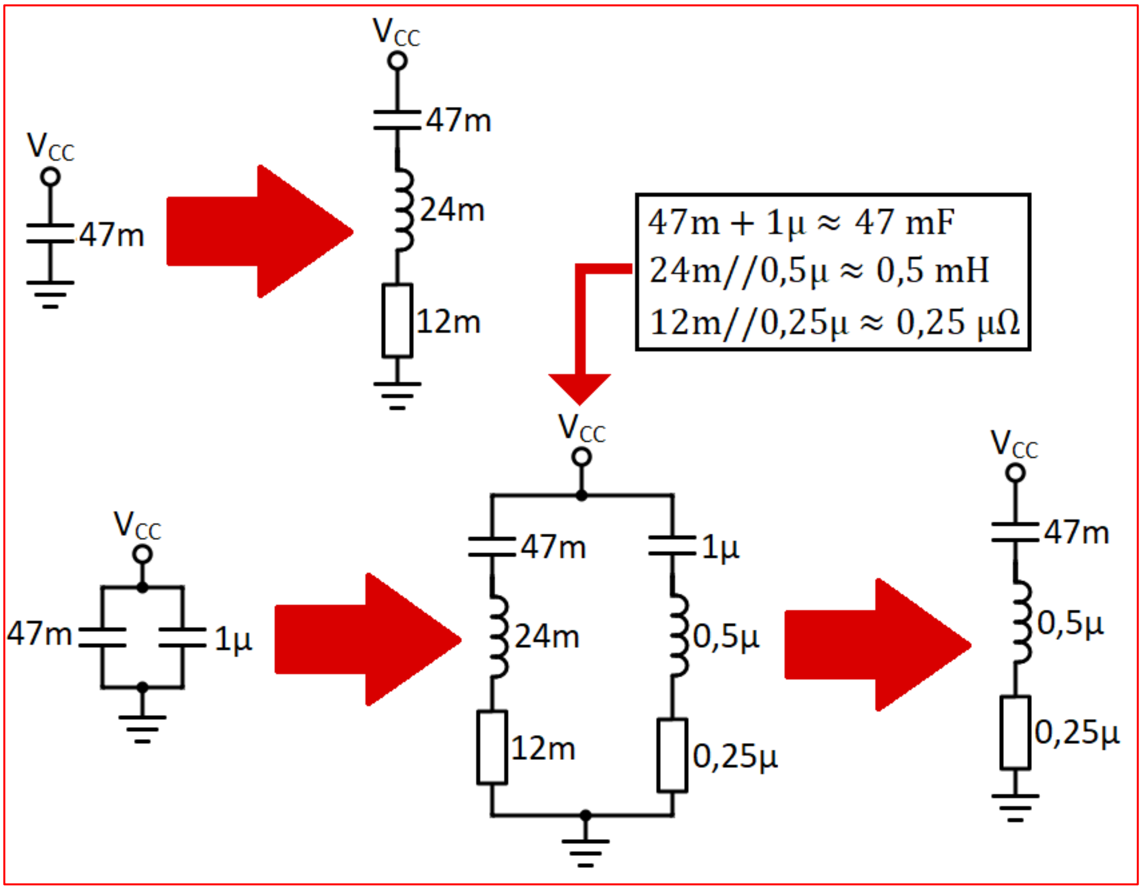
- Närmaste standardvärde på kondensatorer är 15 µF, som vi därför använder; brytfrekvensen f_c blir då något högre än 1 Hz (ca 1,06 Hz) men detta gör ingenting.

$$C = 15\ \mu F$$

- Precis som vi har sett tidigare så bör en kondensator mellan 0,1–1 µF placeras parallellt med filterkondensatorn C, såsom i figuren till höger, för att förbikoppla filterkondensatorns ekvivalenta serieresistans (ESR) samt serieinduktans (ESL), som annars kan medföra ett relativt högt spänningsfall hamnar över kondensatorn, vilket minskar utspänningen U_{UT}, samtidigt som det kan leda till ökade förlusteffekter. Vi väljer därför att använda en kondensator på 1 µF, eftersom vi ideellt vi tidigare beräknade att vi helst skulle använda en filterkondensator C på ca 16 µF; via parallellkopplingen så blir därmed den totala kapacitansen i filtret 16 µF.

- Samtidigt så påverkas inte den totala filterkapacitansen nämnvärt av 1 µF:s kondensatorn, då ersättningskapacitansen för parallellkopplade kondensatorer beräknas som summan av kondensatorernas individuella kapacitanser; därmed så blir ersättningskapacitansen lika med 15µ + 1µ = 16 µF, vilket medför att brytfrekvensen minskar något (till ca 0,995 Hz).

- Värt att notera är att högpassfiltret inte är helt linjärt, vilket medför att även signaler strax ovanför brytfrekvensen kan råka dämpas till en viss grad. Genom att sätta brytfrekvensen f_c nära 1 Hz så ser vi till att signaler i hörbarhetsområdet (20 Hz -20 kHz) inte dämpas. Istället så kan vi räkna med att signaler i frekvensområdet 1–10 Hz kommer dämpas något, medan signaler vid den nedre gränsen av hörbarhetsområdet (20 Hz) och över i princip blir opåverkade av högpassfiltret.



Vi parallellkopplar en keramisk kondensator på 1 µF för att minska påverkan av den större elektrolytkondensatorns ekvivalenta serieresistans (ESR) samt serieinduktans (ESL), som annars kan leda till höga förlusteffekter samt att utsignalen U_{UT} minskar på grund av att spänningsfallet över elektrolytkondensatorn (filterkondensatorn C) blir relativt högt och därmed "stjäl" spänning från utsignalen. Som vi har sett så fungerar parallellkopplade kondensatorer fysikaliskt sett på samma sätt som seriekopplade resistorer och spolar, det vill säga att ersättningskapacitansen C_p för två spolar är lika med summan av kondensatorernas respektive kapacitans, vilket i detta fall medför att C_p är lika med 15µ + 1µ = 16 µF.

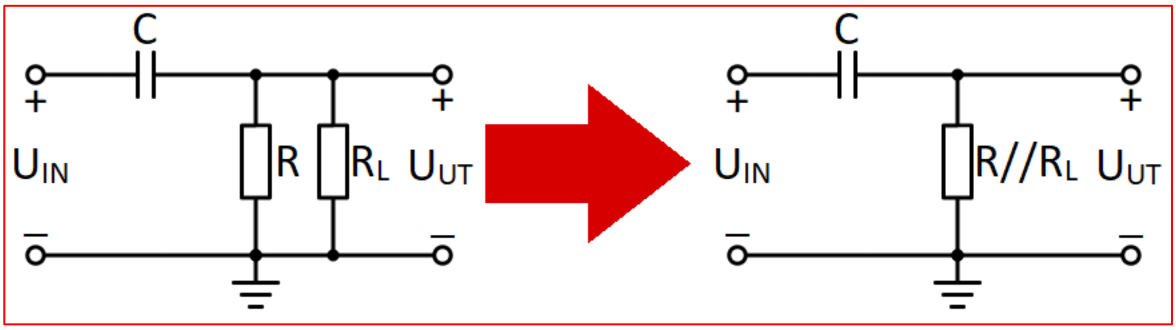
Parallellkopplingen medför dock att ESR samt ESL minskar med en faktor 15. Eftersom vi använder en kondensator på 1 µF, som är 15 gånger mindre än den större elektrolytkondensatorn, så kan vi anta att ESR samt ESL på den mindre kondensatorn är 15 gånger lägre än på filterkondensatorn C. Som vi har sett tidigare så är ersättningsresistansen R_p för parallellkopplade resistorer ungefär lika med den mindre resistorns resistans, förutsatt att denna är åtminstone tio gånger mindre än den större resistansen. Samma princip gäller för ersättningsinduktansen av parallellkopplade spolar, som är ungefär lika med induktansen av den mindre spolen, förutsatt att den mindre induktansen är åtminstone tio gånger mindre än den större induktansen ESL.

2.2.2 - Dimensionering av lastat högpass RC-filter

- Vanligtvis så efterföljs högpassfiltret av en eller flera ytterligare komponenter, såsom lågspassfilter eller förstärkare, vilket medför att högpassfiltret kommer vara lastad med en viss resistans (ibland också impedans, beroende på vilken komponent det gäller, men vi antar här att det är en resistans). Faktum är att efterföljande komponentens inresistans kommer utgöra en last, vars resistans vi kallar R_L (L står för last).

- Lastresistansen R_L kan tänkas vara ansluten parallellt med högpassfiltrets utgång, vilket medför att filterresistorn R och lastresistansen R_L utgör en parallellkoppling, se den vänstra figuren nedan. Vi kan därmed förenkla högpassfiltrets kretsschema genom att ersätta dessa resistanser med parallellresistansen $R//R_L$, såsom den högra figuren nedan.

- Efter förenklingen av högpassfiltrets kretsschema så efterliknar det lastade högpassfiltret utseendet av ett vanligt olastat högpassfilter. Den enda skillnaden är nu att filterresistorn R, som är placerad parallellt med utgången på ett olastat högpassfilter, har blivit ersatt med ersättningsresistansen $R//R_L$, vilket medför att vi måste räkna med $R//R_L$ där vi tidigare endast räknade med R, såsom i formeln för högpassfiltrets brytfrekvens f_c. Därmed så kan lastresistansen R_L medföra att högpassfiltrets brytfrekvens f_c påverkas, med detta beror på lastresistansen R_L:s storlek i förhållande till filterresistorn R.



Genom att förenkla kretsschemat på det lastade högpassfiltret så efterliknar det utseendet på ett vanligt olastat högpassfilter, med skillnaden att filterresistorn R nu har blivit ersatt av ersättningsresistansen $R//R_L$, vilket kan påverka filtrets brytfrekvens f_c, beroende på storleken på lastresistansen R_L i förhållande till filterresistorn R.

- Högpassfiltrets brytfrekvens f_c i lastat tillstånd kan därmed beräknas med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi * R//R_L * C},$$

där f_c är brytfrekvensen, R är filterresistorns resistans, R_L är lastresistansen och C är filterkondensatorns kapacitans.

- Vanligtvis så kan vi räkna med att lastresistansen R_L är mycket högre än filterresistansen R, vilket medför att högpassfiltret blir i princip opåverkad av lasten, eftersom parallellresistansen $R//R_L$ då blir ungefär lika med R. Som exempel, anta att filterresistorn R är satt till 10 kΩ, som i föregående exempel. Om lastresistansen R_L är mycket högre än R, exempelvis 1 MΩ, så blir parallellresistansen ungefär lika med R, alltså 10 kΩ, eftersom

$$R//R_L = 10k//1M = \frac{10k * 1M}{10k + 1M} \approx 10\ k\Omega$$

- **Kom ihåg:** Om två resistorer är parallellkopplade, där den ena resistorn har mycket högre resistans än den andra, så kommer ersättningsresistansen blir ungefär lika med storleken på den mindre resistorn; om lastresistansen R_L är mycket högre än filterresistorn R så kommer därmed ersättningsresistansen blir ungefär lika med filterresistorns resistans R.

- Om lastresistansen R_L är mycket större än filterresistorn R så kan vi därmed försumma lastresistansen; som en tumregel så kan vi räkna med att lastresistansen R_L kan försummas om R_L är åtminstone tio gånger större än filterresistorn R. Om det är möjligt så bör vi därmed se till att lastresistansen är mycket hög, exempelvis genom att öka efterföljande stegs inresistans om det är möjligt.

- Om lastresistansen R_L dock är låg och det av någon anledning inte är möjligt att öka denna (genom att öka nästa stegs inresistans), så får vi räkna med att filtrets brytfrekvens f_c kommer påverkas. Vi kan därmed välja en större filterkondensator C för att kompensera, alternativt acceptera en något högre brytfrekvens; som en tumregel så kan brytfrekvensen f_c på ett högpassfilter som används för audioapplikationer höjas till ca 5 Hz utan risk att hörbara frekvenser (20 Hz – 20 kHz) dämpas mer än minimalt.

- Kom ihåg att högpassfiltret inte är perfekt; även om brytfrekvensen sätts till exempelvis 5 Hz så kommer fortfarande signaler vars frekvens ligger strax ovanför, exempelvis 5–15 Hz, dämpas till en viss grad. Ju högre upp vi sätter brytfrekvensen, desto högre risk är det därmed också att vi råkar dämpa basfrekvenser något, men främst gäller detta då mycket låga basfrekvenser.

- Antag att vi skall använder samma högpass RC-filter som innan, men att filtret nu är lastat med en lågohmig last R_L på 100 Ω; eftersom R_L är mycket mindre än filterresistorn R, vars resistans är 10 kΩ, så kommer högpassfiltrets brytfrekvens f_c påverkas, på grund av att parallellresistansen $R//R_L$ är lika med ca 100 Ω, eftersom

$$R//R_L = \frac{R * R_L}{R + R_L} = \frac{10k * 100}{10k + 100} \approx 100\ \Omega$$

- Med vår tidigare valda filterkondensator C på 15 µF så hamnar nu filtrets brytfrekvens f_c runt 100 Hz, eftersom

$$f_c = \frac{1}{2\pi * R//R_L * C} \approx \frac{1}{2\pi * 100 * 15\mu} \approx 100\ Hz,$$

  vilket är på tok för högt för audioapplikationer! Vi måste därför öka storleken på filterkondensator C för att kompensera för den låga lastresistansen R_L;

- Genom att transformera formeln för brytfrekvensen f_c ovan så kan en lämplig storlek på filterkondensator C beräknas med formeln

$$C = \frac{1}{2\pi * R//R_L * f_c},$$

  där $R//R_L$ är parallellresistansen för filterresistorn R och lastresistansen R_L, som är ungefär lika med 100 Ω, och f_c är filtrets brytfrekvens, som vi har satt till 1 Hz.

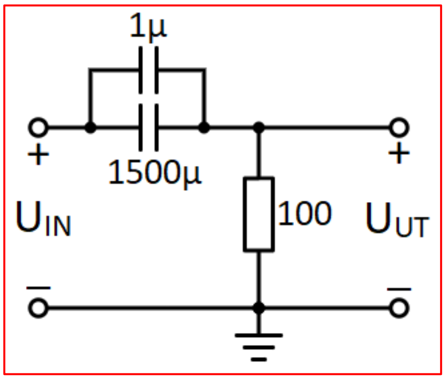
- Eftersom parallellresistansen $R//R_L$ är ungefär lika med 100 Ω och filtrets brytfrekvens f_c är satt till 1 Hz så bör vi därmed använda en filterkondensator C vars kapacitans ligger omkring 1600 µF, eftersom

$$C = \frac{1}{2\pi * 10k//100 * 1} \approx \frac{1}{2\pi * 100 * 1} \approx 1600\ \mu F$$

- Närmaste standardvärde på kondensatorer är 1500 µF, som vi därför använder; brytfrekvensen f_c blir då något högre än 1 Hz (ca 1,06 Hz), men detta är obetydligt i sammanhanget.

$$C = 1500\ \mu F$$

- Precis som vi har sett tidigare så kan en kondensator på 1 µF placeras parallellt med filterkondensatorn C för att förbikoppla dess interna resistans (ESR) samt induktans (ESL), som annars kan medföra ett relativt högt spänningsfall hamnar över kondensatorn, vilket minskar utspänningen U_{UT}, samtidigt som det kan leda till ökade förlusteffekter.



- Samtidigt så påverkas inte den totala filterkapacitansen nämnvärt av 1 µF:s kondensatorn, då ersättningskapacitansen för parallellkopplade kondensatorer beräknas som summan av kondensatorernas individuella kapacitanser; därmed så blir ersättningskapacitansen lika med 1500µ + 1µ ≈ 1500 µF, vilket medför att brytfrekvensen förblir i princip oförändrad.

- Storleken på filterkondensatorn C är relativt högt, vilket leder till att denna kondensator kommer ta upp relativt mycket yta. Som nämndes tidigare så är det inte nödvändigt att sätta brytfrekvensen f_c så lågt som 1 Hz; allt från 0,5 – 5 Hz bör fungera bra.

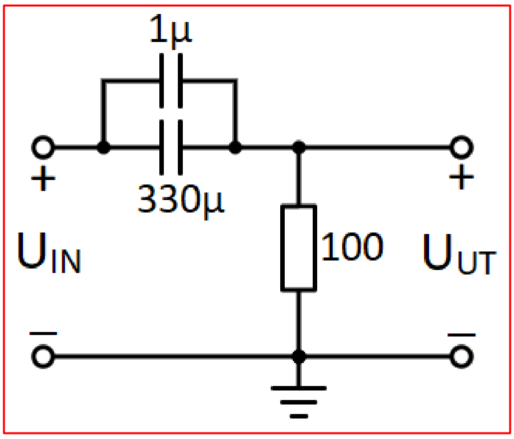
- Om den valda filterkondensatorn tar upp för mycket yta så kan vi sätta brytfrekvensen f_c längre upp i det rekommenderade spannet, alltså runt 5 Hz, så kan vi välja en kondensator som är ca fem gånger mindre, alltså runt 300 µF, eftersom

På grund av den låga lastresistansen R_L på 100 Ω så förbikopplas filterresistorn R, vilket leder till att brytfrekvensen ökade med en faktor 100, från ca 1 Hz till ca 100 Hz. För att kompensera för detta så ökar vi storleken på filterkondensatorn C med en faktor 100, vilket medför att brytfrekvensen f_c återigen hamnar runt 1 Hz.

$$C = \frac{1}{2\pi * R//R_L * f_c} \approx \frac{1}{2\pi * 100 * 5} \approx 318\ \mu F$$

- Närmaste standardvärde på kondensatorer är 330 µF, som medför en brytfrekvens f_c på 4,82 Hz, alltså något under 5 Hz. Att sätta brytfrekvensen runt 5 Hz kommer fungera bra i de flesta audioapplikationer, men över detta bör man som regel inte sätta, då man riskerar att råka dämpa vissa basfrekvenser i det lägre spannet av människors hörselområde (20 Hz – 20 kHz).

$$C = 330\ \mu F$$



Om filterkondensator C tar upp för mycket yta så kan en något mindre filterkondensator användas, utan någon större risk för att råka dämpa hörbara frekvenser. Här har vi minskat filterkondensatorn C med en faktor runt fem (från 1500 µF till 330 µF), vilket leder till att filtrets brytfrekvens f_c hamnar runt 5 Hz istället för 1 Hz.

Fastän att högpass RC-filtret inte är helt linjärt och därför dämpas frekvenser ovanför brytfrekvensen till en viss grad, så kommer inga hörbara frekvenser bli dämpade nämnvärt även fast vi ökade brytfrekvensen till 5 Hz.

2.2.3 - Härledning av högpass RC-filtrets överföringsfunktion H(s)

- Man kan enkelt härleda högpass RC-filtrets brytfrekvens genom Laplacetransformering av filtret, för att sedan beräkna dess överföringsfunktion H(s), som är ration av in- och utsignalen:

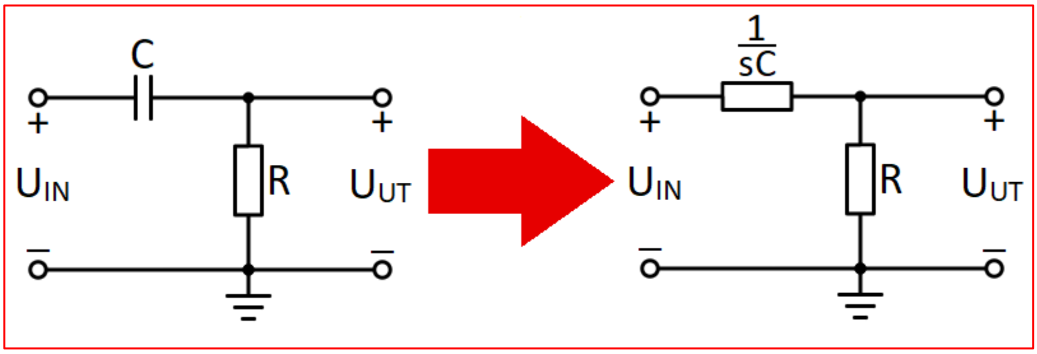
$$H(s) = \frac{U_{UT}}{U_{IN}},$$

där H(s) är filtrets överföringsfunktion* och U_{IN} samt U_{UT} är in- respektive utsignalen ur filtret.

*S:et i H(s) indikerar att värdet på överföringsfunktionen H beror på värdet på frekvensparametern s, som i sig beror på frekvensen f; därmed så beror H indirekt på den aktuella frekvensen, vilket möjliggör t.ex. filter.

- Vid frekvenser där överföringsfunktionen H(s) är lika med ett så är utsignalen U_{UT} lika med insignalen U_{IN}, vilket betyder att filtret inte dämpar signaler vid den aktuella frekvensen.

- Ju närmre överföringsfunktionen H(s) når noll, desto mer dämpas inkommande signaler; som exempel, när H(s) är lika med noll så blir utsignalen U_{UT} lika med noll, oavsett hur stor insignalen U_{IN} är.

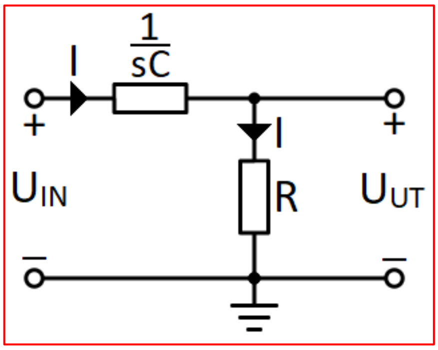


Laplacetransformering av ett högpass RC-filter.

- Som synes i figuren till höger så kommer strömmen I flöda genom både kondensatorn och resistorn till jordpunkten; att strömmen I inte delas upp i knutpunkten ovanför resistorn märkt beror på att det inte finns någon väg för strömmen att flöda ned till jord via utsignalen U_{UT}, vilket medför att all ström kommer flöda genom resistorn.

- För att härleda en formel för överföringsfunktionen H(s) så behöver vi härleda formler för insignalen U_{IN} samt utsignalen U_{UT}, vilket vi enkelt kan göra med Kirchhoffs spänningslag.

- Vi börjar med att härleda en formel för insignalen U_{IN}. Vi kan göra detta på två sätt. Antingen kan vi göra som tidigare när vi analyserade kretsar med en specifik spänningskälla, som vi kommer göra här.



Eftersom den enda vägen för strömmen till jord är via resistorn så flödar samma ström I genom både kondensatorn och resistorn; utspänningen U_{UT} är endast spänningsfallet över resistorn, men den enda vägen från plus- till minuspolen är via resistorn.

- Kirchhoffs spänningslag säger att matningsspänningen från en spänningskälla i en krets är lika med summan av spänningsfallen i kretsen. Vi kan tänka oss att insignalen U_{IN} är matningsspänningen, som kommer fördelas över kondensatorn samt resistorn. Översatt till en ekvation så kan följande formel härledas

$$U_{IN} = I * \frac{1}{sC} + RI,$$

där U_{IN} är insignalen, I * 1/(sC) är spänningsfallet över filterkondensatorn och RI är spänningsfallet över filterresistorn.

- Genom att bryta ut strömmen I så erhålls formeln

$$U_{IN} = I\left(\frac{1}{sC} + R\right) = I\left(R + \frac{1}{sC}\right)$$

- Det vanligaste sättet när kretsar inte har en specifik spänningskälla är dock att använda Kirchhoffs spänningslag på ett annat sätt; Kirchhoffs spänningslag säger att summan av alla spänningar ett helt varv i en krets är lika med noll, vilket vi enkelt kan se då

$$U_{IN} = I\left(R + \frac{1}{sC}\right) \to U_{IN} - I\left(R + \frac{1}{sC}\right) = 0$$

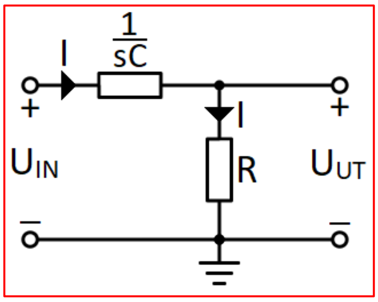
- Denna metod ses ofta som mer intuitiv än den föregående, framförallt vid användning av så kallade småsignalmodeller, som vi kommer se senare. Vi kommer därför använda denna metod i samtliga fall när Kirchhoffs spänningslag används i kretsar utan specifik matningsspänning i denna bok.

- För att härleda en formel för inspänningen U_{IN} så går vi ett varv från jordpunkten via U_{IN} (från minus- till pluspolen, vilket därför räknas som U_{IN}), sen via kondensatorn och resistorn ned till jordpunkten (vars spänningsfall räknas som negativa, då vi går från plus- till minuspolen). Vi erhåller då formeln

$$U_{IN} - I * \frac{1}{sC} - RI = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN} = I * \frac{1}{sC} + RI$$



För att härleda en formel för inspänningen U_{IN} så kör vi ett varv med Kirchhoffs spänningslag från inspänningen, via kondensatorn och resistorn tillbaka till jordpunkten.

- Genom att bryta ut strömmen I så får vi formeln

$$U_{IN} = I\left(\frac{1}{sC} + R\right) = I\left(R + \frac{1}{sC}\right)$$

- Därefter härleder vi en formel för utsignalen U_{UT} på liknande sätt; vi kör Kirchhoffs spänningslag från jordpunkten via U_{UT}, sen via resistorn ned till jordpunkten. Vi får då formeln

$$U_{UT} - RI = 0,$$

vilket medför att

$$U_{UT} = RI$$

- Därmed så kan vi härleda en formel för högpassfiltrets överföringsfunktion H(s):

$$H(s) = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{RI}{I\left(R + \frac{1}{sC}\right)},$$

där vi kan ta bort strömmen I ur formeln, eftersom I förekommer i både täljaren och nämnaren:

$$H(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}}$$

- Därefter dividerar med R i både täljaren och nämnaren för att härleda en slutgiltig formel för överföringsfunktionen H(s):

$$H(s) = \frac{\left(\frac{R}{R}\right)}{\left(\frac{R}{R}\right) + \frac{\left(\frac{1}{sC}\right)}{R}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sRC}}$$

där överföringsfunktionens resistiva del är lika med ett, samtidigt som dess reaktiva del är lika med 1/sRC.

2.2.4 - Härledning av högpass RC-filtrets brytfrekvens f_c

- Som vi kommer se senare så är filtrets så kallade amplitudfunktion |H(s)| av stort intresse, främst för att kunna beräkna hur mycket som filtret släpper igenom och dämpar signaler vid en given frekvens. Dessutom behövs amplitudfunktionen för att härleda en formel för filtrets brytfrekvens f_c.

- I detta avsnitt kommer amplitudfunktionen |H(s)| presenteras grundligt. Dessa delar kommer genomgås i detalj senare i kapitlet, se *2.2.7 - Härledning av högpass RC-filtrets amplitudfunktion |H(s)|,* där dessa delar behandlas ur ett matematiskt perspektiv.

- En formel för högpass RC-filtrets amplitudfunktion |H(s)| kan härledas genom att använda Pythagoras sats i täljaren samt nämnaren, där den resistiva delen 1 utgör närliggande katet och den reaktiva delen 1/(sRC) utgör motstående katet:

$$|H(s)| = \frac{|1|}{\left|1 + \frac{1}{sRC}\right|} = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}}$$

- Brytfrekvensen f_c uppnås när den resistiva samt den reaktiva delen av amplitudfunktionen |H(s)| är lika stora, där den resistiva delen är alltid lika med 1 i enlighet med formeln ovan. Därmed så gäller att vid brytfrekvensen f_c så är den reaktiva delen $(1/(sRC))^2$ också lika med 1:

$$Brytfrekvens \rightarrow \left(\frac{1}{sRC}\right)^2 = 1$$

- Genom att ta roten ut vänster- och högerleder ser vi då att den reaktiva delen 1/(sRC) är lika med ± 1, eftersom

$$\frac{1}{sRC} = \sqrt{\left(\frac{1}{sRC}\right)^2} = \sqrt{1} = \pm 1$$

- Vi vet att 1/(sRC) alltid är lika med 1 eller -1. Om vi förkastar i minustecknet och endast tittar på totalbeloppet av 1/(sRC), så ser vi att detta alltid är lika med totalbeloppet av 1 (som givetvis är lika med 1).

- Inom matematik kallas detta absolutbelopp, där absolutbeloppet av 1/(sRC), som skrivs |1/(sRC)|, är lika med absolutbeloppet av 1, som skrivs |1|:

$$\left|\frac{1}{sRC}\right| = |1|,$$

  där absolutbeloppet kan sägas vara totalbeloppet av ett givet tal.
- Som exempel, absolutbeloppet av talet 5, som skrivs |5|, är lika med 5, samtidigt som absolutbeloppet av talet -5, som skrivs |-5|, också är lika med 5:

$$|5| = 5$$

  samt

$$|-5| = 5$$

- Notera att minustecknet inte spelar någon roll, utan bara det totala beloppet av talet.

- Detsamma gäller givetvis även för absolutbeloppet av talet 1, som skrivs |1| och är lika med 1. Samtidigt gäller att absolutbeloppet av talet -1, som skrivs |-1|, också är lika med 1:

$$|1| = 1$$

  samt

$$|-1| = 1$$

Elektroteknik

- Av exemplen finns ett samband. För alla värden x som är större eller lika med noll, så gäller att absolutbeloppet |x| är samma som x. Samtidigt gäller att för alla värden x som understiger noll, så gäller att absolutbeloppet |x| är lika med -x:

$$|x| = \begin{cases} x \text{ då } x \geq 0 \\ -x \text{ då } x < 0 \end{cases}$$

- För extremvärden, såsom noll eller oändlighet, som båda är större eller lika med noll, så gäller därmed att

$$|0| = 0,$$

samt

$$|\infty| = \infty,$$

- Eftersom frekvensparametern s, filterresistorns resistans R samt filterkondensatorns kapacitans C är större eller lika med noll så kan den reaktiva delen av överföringsfunktionen H(s) inte understiga noll:

$$\frac{1}{sRC} \geq 0,$$

vilket medför att absolutbeloppet |1/(sRC)| är lika med 1/(sRC), precis som att |5| är lika med 5, enligt exemplet ovan:

$$\left|\frac{1}{sRC}\right| = \frac{1}{sRC}$$

- Därmed så gäller att

$$\frac{1}{sRC} = |1| = 1$$

- Vi kan sedan multiplicera med SRC i både vänster- och högerled och därigenom härleda formeln

$$sRC = 1$$

- Därefter dividerar vi med RC i både vänster- och högerled, vilket medför en formel för frekvensparametern s:

$$s = \frac{1}{RC},$$

där s vid brytfrekvensen är lika med brytvinkelfrekvensen w_c, som i sin tur är lika med

$$s = w_c = 2\pi f_c,$$

där w_c är lika med brytvinkelfrekvensen och f_c är lika med brytfrekvensen.

- Genom att ersätta s i Laplacetransformen med $2\pi f_c$ så får vi formeln

$$s = 2\pi f_c \rightarrow 2\pi f_c = \frac{1}{RC}$$

- För att sedan härleda en formel för brytfrekvensen f_c så dividerar vi med 2π i både västerled och högerled. Då erhålls formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

där f_c är brytfrekvensen, R är resistorns resistans och C är kondensatorns kapacitans. Detta är anledningen till att brytfrekvensen f_c på ett högpass RC-filter beräknas med denna formel.

2.2.5 - Högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN}

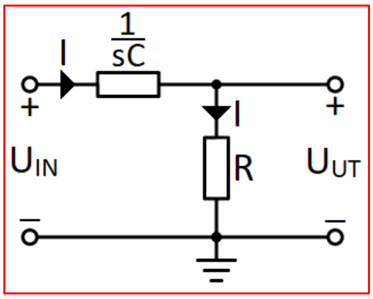
- Det är mycket enkelt att härleda formler för högpassfiltrets in- och utimpedans ur de tidigare framtagna formlerna för in- och utspänningen; ur dessa kan vi använda Ohms lag för att härleda in- och utimpedansen.

- Högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} är lika med filtrets inspänning U_{IN} dividerat med inströmmen I_{IN}:

$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}},$$

där Z_{IN} är inimpedansen, U_{IN} är inspänningen och I_{IN} är lika med filtrets inström, som man enkelt kan se är lika med strömmen I (eftersom I är strömmen som flödar in från ingången):

$$I_{IN} = I$$



Högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} är lika med inspänningen U_{IN} dividerat på inströmmen I_{IN}, som är samma sak som strömmen I, eftersom det är strömmen I som flödar in i filtret från ingången, via pluspolen till minuspolen på inspänningen U_{IN} (via kondensatorn och resistorn ned till minuspolen via jordpunkten).

- Vi såg tidigare att inspänningen U_{IN} är lika med

$$U_{IN} = I\left(R + \frac{1}{sC}\right)$$

- Därmed kan högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} härledas med formeln

$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{I\left(R + \frac{1}{sC}\right)}{I} = R + \frac{1}{sC},$$

där R är filterresistorns resistans och 1/(sC) är reaktansen från filterkondensatorn C.

- Som namnet antyder så utgör filterresistorns resistans R den så kallade resistiva (icke frekvensberoende) delen av inimpedansen Z_{IN}, medan filterkondensatorns reaktans 1/(sC) utgör den så kallade reaktiva (frekvensberoende) delen.

- Att reaktansen 1/(sC) är reaktiv betyder alltså att dess motstånd varierar med frekvensen; vid mycket låga frekvenser så kommer reaktansen 1/(sC) utgöra ett nästintill oändligt motstånd, som minskar linjärt med ökad frekvens. Vid mycket höga frekvenser så kommer denna reaktans istället utgöra ett nästintill obefintligt motstånd.

- Att inimpedansen Z_{IN} har både en resistiv del samt en reaktiv del gör det något svårare att veta exakt hur hög filtrets inimpedans Z_{IN} är vid en given frekvens. Önskvärt vore om vi kunde beräkna bidraget från den resistiva samt den reaktiva delen av inimpedansen som ett enda värde vid en given frekvens. Vi kallar detta bidrag totalbeloppet, eller absolutbeloppet, av inimpedansen Z_{IN} vid en given frekvens.

- Som vi kommer se i nästa avsnitt så beräknas absolutbeloppet av högpass RC-filtrets inimpedans $|Z_{IN}|$ med Pythagoras sats:

$$|Z_{IN}| = \left|R + \frac{1}{sC}\right| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2},$$

där $|Z_{IN}|$ är absolutbeloppet av inimpedansen Z_{IN}, R är storleken på filterresistorn (den resistiva delen av filtret), och 1/(sC) är filterkondensatorns reaktans (den reaktiva delen av filtret). Hakparenteserna runt $|Z_{IN}|$ symboliserar alltså att det handlar om absolutbeloppet av inimpedansen Z_{IN}.

- Att Pythagoras sats används för beräkning av absolutbeloppet $|Z_{IN}|$ av inimpedansen Z_{IN} beror på att den resistiva samt den reaktiva delen av kretsen kan tänkas utgöra storheter på två olika dimensioner. I ett koordinatsystem kan dessa därför ritas ut som storheter på olika axlar, där den resistiva delen av kretsen ligger på x-axeln och den reaktiva delen på y-axeln; tillsammans bildar dessa en triangel, där hypotenusan är lika med absolutbeloppet $|Z_{IN}|$, se nästa avsnitt för ytterligare information.

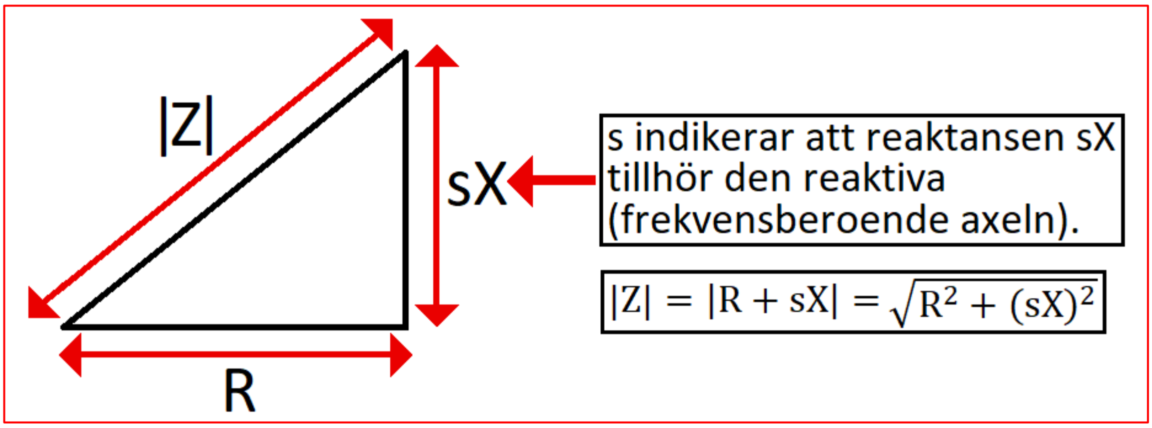
Absolutbeloppet av högpass RC-filtrets inimpedans:

- För att få en bild av storleken på RC-filtrets inimpedans Z_{IN} vid en viss frekvens f så måste vi summera bidragen från den resistiva samt den reaktiva delen av inimpedansen Z_{IN} till ett enda värde. Detta går att göra för alla typer av impedanser; låt oss anta att vi har en komplex impedans Z, som består av en resistiv del R samt en reaktiv del sX, vilket ger

$$Z = R + sX,$$

där Z är impedansen, R är den resistiva (icke-frekvensberoende) delen av kretsen och sX är den frekvensberoende delen av kretsen, vars reaktans uppstår på grund av kondensatorer och/eller spolar. Ett impedansen Z sägs vara komplex betyder att denna innehåller både en resistiv del samt en reaktiv del.

- Man kan se den resistiva samt den reaktiva delen av impedansen Z som storheter på två dimensioner. Vi kan därför rita ut den resistiva delen R samt den reaktiva delen sX på var sin axel i ett så kallat komplext talplan, se figuren nedan.



Komplext talplan, där absolutbeloppet |Z| av en given impedans Z kan beräknas med Pythagoras sats, där den resistiva delen R samt den reaktiva delen sX av impedansen ligger på var sin axel. Talet s indikerar att reaktansen sX tillhör den reaktiva (frekvensberoende) axeln, alltså y-led; därför ritar vi ut sX som en storhet i y-led. Den resistiva (icke-frekvensberoende) delen av överföringsfunktionen (den resistiva delen) ritas istället ut som en storhet i x-led.

- Den resistiva (icke frekvensberoende) delen R av impedansen Z utgörs av ett tal på x-axeln, medan den reaktiva (frekvensberoende) delen sX utgörs av ett tal på y-axeln. Notera att talet s i indikerar att X är frekvensberoende, vilket medför att reaktansen sX ritas ut som en storhet på y-axeln.

- Som synes i figuren ovan så bildar den resistiva delen R samt den reaktiva (frekvensberoende) delen sX av impedansenen Z en triangel, vars hypotenusa är lika med absolutbeloppet |Z| av impedansen Z. Därmed så kan |Z| enkelt beräknas med Pythagoras sats:

$$|Z| = |R + sX| = \sqrt{R^2 + (sX)^2},$$

där |Z| är absolutbeloppet av impedansen Z, R är den resistiva delen av kretsen och sX är den reaktiva delen av kretsen.

- Vi kan använda formeln ovan för att härleda absolutbeloppet $|Z_{IN}|$ av högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN}; som vi såg tidigare så kan högpass RC-filters inimpedans Z_{IN} beräknas med formeln

$$Z_{IN} = R + \frac{1}{sC},$$

där Z_{IN} är filtrets inimpedans och R samt 1/(sC) är den resistiva respektive den reaktiva delen inimpedansen. Vi kan därmed härleda en formel för absolutbeloppet $|Z_{IN}|$:

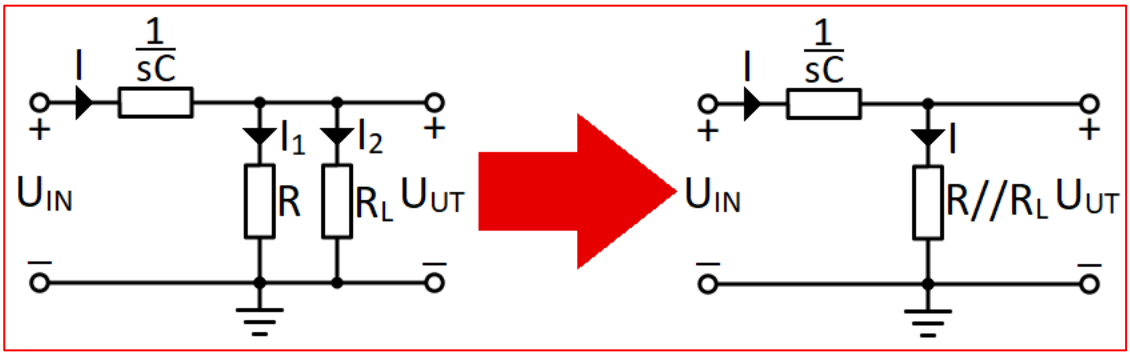
$$|Z_{IN}| = \left|R + \frac{1}{sC}\right| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2},$$

vilket ger oss en bild av den totala storleken på inimpedansen Z_{IN} vid en given frekvens f.

Högpass RC-filtrets inimpedans i lastat tillstånd:

- Om vi däremot skulle placera en last på högpassfiltrets utgång, såsom figuren nedan, så hade lastens resistans R_L utgjort en parallellkoppling med filterresistorn R, se den vänstra figuren nedan.

- För att beräkna högpassfiltrets inimpedans i lastat tillstånd så kan vi förenkla kretsen genom att ersätta de parallellkopplade resistanserna R och R_L med deras ekvivalenta ersättningsresistans, vilket är $R//R_L$. Vi kan därefter rita om kretsen till den högra figuren nedan.



I lastat tillstånd så kommer filterresistorn R samt lastens resistans R_L utgöra en parallellkoppling $R//R_L$, såsom i den vänstra figuren. Vi kan därmed ersätta dessa resistanser med parallellresistansen $R//R_L$, såsom i den högra figuren. Därmed så blir filtrets inimpedans Z_{IN} lika med $1/(sC) + R//R_L$, samtidigt som filtrets brytfrekvens beräknas med filterresistansen $R//R_L$ istället för R, som i olastat tillstånd; därmed så kan brytfrekvensen förändras, beroende på storleken på R_L i förhållande till R. Strömmarna I_1 och I_2 visar för tydlighets skull, men kan försummas, eftersom vi förenklar filtret till den ekvivalenta kretsen till höger, där endast strömmen I återstår.

- Vi använder den högra figuren ovan för att beräkna högpassfiltrets inimpedans Z_{IN} i lastat tillstånd. Vi kör därmed ett varv med Kirchhoffs spänningslag från ingången via filterkondensatorn C och ersättningsresistansen $R//R_L$ ned till jord.

- Summan av insignalen (U_{IN}) samt spänningsfallet över kondensatorn C respektive ersättningsresistansen $R//R_L$ är lika med noll, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, vilket ger

$$U_{IN} - \frac{I}{sC} - (R//R_L)I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN} = \frac{I}{sC} + (R//R_L)I = (R//R_L)I + \frac{I}{sC}$$

- Därefter bryter vi ut strömmen I ur högerledet, vilket ger

$$U_{IN} = I\left(R//R_L + \frac{1}{sC}\right),$$

där U_{IN} är insignalen, I är strömmen genom kretsen, $R//R_L$ är ersättningsresistansen för resistanserna på utgången och 1/(sC) är filterkondensatorns reaktans.

- Därmed så kan högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} härledas med formeln

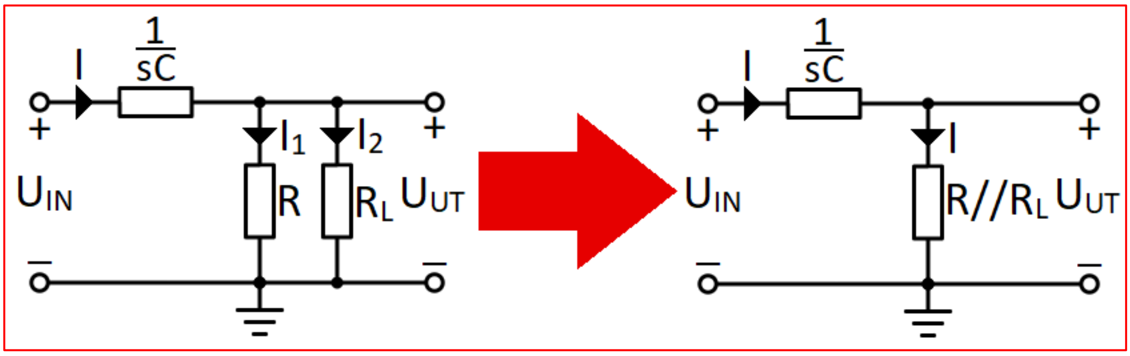
$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{I\left(R//R_L + \frac{1}{sC}\right)}{I} = R//R_L + \frac{1}{sC},$$

där $R//R_L$ är ersättningsresistansen för filterresistorn R samt lastresistansen R_L och 1/(sC) är reaktansen från den reaktiva (frekvensberoende) delen av kretsen.

- Vanligtvis så är lastresistansen R_L mycket högre än filterresistorn R, vilket leder till att vi kan försumma lastresistansen; kom ihåg minnesregeln att ersättningsresistansen av två parallellkopplade resistanser, där den ena resistansen är mycket högre än den andra, är ungefär lika med den mindre resistansen. För mer information, se avsnittet om högpass RC-filtrets utimpedans i lastat tillstånd längre fram i kapitlet.

Högpass RC-filtrets inimpedans vid låga frekvenser:

- I detta avsnitt antar vi att eventuell lastresistans R_L är såpass hög att denna kan försummas. Om den inte hade varit det så gäller samtliga formler nedan, med skillnaden att i alla formler som innehåller filterresistorns resistans R så skall R ersättas med ersättningsresistansen $R//R_L$, i enlighet med föregående avsnitt.



Oftast är högpassfiltrets lastresistans R_L såpass hög att vi kan försumma denna (då $R//R_L$ i så fall blir ungefär lika med R). Då gäller samma formler för högpassfiltrets inimpedans Z_{IN} som i olastat tillstånd. Men om detta inte är fallet så kan vi ändå använda samma formler som i olastat tillstånd, förutom att vi ersätter filterresistansen R med ersättningsresistansen $R//R_L$.

- Vid frekvenser som närmar sig noll så kommer reaktansen 1/(sC) utgöra ett nästintill oändligt motstånd, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

vilket medför att

$$\frac{1}{sC} = \frac{1}{2\pi f C}$$

- Därmed så ser vi att reaktansen 1/(sC) är omvänt proportionell med frekvensen f, vilket medför att ju lägre frekvens, desto högre blir reaktansen 1/(sC) . Samtidigt medför detta att reaktansen 1/(sC) minskar med ökad frekvens. Vi kan skriva detta som

$$\frac{1}{sC} \propto \frac{1}{f},$$

vilket betyder att reaktansen 1/(sC) är omvänt proportionell med frekvensen f. I detta fall betyder tecknet ∝ för proportionalitet, inte för oändlighet, vilket det i normala fall gör.

- Vi kan rent matematiskt beskriva högpass RC-filtrets reaktans med gränsvärden utifrån frekvensen f; när frekvensen f närmar sin noll så utgör reaktansen 1/(sC) ett nästintill oändligt motstånd, vilket kan skrivas som

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC} = \infty,$$

där lim står för gränsvärde, f → 0 indikerar att f närmar sig noll (men är inte exakt lika med noll) och ∞ indikerar att reaktansen närmar sig oändlighet.

- Vid mycket låga frekvenser så kommer därmed högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} bli nästintill oändligt, eftersom

$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{I\left(R + \frac{1}{sC}\right)}{I} = R + \frac{1}{sC},$$

vilket medför att när frekvensen f närmar sig noll så kommer reaktansen 1/(sC) närma sig oändlighet, vilket medför att även inimpedansen Z_{IN} närmar sig oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} Z_{IN} = \lim_{f \to 0} \left(R + \frac{1}{sC}\right) = R + \infty = \infty$$

- Därmed så ser vi att högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} har ett maximumvärde, $Z_{IN,max}$, som går mot oändlighet:

$$Z_{IN,max} = \infty,$$

vilket medför att absolutbeloppet $|Z_{IN,max}|$ också närmar sig oändlighet, eftersom

$$|Z_{IN,max}| = |\infty| = \infty$$

Högpass RC-filtrets inimpedans vid mycket höga frekvenser:

- Däremot vid mycket höga frekvenser så kommer högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} närma sig resistansen R, eftersom

$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{I\left(R + \frac{1}{sC}\right)}{I} = R + \frac{1}{sC},$$

vilket medför att när frekvensen f närmar sig oändlighet så kommer reaktansen 1/(sC) närma sig noll, vilket medför att inimpedansen Z_{IN} närmar sig resistansen R, eftersom

$$\lim_{f \to \infty} Z_{IN} = \lim_{f \to \infty} \left(R + \frac{1}{sC}\right) = R + 0 = R$$

- Därmed så ser vi att högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} har ett minimumvärde som är mycket nära storleken på filterresistorn R:

$$Z_{IN,min} \approx R,$$

vilket medför att absolutbeloppet $|Z_{IN,min}|$ av inimpedansen närmar sig filterresistorns resistans R, eftersom

$$|Z_{IN,min}| = |R| = R$$

Sammanfattning av högpass RC-filtrets inimpedans vid olika frekvenser:

- Vi har sett att högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} härledas med formeln

$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{I\left(R + \frac{1}{sC}\right)}{I} = R + \frac{1}{sC},$$

där R är storleken på filterresistorn och 1/(sC) är filterkondensatorns reaktans, som minskar med ökad frekvens; vid mycket låga frekvenser så utgör reaktansen 1/(sC) ett nästintill oändligt motstånd, medan dess motstånd vid mycket höga frekvenser är nästintill noll.

- Vi har sett att högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} har ett minimumvärde som är mycket nära storleken på filterresistorn R, medan maximumvärdet $Z_{IN,max}$ närmar sig oändlighet, vilket kan skrivas som

$$R \leq Z_{IN} \leq \infty,$$

- Eftersom både minimum- samt maximumvärdet av inimpedansen Z_{IN} är rent resistiva så är även absolutbeloppet $|Z_{IN}|$ lika med

$$R \leq |Z_{IN}| \leq \infty,$$

- Vanligtvis är eventuell lastresistans R_L så pass hög att denna kan försummas (därför att ersättningsresistansen $R//R_L$ då blir ungefär lika med R), vilket medför att vi kan använda de formler som gäller för högpass RC-filtret i olastat tillstånd. Men om detta inte är fallet så måste vi räkna med ersättningsresistansen $R//R_L$ istället för R; vi kan då använda samma formel och formler som gäller i olastat tillstånd, med skillnaden att filterresistorns resistans R ersätts med $R//R_L$.

- Formeln för högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} i lastat tillstånd är därmed lika med

$$Z_{IN,lastat} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{I\left(R//R_L + \frac{1}{sC}\right)}{I} = R//R_L + \frac{1}{sC},$$

där $Z_{IN,lastat}$ är inimpedansen i lastat tillstånd, $R//R_L$ är ersättningsresistansen för filterresistorn R samt lastresistansen R_L och 1/(sC) är kondensatorns reaktans.

- I lastat tillstånd så gäller därmed att högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} har ett minimumvärde som är mycket nära ersättningsresistansen $R//R_L$, medan maximumvärdet närmar sig oändlighet:

$$R//R_L \leq Z_{IN} \leq \infty,$$

vilket medför identiskt absolutbelopp $|Z_{IN}|$:

$$R//R_L \leq |Z_{IN}| \leq \infty,$$

- Om lastresistansen däremot R_L är hög (i förhållande till filterresistorn R) så gäller därmed att

$$R_L \gg R \rightarrow R//R_L \approx R,$$

vilket medför att

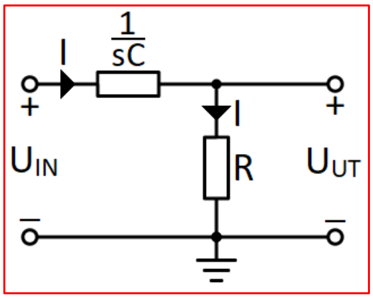
$$Z_{IN,lastat} \approx R + \frac{1}{sC},$$

samt absolutbeloppet $|Z_{IN,lastat}|$

$$\left|Z_{IN,lastat}\right| \approx \left|R + \frac{1}{sC}\right| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(sC)^2}}$$

alltså samma som i olastat tillstånd.

2.2.6 - Högpass RC-filtrets utimpedans Z_{UT}



Högpass RC-filtrets utimpedans Z_{UT} är lika med utspänningen U_{UT} dividerat med utströmmen I_{UT}, som är samma sak som strömmen I, eftersom det är strömmen I som flödar från pluspolen till minuspolen på utspänningen U_{UT} (via resistor R ned till jordpunkten, som är ansluten till minuspolen); därmed så är "utströmmen" I_{UT} samma sak som strömmen I.

- Högpassfiltrets utimpedans Z_{UT} är lika med filtrets utspänning U_{UT} dividerat med utströmmen I_{UT}:

$$Z_{UT} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}},$$

där Z_{UT} är utimpedansen, U_{UT} är utspänningen och I_{UT} är filtrets utström, som är samma som strömmen I, vilket man enkel kan se, då det är strömmen I som flödar från utspänningen U_{UT}:s pluspol ned till dess minuspol (via resistor R till jordpunkten, som är direkt ansluten till minuspolen):

$$I_{UT} = I$$

- Vi såg tidigare att utspänningen U_{UT} är lika med

$$U_{UT} = RI$$

- Därmed så kan högpass RC-filtrets utimpedans Z_{UT} härledas med formeln

$$Z_{UT} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}} = \frac{RI}{I} = R$$

där R är storleken på filtrets resistor.

- Därmed så blir högpass RC-filtrets utimpedans Z_{UT} alltid lika med resistansen R på filtret i olastat tillstånd:

$$Z_{UT} = R,$$

vilket medför att absolutbeloppet $|Z_{UT}|$ också går mot filterresistorns resistans R, eftersom

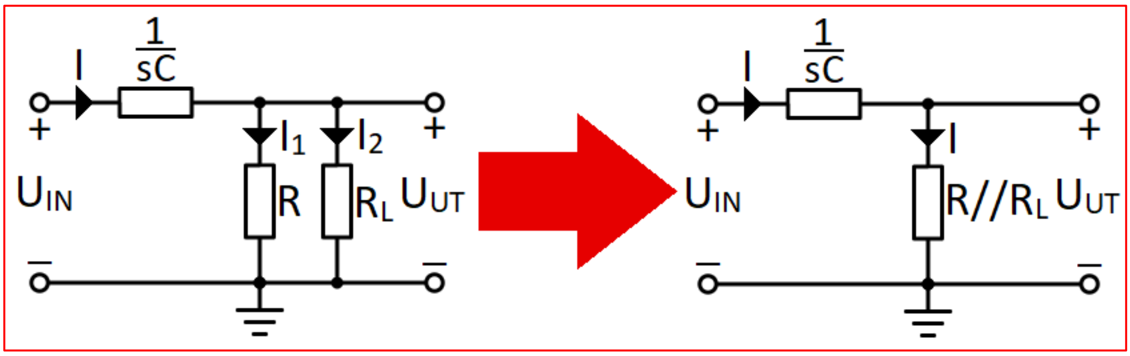
$$|Z_{UT}| = |R| = R$$

Högpass RC-filtrets utimpedans i lastat tillstånd:

- Om vi däremot skulle placera en last på högpassfiltrets utgång, såsom figuren nedan, så hade lastens resistans R_L utgjort en parallellkoppling med resistansen R; därmed så hade filtrets utimpedans Z_{UT} istället blivit lika med ersättningsresistansen för de två parallellkopplade resistanserna R och R_L:

$$Z_{UT,lastat} = R//R_L,$$

där Z_{UT} är filtrets utimpedans i lastat tillstånd, R är filterresistorns resistans och R_L är lastens resistans.



I lastat tillstånd så kommer filterresistorn R samt lastens resistans R_L utgöra en parallellkoppling $R//R_L$, såsom i den vänstra figuren. Vi kan därmed ersätta dessa resistanser med parallellresistansen $R//R_L$, såsom i den högra figuren. Därmed så blir filtrets utimpedans Z_{UT} lika med $R//R_L$, samtidigt som filtrets brytfrekvens beräknas med filterresistansen $R//R_L$ istället för R, som i olastat tillstånd; därmed så kan brytfrekvensen förändras, beroende på storleken på R_L i förhållande till R. Strömmarna I_1 och I_2 visar för tydlighets skull, men kan försummas, eftersom vi förenklar filtret till den ekvivalenta kretsen till höger, där endast strömmen I återstår.

- Vi kan enkelt visa detta genom att förenkla den vänstra figuren ovan; notera att filterresistorn R samt lastresistansen R_L utgör en parallellkoppling. Vi kan ersätta dessa resistanser med en ersättningsresistans $R//R_L$. Nu återstår endast en resistans på utgången ($R//R_L$), som därmed är lika med filtrets utimpedans Z_{UT}, eftersom

$$Z_{UT} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}},$$

där en formel för utspänningen U_{UT} kan härledas med Kirchhoffs spänningslag, där vi går från utspänningens pluspol ned till dess minuspol (som är direkt ansluten till jordpunkten); därmed så kör vi Kirchhoffs spänningslag från utspänningens pluspol via resistansen $R//R_L$ ned till jordpunkten. Summan av alla spänningar ett helt varv i en krets är lika med noll, vilket ger

$$U_{UT} - (R//R_L) * I = 0,$$

som vi sedan kan transformera till

$$U_{UT} = (R//R_L) * I$$

- Summan av utspänningen U_{UT} är alltså lika med spänningsfallet $(R//R_L) * I$ över ersättningsresistansen $R//R_L$.

- Vi ser också i figuren ovan att utströmmen I_{UT} är lika med strömmen I, eftersom denna ström flödar från utspänningens pluspol till dess minuspol (som är direkt ansluten till jordpunkten):

$$I_{UT} = I$$

- Därmed så blir filtrets utimpedans Z_{UT} i lastat tillstånd lika med

$$Z_{UT,lastat} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}} = \frac{(R//R_L) * I}{I} = R//R_L,$$

- Eftersom utimpedansen är rent resistiv så blir absolutbeloppet $|Z_{UT}|$ i lastat tillstånd också lika med $R//R_L$:

$$|Z_{UT,lastat}| = R//R_L$$

- I lastat tillstånd så kan filtrets brytfrekvens f_c bli påverkad av lastresistansen R_L; hur mycket beror på storleken på lastresistansen R_L i förhållande till filterresistansen R. I lastat tillstånd så kan högpass RC-filtrets brytfrekvens beräknas med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi * (R//R_L) * C},$$

där f_c är brytfrekvensen, R är filterresistorns resistans, R_L är lastresistansen och C är filterkondensatorns kapacitans.

- Om resistanserna R eller R_L skiljer sig mycket i storlek så kan vi försumma en av dem. Om lastens resistans R_L är mycket högre än filterresistansen R så kommer filtrets utresistans R_{UT} knappt påverkas, eftersom

$$R//R_L \approx R,$$

då

$$R_L \gg R$$

- I detta fall så hade inte filtrets brytfrekvens f_c påverkats så mycket av lastresistansen R_L, vilket hade medfört att vi hade kunnat försummat denna och beräknat brytfrekvensen f_c som i olastat tillstånd:

$$f_c = \frac{1}{2\pi * (R//R_L) * C} \approx f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

då

$$R//R_L \approx R$$

- Däremot om lastens resistans R_L är mycket lägre än filterresistansen R så kommer filtrets utimpedans Z_{UT} bli ungefär lika med lastresistansen R_L; som exempel, anta att filterresistorn R fortfarande har satts till 10 kΩ, men lastresistansen R_L är endast 100 Ω. Då blir ersättningsresistansen $R//R_L$ ungefär lika med R_L, alltså runt 100 Ω, eftersom

$$R//R_L = 10k//100 = \frac{10k * 100}{10k + 100} \approx 100\ \Omega$$

- Alltså kan vi försumma filterresistorns resistans R i detta fall, då lastresistansen R_L är mycket mindre än R, vilket medför att ersättningsresistansen $R//R_L$ är ungefär lika med lastresistansen R_L:

$$R//R_L \approx R_L$$

då

$$R_L \ll R$$

- I detta fall så hade alltså filtrets brytfrekvens f_c varit starkt beroende av filterkondensatorns kapacitans C samt lastresistansen R_L, inte av filterresistansens R, vilket hade medfört att vi hade kunnat försummat filterresistansen R och beräknat brytfrekvensen f_c med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi * (R//R_L) * C} \approx \frac{1}{2\pi R_L C},$$

eftersom

$$R//R_L \approx R_L$$

- Givetvis finns det också fall då högpass RC-filtret är lastat med en lastinduktans L_L eller en lastkapacitans C_L; dessa kommer påverka filtrets utimpedans Z_{UT} samt brytfrekvens f_c olika beroende på vilken frekvens det handlar om. Samma formel för utimpedans Z_{UT} samt brytfrekvens f_c kan användas som ovan, med skillnaden att lastresistansen R_L ersätts med lastinduktansen L_L eller lastkapacitansen C_L, beroende på vilken last det handlar om.

Elektroteknik

- Ifall ett högpass RC-filter är lastat med en lastinduktans så blir filtrets utimpedans Z_{UT} lika med

$$Z_{UT,lastat} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}} = \frac{(R//sL_L) * I}{I} = R//sL_L,$$

där R är filterresistorns resistans och sL_L är lastinduktansens reaktans, vars storlek hade kunnat beräknas med

$$sL_L = 2\pi f L_L,$$

där f är den aktuella frekvensen och L_L är lastinduktansen.

- Samtidigt hade filtrets brytfrekvens kunnat härledas med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi * (R//sL_L) * C},$$

där lastinduktansens reaktans sL_L hade kunnat beräknas via brytfrekvensen via formeln

$$sL_L = 2\pi f_c L_L,$$

där f_c är brytfrekvensen och L_L är lastinduktansen.

- Exakt samma princip gäller ifall högpass RC-filtret vore lastat med en lastkapacitans C_L med skillnaden att lastinduktansens reaktans sL_L i formeln ovan hade ersatts med lastkapacitansens reaktans $1/(sC)_L$, som hade kunnat beräknas med formeln

$$\frac{1}{sC_L} = \frac{1}{2\pi f C_L}$$

2.2.7 - Härledning av högpass RC-filtrets amplitudfunktion |H(s)|

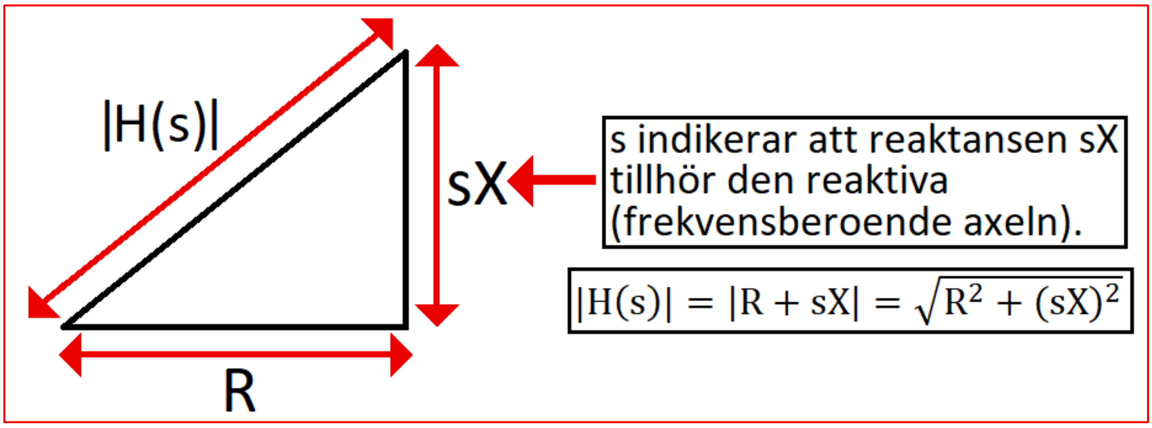
- För att få en bild av hur insignalerna påverkas av högpassfiltret vid olika frekvenser så måste bidragen från den resistiva (icke frekvensberoende) samt den reaktiva (frekvensberoende) delen av filtret summeras till ett enda värde. Precis som vi såg tidigare för högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} så kan vi använda oss utav absolutbelopp för detta, men i detta fall kommer vi beräkna högpassfiltrets så kallade amplitudfunktion |H(s)|, istället för $|Z_{IN}|$. Vi kommer också gå in i mer detalj på hur det komplexa talplanet fungerar och var det härstammar från.

- Vi kan utgå från ett exempel. Anta att vi har en generell överföringsfunktion H(s), som består av en resistiv del R samt en reaktiv del sX. Överföringsfunktionen H(s) kan därför uttryckas via formeln

$$H(s) = R + sX,$$

där R samt sX är den resistiva respektive reaktiva delen av överföringsfunktionen H(s).

- Man kan se den resistiva delen R samt den reaktiva delen sX av överföringsfunktionen H(s) som storheter av två olika dimensioner, som därför kan ritas ut på två axlar, se figuren nedan. Den resistiva delen R av filtret utgörs av ett tal på x-axeln, medan den frekvensberoende delen sX utgörs av ett tal på y-axeln. Notera att talet s i indikerar att X är frekvensberoende, vilket medför att reaktansen sX ritas ut som en storhet i y-led.



Komplext talplan, där amplitudfunktionen |H(s)| av en given överföringsfunktion H(s) = R + sX kan beräknas med Pythagoras sats, där den resistiva delen R samt den reaktiva delen sX ligger på var sin axel. Talet s indikerar att reaktansen sX är reaktiv (frekvensberoende); därför ritar vi ut sX som en storhet i y-led. Den resistiva (icke-frekvensberoende) delen av överföringsfunktionen (den resistiva delen) ritas istället ut som en storhet i x-led.

- Principen med att skriva ut storheter på olika axlar har man lånat från matematiken, där ”vanliga” reella tal, såsom 3, 5 eller 100, ritas ut som storheter på x-axeln, medan så kallade imaginära tal, dvs. tal som inte finns i det reella talsystemet, såsom talet i (som är samma som roten ur -1), 4i eller 35i, ritas ut som storheter på y-axeln.

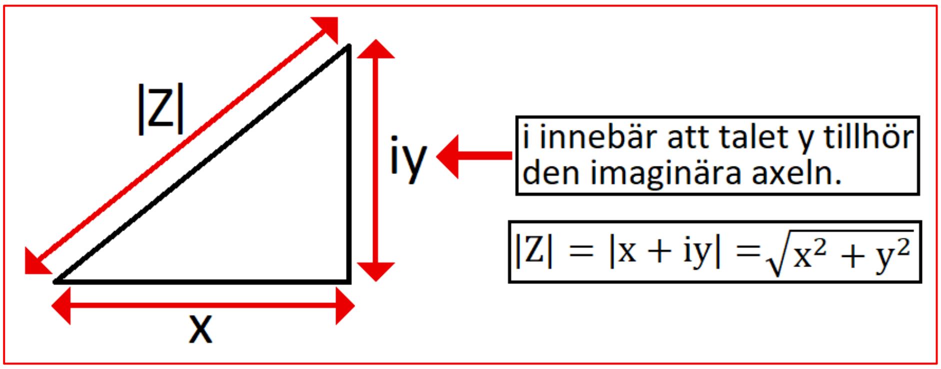
- I de fall vi har ett tal som innehåller både en reell del x samt en imaginär del iy, så kan detta tal skrivas ut som ett så kallat komplext tal Z med formeln

$$Z = x + iy,$$

där Z är det komplexa talet och x samt iy är den reella respektive imaginära delen av talet. Att ett tal är komplext betyder alltså att det innehåller både en reell (eller resistiv) del samt en imaginär (eller reaktiv) del. Notera att talet i, precis som talet s inom elektroteknik, innebär att talet y inte tillhör den ”vanliga” dimensionen (x-axeln), och ritas därför ut som en storhet på y-axeln. Precis som talet i så indikerar talet s att en storhet tillhör y-axeln.

- Vi kan rita ut det komplexa talet Z på ett så kallat komplext talplan, såsom figuren nedan. Som synes så bildar talet x samt det imaginära talet iy en triangel, vars hypotenusa är lika med absolutbeloppet |Z|. Därmed så kan |Z| beräknas med Pythagoras sats, vilket ger

$$|Z| = |x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

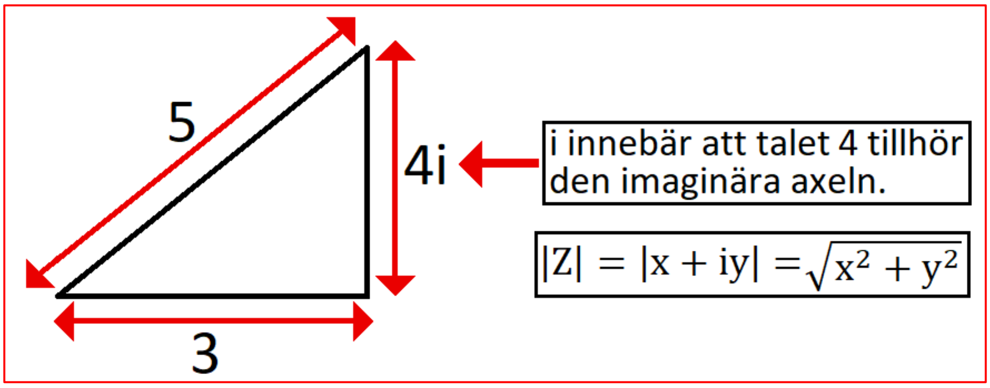


Komplext talplan, där den reella delen x samt den komplexa delen iy av det komplexa talet Z bildar en triangel, vars hypotenusa är lika med absolutbeloppet |Z|, som därför kan beräknas med Pythagoras sats.

- Vi kan också visa detta i praktiken; anta att vi har ett komplext tal Z, vars reella del x är lika med 3 och dess imaginära del iy är lika med 4i. Det komplexa talet Z kan därför härledas med formeln

$$Z = 3 + 4i$$

- Eftersom talet 3 samt talet 4i tillhör olika dimensioner och därför ritas ut som storheter på olika axlar så måste vi summera deras respektive bidrag för att få en bild av det komplexa talet Z:s totalbelopp. Detta gör vi genom att beräkna det komplexa talet Z:s absolutbelopp |Z| via Pythagoras sats; vi tydliggör detta genom att rita ut talet 3 samt talet 4i på ett komplext talplan, se figuren nedan.



Komplext talplan, där den reella delen 3 samt den komplexa delen 4i av det komplexa talet Z bildar en triangel. Hypotenusa av denna triangel, som enkelt beräknas till 5 med Pythagoras sats, är lika med absolutbeloppet |Z| av det komplexa talet Z.

- Notera att det reella talet 3 samt det imaginära talet 4i bildar var sin sida av en triangel, vars hypotenusa är lika med det komplexa talet Z:s absolutbelopp |Z|. Vi kan därför enkelt beräkna |Z| till 5 med Pythagoras sats, eftersom

$$|Z| = |3 + 4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

- Därmed så summeras bidraget från den reella respektive den imaginära delen av talet Z för att beräkna absolutbeloppet av talet Z; därmed så får vi en bild av den totala storleken på det komplexa talet Z, vilket annars är problematiskt, då talet Z sträcker sig över två dimensioner (både i x-led samt i y-led).

- Inom elektroteknik så motsvarar resistiva (icke frekvensberoende) storheter de reella talen, medan reaktiva (frekvensberoende) storheter motsvarar de imaginära talen. Notera också att impedansen vi har fått beteckningen Z på impedans från komplexa tal inom matematik.

- Till skillnad mot talet i, som endast indikerar att talet y är imaginärt, så innehåller dock frekvensparametern s delar som påverkar den reaktiva storhetens storlek, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

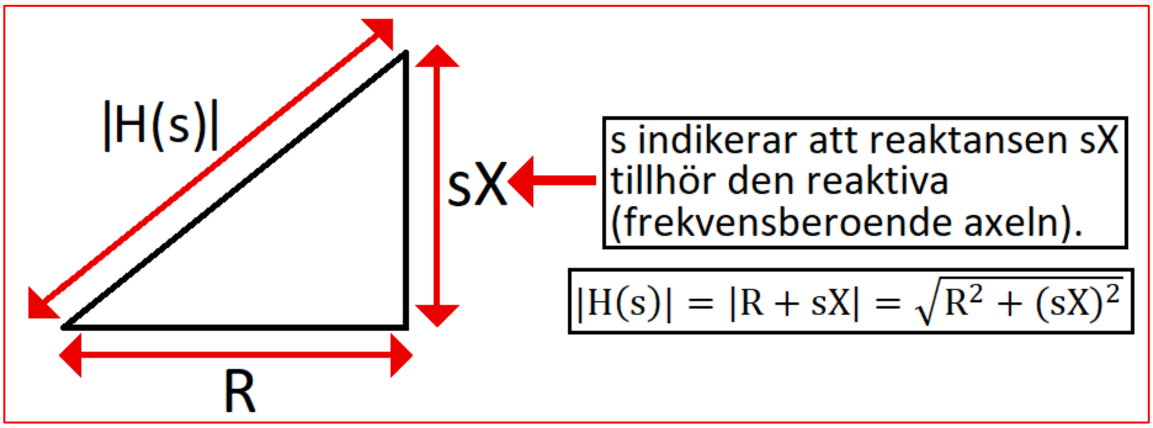
  där f är den aktuella frekvensen. Därmed så måste vi räkna med talet s vid beräkning av absolutbeloppet av komplexa storheter, såsom impedansen, överföringsfunktion samt också spänningar och strömmar. Därför så måste vi även räkna med talet s vid beräkning av absolutbelopp av komplexa storheter som innehållet en reaktiv del sX.

- Som synes i figuren nedan så bildar den resistiva delen R samt den reaktiva delen sX av överföringsfunktionen H(s) en triangel, vars hypotenusa är lika med amplitudfunktionen |H(s)|.

- Därmed så kan amplitudfunktionen |H(s)|enkelt beräknas med Pythagoras sats:

$$|H(s)| = |R + sX| = \sqrt{R^2 + (sX)^2},$$

  där |H(s)| är amplitudfunktionen, R är den resistiva (icke frekvensberoende) delen och sX är den reaktiva (frekvensberoende) delen av överföringsfunktionen.



- Amplitudfunktionen |H(s)| ger oss en bild utav överföringsfunktionens totala belopp vid en given frekvens f, där |H(s)|= 0 indikerar (100 % dämpning av inkommande signaler vid den angivna frekvensen f), |H(s)|= 1 indikerar ingen dämpning (alla signaler passerar obemärkt vid den angivna frekvensen f) och allt däremellan indikerar att inkommande signaler dämpas till en viss grad (vid den angivna frekvensen f); som exempel en amplitudfunktion |H(s)| på 0,5 vid en given frekvens f indikerar att högpass RC-filtret dämpar inkommande signaler med 50 % (vid denna frekvens).

- Men låt oss nu beräkna amplitudfunktionen |H(s)| på ett högpass RC-filter. Vi såg tidigare att överföringsfunktionen H(s) på ett olastat högpass RC-filter är lika med

$$H(s) = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sRC}},$$

  där den resistiva delen är lika med ett och den reaktiva delen av kretsen är lika med 1/sRC.

- Amplitudfunktionen |H(s)| av denna överföringsfunktion är därmed lika med

$$|H(s)| = \left|\frac{U_{UT}}{U_{IN}}\right| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} = \frac{|1|}{\left|1 + \frac{1}{sRC}\right|} = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}}$$

- Vid brytfrekvensen f_c så är absolutbeloppet av den resistiva delen och den reaktiva delen av överföringsfunktionen H(s) lika stora. Eftersom absolutbeloppet av den resistiva delen av |H(s)| är lika med ett så betyder detta att även absolutbeloppet av den reaktiva delen 1/sRC är lika med ett, vilket medför att

$$Brytfrekvens \rightarrow \left(\frac{1}{sRC}\right)^2 = 1^2 = 1$$

- Därmed så gäller att den reaktiva delen 1/(sRC) är lika med ±1, eftersom

$$\frac{1}{sRC} = \sqrt{\left(\frac{1}{sRC}\right)^2} = \sqrt{1} = \pm 1$$

- Därmed så gäller att absolutbeloppet |1/(sRC)| är lika med 1, eftersom

$$\left|\frac{1}{sRC}\right| = |1| = 1,$$

där frekvensparametern s, filterresistorns resistans R samt filterkondensatorns kapacitans är större eller lika med noll, vilket medför att

$$\left|\frac{1}{sRC}\right| = \frac{1}{sRC},$$

då

$$\frac{1}{sRC} \geq 0$$

- Därmed så är den reaktiva delen 1/(sRC) av överföringsfunktionen H(s) lika med ett:

$$\frac{1}{sRC} = 1$$

- Genom att multiplicera med sRC i både vänster- och högerledet så ser vi att sRC är lika med ett:

$$sRC = 1$$

- Därefter kan vi dividera med RC i vänster- och högerledet och därigenom härleda formeln

$$s = \frac{1}{RC}$$

- Frekvensparametern s och en given insignals frekvens f har följande samband:

$$s = 2\pi f,$$

vilket medför att vid brytfrekvensen f_c så kan frekvensparametern s i formeln ovan ersättas med $2\pi f_c$:

$$s = 2\pi f_c,$$

vilket medför att

$$2\pi f_c = \frac{1}{RC}$$

- Vi kan därefter härleda en formel för brytfrekvensen f_c genom att dividera med 2π i både vänster- och högerled:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

där f_c är brytfrekvensen, R är filterresistorns resistans och C är filterkondensatorns kapatitans.

- Därmed så blir amplitudfunktionen |H(s)| lika med 1/ √2, alltså ca 0,707, eftersom

$$Brytfrekvens \ \rightarrow |H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707$$

- Detta betyder att vid brytfrekvensen f_c så kommer storleken på utsignalen U_{UT} vara ca 70,7 % av storleken på insignalen U_{IN}, vilket betyder att högpass RC-filtret dämpar signaler vars frekvens ligger runt brytfrekvensen f_c med ca 100 – 70,7 = 29,3 %. Ju lägre under brytfrekvensen f_c vi kommer, desto mer kommer signalerna dämpas, vilket medför att amplitudfunktionen |H(s)| närmar sig noll. Detta indikerar att utsignalen U_{UT} närmar sig noll, oavsett storleken på insignalen U_{IN}.

- Ju högre över brytfrekvensen f_c vi kommer, desto mindre kommer signalerna dämpas, vilket medför att amplitudfunktionen |H(s)| närmar sig ett, vilket indikerar att utsignalen U_{UT} kommer närma sig insignalen U_{IN}; när |H(s)| är lika med ett så är utsignalen U_{UT} exakt lika med insignalen U_{IN}.

- Vi kan enkelt visa detta. När absolutbeloppet |1/sRC| av filtrets reaktiva del 1/sRC är mycket mindre än filtrets resistiva del (som är lika med ett), så blir amplitudfunktionen |H(s)| ungefär lika med ett, eftersom

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1}} = 1,$$

  då

$$\frac{1}{sRC} \ll 1,$$

  vilket medför att

$$1+\left(\frac{1}{sRC}\right)^2 \approx 1$$

- När absolutbeloppet |1/sRC| av filtrets reaktiva del 1/sRC är mycket större än filtrets resistiva del (som är lika med ett), så kommer amplitudfunktionen |H(s)| närma sig noll, eftersom

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{sRC}\right)} \approx 0,$$

  då

$$\frac{1}{sRC} \gg 1$$

- Som vi såg tidigare så uppnås brytfrekvensen f_c när den frekvensberoende delen 1/sRC är lika med den resistiva delen av överföringsfunktionen (som är lika med ett), vilket leder till att amplitudfunktionen |H(s)| blir ungefär lika med 0,707, eftersom

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707$$

  då

$$Brytfrekvens \rightarrow \frac{1}{sRC} = 1$$

- Genom att transformera formeln ovan så kan vi härleda en formel för frekvensparametern s vid högpassfiltrets brytfrekvens f_c:

$$Brytfrekvens \rightarrow s = \frac{1}{RC}$$

- Som vi har sett tidigare så lyder sambandet mellan frekvensparametern s samt frekvensen f enligt följande:

$$s = 2\pi f,$$

  där s är frekvensparametern och f är den aktuella frekvensen.

- Vid brytfrekvensen f_c, då frekvensparametern s är lika med 1/RC, så gäller därmed att

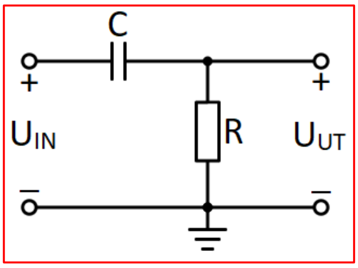
$$Brytfrekvens \rightarrow s = 2\pi f_c = \frac{1}{RC}$$

  som sedan kan transformeras för att härleda den konventionella formeln för RC-högpassfiltrets brytfrekvens f_c:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

  där R är filterresistorns resistans och C är filterkondensatorns kapacitans.

- För att demonstrera högpass RC-filtrets beteende vid olika frekvenser så kan vi dimensionera ett högpass RC-filter, se figuren till höger, vars brytfrekvens f_c vi sätter till 1 kHz. Vi försummar eventuell lastimpedans (eller lastresistans), vilket möjliggörs av att vi dimensionerar efterföljande steg så att dess inimpedans (eller inresistans) är hög.



Högpass RC-filter. Eventuell lastimpedans kan försummas under förutsättningen att eventuell lastimpedans görs mycket hög.

- På grund av detta kan vi beräkna högpassfiltrets brytfrekvens f_c med samma formel som i olastat tillstånd:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

  där R är filterresistorns resistans och C är filterkondensatorns kapacitans.

- Vi måste välja lämpliga värden på filterresistorn R samt filterkondensatorn C för att sätta brytfrekvensen f_c till 1 kHz. Eftersom vi har två storheter att dimensionera så kan vi välja en av dem valfritt och anpassa den andra efter detta. Vi sätter därför filterresistor R till 10 kΩ:

$$R = 10\ k\Omega$$

- Därefter kan ett lämpligt värde på filterkondensatorn C bestämmas genom att vi transformerar formeln för brytfrekvensen f_c ovan till

$$C = \frac{1}{2\pi R f_c}$$

- Därefter sätter vi in värdena för filterresistorn R (10 kΩ) samt brytfrekvensen f_c (1 kHz) i formeln och genomför beräkningen, vilket indikerar att vi bör sätta filterkondensatorn C så nära 16 nF som möjligt, eftersom

$$C = \frac{1}{2\pi R f_c} = \frac{1}{2\pi * 10k * 1k} \approx 16\ nF$$

- Närmaste standardvärde är 15 nF, som vi därför använder. Med detta värde blir brytfrekvensen f_c något högre än 1 kHz (ca 1,06 kHz), eftersom

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi * 10k * 15n} \approx 1{,}06\ kHz,$$

- Dock gör inte detta något i praktiken. Om vi av någon anledning vill att brytfrekvensen f_c absolut inte för överstiga 1 kHz så hade vi givetvis kunnat välja närmaste standardvärde som är större än 16 nF, vilket är 18 nF. Med detta värde hade brytfrekvensen f_c istället blivit ca 0,88 kHz.

- Högpassfiltret har som funktion att dämpa signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen (ca 1,06 kHz), samtidigt som övriga signaler skall kunna passera. Detta betyder att amplitudfunktionen |H(s)| bör vara ungefär lika med noll för frekvenser under brytfrekvensen 1 kHz och ett för frekvenser ovanför brytfrekvensen.

- I praktiken så fungerar filtret inte så svart och vitt, utan dämpningen sker gradvis, vilket betyder att vissa frekvenser under brytfrekvensen (som ideellt inte skall dämpas) kommer dämpas något, särskilt de närmare brytfrekvensen, samtidigt som en del frekvenser ovanför brytfrekvensen kommer passera till viss del.

- Vi kan visa detta genom att beräkna amplitudfunktionen |H(s)| för högpass RC-filtrets överföringsfunktion H(s) vid olika frekvenser. Tidigare i kapitlet så härledde vi följande formel för högpass RC-filtrets amplitudfunktion |H(s)|:

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}},$$

där den resistiva delen av filtret (samt överföringsfunktionen) är lika med ett och den reaktiva delen är lika med 1/sRC. För vidare analys utnyttjar vi sambandet mellan frekvensparametern s och signalens frekvens f:

$$s = 2\pi f$$

- Med våra valda värden på filterresistorn R (10 kΩ) samt filterkondensatorn C (15 nF) så erhålls följande formel för |H(s)|:

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{s * 10k * 15n}\right)^2}}$$

- Vi börjar med att undersöka högpass RC-filtrets dämpning av en signal vars frekvens f långt understiger brytfrekvensen f_c, till exempel f = 10 Hz, som understiger brytfrekvensen med ungefär en faktor 100. I detta fall bör signalen dämpas kraftigt och amplitudfunktionen |H(s)| bör därför bli ungefär lika med noll. Vi undersöker detta genom att ersätta frekvensparametern s i formeln för |H(s)| ovan med

$$s = 2\pi f = 2\pi * 10\ Hz$$

vilket resulterar i att |H(s)| = |H(2π*10)| blir ungefär lika med noll, eftersom

$$|H(2\pi * 10)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi * 10 * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (106)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{11\ 259}} \approx 0{,}009$$

- En amplitudfunktion |H(s)| på ca 0,009 betyder att storleken på utsignalen U_{UT} är ca 0,9 % av insignalen U_{IN}:s storlek, eftersom

$$|H(s)| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} \approx 0{,}009,$$

vilket medför att

$$|U_{UT}| \approx 0{,}009 * |U_{IN}|$$

- Därmed så dämpar högpass RC-filtret inkommande signaler med ca 99 % vid en frekvens f på 10 Hz, ca 100 gånger under brytfrekvensen f_c. Ideellt hade vi önskat att denna siffra istället hade varit 100 % (och därmed att amplitudfunktionen |H(s)| hade blivit noll) för samtliga frekvenser under brytfrekvensen, men som vi tidigare har sett så är detta inte fallet; istället så sker dämpningen linjärt med ökad frekvens.

- Det enda som dämpas fullständigt att högpass RC-filtret är likström, som vi har sett tidigare. Detta beror givetvis på att frekvensen på likström är lika med noll, vilket ger amplitudfunktionen

$$|H(2\pi * 0)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi * 0 * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (\infty)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\infty}} = 0,$$

alltså total dämpning av insignalerna vid likström, eftersom utsignalen U_{UT} då blir noll:

$$|H(s)| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} = 0 \rightarrow |U_{UT}| \approx 0 * |U_{IN}| = 0$$

- Låt oss undersöka en till signal som understiger brytfrekvensen, denna gång med ungefär en faktor tio; vi undersöker därmed en signal vars frekvens f = 100 Hz. Denna signal kommer bli dämpad av högpass RC-filtret med ca 91 %, eftersom

$$|H(2\pi * 100)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi * 100 * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (10{,}6)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{113{,}6}} \approx 0{,}09$$

- En amplitudfunktion |H(s)| på ca 0,09 indikerar att filtret släpper igenom ca 9 % av inkommande signaler vid denna frekvens, eftersom

$$|H(s)| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} \approx 0{,}09 \rightarrow |U_{UT}| \approx 0{,}09 * |U_{IN}|,$$

medan resterande 91 % dämpas. Därmed så dämpar högpass RC-filtret inkommande signaler med ca 91 % vid en frekvens på 100 Hz, alltså ca tio gånger under brytfrekvensen f_c.

- Så länge den reaktiva delen 1/sRC av filtret är minst tre gånger större resistiva delen (som är lika med ett), alltså minst tre, så ökar filtrets amplitudfunktion |H(s)| linjärt med ökad frekvens, eftersom vi då kan försumma den resistiva delen i nämnaren (alltså ettan):

$$\frac{1}{sRC} \geq 3 \rightarrow \sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2} \approx \sqrt{\left(\frac{1}{sRC}\right)^2} = \frac{1}{sRC}$$

- Därmed så kan amplitudfunktionen |H(s)| approximeras till

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{sRC}\right)} = sRC$$

- Eftersom frekvensparametern s är ökar i proportion med frekvensen f enligt sambandet

$$s = 2\pi f,$$

så kommer också amplitudfunktionen |H(s)| öka i proportion med frekvensen, eftersom

$$|H(s)| \approx sRC = 2\pi fRC,$$

då

$$\frac{1}{sRC} \geq 3$$

- Detta medför då att vid frekvens f = 200 Hz så bör amplitudfunktionen |H(s)| fördubblas från ca 0,09 till ca 0,18 jämfört med vid f = 100 Hz. Vi kan enkelt se att detta är fallet, då

$$|H(2\pi * 200)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi * 200 * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (5{,}3)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{29{,}1}} \approx 0{,}185,$$

vilket indikerar att filtret släpper igenom ca 18,5 % av inkommande signaler vid frekvensen 200 Hz, eftersom

$$|H(s)| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} \approx 0{,}185 \rightarrow |U_{UT}| \approx 0{,}185 * |U_{IN}|,$$

medan resterande 81,5 % dämpas. Därmed ser vi att högpass RC-filtrets dämpning sker i omvänd proportion med frekvensen vid de frekvenser då resistiva delen av filtret är minst tre gånger större än den resistiva delen, alltså minst tre.

- Som vi tidigare har sett så dämpar högpass RC-filter inkommande signaler med ca 30 % vid brytfrekvensen f_c (1,06 kHz i detta exempel), eftersom

$$|H(2\pi * 1{,}06k)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi * 1{,}06k * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (1)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707,$$

vilket betyder att storleken på utsignalen U_{UT} är ca 70,7 % av insignalen U_{IN}:s storlek vid brytfrekvensen, då

$$|H(s)| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} \approx 0{,}707,$$

vilket medför att

$$|U_{UT}| \approx 0{,}707 * |U_{IN}|,$$

medan resterande 29,3 % dämpas.

- Ovanför brytfrekvensen f_c, så kommer högpassfiltrets dämpning av insignalerna gradvis minska med ökad frekvens, vilket leder till att amplitudfunktionen |H(s)| gradvis kommer närma sig ett. Som exempel, vid frekvensen f = 10 kHz, alltså ca tio gånger över brytfrekvensen f_c, så dämpas inkommande signaler med mindre än 1 %, eftersom

$$|H(2\pi * 10k)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi * 10k * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (0{,}106)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1{,}01}} \approx 0{,}99$$

- Så fort den reaktiva delen 1/sRC av filtret understiger den resistiva delen med minst en faktor tre (alltså 1/3 eller mindre) så kommer amplitudfunktionen |H(s)| bli ungefär lika med ett, då vi kan försumma den reaktiva delen:

$$\frac{1}{sRC} \leq \frac{1}{3} \rightarrow \sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2} \approx \sqrt{1^2} = 1$$

- Därmed så kan amplitudfunktionen |H(s)| approximeras till ett, eftersom

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sRC}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1^2}} = \frac{1}{1} = 1$$

- Notera avsaknaden av frekvensparametern s ovan, vilket medför att amplitudfunktionen |H(s)| i princip inte längre är frekvensberoende efter att den reaktiva delen 1/sRC minskat till en tredjedel av den resistiva delen (som är lika med ett); |H(s)| är redan ungefär lika med ett och så kommer också vara fallet om frekvensen ökar ännu mer, för då kommer 1/sRC bli ännu mindre och därmed ännu mer obetydlig:

$$|H(s)| \approx 1,$$

då

$$\frac{1}{sRC} \leq \frac{1}{3}$$

- Detta medför att vid frekvenser som överstiger brytfrekvensen f_c med en tredjedel eller mer så kommer amplitudfunktionen |H(s)| bli ungefär lika med ett; låt oss undersöka |H(s)| vid frekvensen f = 3,5 kHz, alltså ca tre gånger ovanför brytfrekvensen (ca 1,06 kHz):

$$|H(2\pi * 3k)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\pi * 3k * 10k * 15n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1+(0{,}35)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1{,}12}} \approx 0{,}94$$

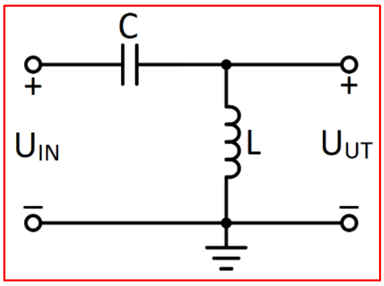
vilket betyder att endast 6 % av inkommande signaler dämpas vid denna frekvens.

- Ideellt hade högpass RC-filtret släppt igenom signaler ovanför brytfrekvensen f_c utan minsta dämpning (vilket hade medfört en amplitudfunktion |H(s)| = 1), Samtidigt som signaler under brytfrekvensen hade spärrats fullständigt (vilket hade medfört en amplitudfunktion |H(s)| = 0).

- I exemplen ovan ser vi dock att filtret inte arbetar så svart eller vitt; för signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen f_c med en faktor runt tio så släpptes fortfarande ca 9 % av signalerna igenom (|H(s)| ≈ 0,09), vilket betyder att dämpningen uppgick till ca 91 % vid denna frekvens. I det sista exemplet ovan såg vi också att signaler vars frekvens överstiger brytfrekvensen f_c med en faktor runt tre så släpptes 94 % av signalerna igenom (|H(s)| ≈ 0,94), vilket betyder att dämpningen uppgick till ca 6 % vid denna frekvens.

- Detta kan vara värt att tänka på ifall det är mycket viktigt att inte råka dämpa signaler över en viss frekvens. Som exempel så används ofta högpass RC-filter på ingången till audioförstärkare för att spärras för likström, som annars kan förstöra högtalaren. Det är viktigt att se till högpassfiltret inte råkar dämpa hörbara basfrekvenser i onödan; hörselintervallet för en människa ligger vanligtvis mellan ca 20 Hz upp till ca 20 kHz; för att inte råka dämpa basfrekvenser, alltså låga frekvenser, så bör vi sätta brytfrekvensen f_c långt under 20 Hz, helst 1–5 Hz. Som vi kommer se i nästa avsnitt så är då högpass RC-filtrets dämpning vid 20 Hz och uppåt obetydligt, vilket medför att hörbara basfrekvenser inte spärras.

- Alternativt så hade ett högpass LC-filter kunnat användas, där filterresistorn R ersätts en filterspole L. Som vi kommer se senare så kan LC-filter sägas vara bättre filter än RC-filter; LC-filter har mer önskvärda egenskaper, såsom att dämpa icke-önskvärda signaler effektivare vid en given frekvens samt att de släpper igenom en högre andel av önskvärda signaler.



Högpass LC-filter, där en filterspole L används istället för en filterresistor R, vilket leder till ett filter med förbättrade egenskaper.

- För ett högpass LC-filter innebär detta att signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen f_c dämpas till högre grad vid en given frekvens, samtidigt som signaler vars frekvens överstiger brytfrekvensen f_c släpps igenom till större grad, genom att den oavsiktliga dämpning vi såg vid analys av högpass RC-filtret ovan är lägre vid en given frekvens.

- En nackdel med att använda ett LC-filter är dock själva spolen; vanligtvis tar denna mycket plats samt att den är relativt dyr. Förutom att det kan vara svårt eller till och med omöjligt att få plats med ett eller flera LC-filter i exempelvis IC-kretsar så hade produktionskostnaden ökat avsevärt, särskilt vid massproduktion, om det var möjligt. Av dessa anledningar föredras ofta RC-filter framför LC-filter i IC-kretsar samt större diskreta kretsar, trots att LC-filter har bättre egenskaper.

- Låt oss anta att vi skall skapa ett högpass LC-filter vars brytfrekvens f_c är samma som föregående högpass RC-filter, alltså ca 1,06 kHz. För att hålla inte behöva använda en för stor spole så kompenserar vi genom att använda en större filterkondensator, exempelvis C = 1 µF:

$$C = 1\ \mu F$$

- För att skapa detta högpass LC-filter så behöver vi använda en filterspole L på ca 22 mH, eftersom högpass LC-filtrets brytfrekvens f_c har följande samband med filterspolen L samt filterkondensatorn C:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

där f_c är brytfrekvensen, L är filterspolens induktans och C är filterkondensatorns kapacitans. Genom att transformera formeln ovan så kan ett lämpligt värde på filterspolen L väljas:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow \sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi f_c} \rightarrow LC = \left(\frac{1}{2\pi f_c}\right)^2 = \frac{1}{(2\pi f_c)^2} \rightarrow L = \frac{1}{(2\pi f_c)^2 * C}$$

- Genom att sätta in värdena för brytfrekvensen f_c (1,06 kHz) samt filterkondensatorn C (1 µF) så ser vi då att

$$L = \frac{1}{(2\pi f_c)^2 * C} = \frac{1}{(2\pi * 1{,}06k)^2 * 1\mu} \approx 22{,}5\ mH$$

- Närmaste standardvärde är 22 mH, som vi därmed använder:

$$L = 22\ mH$$

- Som vi kommer se längre fram i kapitlet så kan amplitudfunktionen |H(s)| av ett olastat högpass LC-filters överföringsfunktion H(s) beräknas med formeln

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{s^2 LC}\right)^2}},$$

där |H(s)| är amplitudfunktionen, s är frekvensparametern, L är filterspolens induktans och C är filterkondensatorns kapacitans.

- Jämfört med det tidigare högpass RC-filtret, där ca 9 % av insignalerna fortfarande släpptes igenom vid frekvensen f = 100 Hz, så kommer motsvarande högpass LC-filter endast släppa igenom ca 0,09 %, alltså ca 100 gånger mindre, vilket amplitudfunktionen |H(s)| vid f = 100 Hz indikerar:

$$f = 100\ Hz \rightarrow s = 2\pi * 100$$

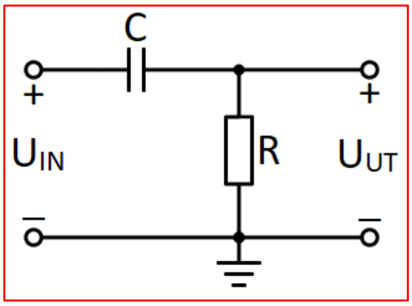
$$\rightarrow |H(2\pi * 100)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{(2\pi * 100)^2 * 22m * 1\mu}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + 115^2}} \approx \frac{1}{115} \approx 0{,}009$$

- Däremot vid frekvensen f = 3,5 kHz, där det tidigare högpass RC-filtret fortfarande dämpade signalerna med ca 6 % (amplitudfunktionen |H(s)| ≈ 0,94), så kommer motsvarande LC-filter endast dämpa ca 1 %, eftersom

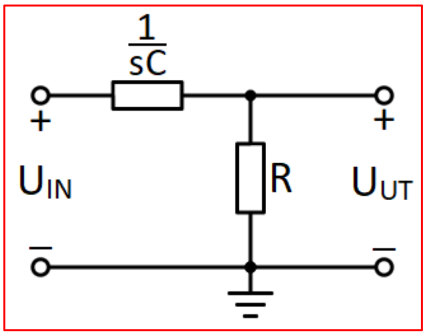
$$|H(2\pi * 3{,}5k)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{(2\pi * 3{,}5k)^2 * 22m * 1\mu}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + 0{,}09^2}} \approx \frac{1}{1{,}01} \approx 0{,}99$$

- Därmed så ser vi att högpass LC-filtret otvivelaktigt har mer ideella egenskaper än motsvarande högpass RC-filter.

2.2.8 - Härledning av utsignalens absolutbelopp $|U_{UT}|$ via spänningsdelning



Vanligt olastat högpass RC-filter.



Olastat högpass RC-filter efter Laplacetransformering.

- Som vi såg tidigare så ett högpass RC-filters överföringsfunktion H(s) lika med

$$H(s) = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}},$$

där R är filterresistorns resistans och 1/(sC) är filterkondensatorns reaktans.

- Genom att transformera om formeln ovan så kan vi härleda en formel för utspänningen U_{UT}:

$$U_{UT} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} * U_{IN}$$

- Formeln för utsignalens absolutbelopp $|U_{UT}|$ blir därmed

$$|U_{UT}| = \frac{|R|}{\left|R + \frac{1}{sC}\right|} * |U_{IN}| = \frac{\sqrt{R^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2}} * |U_{IN}| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2}} * |U_{IN}|$$

- Som vi tidigare har sett så spärrar alla kondensatorer för likström, eftersom s kommer gå mot noll, då s (i filterkondensatorns reaktans 1/(sC)) och den aktuella frekvensen f har följande samband:

$$s = 2\pi f,$$

vilket leder till att

$$\lim_{f \to 0} s = \lim_{f \to 0} 2\pi f = 2\pi * 0 = 0$$

- När den aktuella frekvensen f går mot noll så kommer alltså också s gå mot noll, vilket i sin tur leder till att kondensatorns reaktans 1/(sC) kommer gå mot evigheten, eftersom

$$\lim_{s \to 0} \frac{1}{sC} = \frac{1}{0 * C} = \frac{1}{"0"} = \infty$$

- Vid likström (då insignalen U_{IN}:s frekvens f är lika med noll) så kommer därmed filterkondensatorn C utgöra ett i princip oändligt motstånd.

- Därmed så blir absolutbeloppet av utsignalen U_{UT} ungefär lika med noll, eftersom

$$\lim_{s \to 0} |U_{UT}| = \lim_{s \to 0} \frac{|R|}{\left|R + \frac{1}{sC}\right|} * |U_{IN}| = \frac{|R|}{|R + \infty|} * |U_{IN} \approx \frac{|R|}{|\infty|} = \frac{R}{\infty} = 0$$

- Vid extremt höga frekvenser, så kommer s istället gå mot oändlighet, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

vilket leder till att

$$\lim_{f \to \infty} s = \lim_{f \to \infty} 2\pi f = 2\pi * \infty = \infty$$

- När den aktuella frekvensen f går mot evigheten så kommer därmed även s gå mot evigheten, vilket i sin tur leder till att kondensatorns reaktans 1/(sC) kommer gå mot noll, eftersom

$$\lim_{s\to\infty} \frac{1}{sC} = \frac{1}{\infty * C} = \frac{1}{\infty} = 0,$$

  vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty} |U_{UT}| = \lim_{s\to\infty} |U_{UT}|$$

- Vi kan därmed beräkna absolutbeloppet av utsignalen U_{UT} till ett när s går mot evigheten, eftersom

$$\lim_{s\to\infty} |U_{UT}| = \lim_{s\to\infty} \frac{|R|}{\left|R + \frac{1}{sC}\right|} * |U_{IN}| = \frac{|R|}{|R+0|} * |U_{IN}| = \frac{|R|}{|R|} = \frac{R}{R} = 1$$

- Därmed så blir absolutbeloppet av utsignalen U_{UT} lika med ett när frekvensen f går mot evigheten, eftersom

$$\rightarrow \lim_{f\to\infty} |U_{UT}| = 1$$

- Vid brytfrekvensen f_c däremot så kommer filterresistorns resistans R samt filterkondensatorns reaktans 1/(sC) utgöra lika stora motstånd; när den aktuella frekvensen f närmar sig brytfrekvensen f_c gäller därmed att

$$\lim_{f\to f_c} \frac{1}{sC} = R$$

- Vi kan därmed ersätta reaktansen 1/(sC) med R i formeln för utsignalen U_{UT} ovan, vilket ger oss

$$\lim_{f\to f_c} |U_{UT}| = \lim_{f\to f_c} \frac{|R|}{\left|R + \frac{1}{sC}\right|} * |U_{IN}| = \lim_{f\to f_c} \frac{\sqrt{R^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2}} * |U_{IN}| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} * |U_{IN}|$$

$$= \frac{R}{\sqrt{2R^2}} * |U_{IN}| = \frac{R}{R\sqrt{2}} * |U_{IN}| = \frac{1}{\sqrt{2}} * |U_{IN}| \approx 0{,}707 * |U_{IN}|$$

- Därmed så kommer absolutbeloppet $|U_{UT}|$ att bli ungefär 70,7 % av insignalens absolutbelopp $|U_{IN}|$ vid brytfrekvensen f_c, eftersom

$$\lim_{f\to f_c} |U_{UT}| \approx 0{,}707 * |U_{IN}|,$$

  vilket betyder att ungefär 70 % av insignalen återstår efter att ha passerat högpass RC-filtret. Därmed så dämpas inkommande signaler med ca 30 % vid brytfrekvensen f_c.

Sammanfattning av utsignalens absolutbelopp |U_{UT}| vid olika frekvenser:

- Av härledningarna ovan så ser vi att högpass RC-filtret dämpar insignaler vid mycket låga frekvenser, eftersom

$$\lim_{f \to 0} |U_{UT}| = 0$$

för att sedan dämpa mindre och mindre ju högre upp i frekvens vi kommer. Därmed så är högpassfiltret inte ideellt; optimalt hade varit att samtliga signaler under brytfrekvensen f_c spärrades, samtidigt som övriga signaler släpptes igenom fullständigt. I praktiken så indikerar brytfrekvensen endast den frekvens där insignalerna dämpas till ca 30 %, eftersom

$$\rightarrow \lim_{f \to f_c} |U_{UT}| \approx 0{,}707 * |U_{IN}|$$

- Ju högre över brytfrekvensen f_c vi kommer, desto mindre kommer högpass RC-filtret dämpa insignalerna. Vid mycket höga frekvenser så kommer insignalerna passera filtret obemärkt, eftersom

$$\lim_{f \to \infty} |U_{UT}| = 1$$

- I praktiken så kommer signalerna passera nästan obemärkt vid mycket lägre frekvenser än oändlighet. Som exempel, tidigare så dimensionerade vi ett högpass RC-filter på ingången till en audioförstärkare, där vi antog att audioförstärkaren hade mycket hög inresistans. Vi satte brytfrekvensen f_c till 1 Hz för att spärra för likström, samtidigt som hörbara frekvenser inte dämpas till någon betydande grad.

- Vi behövde sedan dimensionera filterresistorn R samt filterkondensatorn C; vi kunde välja en av dem valfritt, så vi satte filterresistorn R till 10 kΩ:

$$R = 10\ k\Omega$$

- Genom att transformera om formeln för högpass RC-filtrets brytfrekvens f_c så kunde vi härleda en formel för att kunna beräkna ett lämpligt värde på filterkondensatorn C:

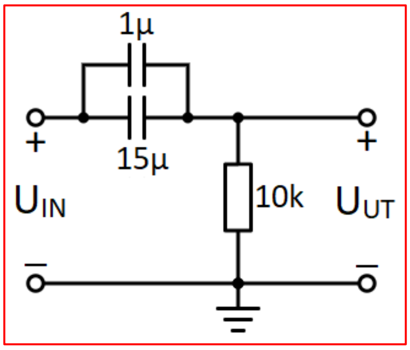
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \rightarrow C = \frac{1}{2\pi R * f_c}$$

- För en brytfrekvens f_c på 1 Hz samt en filterresistor R på 10 kΩ så beräknade vi att filterkondensator C behövde en kapacitans så när 16 µF som möjligt, eftersom

$$C = \frac{1}{2\pi R * f_c} = \frac{1}{2\pi * 10k * 1} \approx 16\ \mu F$$

- Närmsta standardvärde är 15 µF, som vi därmed använder. Brytfrekvensen blir därmed något lägre än 1 Hz, men det skadar inte:

$$C = 15\ \mu F$$



Färdigdimensionerat högpassfilter, vars brytfrekvens är satt till ungefär 1 Hz. Därmed så kommer likström spärras, samtidigt som vi inte råkar spärra hörbara frekvenser till någon betydande grad.

- Därefter placerade vi en keramisk kondensator på 1µF parallellt med filterkondensatorn C. Detta görs för att minska påverkan av filterkondensatorns ekvivalenta serieresistans (ESR) samt ekvivalenta serieinduktans (ESL), som annars kan leda till effektförluster samt att utsignalerna annars riskerar bli något dämpade på grund av att spänningsfallet över filterkondensatorn C blir högt.

- På grund av den keramiska kondensatorn så ökar den totala filterkapacitansen till 16 µF, då ersättningskapacitansen för parallellkopplade kondensatorer beräkna som summan av dem:

$$C_{TOT} = 15\mu + 1\mu = 16\ \mu F$$

- I detta exempel så satte vi brytfrekvensen f_c till 1 Hz, vilket betyder att insignalerna vid denna frekvens dämpas med ca 30 %. Detta är okej, det viktiga är att likström spärras, då detta annars kan förstöra högtalaren; eftersom alla högpassfilter spärrar för likström så är problemet löst.

- Att vi sätter brytfrekvensen f_c så lågt som 0,5 Hz är för att signaler i hörselområdet inte skall dämpas i onödan. Vi människor börjar höra vid frekvensen runt 20 Hz; det är då viktigt att dessa signaler inte blir dämpade onödigt mycket, då vi annars kan råka dämpa en del hörbara basfrekvenser.

- Vi kan använda formeln för utsignalens absolutbelopp $|U_{UT}|$ för att undersöka hur mycket insignalerna kommer dämpas vid frekvensen 20 Hz. Vi härledde tidigare följande formel för utsignalens absolutbelopp $|U_{UT}|$:

$$|U_{UT}| = \frac{|R|}{\left|R + \frac{1}{sC}\right|} * |U_{IN}| = \frac{\sqrt{R^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2}} * |U_{IN}| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC}\right)^2}} * |U_{IN}|$$

- I detta fall, då vi har placerat en keramisk kondensator på 1 µF parallellt med filterkondensator C, så måste vi räkna med den totala filterkapacitansen C_{TOT} istället för endast filterkondensatorn C, där

$$C_{TOT} = C + 1\mu = 15\mu + 1\mu = 16\ \mu F$$

- Formeln för absolutbeloppet $|U_{UT}|$ ovan blir då

$$|U_{UT}| = \frac{|R|}{\left|R + \frac{1}{sC_{TOT}}\right|} * |U_{IN}| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC_{TOT}}\right)^2}} * |U_{IN}|$$

- Vi har satt filterresistorn R till 10 kΩ. Dock återstår att beräkna reaktansen $1/(sC)_{TOT}$ av den totala filterkapacitansen vid frekvensen 20 Hz. Vid räknar med den totala filterkapacitansen C_{TOT} = 16 µF. Vid en frekvens f på 20 Hz så utgöra den totala filterkapacitansen ett motstånd på ungefär 500 Ω, eftersom

$$\frac{1}{sC_{TOT}} = \frac{1}{2\pi f * C_{TOT}} = \frac{1}{2\pi * 20 * 16\mu} \approx 497{,}3\ \Omega$$

- Därmed så blir absolutbeloppet $|U_{UT}|$ ungefär 99,9 % av insignalen vid 20 Hz, eftersom

$$|U_{UT}| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{sC_{TOT}}\right)^2}} * |U_{IN}| \approx \frac{10k}{\sqrt{10k^2 + (497{,}3)^2}} * |U_{IN}| \approx 0{,}999 * |U_{IN}|$$

- Därmed så dämpas inkommande signaler endast med ungefär 0,1 % vid den nedre gränsen av det mänskliga hörselområdet, vilket är obetydligt. Därmed så kommer högpassfiltret spärra för likström, samtidigt som hörbara frekvenser inte kommer dämpas till någon betydande grad.

- Det är viktigt att ha i åtanke att högpassfiltret inte har ideella egenskaper och anpassa brytfrekvensen därefter. Om vi istället hade gjort antagandet att samtliga frekvenser över brytfrekvensen, därav alla hörbara frekvenser, inte kommer dämpas överhuvudtaget av högpassfiltret så hade vi kunnat sätta brytfrekvensen f_c till 20 Hz; ideellt hade då samtliga hörbara frekvenser släppts igenom problemfritt, samtidigt som likström dämpats.

- Vi har då begått ett stort misstag, då en hel del basfrekvenser hade dämpats; vid den nedre gränsen till det hörbara området (runt 20 Hz) så hade signalerna då dämpats till hela 30 %, vilket är oacceptabelt. Genom att sätta brytfrekvensen lägre så undviker vi detta, då även de lägsta hörbara basfrekvenserna (runt 20 Hz) inte hade dämpats mer än ungefär en tusendel.