2.1 - Introduktion till passiva filter

2.1.1 – Definition av filter

- Filter är elektriska kretsar som används för att dämpa signaler inom ett viss frekvensintervall, samtidigt signaler utanför frekvensintervallet helt eller delvis släpps igenom. Därmed så kan icke önskvärda signaler dämpas, såsom högfrekventa störningar eller likström, som kan förstöra högtalare. Samtidigt kan önskvärda signaler passera, såsom ljudsignaler.

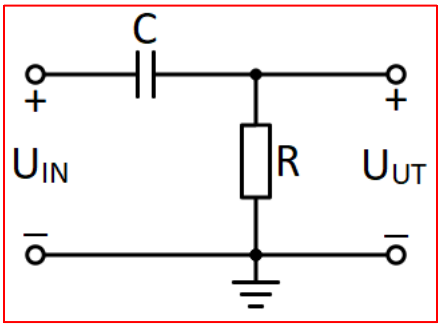
- Passiva filter är filter som är uppbyggda med passiva komponenter, såsom resistorer, kondensatorer och spolar. Det finns också aktiva filter, vilket är filter som innehåller någon typ av förstärkare, vilket medför att önskvärda signaler kan förstärkas, men vi skall inte gå igenom sådana filter här.

- Filter släpper helt enkelt igenom signaler inom vissa frekvensområden, genom att dimensionera resistorer och kondensatorer. Resterande frekvenser dämpas kraftigt.

- Förenklat sett så kan man säga att högpassfilter (HP-filter) släpper igenom signaler vars frekvens ligger ovanför dess brytrekvens, medan övriga frekvenser dämpas. Lågpassfilter (LP-filter) däremot släpper igenom signaler vars frekvens ligger under dess brytfrekvens, medan övriga signaler dämpas.

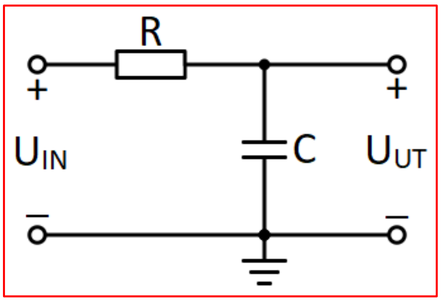
- Dock så är filter inte helt linjära, vilket betyder att brytfrekvensen inte skall ses som en definitiv punkt som indikerar var filtret börjar dämpa signaler. Detta medför att även signaler som skall passera, såsom signaler vars frekvens ligger strax ovanför ett högpassfilters brytfrekvens, kommer dämpas till en viss grad; faktum är att signaler vars frekvens ligger omkring brytfrekvensen kommer dämpas med ca 30 %.

- Ta som exempel ett högpassfilter; vid filtrets brytfrekvens så dämpas signalerna med ca 30 %, vilket betyder att omkring 70 % av signalen återstår. Ju högre över brytfrekvensen vi kommer, desto mindre andel av signalen kommer dämpas. Vid väldigt höga frekvenser så kommer signalerna dämpas mycket lite; dock så blir dämpningen aldrig noll. Under brytfrekvensen så kommer dock signalerna dämpas mer och mer ju lägre vi kommer; vid likström (där frekvensen är lika med noll) så dämpas signalerna till 100 %; vi säger därför att likström spärras av högpassfilter.



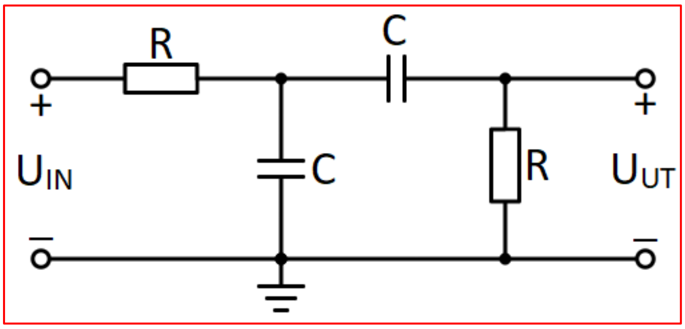
Högpass RC-filter, som dämpar signaler vars frekvens understiger filtrets så kallade brytfrekvens.

Filtrets brytfrekvens sätts genom att dimensionera kondensatorn och resistorn till lämpliga värden.

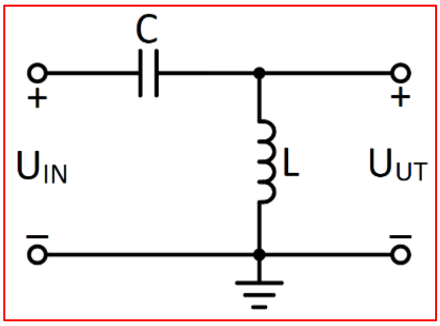


Lågpass RC-filter, som dämpar signaler vars frekvens understiger filtrets så kallade brytfrekvens.

Jämfört med motsvarande högpassfilter (se ovan) så har filterresistorn R och filterkondensatorn C bytt plats med varandra, vilket medför att frekvenser ovanför brytfrekvensen kommer dämpas, istället för tvärtom.



RLC bandpassfilter, som släpper igenom frekvenser inom ett visst intervall, samtidigt som övriga frekvenser spärras. Notera att bandpassfiltret ovan består av ett lågpass RC-filter följt av ett högpass RC-filter; lågpassfiltret dämpar frekvenser ovanför det önskade frekvensintervallet, medan högpassfiltret dämpas frekvenser under frekvensintervallet.



Högpass LC-filter dämpar frekvenser under brytfrekvensen effektivare än motsvarande RC-filter. Dock så måste vi ersätta filterresistorn med en spole, som oftast tar mycket plats samt kostar mycket; i IC-kretsar används därför oftast RC-filter

2.1.2 - Vanliga typer av passiva filter

- Det finns ett par olika typer av passiva filter, såsom RC-filter, LC-filter samt RLC-filter.

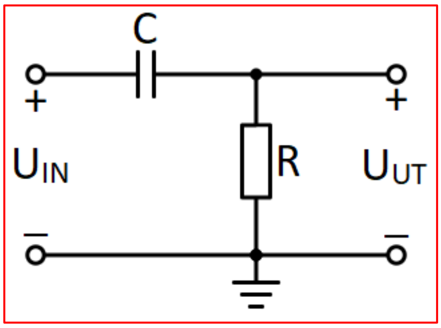
1. RC-filter:

- RC-filter består av resistorer och kondensatorer (därav RC-filter), som tillsammans avgör filtrets brytfrekvens. Beroende på hur filterresistorn R och filterkondensatorn C är placerade så skapas därmed ett högpass- eller lågpassfilter.

- För att veta identifiera ett filters funktion så kan man fundera på om filtret spärrar för likström eller inte; högpassfilter har som funktion att spärra för signaler vars frekvens understiger filtrets brytfrekvens, såsom likström. Lågpassfilter däremot låter signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen, såsom likström, passera.

- Därmed så kan vi konstatera att högpassfilter spärrar likström, medan lågpassfilter låter likström passera.

- På filtret till höger så har en filterkondensator C placerats i serie med ingången, vilket spärrar likström, då kondensatorn kommer utgöra ett oändligt motstånd vid likström. Därmed så kommer filtrets utsignal U_{UT} bli noll, oavsett storleken på insignalen U_{IN}. Därmed så kan vi enkelt identifiera att filtret till höger är ett högpass RC-filter.

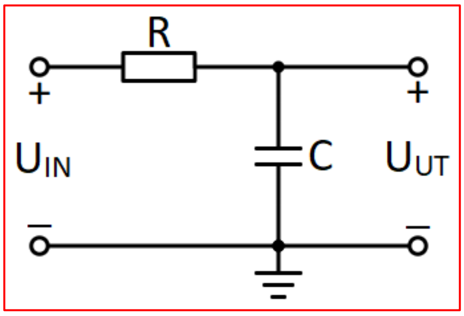


Högpass RC-filter är mycket lätta att identifiera, då dessa har en kondensator placerad i serie med ingången; därmed så kommer inkommande likström spärras, vilket betyder att det omöjligen kan var ett lågpassfilter.

Filtrets brytfrekvens sätts genom att dimensionera kondensatorn och resistorn till lämpliga värden. Signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen f_c kommer dämpas, medan signaler vars frekvens överstiger brytfrekvensen passerar (förenklat sett), därav namnet högpassfilter.

- Som namnet antyder så fungerar lågpassfilter på så sätt att signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen, såsom likström, kan passera. Därmed så kan ett lågpassfilter omöjligtvis ha en kondensator placerad i serie med ingången; istället placeras filterkondensatorn C parallellt vid utgången.

- Vid likström så kommer filterkondensatorn C utgöra ett oändligt motstånd, vilket gör det omöjligt för inkommande strömmar att passera denna ned till jordpunkten; istället kommer all ström på ingången att passera förbi filtret problemfritt. Därmed så kommer utsignalen U_{UT} vara samma som insignalen U_{IN}.



Lågpass RC-filter är mycket lätta att identifiera, då dessa till skillnad mot högpass RC-filter aldrig har en kondensator placerad i serie med insignalen U_{IN}; därmed så kommer likström filtret, vilket betyder att det omöjligen kan var ett högpassfilter.

Precis som för högpass RC-filtret så sätts brytfrekvensen f_c genom att dimensionera kondensatorn och resistorn till lämpliga värden. Till skillnad mot ett högpassfilter så kommer dock signaler vars frekvens överstiger brytfrekvensen f_c att dämpas, medan signaler vars frekvens understiger brytfrekvensen passerar (förenklat sett), därav namnet lågpassfilter.

- Vid mycket höga frekvenser så råder motsatta förhållanden; filterkondensatorn C i högpassfiltret kommer då utgöra ett obefintligt motstånd, vilket leder till inkommande strömmar, och därmed inkommande signaler, kan passera till filtrets utgång obemärkt. Detta leder till att utspänningen U_{UT} är samma som inspänningen U_{IN}.

- Lågpassfiltrets filterkondensator C kommer även den utgöra ett obefintligt motstånd vid mycket höga frekvenser, vilket medför att motståndet mellan knutpunkten ovanför filterkondensatorn och jordpunkten är nära noll. Därmed så kan inkommande strömmar flöda till jord utan motstånd.

- I knutpunkten ovanför filterkondensatorn C så kommer inkommande strömmar delas upp; ju lägre motstånd det finns en viss väg för strömmen, desto mer av strömmen kommer flöda där; eftersom motståndet mellan knutpunkten och jordpunkten är nära noll, så kommer all inkommande ström därför flöda genom kondensator till jordpunkten. Detta leder till att strömmen som flödar till utgången blir noll, vilket också medför att utsignalen U_{UT} blir lika med noll.

- Skillnaden mellan högpass samt lågpass RC-filter är därmed att högpassfilter har en filterkondensator C placerad i serie med ingången samt en filterresistor R parallellt med utsignalen U_{UT}, medan lågpassfilter har filterresistorn R placerad seriellt med ingången

- Brytfrekvensen f_c på ett olastat RC-filter, oavsett om det är ett högpass- eller lågpassfilter, kan härledas med formeln

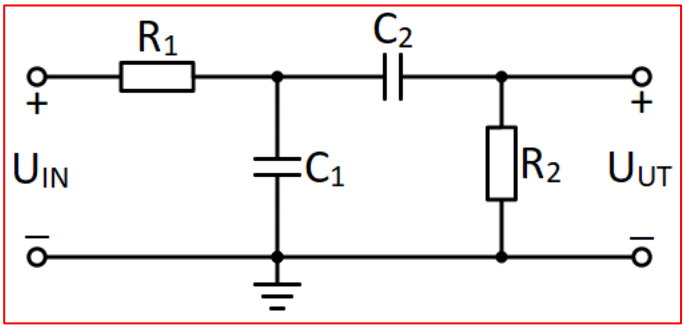
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC},$$

där f_c är brytfrekvensen, R är filterresistorn och C är filterkondensatorn.

- Som vi kommer se senare så måste vi ha eventuell lastresistans i åtanke, som kan påverka RC-filtrets brytfrekvens; oftast är dock lastresistansen så pass hög att denna inte påverkar brytfrekvensen till någon betydande grad. Ett bra tips är att hålla lastresistansen hög om det finns möjlighet; vi kommer se mer av detta senare.

2. Bandpass RC-filter:

- Genom att kaskadkoppla ett lågpass RC-filter med ett högpass RC-filter så bildas ett så kallad bandpass RC-filter, såsom figuren till höger. Notera att den interna ordningen på hög- och lågpassfiltret inte spelar någon roll, dock gör storleksskillnaden mellan filterresistor R_1 och R_2 det, se mer information nedan.



Bandpass RC-filter, som släpper igenom frekvenser inom ett visst intervall; lågpassfiltret på ingången sätter den övre gränsen på intervallet via sin brytfrekvens, medan det efterföljande högpassfilter sätter den nedre gränsen på intervallet via sin brytfrekvens. Alla frekvenser mellan brytfrekvenser kan därmed passera, medan övriga frekvenser dämpas (förenklat sett).

- På grund av att vi kopplar ihop ett låg- samt ett högpassfilter så erhåller bandpass RC-filtret två brytfrekvenser, en övre samt en lägre.

- Bandpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ kan sättas via filterresistorn samt filterkondensatorn i lågpassfiltret, som i detta fall är det första filtret:

$$f_ö = \frac{1}{2\pi R_1 C_1},$$

där $f_ö$ är den övre brytfrekvensen och R_1 samt C_1 är filterresistorn samt filterkondensatorn i lågpassfiltret. I detta fall så förutsätter vi att filterresistorn R_2 i det efterföljande högpassfiltret är satt minst tio gånger högre än filterresistor R_1 i lågpassfiltret, för att inte den övre brytfrekvensen $f_ö$ skall bli påverkad av högpassfiltrets inimpedans Z_{IN2};

$$Tumregel: R_2 \geq 10R_1$$

- Tumregeln ovan gäller oavsett ordningen på låg- och högpassfiltret; filterresistorn R_2 i det efterföljande filtret (filtret närmast utgången) bör alltid sättas minst tio gånger högre än filterresistorn R_1 i det föregående filtret (filtret närmast ingången), gärna högre. Annars kan brytfrekvensen f_c på det föregående filtret (filtret närmast ingången) påverkas av inimpedansen Z_{IN2} på det efterföljande filtret (filtret närmast utgången).

- På samma sätt så kan bandpassfiltrets undre brytfrekvens f_u sättas via filterresistorn samt filterkondensatorn i högpassfiltret. För bandpassfiltret ovan så gäller därmed att

$$f_u = \frac{1}{2\pi R_2 C_2},$$

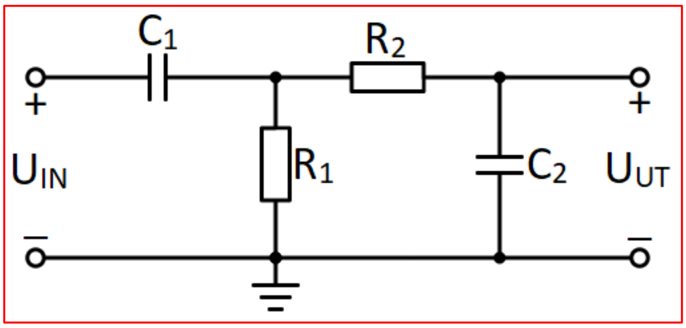
där f_u är den undre brytfrekvensen och R_2 samt C_2 är filterresistorn samt filterkondensatorn i högpassfiltret.

- Som nämndes tidigare så spelar den interna ordningen på hög- och lågpassfiltret i RC bandpassfiltret ingen roll; bandpassfiltrets funktion kommer ändå vara samma.

- Därmed hade vi även kunnat skapa ett bandpassfilter genom att koppla ihop ett högpassfilter följt av ett lågpassfilter, såsom figuren till höger.

- Eftersom högpassfiltret är ansluten närmast ingången så kan bandpassfiltrets undre brytfrekvens f_u sättas via filterresistor R_1 samt filterkondensator C_1, som i detta fall utgör komponenterna i högpassfiltret:

$$f_u = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$



Ännu ett bandpass RC-filter, där ett högpassfilter efterföljs av ett lågpassfilter. Oavsett vilket filter som ansluts först så bör filterresistorn R_2 i det efterföljande filtret alltid sättas minst tio gånger högre än filterresistorn R_1 i det föregående filtret, för att inte det efterföljande filtrets inimpedans Z_{IN2} skall påverka det föregående filtrets brytfrekvens.

- På samma sätt så kan bandpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ sättas via lågpassfiltrets filterresistor R_2 samt filterkondensator C_2:

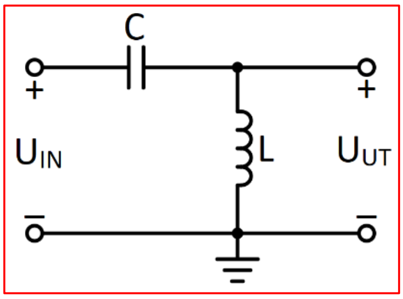
$$f_ö = \frac{1}{2\pi R_2 C_2},$$

- För att inte högpassfiltrets brytfrekvens f_u skall bli påverkad av lågpassfiltrets inimpedans Z_{IN2} så bör filterresistor R_2, här i lågpassfiltret, sättas minst tio gånger högre än filterresistor R_1 i högpassfiltret, gärna ännu högre:

$$R_2 \geq 10R_1$$

- Den interna ordningen på hög- och lågpassfiltret spelar alltså ingen roll, men storlekarna på filterresistorerna R_1 och R_2 gör det; det gäller därmed att filterresistorn i det efterföljande filtret/filtret närmast utgången sätts minst tio gånger högre än filterresistorn i det föregående filtret/filtret närmast ingången.

3. LC-filter:



Högpass LC-filter, där en filterspole L används istället för en filterresistor, som i motsvarande RC-filter. Detta medför att filtret dämpar frekvenser under brytfrekvensen effektivare än motsvarande RC-filter.

Dock så kräver filterspolen oftast relativt mycket plats samt kostar mycket mer än motsvarande filterresistor; i IC-kretsar används därför oftast RC-filter istället.

- LC-filter är uppbyggda på samma sätt som motsvarande RC-filter, med skillnaden att filterresistorn R ersätts med filterspolen L, se högpass LC-filtret till höger. Därmed så innehåller LC-filter en filterspole L samt en filterkondensator C, därav namnet LC-filter.

- Precis som för RC-filter så förekommer LC-filter som både högpass- samt lågpassfilter, som fungerar på samma sätt som motsvarande RC-filter.

- Som vi kommer se senare så har LC-filter mer ideella egenskaper än motsvarande RC-filter. Under identiska förutsättningar så dämpar ett LC-filter oönskade frekvenser effektivare samt släpper igenom en önskade frekvenser till högre grad än motsvarande RC-filter.

- En nackdel som medför att LC-filter oftast inte används i IC-kretsar är att spolar vanligtvis är fysiskt sett mycket större än resistorer samt kondensatorer. I praktiken så tar filterspolen L upp för mycket utrymme för att kunna användas i ett stort antal kretsar, främst IC-kretsar, samt att priset för en spole generellt sett kostar mycket mer än motsvarande filterresistor R, vilket medför att tillverkningskostnaden för ett filter då hade mångdubblats.

- Även om vi hade kunnat få plats med en spole i ett filter vi konstruerar så hade ändå tillverkningskostnaden vid exempelvis massproduktion kunnat bli mycket hög. Därmed så brukar man i praktiken använda RC-filter, då dessa fungerar bra för de flesta ändamål, de tar inte upp för mycket utrymme samt att de är relativt billiga att tillverka.

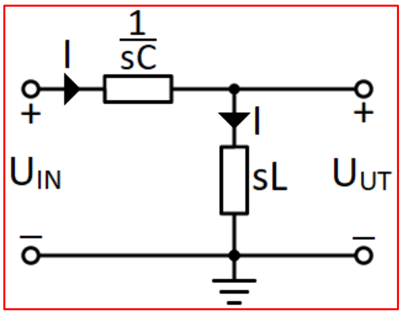
- LC-filter består av spolar och kondensatorer (därav LC-filter), som tillsammans avgör brytfrekvensen på ett filter, alltså vilka signaler som släpps igenom filtret och vilka som kommer dämpas, beroende på frekvensen.

- Brytfrekvensen f_c på ett LC-filter, oavsett om det är ett högpass- eller ett lågpassfilter, kan härleda med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

  där f_c är brytfrekvensen, L är filterspolens induktans och C är filterkondensatorns kapacitans.

- På högpass LC-filter så placerar en filterkondensator C i serie med ingången, precis som motsvarande RC-filter. Dock så placera en filterspole L parallellt med utgången istället för en filterresistor R, vilket medför förbättrade egenskaper, men högre pris, högre krav på utrymme samt högre vikt på filtret.



Laplacetransformerat högpass LC-filter med strömmen I utritad.

- För att kunna genomföra beräkningar av spänningsfallet över filterkomponenterna vid olika frekvenser så kan högpass LC-filtret Laplacetransformeras, såsom i figuren nedan till höger.

- Filterkondensatorn C ersätts med dess reaktans 1/(sC) och filterspolen L ersätts med dess reaktans sL, där s är den så kallade frekvensparametern, som är lika med

$$s = 2\pi f,$$

  där f är insignalens frekvens.

- Under förutsättningen att högpass LC-filtret är olastat så kommer samma ström flöda filterspolen L som filterkondensatorn C som filterspolen L. Vi antar därmed att strömmen I flödar genom kretsen, såsom i figuren till höger.

- I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så kommer inspänningen U_{IN} fördelas över komponenterna ett helt varv i kretsen, vilket i detta fall är filterkondensatorn C samt filterspolen L. Detta medför att inspänningen U_{IN} är lika med summan av spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C samt spänningsfallet U_L över filterspolen L vid alla frekvenser:

$$U_{IN} = U_C + U_L,$$

där U_{IN} är insignalen och U_C samt U_L är spänningsfallet över filterkondensatorn C respektive filterspolen L.

- Vid mycket låga frekvenser så kommer filterkondensatorn C utgöra ett nästintill oändligt, eftersom dess reaktans 1/(sC) då går mot oändlighet:

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi * 0 * C} = \infty,$$

där lim betyder gränsvärde och f → 0 indikerar att frekvensen f går mot noll.

- Samtidigt så kommer filterspolen L utgöra ett obefintligt motstånd, eftersom dess reaktans sL då går mot noll:

$$\lim_{f \to 0} sL = \lim_{f \to 0} 2\pi f L = 2\pi * 0 * L = 0$$

- Eftersom filterspolens reaktans sL går mot noll vid låga frekvenser så kommer spänningsfallet U_L = sLI över denna gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} U_L = \lim_{f \to 0} sLI = 0$$

- Därmed så kommer inspänningen U_{IN} falla över filterkondensatorn C, eftersom

$$\lim_{f \to 0} U_{IN} = \lim_{f \to 0} (U_L + U_C) = \lim_{f \to 0} U_L + \lim_{f \to 0} U_C = 0 + \lim_{f \to 0} U_C,$$

vilket medför att

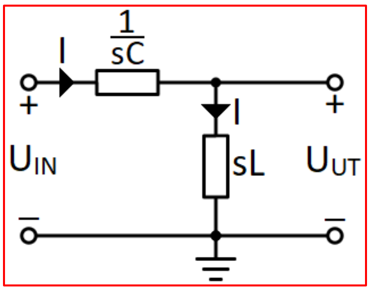
$$\lim_{f \to 0} U_C = \lim_{f \to 0} U_{IN}$$

- Vi kan också köra ett varv med Kirchhoffs spänningslag från jordpunkten via utsignalen U_{UT}, sedan tillbaka till jordpunkten via filterspolen L, för att härleda en formel för utsignalen U_{UT}.

- I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så kommer utsignalen U_{UT} att fördelas över samtliga komponenter ett varv i kretsen. Eftersom detta varv endast innehåller en komponent, filterspolen L, så kommer hela utspänningen U_{UT} falla över denna.

- Därmed gäller att utspänningen U_{UT} är lika med spänningsfallet U_L över filterspolen L vis samtliga frekvenser:

$$U_{UT} = U_L$$



Utsignalen U_{UT} är lika med spänningsfallet U_L över filterspolen L vid samtliga frekvenser.

- Vid mycket låga frekvenser så kommer därmed insignalerna bli spärrade av högpass LC-filtret, eftersom

$$\lim_{f \to 0} U_{UT} = \lim_{f \to 0} U_L = 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f \to 0} U_{UT} = 0$$

- Däremot vid mycket höga frekvenser så kommer insignalerna kunna passera högpass LC-filtret obemärkt. Filterkondensatorns reaktans 1/(sC) kommer då gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f\to\infty}\frac{1}{sC}=\lim_{f\to\infty}\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi*\infty*C}=0,$$

vilket medför att spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C kommer närma sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to\infty}U_C=\lim_{f\to\infty}\frac{1}{sC}*I=0*I=0$$

- Samtidigt så kommer filterspolens reaktans sL gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to\infty}sL=\lim_{f\to\infty}2\pi fL=2\pi*\infty*L=\infty$$

- Därmed så kommer hela inspänningen U_{IN} falla över filterspolen L, eftersom spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C närmar sig noll:

$$\lim_{f\to\infty}U_{IN}=\lim_{f\to\infty}(U_L+U_C)=\lim_{f\to\infty}U_L+\lim_{f\to\infty}U_C=\lim_{f\to\infty}U_L+0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty}U_L=\lim_{f\to\infty}U_{IN}$$

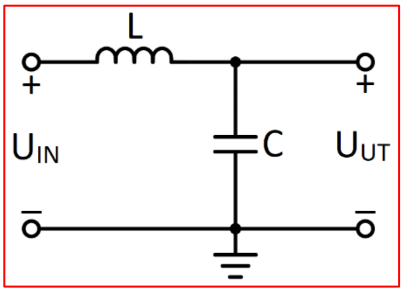
- Vi såg tidigare att utspänningen U_{UT} är lika med spänningsfallet U_L över filterspolen vid samtliga frekvenser:

$$\lim_{f\to\infty}U_{UT}=\lim_{f\to\infty}U_L=\lim_{f\to\infty}U_{IN},$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty}U_{UT}=\lim_{f\to\infty}U_{IN}$$

- Därmed så kommer utsignalen U_{UT} närma sig insignalen U_{IN} vid mycket höga frekvenser, vilket indikerar att inkommande signaler kan passera (i princip) obemärkt.



Lågpass LC-filter, som har samma utseende som motsvarande RC-filter, med skillnaden att filterresistorn R har blivit ersatt med en filterspole L. Detta leder till ett mer ideellt, men också dyra och mer utrymmeskrävande, filter.

- På lågpass LC-filter så placeras istället filterspolen L i serie med insignalen U_{IN} och filterkondensatorn C placeras parallellt med utgången U_{UT}. Detta medför att mycket låga frekvenser kan passera i princip obehindrat, eftersom filterspolens reaktans sL då går mot noll:

$$\lim_{f \to 0} sL = \lim_{f \to 0} 2\pi f L = 2\pi * 0 * L = 0$$

  där lim betyder gränsvärde och f → 0 indikerar att frekvensen f går mot noll.

- Att spolens reaktans sL går mot noll resulterar i att filterspolen L utgör ett obefintligt motstånd vid mycket låga frekvenser.

- Samtidigt så kommer filterkondensatorn C vid mycket låga frekvenser utgöra ett nästintill oändligt motstånd, eftersom dess reaktans 1/(sC) då kommer gå mot oändlighet:

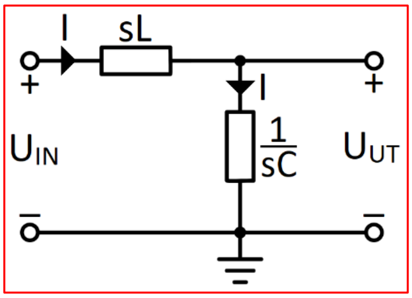
$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi * 0 * C} = \infty$$

- Som vi har sett tidigare så kommer insignalen U_{IN} fördelas över komponenterna ett varv i kretsen, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag. I detta fall kan insignalen U_{IN} endast falla över filterspolen L samt filterkondensatorn C. Detta medför att insignalen U_{IN} är lika med summan av spänningsfallet U_L över filterspolen L och spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C:

$$U_{IN} = U_L + U_C$$

- Detsamma gäller för filtrets utsignal U_{UT}, som kommer fördelas över komponenterna ett varv i kretsen. Som synes i figuren ovan så kan vi köra ett varv med Kirchhoffs spänningslag från jordpunkten via utsignalen U_{UT} tillbaka till jordpunkten via filterkondensatorn C. Eftersom detta varv endast innehåller en komponent, filterkondensatorn C, så kommer hela utspänningen U_{UT} att falla över denna. Därmed gäller att spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C är lika med utspänningen U_{UT} vid samtliga frekvenser:

$$U_{UT} = U_C$$



Laplacetransformerat lågpass LC-filter med strömmen I utritad.

- För att kunna genomföra beräkningar av spänningsfallet över filterkomponenterna vid olika frekvenser så Laplacetransformeras lågpass LC-filtret, se figuren till höger. Filterspolen L ersätts med dess reaktans sL och filterkondensatorn C ersätts med dess reaktans 1/(sC), där s är den så kallade frekvensparametern, som är lika med

$$s = 2\pi f,$$

  där f är insignalens frekvens.

- Förutsatt att LC-filtret är olastat så kommer samma ström flöda genom filterspolen L som filterkondensatorn C. Vi antar därmed att strömmen I flödar genom kretsen. Eftersom filterspolens reaktans sL går mot noll vid låga frekvenser så kommer spänningsfallet U_L = sLI över spolen gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} U_L = \lim_{f \to 0} sLI = 0$$

- Därmed så måste inspänningen U_{IN} falla över filterkondensatorn C, eftersom

$$\lim_{f \to 0} U_{IN} = \lim_{f \to 0} (U_L + U_C) = \lim_{f \to 0} U_L + \lim_{f \to 0} U_C = 0 + \lim_{f \to 0} U_C,$$

  vilket medför att

$$\lim_{f \to 0} U_C = \lim_{f \to 0} U_{IN}$$

- Därmed ser vi att vid mycket låga frekvenser så kan insignalerna passera genom lågpass LC-filtret (i princip) obehindrat, eftersom

$$\lim_{f\to 0} U_{IN} = \lim_{f\to 0} U_C = \lim_{f\to 0} U_{UT},$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to 0} U_{UT} = \lim_{f\to 0} U_{IN}$$

- Vid mycket höga frekvenser så kommer dock lågpass LC-filtret dämpa signalerna i princip fullständigt. Filterspolens reaktans sL kommer då gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} sL = \lim_{f\to\infty} 2\pi f L = 2\pi * \infty * L = \infty,$$

där lim betyder gränsvärde och f → ∞ indikerar att frekvensen f går mot oändlighet.

- Samtidigt så kommer filterkondensatorns reaktans 1/(sC) gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} \frac{1}{sC} = \lim_{f\to\infty} \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi * \infty * C} = 0,$$

vilket medför att spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C kommer närma sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} U_C = \lim_{f\to\infty} \frac{1}{sC} * I = 0 * I = 0$$

- Som vi såg tidigare så är spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C lika med utspänningen U_{UT}, vilket medför att utsignalen U_{UT} närmar sig noll vid mycket höga frekvenser:

$$\lim_{f\to\infty} U_{UT} = \lim_{f\to\infty} U_C = 0$$

- Därmed så kommer hela inspänningen U_{IN} falla över filterspolen L, eftersom

$$U_{IN} = U_L + U_C$$

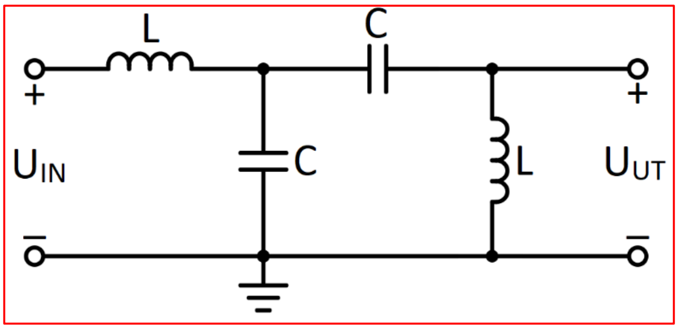
- Eftersom spänningsfallet U_C över filterkondensatorn C närmar sig noll vid mycket höga frekvenser så kommer spänningsfallet U_L över filterspolen L närma sig inspänningen, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} U_{IN} = \lim_{f\to\infty} (U_L + U_C) = \lim_{f\to\infty} U_L + \lim_{f\to\infty} U_C = \lim_{f\to\infty} U_L + 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty} U_L = \lim_{f\to\infty} U_{IN}$$

4. Bandpass LC-filter:



Bandpass LC-filter, som släpper igenom frekvenser inom ett visst intervall; lågpassfiltret på ingången sätter den övre gränsen på intervallet via sin brytfrekvens, medan det efterföljande högpassfilter sätter den nedre gränsen på intervallet via sin brytfrekvens. Alla frekvenser mellan brytfrekvenser kan därmed passera, medan övriga frekvenser dämpas (förenklat sett).

- Genom att sammankoppla ett lågpass LC-filter med ett högpass LC-filter så kan man enkelt konstruera ett bandpass LC-filter, se figuren till höger.

- Jämfört med motsvarande bandpass RC-filter så har bandpass RC-filter mer ideella egenskaper; därmed så dämpas frekvenser utanför det specificerade frekvensintervaller till högre grad, samtidigt som frekvenser inom det önskade intervallet släpps igenom till högre grad.

- Precis som för motsvarande bandpass RC-filter så spelar den interna ordningen på hög- och lågpassfiltret inte någon roll, men storleksskillnaden mellan filterresistor R_1 och R_2 gör det, där R_2 bör sättas minst tio gånger högre än R_1 för att inte det föregående filtret skall bli belastat av det efterföljande filtrets inimpedans, som annars kan påverka det föregående filtrets brytfrekvens.

- Precis som bandpass RC-filter så har bandpass LC-filtret två brytfrekvenser, en övre samt en lägre, eftersom bandpassfiltret består av både ett lågpassfilter samt ett högpassfilter.

- Bandpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ kan sättas via filterresistorn samt filterkondensatorn i lågpassfiltret, som i detta fall är det första filtret:

$$f_{ö} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}},$$

  där $f_ö$ är den övre brytfrekvensen och L_1 samt C_1 är filterspolen samt filterkondensatorn i lågpassfiltret. Återigen så bör filterspolen L_2 i det efterföljande högpassfiltret sättas minst tio gånger högre än filterspolen L_1 i lågpassfiltret för att formeln ovan skall kunna användas. Annars kan lågpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ bli påverkad av högpassfiltrets inimpedans Z_{IN2};

$$Tumregel: L_2 \geq 10L_1.$$

  vilket är samma princip som för filterresistorerna i ett bandpass RC-filter.

- Tumregeln ovan gäller oavsett ordningen på låg- och högpassfiltret. Det viktigare är att filterspolen L_2 i det efterföljande filtret (filtret närmast utgången) bör alltid sättas minst tio gånger högre än filterspolen L_1 i det föregående filtret (filtret närmast ingången), helst ännu högre, för att inte riskera att det föregående filtrets brytfrekvens skall påverkas.

- På samma sätt så kan bandpassfiltrets undre brytfrekvens f_u sättas via filterspolen L_2 samt filterkondensatorn C_2 i högpassfiltret:

$$f_u = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}},$$

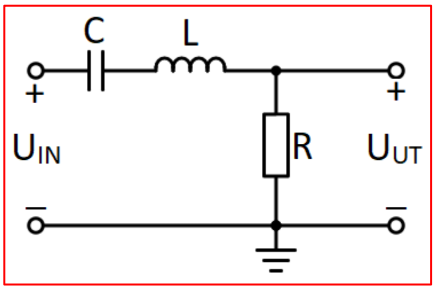
  där f_u är den undre brytfrekvensen och L_2 samt C_2 är filterspolen samt filterkondensatorn i högpassfiltret.

5. RLC-filter:

- RLC-filter består av olika kombinationer av resistorer, spolar och kondensatorer (därav namnet RLC-filter), som tillsammans avgör filtrets övre samt undre brytfrekvens.

- Med RLC-filter så kan man därför konstruera filter med två brytfrekvenser, vilket möjliggör filter som släpper igenom eller dämpar frekvenser inom vissa intervall; förutom bandpassfilter, som vi också har sett tidigare, så möjliggörs även en typ av filter som spärrar frekvenser inom ett visst intervall, så kallade bandspärrfilter.

- Bandspärrfilter kan inte konstrueras genom att kaskadkoppla separata hög- eller lågpassfilter; oavsett den interna ordningen på hög- och lågpassfiltret så kan endast bandpassfilter konstrueras med ett sådant arrangemang.



Bandpass RLC-filter, ett alternativ till de bandpassfilter vi har sett tidigare, där låg- och högpassfilter har kaskadkopplats för att, förenklat sett, släppa igenom frekvenser inom ett visst intervall, samtidigt som övriga frekvenser dämpas.

6. Bandspärr RLC-filter:

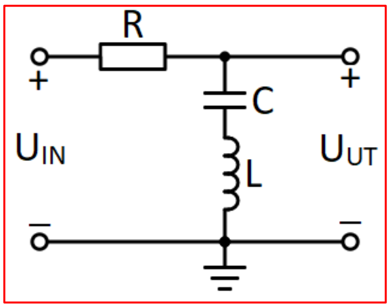
- Bandspärrfilter spärrar frekvenser mellan filtrets övre samt undre brytfrekvens $f_ö$ respektive f_u, samtidigt som övriga frekvenser kan passera, vilket är motsatsen till bandpassfilter. Bandspärrfilter dämpas alltså frekvenser inom frekvensspannet mellan den övre brytfrekvensen $f_ö$ samt den undre brytfrekvensen f_u. Detta frekvensspann kallas för filtrets bandbredd BW, som därmed är lika med

$$BW = f_ö - f_u,$$

där BW är filtrets bandbredd och $f_ö$ samt f_u är filtrets övre respektive undre brytfrekvens.

- Filtret till höger är ett exempel på ett så kallat seriellt bandspärrfilter. Man kan lätt identifiera att det rör sig om ett bandspärrfilter, då filterkondensatorn C är placerad på så sätt att likström kan passera; detta betyder att filtret antingen börjar spärra vid en viss övre brytfrekvens, som i ett lågpassfilter, eller att det spärrar alla frekvenser inom ett visst intervall, som i ett bandspärrfilter. Alltså är filtret antingen ett lågpassfilter eller ett bandspärrfilter.

- Eftersom filtret är ett RLC-filter, alltså innehåller en filterresistor R, en filterspole L samt en filterkondensator C, så kan vi utesluta att det är ett lågpassfilter; om vi hade tagit bort filterresistorn R eller filterspolen L så hade dock filtret omvandlats till ett lågpassfilter.



Bandspärr RLC-filter, som spärrar frekvenser inom ett visst intervall, medan övriga frekvenser kan passera. Bandspärrfilter har alltså motsatt funktion till bandpassfilter.

- Precis som för alla filter vi har sett tidigare så dämpar bandspärrfiltret inkommande signaler olika mycket vid olika frekvenser. Till skillnad mot dessa filter, där dämpningen antingen ökar eller minskar linjärt med ökad frekvens, så ökar bandspärrsfilters dämpning till en viss frekvens, där inkommande signaler dämpas fullständigt, för att sedan minska linjärt med ökad frekvens.

- Den frekvens där bandspärrsfiltret dämpar inkommande signaler fullständigt kallas resonansfrekvensen f_0 och ligger ungefär mitt mellan emellan den undre brytfrekvensen f_u och den övre brytfrekvensen $f_ö$. Vid resonansfrekvensen f_0 så når bandspärrfiltret resonans, vilket betyder att den resistiva (icke frekvensberoende) delen av filtret är lika stor som den reaktiva (frekvensberoende) delen.

- Bandspärrsfiltrets resonansfrekvensens f_0 kan beräknas med formeln

$$f_0 = \sqrt{f_ö * f_u},$$

där f_0 är resonansfrekvensen, $f_ö$ är den övre brytfrekvensen och f_u är den lägre brytfrekvensen.

Elektroteknik

- För att beräkna brytfrekvenserna $f_ö$ och f_u på ett givet RLC-filter, oavsett om det rör sig om ett bandspärrfilter eller ett bandpassfilter, kan vi använda de två ovannämnda formeln för att härleda en andragradsekvation, där vi kan finna två rötter för exempelvis den undre brytfrekvensen f_u; en av rötterna kommer vara över noll; vi säger då att denna rot är reell. Den andra roten kommer vara under noll, vilket är orimligt, och kan därför förkastas.

- Vi börjar med att transformera formeln för bandbredden BW, för att istället härleda en formel för den övre brytfrekvensen $f_ö$:

$$BW = f_ö - f_u \rightarrow f_ö = f_u + BW$$

- Vi sätter ihop de två ekvationerna ovan och får då formeln

$$f_0 = \sqrt{f_ö * f_u} = \sqrt{f_u(f_u + BW)} = \sqrt{{f_u}^2 + BW * f_u},$$

som vi kvadrerar till

$${f_0}^2 = {f_u}^2 + BW * f_u$$

- Vi kan då härleda följande andragradsekvation för att beräkna den undre brytfrekvensen f_u:

$${f_u}^2 = -BW * f_u + {f_0}^2$$

- Vi härleder rötterna på den undre brytfrekvensens f_u med den (inom matematiken) så kallade PQ-formeln och får då

$$f_u = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{BW}{2}\right)^2 + {f_0}^2} = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\frac{BW^2}{2^2} + {f_0}^2},$$

vilket medför att den undre brytfrekvensens rötter kan beräknas med formeln

$$f_u = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2}$$

- Därmed får vi två rötter, där den första roten f_{u1} kan beräknas med formeln

$$f_{u1} = -\frac{BW}{2} + \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2}$$

- Denna rot är med största över noll och därmed reell, eftersom

$$\sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2} > \frac{BW}{2} \rightarrow f_{u1} = -\frac{BW}{2} + \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2} > 0 \rightarrow Reell\ rot$$

- Den andra roten f_{u2} kan beräknas med formeln

$$f_{u2} = -\frac{BW}{2} - \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2}$$

- Den andra roten f_{u2} ovan är en falsk rot, eftersom denna är mindre än noll:

$$f_{u2} = -\frac{BW}{2} - \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2} = -\left(\frac{BW}{2} + \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2}\right) < 0 \rightarrow Falsk\ rot!$$

- Vi hade direkt kunnat se att detta är fallet, eftersom båda delar av formeln är under noll:

$$-\frac{BW}{2} < 0$$

samt

$$-\sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2} < 0,$$

vilket medför att

$$f_{u2} = -\frac{BW}{2} - \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2} < 0$$

- Därmed så är den undre brytfrekvensen f_u lika med den reella roten f_{u1}:

$$f_u = f_{u1} = -\frac{BW}{2} + \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2}$$

- Efter att ha beräknat den undre brytfrekvensen f_u så kan den övre brytfrekvensen enkelt beräknas genom att transformera formeln för bandfrekvensen BW nedan:

$$BW = f_{ö} - f_u \rightarrow f_{ö} = f_u + BW,$$

vilket ger

$$f_{ö} = f_u + BW = -\frac{BW}{2} + \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2} + BW = \frac{BW}{2} + \sqrt{\frac{BW^2}{4} + {f_0}^2}$$

- Förhållandet mellan bandspärrfiltrets resonansfrekvens f_o, filterspolen L samt filterkondensatorn C är följande:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

där f_o är resonansfrekvensen, L är värdet på spolens induktans och C är kondensatorns kapacitans. Notera att formeln ovan är samma som formeln för ett LC-filters brytfrekvens f_c, med skillnaden att resonansfrekvensen f_0 ersätter brytfrekvensen f_c.

- Filtrets så kallade kvalitetsfaktor Q kan beräknas med formeln

$$Q = \frac{f_0}{BW},$$

där Q är kvalitetsfaktorn, f_0 är resonansfrekvensen och BW är bandbredden.

Elektroteknik

- Kvalitetsfaktorn Q är en parameterlös storhet som indikerar hur snabbt dämpningen av signaler minskar när vi går från resonansfrekvensen f_0 (där dämpningen av signaler är 100 %) till någon av brytfrekvenserna $f_ö$ och f_u (där dämpningen av signaler är ca 30 %).

- Bandbredden BW och kvalitetsfaktorn Q är omvänt proportionerliga; om bandbredden BW är hög, så blir kvalitetsfaktorn Q låg, eftersom övergången från 100% dämpning (vid resonansfrekvensen f_0) till 30 % (vid brytfrekvenserna $f_ö$ och f_u) då måste ske långsamt.

- Däremot om bandbredden BW är låg så blir kvalitetsfaktorn Q hög, eftersom övergången från 100% dämpning (vid resonansfrekvensen f_0) till 30 % (vid brytfrekvenserna $f_ö$ och f_u) då kan ske fort.

- Sambandet mellan det seriella bandspärr RLC-filtrets komponenter samt kvalitetsfaktorn Q är följande:

$$Q = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{1}{2\pi f_0 RC},$$

där Q är kvalitetsfaktorn, f_0 är filtrets resonansfrekvens och R, L samt C är värdena på filterresistorn, filterspolen samt filterkondensatorn.

- I lastat tillstånd, där bandspärrfiltret är lastat med resistansen R_L, så byter vi byter vi ut filterresistorn R i formeln ovan mot ersättningsresistansen R_P, vilket ger formeln

$$Q = \frac{2\pi f_0 L}{R_p} = \frac{1}{2\pi f_0 R_P C},$$

där ersättningsresistansen R_p utgörs av parallellkopplingen $R//R_L$ mellan filterresistor R samt lastresistansen R_L:

$$R_P = R//R_L = \frac{R * R_L}{R + R_L}$$

- Som exempel, om vi hade velat spärra samtliga frekvenser mellan 10 kHz – 20 kHz, så hade bandspärrfiltrets resonansfrekvens f_0 blivit ungefär 14,14 kHz, eftersom

$$f_0 = \sqrt{f_ö * f_u} = \sqrt{20k * 10k} \approx 14{,}14\ kHz$$

- Filtrets övre brytfrekvens $f_ö$ sätts då till 20 kHz, samtidigt som den undre brytfrekvensen f_u sätts till 10 kHz.

  Vi hade då kunnat välja en av filterspolen L eller filterkondensatorn C valfritt och sedan anpassat den andra efter detta värde i enlighet med formeln

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- För enkelhets skull väljer vi att sätta filterspolen L till 10 mH. Därefter kan vi transformera formeln för resonansfrekvensen nedan till

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow \sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi f_0} \rightarrow LC = \left(\frac{1}{2\pi f_0}\right)^2 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2} \rightarrow C = \frac{1}{L * (2\pi f_0)^2}$$

- För en filterspole L på 10 mH samt en resonansfrekvens f_0 på ca 14,14 kHz så bör vi därmed använda en filterkondensator C på ca 12,7 nF, eftersom

$$C = \frac{1}{L * (2\pi f_0)^2} \approx \frac{1}{10m * (2\pi * 14{,}14k)^2} \approx 12{,}7\ nF$$

- Närmaste standardvärde är 12 nF, som vi väljer att använda:

$$C = 12\ nF$$

- För att välja ett lämpligt värde på filterresistor R så kan vi transformera formeln för filtrets kvalitetsfaktor Q:

$$Q = \frac{1}{2\pi f_0 RC} \rightarrow R = \frac{1}{2\pi f_0 C * Q},$$

där R är filterresistorn, f_0 är resonansfrekvensen, C är filterkondensatorn och Q är kvalitetsfaktorn. Dock måste vi först beräkna kvalitetsfaktorn, vilket vi enkelt kan göra med formeln

$$Q = \frac{f_0}{BW},$$

där resonansfrekvensen f_0 är ungefär lika med 14,14 kHz och bandbredden BW är lika med 10 kHz, eftersom

$$BW = f_ö - f_u = 20k - 10k = 10\ kHz$$

- Därmed så blir kvalitetsfaktorn Q ungefär lika med 1,414, eftersom

$$Q = \frac{f_0}{BW} \approx \frac{14{,}14k}{10k} = 1{,}414$$

- Därmed så bör vi använda en filterresistor R på ca 663 Ω, eftersom

$$R = \frac{1}{2\pi f_0 C * Q} \approx \frac{1}{2\pi * 14{,}14k * 12n * 1{,}414} \approx 663\ \Omega$$

- Närmaste standardvärde i E12-serien är 680 Ω, som vi väljer att använda:

$$R = 680\ \Omega$$

- På grund av att vi fick kompromissa med komponenterna i filtret så kan bandbredden BW samt resonansfrekvensen f_0 ha blivit förskjutna något. Vi kontrollräknar därför resultatet; resonansfrekvensen f_0 blir ungefär lika med 14,5 kHz, eftersom

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10m * 12n}} \approx 14{,}5\ kHz$$

- Kvalitetsfaktorn Q blir därmed ungefär lika med ca 1,34, eftersom

$$Q = \frac{1}{2\pi f_0 RC} \approx \frac{1}{2\pi * 14{,}5k * 680 * 12n} \approx 1{,}34$$

- Därmed så blir bandbredden BW ungefär lika med 10,8 kHz, eftersom

$$Q = \frac{f_0}{BW} \rightarrow BW = \frac{f_0}{Q} \approx \frac{14{,}5k}{1{,}34} \approx 10{,}8\ kHz$$

- Som vi såg tidigare så kan vi beräkna den undre brytfrekvensen f_u med en andragradsekvation. Vi börjar med att transformera formeln för bandbredden BW, för att istället härleda en formel för den övre brytfrekvensen $f_ö$:

$$BW = f_ö - f_u \rightarrow f_ö = f_u + BW$$

- Vi har också sett att förhållandet mellan resonansfrekvensen f_0 samt bandspärrfiltrets övre samt undre brytfrekvens $f_ö$ respektive f_u är lika med

$$f_o = \sqrt{f_ö * f_u}$$

- Genom att sätta ihop de två ekvationerna ovan så kan vi härleda formeln

$$f_0 = \sqrt{f_ö * f_u} = \sqrt{f_u(f_u + BW)} = \sqrt{{f_u}^2 + BW * f_u},$$

som vi kvadrerar till

$${f_0}^2 = {f_u}^2 + BW * f_u$$

- Vi kan då härleda följande andragradsekvation för att beräkna den undre brytfrekvensen f_u:

$${f_u}^2 = -BW * f_u + {f_0}^2,$$

vars rötter kan beräknas med den så kallade PQ-formeln:

$$f_u = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{BW}{2}\right)^2 + {f_0}^2}$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan får vi

$$f_u = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{BW}{2}\right)^2 + {f_0}^2} \approx -\frac{10{,}8k}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10{,}8k}{2}\right)^2 + 14{,}5k^2} \approx -5{,}4k \pm 15{,}5k$$

- Därmed får vi två rötter, där den första roten f_{u1} är reell, eftersom denna är långt över noll:

$$f_{u1} \approx -5{,}4k + 15{,}5k \approx 10{,}1\ kHz \rightarrow Reell\ rot$$

- Den andra roten är däremot falsk, eftersom denna understiger noll, eftersom

$$f_{u1} \approx -5{,}4k - 15{,}5k \approx -20{,}9\ kHz \rightarrow Falsk\ rot$$

- Detta medför att den undre brytfrekvensen f_u är lika med ungefär 10,1 kHz:

$$f_u = f_{u1} \approx 10{,}1\ kHz$$

- Efter att ha beräknat den undre brytfrekvensen f_u så kan den övre brytfrekvensen $f_ö$ enkelt beräknas genom att transformera formeln för bandfrekvensen BW nedan:

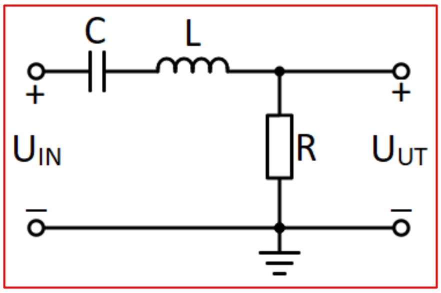
$$BW = f_ö - f_u \rightarrow f_ö = f_u + BW$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan så ser vi att den övre brytfrekvensen f_u blir ungefär 20,9 kHz, vilket är ca 0,9 kHz över det specificerade värdet:

$$f_ö = f_u + BW \approx 10{,}1k + 10{,}8k \approx 20{,}9\ kHz$$

- Trots att vi var tvungna att kompromissa med storleken på komponenterna i kretsen så hamnade vi nära de specificerade värdena. Om vi hade kunnat välja med ackurata storheter på komponenterna, exempelvis genom att införskaffa komponenter i mindre vanliga komponentserier, så hade vi hamnat ännu närmare.

7. Bandpass RLC-filter:



Bandpass RLC-filter.

- Vi kan även konstruera bandpass RLC-filter på samma sätt som exemplet med bandspärrfiltret vi såg tidigare. För att filtret skall fungera som ett bandpassfilter så måste vi dock byta plats på filterresistorn R samt filterkondensatorn C och filterspolen L, så att filterresistorn ansluts parallellt med utgången.

- Som vi har sett tidigare så används bandpassfilter för att låta frekvenser inom ett visst frekvensspann passera, samtidigt som övriga frekvenser dämpas. Detta frekvensspann avgörs av bandpassfiltrets undre samt övre brytfrekvens f_u samt $f_ö$; för det ideella bandpassfiltret så får frekvenser mellan den undre brytfrekvensen f_u samt den övre brytfrekvensen passera, medan övriga frekvenser dämpas. Bredden på det frekvensspann som släpps igenom kallas för filtrets bandbredd BW, vilket är differensen mellan den övre och undre brytfrekvensen:

$$BW = f_ö - f_u,$$

där BW är bandbredden, $f_ö$ är filtrets övre brytfrekvens och f_u är filtrets undre brytfrekvens.

- Filtret ovan till höger är ett exempel på ett bandpass RLC-filter, vilket man lätt kan se då filtrets kondensator är placerad på så sätt att likström blockeras. Detta betyder att filtret antingen kommer släppa igenom alla frekvenser över en viss brytfrekvens (högpassfilter) eller samtliga frekvenser inom ett visst intervall (bandpassfilter), så antingen är det ett högpassfilter eller ett bandpassfilter. Eftersom det är ett RLC-filter kan vi utesluta att det är ett högpassfilter; därmed rör det sig om ett bandpass RLC-filter.

- I övrigt så dimensioneras bandpass RLC-filter exakt som det bandspärr RLC-filter vi såg tidigare. Om vi hade dimensionerat ett bandpass RLC-filter med samma komponenter som bandspärr RLC-filtret vi såg tidigare så hade bandpassfiltret släppt igenom frekvenser mellan 10,8 kHz upp till 21,6 kHz, till skillnad mot bandspärrfiltret, som spärrade frekvenser i detta intervall.

- Låt oss anta att vi vill skapa ett bandpass RLC-filter som skall användas på ingången till en högtalare; precis som de exempel vi har sett tidigare så kan vi då lämpligen sätta den undre brytfrekvensen f_u till ca 1 Hz, samtidigt som vi sätter den övre brytfrekvensen $f_ö$ till ca 250 kHz. Filtrets bandbredd BW blir då ungefär 250 kHz, eftersom

$$BW = f_ö - f_u = 250k - 1 \approx 250\ kHz$$

- Samtidigt blir filtrets resonansfrekvens f_0 ungefär lika med 500 Hz, eftersom

$$f_0 = \sqrt{f_ö * f_u} = \sqrt{250k * 1} = \sqrt{250k} = 500\ Hz$$

- Filtrets bandbredd blir i detta fall mycket låg, ca 0,002 , eftersom

$$Q = \frac{f_0}{BW} \approx \frac{500}{250k} = 0{,}002$$

- Vi kan börja med att dimensionera filterspolen L samt filterkondensatorn C; vi använder formeln nedan

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

där f_0 är resonansfrekvensen, L är filterspolens induktans och C är filterkondensatorns kapacitans. Men formeln ovan kan vi välja en av komponenterna valfritt och därefter anpassa den andra efter detta värde; som exempel kan vi sätta filterspolen L valfritt. Eftersom resonansfrekvensen f_0 är relativt låg så sätter vi filterspolens induktans relativt högt, exempelvis 100 mH:

$$L = 100\ mH$$

- Genom att transformera formeln för resonansfrekvensen f_0 ovan så kan en formel för filterkondensatorns kapacitans härledas:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \to \sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi f_0} \to LC = \left(\frac{1}{2\pi f_0}\right)^2 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2} \to C = \frac{1}{L * (2\pi f_0)^2}$$

- För en resonansfrekvens f_0 på 500 Hz samt vårt tidigare val av spole (L = 100 mH) så bör vi därmed använda en filterkondensator C på ca 1 µF, eftersom

$$C = \frac{1}{L * (2\pi f_0)^2} = \frac{1}{100m * (2\pi * 500)^2} \approx 1\ \mu F$$

- Detta kondensatorvärde är inte så stort att ekvivalent serieresistans (ESR) eller ekvivalent serieinduktans (ESL) lär bli något problem i form av exempelvis effektförluster eller minskad utsignal; dock kan vi ändå parallellkoppla en kondensator på ca 0,1 µF för att optimera filtret, om vi hade tillgång till ett sådant.

$$C = 1\ \mu F$$

- För att välja ett lämpligt värde på filterresistor R så kan vi transformera formeln för filtrets kvalitetsfaktor Q:

$$Q = \frac{1}{2\pi f_0 RC} \to R = \frac{1}{2\pi f_0 C * Q},$$

- Därmed så bör vi använda en filterresistor R på ca 160 kΩ, eftersom

$$R = \frac{1}{2\pi f_0 C * Q} \approx \frac{1}{2\pi * 500 * 1\mu * 0{,}002} \approx 160\ k\Omega$$

- Närmaste standardvärde i E12-serien är 150 kΩ; för att få ett värde så nära 160 kΩ som möjligt så kan vi seriekoppla två resistorer R_1 och R_2, där R_1 är 150 kΩ och R_2 är 10 kΩ, vilket medför en total serieresistans R_S på 160 kΩ:

$$R_s = R_1 + R_2 = 150k + 10k = 160\ k\Omega$$

- Genom att använda oss utav de seriekopplade resistorerna ovan så använde vi värden på komponenterna som var väldigt nära de beräknade; därmed så bör bandpass RLC-filtret ha en bandbredd BW samt resonansfrekvens f_0 mycket nära specifikationerna. Vi kan kontrollräkna resultatet för säkerhets skull.

- Resonansfrekvensen f_0 blir ungefär lika med 503 Hz, eftersom

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{100m * 1\mu}} \approx 503\ Hz,$$

  alltså endast 3 Hz från specificerat värde (500 Hz).

- Kvalitetsfaktorn Q blir ungefär lika med ca 0,002, alltså i enlighet med specifikationerna, eftersom

$$Q = \frac{1}{2\pi f_0 R_S C} = \frac{1}{2\pi f_0 (R_1 + R_2) C} \approx \frac{1}{2\pi * 503 * (150k + 10k) * 1\mu} \approx 0{,}002$$

- Därmed så blir bandbredden BW ungefär lika med 254,6 kHz, eftersom

$$Q = \frac{f_0}{BW} \to BW = \frac{f_0}{Q} \approx \frac{503}{0{,}002} \approx 254{,}6\ kHz$$

- Precis som för bandspärr RLC-filtret vid såg tidigare så kan vi beräkna den undre brytfrekvensen f_u med en andragradsekvation. Vi börjar med att transformera formeln för bandbredden BW, för att istället härleda en formel för den övre brytfrekvensen $f_ö$:

$$BW = f_ö - f_u \rightarrow f_ö = f_u + BW$$

- Vi har också sett att förhållandet mellan resonansfrekvensen f_0 samt bandpassfiltrets övre samt undre brytfrekvens $f_ö$ respektive f_u är lika med

$$f_o = \sqrt{f_ö * f_u}$$

- Genom att sätta ihop de två ekvationerna ovan så kan vi härleda formeln

$$f_0 = \sqrt{f_ö * f_u} = \sqrt{f_u(f_u + BW)} = \sqrt{{f_u}^2 + BW * f_u},$$

som vi kvadrerar till

$${f_0}^2 = {f_u}^2 + BW * f_u$$

- Vi kan då härleda följande andragradsekvation för att beräkna den undre brytfrekvensen f_u:

$${f_u}^2 = -BW * f_u + {f_0}^2,$$

vars rötter kan beräknas med den så kallade PQ-formeln:

$$f_u = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{BW}{2}\right)^2 + {f_0}^2},$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan får vi

$$f_u = -\frac{BW}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{BW}{2}\right)^2 + {f_0}^2} \approx -\frac{254{,}6k}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{254{,}6k}{2}\right)^2 + 503^2} \approx -127\,324 \pm 127\,325$$

- Därmed får vi två rötter, där den första roten f_{u1} är reell, eftersom denna är ca 1 Hz:

$$f_{u1} \approx -127\,324 + 127\,325 \approx 1\ Hz \rightarrow Reell\ rot$$

- Den andra roten är däremot falsk, eftersom denna understiger noll:

$$f_{u1} \approx -127\,324 - 127\,325 \approx -254{,}6\ kHz \rightarrow Falsk\ rot$$

- Detta medför att den undre brytfrekvensen f_u är ungefär lika med 1 Hz, i enlighet med specifikationerna:

$$f_u = f_{u1} \approx 1\ Hz$$

- Efter att ha beräknat den undre brytfrekvensen f_u så kan den övre brytfrekvensen enkelt beräknas genom att transformera formeln för bandfrekvensen BW:

$$BW = f_ö - f_u \rightarrow f_ö = f_u + BW$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan så ser vi att den övre brytfrekvensen $f_ö$ därmed är ungefär lika med 254,6 kHz, alltså ca 4,6 kHz från specificerat värde (250 kHz):

$$f_ö = f_u + BW \approx 1 + 254{,}6k \approx 254{,}6\ kHz$$