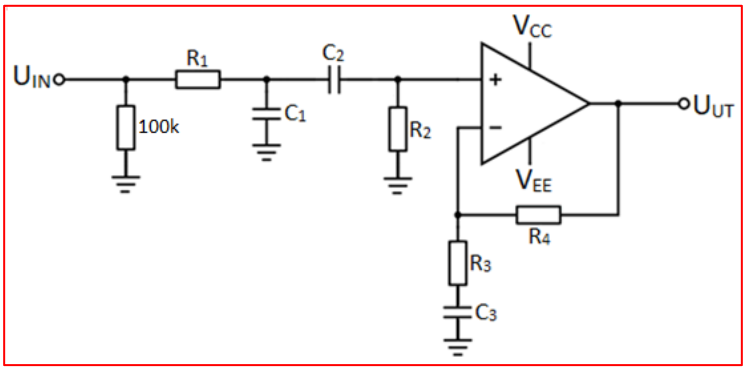
3.3 - Aktiva filter med OP-förstärkarkopplingar

3.3.1 – Introduktion

- Vi har tidigare sett exempel på så kallade passiva filter, såsom högpassfilter och bandpassfilter, som används för att släppa igenom vissa frekvenser och dämpa andra utefter behov. Som exempel, bandpassfilter släpper igenom frekvenser inom ett visst frekvensband, samtidigt som övriga frekvenser dämpas. Dock medför passiva filter ingen typ av signalförstärkning; filtrets utsignal ligger alltid mellan noll upp till insignalens storlek.



Ett aktivt filter bestående av ett bandpass RC-filter följs av en OP-förstärkare . Bandpassfiltret låter frekvenser inom ett visst frekvensband passera, samtidigt som övriga frekvenser dämpas. OP-förstärkaren förstärker sedan de signaler som passerar bandpassfiltret. En 100 kΩ:s resistor placeras på ingången så att det alltid finns en väg för strömmen att flöda till jordpunkten, även då bandpassfiltret spärrar insignalerna.

- Aktiva filter fungerar på samma sätt som passiva filter, med skillnaden att de innehåller en förstärkare, vilket medför signalförstärkning av de signaler som passerar filtret.

- Därmed kan inkommande oönskade frekvenser filtreras bort, samtidigt som signalstyrkan på de frekvenser som passerar filtret förstärks.

- För att skapa ett aktivt filter kan en OP-förstärkarkrets placeras efter en eller flera filterkretsar. I de flesta fall är bandpassfilter önskvärda, då dessa kan användas för att dämpa lågfrekventa signaler, såsom likström, samt högfrekventa signaler, såsom störningar. Samtidigt kan mellanfrekventa signaler passera bandpassfiltret i princip obehindrat, för att sedan förstärkas med en lämplig faktor, exempelvis 20.

- Dock är inte alltid bandpassfilter lämpligt, beroende på applikation. Som exempel, om likström skall kunna passera, samtidigt som högfrekventa signaler skall dämpas, så lämpar sig ett lågpassfilter bättre.

- I detta avsnitt behandlas endast aktiva RC-filter. Motsvarande LC-filter eller RLC-filter kan dock enkelt konstrueras enligt samma principer som sågs i föregående kapitel, där konstruktion samt analys av olika typer av LC-filter genomfördes.

- Som vi har sett tidigare så är dock spolar, och därmed även LC-filter, relativt sällsynta inom analog IC-design, på grund av storlek, kostnad och vikt. Särskilt vid lägre frekvenser så krävs relativt stora spolar.

- Dock inom högfrekvenselektronik så är spolar mycket populära inom IC-kretsar, främst då mycket små spolar behövs vid så höga frekvenser. Därmed slipper man problem med storlek, vikt och även kostnad. Som exempel, vid höga frekvenser blir det viktigt att impedansanpassa kretsar för att minska effektförluster som kan uppstå på grund av reflektioner i en ledare. Då används vanligtvis någon typ av LC-filter för ändamålet.

Mål med kapitlet:

- Konstruktion och analys av aktiva RC-filter, i form av högpass-, lågpass- samt bandpassfilter, både sett till filterkretsar samt förstärkarkretsar.

- Härledning av aktiva filters överföringsfunktion, amplitudfunktion, in- och utimpedans, closed loop-förstärkningsfaktor samt brytfrekvens.

- Implementering av stabilitetskretsar samt överspänningsskydd i aktiva filter för audiotillämpningar.

3.3.2 – Aktivt högpass RC-filter

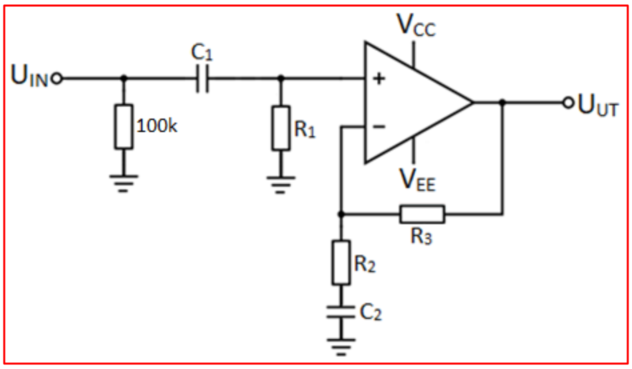
- Ett aktivt högpass RC-filter kan konstrueras via ett högpass RC-filter följt av en icke-inverterande OP-förstärkarkoppling.

- En resistor på 100 kΩ placeras på ingången för att det alltid skall finnas en väg för strömmen att flöda till jord. Därmed skapas en väg till jord för de signaler som kraftigt dämpas av högpass RC-filtret.

- Högpassfiltrets brytfrekvens f_c kan som vanligt beräknas med formeln

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1},$$

där R_1 är filterresistorns resistans och C_1 är filterkondensatorns kapacitans.



Aktivt högpass RC-filter, där frekvenser under en viss brytfrekvens f_c dämpas. En OP-förstärkare används sedan för att öka signalstyrkan på de signaler som passerar högpassfiltret. En kondensator C_2 placeras på OP-förstärkarens minusingång för att hindra likström från att flöda in på minusingången.

- En kondensator C_2 används på minusingången för att likström inte skall kunna flöda in på minusingången. Tillsammans med resistor R_2 i förstärkarkopplingen så utgör dessa ännu ett högpass RC-filter, vars brytfrekvens f_{c2} kan beräknas med formeln

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

- På grund av kondensator C_2:s placering så kommer dock även en tredje brytfrekvens f_{c3} bildas, där

$$f_{c3} = \frac{1}{2\pi (R_2 + R_3) C_2}$$

- Till skillnad mot de två tidigare brytfrekvenserna f_{c1} och f_{c2}, så leder denna brytfrekvens till ökad förstärkning vid minskad frekvens, vilket medför att closed loop-förstärkningsfaktorn G kommer närma sig ett vid likström. Detta beror på att kondensator C_2:s reaktans $1/(sC_2)$ går mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll:

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC_2} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_2} = \infty,$$

där lim står för gränsvärde, f → 0 indikerar att f närmar sig noll (men är inte exakt lika med noll) och ∞ indikerar att reaktansen $1/(sC_2)$ går mot oändlighet.

- Filtrets closed-loop-förstärkningsfaktor G kan härledas med formeln

$$G = \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}},$$

där R_2 och R_3 är de två resistorerna i förstärkarkopplingen som avgör förstärkningsfaktorn vid signalfrekvenser och $1/(sC_2)$ är kondensator C_2:s reaktans.

- Vid likström så kommer därför closed loop-förstärkningsfaktorn G närma sig ett, då

$$\lim_{f \to 0} G = \lim_{f \to 0} \left(\frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \right) = \frac{R_2 + R_3 + \infty}{R_2 + \infty} \approx \frac{\infty}{\infty} = 1$$

Elektroteknik

- Eftersom closed loop-förstärkningsfaktorn G inte är noll vid likström så hade likström kunnat passera in på OP-förstärkarens plusingång, men inte på minusingången, på grund av kondensator C_2. Därmed så är det essentiellt att placera ett högpass RC-filter bestående av resistor R_1 och C_1 på i anslutning till OP-förstärkarens plusingång.

- Högpass RC-filtrets överföringsfunktion H(s) kan härledas med formeln

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{sC_1}},$$

där $1/(sC_1)$ är lika med kondensator C_1:s reaktans.

- Precis som för kondensator C_2 så kommer kondensator C_1:s reaktans $1/(sC_1)$ gå mot oändlighet vid likström, då

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC_1} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_1} = \infty$$

- På grund av högpass RC-filtret på plusingången så blir filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT} lika med

$$G_{TOT} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sC_1}} * \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}}$$

- Vid likström så kommer därmed G_{TOT} gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} G_{TOT} = \lim_{f \to 0} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{sC_1}} * \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \right) = \frac{1}{1 + \infty} * \frac{R_2 + R_3 + \infty}{R_2 + \infty} \approx \frac{1}{\infty} * \frac{\infty}{\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

- Det aktiva filtrets closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC} vid signalfrekvenser, där AC står för *Alternate Current* (växelström) utgör en funktion av ration mellan de två resistorerna R_2 och R_3 i förstärkarkopplingen:

$$G_{AC} = \frac{U_{UT}}{U_{IN,OP}} \approx \frac{R_2 + R_3}{R_2},$$

vilket kan utvecklas till

$$G_{AC} \approx 1 + \frac{R_3}{R_2}$$

- Som en tumregel kan den mindre resistorn i förstärkarkopplingen, vilket i detta fall är R_2, sättas till 1 kΩ, vilket ger en god kompromiss mellan tillräckligt hög inimpedans och lågt brus i förstärkarkopplingen. En större resistor hade medfört högre inimpedans, men också mer brus. En resistor R_2 på 1 kΩ medför lågt brus och samtidigt tillräckligt hög inimpedans för de flesta applikationer:

$$R_2 = 1\ k\Omega$$

- Storleken på resistor R_3 kan sedan anpassas efter önskad closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC}. Formeln ovan kan transformeras till

$$\frac{R_3}{R_2} \approx G_{AC} - 1,$$

som sedan kan transformeras för att härleda en formel för resistor R_3:

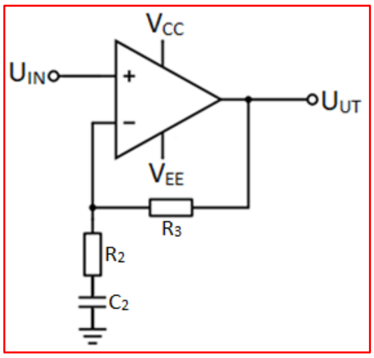
$$R_3 \approx R_2(G_{AC} - 1)$$

- Som exempel, anta att ett aktivt högpass RC-filter skall dimensioneras för att spärra för likström, samtidigt som samtliga hörbara frekvenser (20 Hz – 20 kHz) skall kunna passera fullständigt och dessutom förstärkas med en faktor 16.

- OP-förstärkaren matas med ± 30 V, d.v.s. V_{CC} = 30 V, V_{EE} = -30 V.

- Resistorerna R_2 och R_2 skall dimensioneras för att erhålla en closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC} på 16 vid signalfrekvenser (växelström). Detta medför att samtliga signaler som passerar högpass RC-filtret på plusingången skall förstärkas med en faktor 16. Som exempel, för en insignal U_{IN} på 1 V så skall utsignalen U_{UT} blir 16 V (vid signalfrekvenser/växelström).

- Dessutom skall ett lämpligt värde på kondensator C_2 väljas, så att likström inte kan flöda in på minusingången. Nödvändiga åtgärder skall också vidtas för att minimera påverkan av kondensatorns ESR samt ESL vid behov.



Icke-inverterande OP-förstärkarkoppling men en kondensator C_2 för att bilda ett högpass RC-filter på minusingången, som spärrar för likström.

- Som vi såg tidigare så gäller att closed loop-förstärkningsfaktorn G_{AC} vid signalfrekvenser kan approximeras med formeln

$$G_{AC} \approx \frac{R_2 + R_3}{R_2},$$

vilket kan utvecklas till

$$G_{AC} \approx 1 + \frac{R_3}{R_2},$$

som kan transformeras till

$$\frac{R_3}{R_2} \approx G_{AC} - 1$$

- För en closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC} runt 16 vid signalfrekvenser så skall ration R_3/R_2 sättas till 15, eftersom

$$\frac{R_3}{R_2} \approx 16 - 1 = 15$$

- Därefter skall resistorerna R_2 och R_3 i förstärkarkopplingen dimensioneras. Som vi såg tidigare så bör resistor R_2 sättas till 1 kΩ, vilket ger en god kompromiss mellan tillräckligt hög inimpedans och lågt brus i förstärkarkopplingen:

$$R_2 = 1\ k\Omega$$

- Vi såg tidigare att ration R_3/R_2 bör sättas till 15 för en closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC} på ca 16 vid signalfrekvenser:

$$\frac{R_3}{R_2} \approx 15$$

- Formeln ovan kan sedan transformeras till

$$R_3 = 15R_2$$

- Eftersom vi tidigare satte resistor R_2 till 1 kΩ så bör resistor R_3 sättas till 15 kΩ, eftersom

$$R_3 = 15 * 1k = 15\ k\Omega$$

- Därmed så erhålls en closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC} på ca 16 vid signalfrekvenser, eftersom

$$G_{AC} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} = \frac{1k + 15k}{1k} = 16$$

- Brytfrekvensen f_{c2} i förstärkarkopplingen kan härledas ut med formeln

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2},$$

där resistor R_2 redan har satts till 1 kΩ.

- Vi vill spärra för likström, för att eliminera risken att en liten likström flödar in på OP-förstärkarens minusingång. Samtidigt vill vi inte riskera att dämpa basfrekvenser. Vi sätter därför brytfrekvensen f_{c2} väldigt lågt, exempelvis till 0,5 Hz:

$$f_{c2} = 0{,}5\ Hz$$

- Därefter kan formeln för brytfrekvensen f_c ovan transformeras från

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

till

$$C_2 = \frac{1}{2\pi R_2 f_{c2}}$$

- Därmed kan ett lämpligt värde på kondensator C_2 beräknas genom att sätta in värden i formeln ovan:

$$C_2 = \frac{1}{2\pi * 1k * 0{,}5} \approx 320\ \mu F$$

- I praktiken hade vi valt närmaste standardvärde, som är 330 µF:

$$C_2 = 330\ \mu F$$

- Det hade varit fördelaktigt att placera en kondensator på 0,1 µF - 1µF parallellt med elektrolytkondensator C_2, för att minska påverkan av ESR (ekvivalent serieresistans) och ESL (ekvivalent serieinduktans), som annars kan leda till förlusteffekter samt minskad utsignal.

- Med de tidigare valda värdena på resistorerna R_2 och R_3 samt kondensator C_2 så kommer den tredje brytfrekvensen f_{c3}, som medför att closed loop-förstärkningen G närmar sig ett vid likström, hamnat runt 0,03 Hz, eftersom

$$f_{c3} = \frac{1}{2\pi(R_2 + R_3)C_2} = \frac{1}{2\pi(1k + 15k) * 330\mu} \approx 0{,}03\ Hz$$

- Som vi har sett tidigare så kan påverkan från denna brytfrekvens elimineras genom att placera ett högpass RC-filter i anslutning till OP-förstärkarens plusingång, som medför att closed loop-förstärkningen G kommer gå mot noll vid mycket låga frekvenser och likström kommer spärras.

- Därefter kan högpass RC-filtret dimensioneras på samma sätt. Högpassfiltrets brytfrekvens f_c kan beräknas med formeln

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1},$$

där R_1 är filterresistorns resistans och C_1 är filterkondensatorns kapacitans.

- För att minimera så kallad offset, alltså avvikelser på utsignalen, så bör inimpedansen Z_{IN+} samt Z_{IN-} på OP-förstärkarens ingångar vara samma vid signalfrekvenser (växelström):

$$Z_{IN+} = Z_{IN-},$$

- Inimpedansen Z_{IN-} på minusingången kan härledas med uttrycket

$$Z_{IN-} = \left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right)//R_3$$

- Vid signalfrekvenser så kommer kondensator C_2:s reaktans $1/(sC_2)$ vara obefintlig, dess brytfrekvens har satts till ca 0,5 Hz. Detta medför att inimpedansen Z_{IN-} på minusingången kommer bli lika med parallellresistansen $R_2//R_3$, då

$$Z_{IN-} = \left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right)//R_3 \approx (R_2 + 0)//R_3 = R_2//R_3$$

- Eftersom vi tidigare satte resistor R_2 till 1 kΩ och R_3 till 15 kΩ, så kommer Z_{IN-} bli ungefär lika med 0,94 kΩ vid signalfrekvenser, eftersom

$$Z_{IN-} = R_2//R_3 = 1k//15k = \frac{1k * 15k}{1k + 15k} \approx 0{,}94\ k\Omega$$

- Därmed så bör också inimpedansen Z_{IN+} på OP-förstärkarens plusingång sättas till ca 0,94 kΩ. Z_{IN+} består enbart av högpass RC-filtrets utimpedans $Z_{UT,HP}$, som är lika med filterresistor R_1:s resistans:

$$Z_{IN+} = R_1$$

- För att minimera offset så bör alltså Z_{IN+} samt Z_{IN-} vara lika stora i vid signalfrekvenser. Eftersom Z_{IN-} då är lika med 0,94 kΩ så bör också Z_{IN+} sättas så när 0,94 kΩ som möjligt. Närmaste värde i E12-serien är 1 kΩ, som vi väljer att använda på resistor R_1:

$$R_1 = 1\ k\Omega$$

- Formeln för högpass RC-filtrets brytfrekvens f_{c1} kan transformeras från

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

  till

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_{c1}}$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan så kan ett lämpligt värde på kondensator C_1 beräknas:

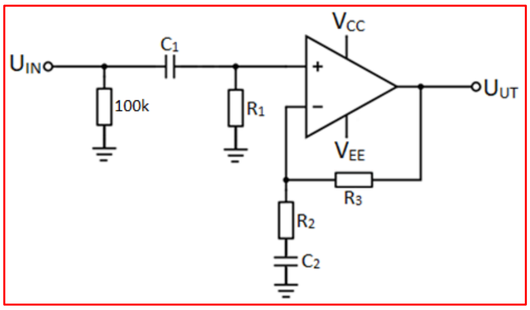
$$C_1 = \frac{1}{2\pi * 1k * 0{,}5} \approx 318\ \mu F$$

- Närmaste standardvärde är 330 µF, som vi med fördel kan använda:

$$C_1 = 330\ \mu F$$

- Som vi har sett tidigare så hade det varit fördelaktigt att placera en kondensator på 0,1 µF - 1µF parallellt med elektrolytkondensator C_1, för att minska påverkan av ESR (ekvivalent serieresistans) och ESL (ekvivalent serieinduktans), som annars kan leda till förlusteffekter samt minskad utsignal. Denna tumregel kan med fördel användas för kondensatorer vars kapacitans överstiger 1 µF.

Filtrets inimpedans Z_{IN}:



Filtrets inimpedans Z_{IN} utgörs av parallellkopplingen mellan 100 kΩ:s resistorn på ingången samt högpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,HP}$.

- Det aktiva högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} utgörs av en parallellkoppling mellan 100 kΩ:s resistorn på ingången samt högpass RC-filtrets inimpedans $Z_{IN,HP}$:

$$Z_{IN} = 100k//Z_{IN,HP},$$

där $Z_{IN,HP}$ utgörs av filterresistor R_1:s resistans i serie med filterkondensatorn C_1:s reaktans $1/(sC_1)$:

$$Z_{IN,HP} = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

- Motsvarande belopp $|Z_{IN,HP}|$ blir därmed

$$|Z_{IN,HP}| = \left|R_1 + \frac{1}{sC_1}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN,HP}| = \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Därmed så gäller att aktiva högpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} är lika med

$$Z_{IN} = 100k//\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right),$$

där R_1 är filterresistor R_1:s resistans och $1/(sC_1)$ är filterkondensator C_1:s reaktans.

- Motsvarande belopp blir därmed lika med

$$|Z_{IN}| = \left|100k//\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN}| = 100k//\sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Vid signalfrekvenser så är kondensator C_1 dimensionerad för att utgöra ett nästintill obefintligt motstånd ovanför brytfrekvensen f_c, som satts till ca 0,5 Hz. Detta medför att högpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,HP,AC}$ vid signalfrekvenser närmar sig resistor R_1:s resistans:

$$Z_{IN,HP,AC} \approx R_1 + 0 = R_1,$$

vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{IN,HP,AC}|$:

$$|Z_{IN,HP,AC}| \approx |R_1| = R_1$$

- Därmed så blir hela det aktiva filtrets inimpedans $Z_{IN,AC}$ samt vid signalfrekvenser lika med parallellkopplingen $100k//R_1$:

$$Z_{IN,AC} = 100k//Z_{IN,HP,AC} \approx 100k//R_1$$

med identiskt belopp $|Z_{IN,AC}|$:

$$|Z_{IN,AC}| \approx |100k//R_1| = 100k//R_1$$

- Vid likström så kommer dock $Z_{IN,HP}$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0}\frac{1}{sC_1}=\lim_{f\to 0}\frac{1}{2\pi f C_1}=\frac{1}{2\pi * 0 * C_1}=\infty,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,HP,DC}=\lim_{f\to 0} Z_{IN,HP}=\lim_{f\to 0} R_1+\frac{1}{sC_1}=R_1+\infty=\infty,$$

- Detta medför att även beloppet $|Z_{IN,HP,DC}|$ går mot oändlighet:

$$|Z_{IN,HP,DC}|=\lim_{f\to 0}|Z_{IN,HP}|=|\infty|=\infty$$

- Därmed så blir hela det aktiva filtrets inimpedans $Z_{IN,DC}$ vid likström lika med 100 kΩ, eftersom

$$Z_{IN,DC}=100k//Z_{IN,HP,DC}=100k//\infty,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,DC}=100\ k\Omega$$

samt

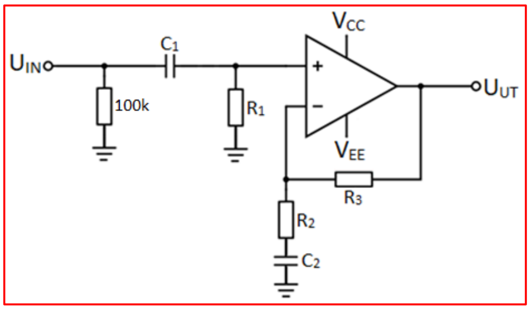
$$|Z_{IN,DC}|=|100\ k\Omega|=100\ k\Omega$$

Filtrets utimpedans Z_{UT}:

- Det aktiva filtrets utimpedans Z_{UT} kan härledas med formeln

$$Z_{UT}=R_2+R_3+\frac{1}{sC_2},$$

där R_2 och R_3 är resistorerna i förstärkarkopplingen som avgör closed loop-closed loop-förstärkningsfaktorn G och $1/(sC_2)$ är kondensator C_2:s reaktans, som används för att förebygga att likström flödar in på OP-förstärkarens minusingång.



Filtrets utimpedans Z_{UT} utgörs av komponenterna i förstärkarkopplingen, alltså resistor R_2:s samt R_3:s respektive resistans samt kondensator C_2:s reaktans.

- Motsvarande belopp $|Z_{UT}|$ blir därmed

$$|Z_{UT}|=\left|R_2+R_3+\frac{1}{sC_2}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{UT,HP}|=\sqrt{(R_2+R_3)^2+\left(\frac{1}{sC_2}\right)^2}$$

- Filtrets utimpedans $Z_{UT,AC}$ vid signalfrekvenser utgörs utav summan av resistor R_2:s samt R_3:s respektive resistans, då filterkondensator C_2 kommer utgöra ett nästintill obefintligt motstånd:

$$Z_{UT,AC}\approx R_2+R_3,$$

vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{UT,AC}|$:

$$|Z_{UT,AC}|\approx|R_2+R_3|=R_2+R_3$$

- Vid likström så kommer dock C_2 utgöra ett oändligt motstånd, vilket medför att $Z_{UT,DC}$ kommer gå mot oändlighet:

$$Z_{UT,DC} \approx R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2} = R_2 + R_3 + \infty = \infty,$$

vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{UT,AC}|$:

$$|Z_{UT,DC}| \approx |\infty| = \infty$$

- Notera ovan att DC står för *Direct Current*, alltså likström.

Filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT}:

- Eftersom det aktiva filtrets består av en filterkrets samt en förstärkarkrets så kan dess totala överföringsfunktion G_{TOT} härledas med formeln

$$G_{TOT} = H(s) * G,$$

där H(s) är filterkretsens överföringsfunktion och G är förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor.

- Filterkretsens överföringsfunktion H(s) är identiskt med ett helt vanligt högpass RC-filter:

$$H(s) = \frac{U_{UT,HP}}{U_{IN,HP}} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}},$$

där $U_{UT,HP}$ / $U_{IN,HP}$ är ration mellan filtrets in- och utsignal, R_1 är filterresistorns resistans och $1/(sC_1)$ är filterkondensatorns reaktans.

- Formeln kan förenklas genom att dividera med R_1 i både täljare och nämnare:

$$H(s) = \frac{\left(\frac{R_1}{R_1}\right)}{\left(\frac{R_1 + \frac{1}{sC_1}}{R_1}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{R_1}\right)},$$

vilket medför att

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{sR_1C_1}}$$

- Som vi såg tidigare så kan det aktiva filtrets closed loop-förstärkningsfaktor G kan härledas med formeln

$$G = \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}},$$

där R_2 samt R_3 är de två resistorerna i OP-förstärkarkopplingen som avgör closed loop-förstärkningsfaktorn G och $1/(sC_2)$ är reaktansen på den kondensatorn som används för att förhindra likström från att flöda in på OP-förstärkarens minusingång.

- Notera i formeln ovan att både nämnare har samma en given resistiv del samt reaktansen $1/(sC_2)$. Formeln kan förenklas genom att se till att resistansen samt reaktansen $1/(s2_1)$ i både nämnare och täljare har samma nämnare sC_2.

- Vi måste därför multiplicera de resistiva delarna av täljaren och nämnaren med sC_2:

$$G = \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{\left(\frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{sC_2}\right)}{\left(\frac{R_2 sC_2 + 1}{sC_2}\right)}$$

- Därmed så består både täljare och nämnare av ett bråk, där respektive nämnare är like med sC_2. Vi kan därför multiplicera med sC_2 i både täljare och nämnare så att endast en täljare och en nämnare återstår i hela formeln:

$$G = \frac{\left(\frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{sC_2}\right)}{\left(\frac{R_2 sC_2 + 1}{sC_2}\right)} * \frac{sC_2}{sC_2} = \frac{\left(\frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{sC_2}\right) * sC_2}{\left(\frac{R_2 sC_2 + 1}{sC_2}\right) * sC_2},$$

vilket medför att

$$G = \frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{R_2 sC_2 + 1}$$

- Genom att placera den resistiva delen av täljaren respektive nämnaren först samt sätta frekvensparametern s först i de reaktiva delarna så kan följande formel erhållas:

$$G = \frac{1 + s(R_2 + R_3)C_2}{1 + sR_2 C_2}$$

- Det aktiva filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT} är produkten av filterkretsens överföringsfunktion H(s) samt förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G:

$$G_{TOT} = H(s) * G,$$

vilket är ekvivalent med

$$G_{TOT} = \frac{1 + s(R_2 + R_3)C_2}{\left(1 + \frac{1}{sR_1 C_1}\right) * (1 + sR_2 C_2)}$$

- Det aktiva filtrets totala amplitudfunktion $|G_{TOT}|$ blir därmed:

$$|G_{TOT}| = \frac{|1 + s(R_2 + R_3)C_2|}{\left|\left(1 + \frac{1}{sR_1 C_1}\right)\right| * |(1 + sR_2 C_2)|},$$

vilket är ekvivalent med

$$|G_{TOT}| = \frac{\sqrt{1 + [s(R_2 + R_3)C_2]^2}}{\sqrt{\left(1 + \left[\frac{1}{sR_1 C_1}\right]^2\right) * (1 + [sR_2 C_2]^2)}}$$

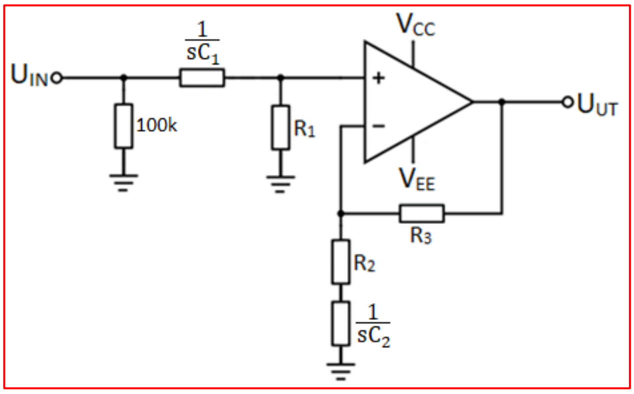
Analys av det aktiva högpass RC-filtret:

- För att genomföra analys av filtret så kan Laplacetransformering genomföras på hela kretsen, se figuren till höger.

- Vi kan anta att för signalfrekvenser så kommer i princip all inkommande ström I flöda genom högpass RC-filtret istället för genom 100 kΩ:s resistorn på ingången.

- Vi börjar med att härleda en formel för högpass RC-filtrets överföringsfunktion H(s), som är lika med ration av dess in- och utsignal $U_{IN,HP}$ respektive $U_{UT,HP}$:

$$H(s) = \frac{U_{UT,HP}}{U_{IN,HP}}$$



Laplacetransformerat aktivt högpass RC-filter. OP-förstärkarens inimpedans $Z_{IN,OP}$ kan antas vara mycket hög (i princip oändlighet), vilket medför att högpass RC-filtret kan anses vara olastat.

- Filterresistor R_1 samt OP-förstärkarens inimpedans $Z_{IN,OP}$ utgör en parallellkoppling $R_1//Z_{IN,OP}$. Dock kan $Z_{IN,OP}$ antas gå mot oändlighet, vilket medför att denna kan försummas, eftersom

$$R_1//Z_{IN,OP} \approx R_1//\infty,$$

vilket kan utvecklas till

$$R_1//Z_{IN,OP} \approx \frac{R_1 * \infty}{R_1 + \infty} \approx R_1$$

- Därmed så kommer inte OP-förstärkarens inimpedans $Z_{IN,OP}$ påverka högpassfiltret eller dess brytfrekvens. I praktiken så fungerar därmed högpass RC-filtret som i olastat tillstånd.

- Högpassfiltrets insignal $U_{IN,HP}$ kan härledas med Kirchhoffs spänningslag. Antag att en given ström I flödar genom filtret. Eftersom OP-förstärkarens inimpedans $Z_{IN,OP}$ är mycket hög så kan vi anta att ingen ström kommer flöda in på dess ingångar; all ström I kommer flöda genom filterkondensator C_1, sedan ned till jord via filterresistor R_1.

- Kirchhoffs spänningslag säger att summan av samtliga spänningar ett helt varv i kretsen är lika med noll. I detta fall medför detta att summan av högpassfiltrets insignal $U_{IN,HP}$, spänningsfallet $1/(sC_1) * I$ över filterkondensator C_1 samt spänningsfallet R_1I över filterresistor R_1 är lika med noll.

- Därmed kan följande formel härledas:

$$U_{IN,HP} - \frac{1}{sC_1} * I - R_1 I = 0,$$

där $U_{IN,HP}$ alltså är högpassfiltrets insignal, $1/(sC_1) * I$ är spänningsfallet över filterkondensator C_1 och R_1I är spänningsfallet över filterresistor R_1.

- Eftersom vi beräknar i strömmens riktning så räknas spänningsfallen över filterkomponenterna som negativa (då strömmen flödar från deras respektive pluspol till minuspol). Dock flödar strömmen från insignalens minus- till pluspol (mot strömmens riktning), vilket medför att $U_{IN,HP}$ räknas som positiv.

- Formeln ovan kan transformeras till

$$U_{IN,HP} = R_1 I + \frac{1}{sC_1} * I,$$

där strömmen I kan brytas ut, vilket ger formeln:

$$U_{IN,HP} = \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I$$

- Kirchhoffs spänningslag kan också användas för att härleda en formel för högpassfiltrets utsignal $U_{UT,HP}$.
  Vi går därför ett varv från högpassfiltrets utgång $U_{UT,HP}$ till jord via resistor R_1.

- I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så är summan av samtliga spänningsfall ett helt varv i kretsen lika med noll, vilket medför att summan av högpassfiltrets utsignal $U_{UT,HP}$ samt spänningsfallet R_1I över filterresistor R_1 är lika med noll.

- Därmed kan följande formel härledas:

$$U_{UT,HP} - R_1 I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{UT,HP} = R_1 I$$

Filterkretsens överföringsfunktion H(s) samt amplitudfunktion |H(s)|:

- Via formlerna för $U_{IN,HP}$ samt $U_{UT,HP}$ kan högpassfiltrets överföringsfunktion H(s) härledas:

$$H(s) = \frac{U_{UT,HP}}{U_{IN,HP}} = \frac{R_1 I}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I}$$

- Eftersom strömmen I förekommer i både täljaren och nämnaren så elimineras denna, vilket medför att

$$H(s) = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}},$$

där R_1 är filterresistorns resistans och $1/(sC_1)$ är filterkondensatorns reaktans.

- Formeln för överföringsfunktionen H(s) ovan kan förenklas genom att dividera med R_1 i både täljare och nämnare:

$$H(s) = \frac{\left(\frac{R_1}{R_1}\right)}{\left(\frac{R_1 + \frac{1}{sC_1}}{R_1}\right)},$$

som kan utvecklas till

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{R_1}\right)},$$

vilket medför att

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{sR_1C_1}}$$

- Högpass RC-filtrets amplitudfunktion |H(s)| kan sedan härledas:

$$|H(s)| = \frac{|1|}{\left|1 + \frac{1}{sR_1C_1}\right|},$$

vilket är ekvivalent med

$$|H(s)| = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{sR_1C_1}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{sR_1C_1}\right)^2}}$$

Filterkretsens brytfrekvens f_{c1}:

- Vid filterkretsens brytfrekvens f_{c1} så är den resistiva samt den reaktiva delen av nämnaren lika stora. Därmed gäller att

$$1 = \left(\frac{1}{sR_1C_1}\right)^2,$$

vilket kan transformeras till

$$\frac{1}{sR_1C_1} = \sqrt{1} = \pm 1$$

- Därmed så har den reaktiva delen av nämnaren $1/(sR_1C_1)$ två rötter, +1 samt -1.

- Frekvensparametern s, filterresistor R_1 samt filterkondensator C_1 överstiger eller är lika med noll:

$$\begin{cases} s \geq 0 \\ R_1 \geq 0 \\ C_1 \geq 0 \end{cases}$$

- Detta medför att den reaktiva delen av nämnaren $1/(sR_1C_1)$ inte kan understiga noll:

$$\frac{1}{sR_1C_1} \geq 0$$

- Därmed kan den negativa roten förkastas, vilket betyder att

$$\frac{1}{sR_1C_1} = 1,$$

som kan transformeras till

$$s = \frac{1}{R_1C_1},$$

där frekvensparametern s är lika med filterkretsens brytfrekvens f_{c1} multiplicerat med 2π:

$$s = 2\pi f_c$$

- Genom att ersätta frekvensparametern s med motsvarande brytfrekvens $2\pi f_c$ så erhålls formeln

$$2\pi f_{c1} = \frac{1}{R_1C_1},$$

vilket kan transformeras till

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_1C_1},$$

där f_{c1} är filterkretsens brytfrekvens, R_1 är filterresistorns resistans och C_1 är filterkondensatorns kapacitans.

Filterkretsens inimpedans Z_{IN}:

- Tidigare härleddes en formel för filterkretsens överföringsfunktion H(s) via dess in- och utspänning för $U_{IN,HP}$ samt $U_{UT,HP}$ enligt nedan:

$$H(s) = \frac{U_{UT,HP}}{U_{IN,HP}} = \frac{R_1 I}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I}$$

- Ur denna formel ser via att filterkretsens inspänning $U_{IN,HP}$ kan härledas med följande formel:

$$U_{IN,HP} = \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I$$

- Högpass RC-filtrets inimpedans $Z_{IN,HP}$ är lika med filtrets inspänning $U_{IN,HP}$ dividerat med inströmmen $I_{IN,HP}$:

$$Z_{IN,HP} = \frac{U_{IN,HP}}{I_{IN,HP}},$$

där filtrets inström $I_{IN.HP}$ är lika med strömmen I som flödar genom hela filtret:

$$I_{IN,HP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,HP} = \frac{U_{IN,HP}}{I}$$

- Genom att sätta in formeln för inspänningen $U_{IN,HP}$ i formeln ovan så härleds följande formel:

$$Z_{IN,HP} = \frac{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I}{I},$$

där strömmen I förekommer i både täljare samt nämnare och därför kan elimineras, vilket medför att

$$Z_{IN,HP} = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

där R_1 är filterresistorns resistans och $1/(sC_1)$ är reaktansen från filterkondensatorn C_1.

- Därmed kan en formel för beloppet $|Z_{IN,HP}|$ härledas:

$$|Z_{IN,HP}| = \left|R_1 + \frac{1}{sC_1}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN,HP}| = \sqrt{{R_1}^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Vid frekvenser som närmar sig noll så kommer filterkondensatorns reaktans $1/(sC_1)$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC_1} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_1} = \infty,$$

där lim står för gränsvärde, f → 0 indikerar att f närmar sig noll (men är inte exakt lika med noll) och ∞ indikerar att reaktansen $1/(sC_1)$ går mot oändlighet.

- Därmed så kommer filterkretsens inimpedans $Z_{IN,HP}$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} Z_{IN,HP} = \lim_{f \to 0} \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) = R_1 + \infty = \infty$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,HP}|$ går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} |Z_{IN,HP}| = \lim_{f \to 0} |\infty| = \infty$$

- Däremot vid frekvenser som går mot oändlighet så kommer filterkretsens inimpedans $Z_{IN,HP}$ bli ungefär lika med filterresistor R_1:s resistans , eftersom

$$\lim_{f \to \infty} \frac{1}{sC_1} = \lim_{f \to \infty} \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_1} = 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f \to \infty} Z_{IN,HP} = \lim_{f \to \infty} \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) = R_1 + 0 = R_1$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,HP}|$ då närmar sig filterresistor R_1:s resistans, eftersom

$$\lim_{f \to \infty} |Z_{IN,HP}| = \lim_{f \to \infty} |R_1| = R_1$$

Filterkretsens utimpedans $Z_{UT,HP}$:

- Filterkretsens utimpedans $Z_{UT,HP}$ är lika med filtrets utsignal $U_{UT,HP}$ dividerat med strömmen $I_{UT,HP}$, som flödar genom filtrets utgång:

$$Z_{UT,HP} = \frac{U_{UT,HP}}{I_{UT,HP}}$$

- OP-förstärkarens inimpedans kan antas vara oändligt hög, vilket medför att strömmen som flödar in på dess ingång är nästintill obefintlig. Därmed kan vi anta att hela strömmen I som flödar genom filtret också kommer flöda genom dess utgång. Därmed gäller att filterkretsens utström $I_{UT,HP}$ är lika med strömmen I:

$$I_{UT,HP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{UT,HP} = \frac{U_{UT,HP}}{I}$$

- Filterkretsens överföringsfunktion H(s) härleddes tidigare via dess in- och utspänning $U_{IN,HP}$ samt $U_{UT,HP}$ enligt nedan:

$$H(s) = \frac{U_{UT,HP}}{U_{IN,HP}} = \frac{R_1 I}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I}$$

- Därmed ser vi att filterkretsens utspänning $U_{UT,HP}$ kan härledas med formeln

$$U_{UT,HP} = R_1 I$$

- Därmed är filtrets utimpedans $Z_{UT,HP}$ lika med filterresistor R_1:s resistans, eftersom

$$Z_{UT,HP} = \frac{U_{UT,HP}}{I} = \frac{R_1 I}{I} = R_1$$

- Därmed blir också beloppet $|Z_{UT,HP}|$ lika med R_1, eftersom

$$|Z_{UT,HP}| = |R_1| = R_1$$

- Eftersom filtrets utimpedans $Z_{UT,HP}$ är rent resistiv så kommer dess storlek hållas konstant oavsett frekvens. Detta gäller även för beloppet $|Z_{UT,HP}|$.

Förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G:

- Vi kan därefter härleda closed loop-förstärkningsfaktorn G på det aktiva filtrets förstärkarkrets. Closed loop-förstärkningsfaktorn G är ration mellan förstärkarkretsens in- och utsignal $U_{IN,OP}$ och $U_{UT,OP}$:

$$G = \frac{U_{UT,OP}}{U_{IN,OP}}$$

- För att härleda en formel för closed loop-förstärkningsfaktorn G så måste formler för OP-förstärkarens in- och utspänning $U_{IN,OP}$ och $U_{UT,OP}$ härledas.

- Vi härleder först en formel för förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$. I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så är summan av samtliga spänningar ett helt varv i kretsen lika med noll. Vi kan därför beräkna med Kirchhoffs spänningslag ett varv från jord, via inspänningen U_{IN} och tillbaka till jord är lika med noll.

- Summan av inspänningen $U_{IN,OP}$, spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol, spänningsfallet R_2I över resistor R_2 samt spänningsfallet $1/(sC_2)$ * I över kondensator C_2 är lika med noll, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, vilket medför att:

$$U_{IN,OP} - (V_+ - V_-) - R_2 I - \frac{1}{sC_2} * I = 0,$$

som kan transformeras till

$$U_{IN,OP} = (V_+ - V_-) + R_2 I + \frac{1}{sC_2} * I$$

- Eftersom OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så kan vi anta att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0$$

- Därmed försummar vi spänningsskillnaden (V_+ - V_-) i formeln för inspänningen $U_{IN,OP}$ ovan, vilket medför att

$$U_{IN,OP} = R_2 I + \frac{1}{sC_2} * I$$

- Vidare kan strömmen I som flödar i kretsen brytas ut ur formeln, vilket ger

$$U_{IN,OP} = \left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) * I$$

- Därefter kan en formel för förstärkarkretsens utspänning $U_{UT,OP}$ härledas, även den med Kirchhoffs spänningslag.
  Vi går ett varv i kretsen från jord via utsignalen U_{UT} och sedan tillbaka till jord via de två resistorerna R_2 och R_3 samt kondensator C_2. Eftersom summan av samtliga spänningar ett helt varv i kretsen är lika med noll i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, så kan följande formel härledas:
  $$U_{UT,OP} - R_3 I - R_2 I - \frac{1}{sC_2} * I = 0,$$
  vilket kan transformeras till
  $$U_{UT,OP} = R_2 I + R_3 I + \frac{1}{sC_2} * I$$

- Därefter kan strömmen I brytas ut ur formeln, vilket medför att
  $$U_{UT,OP} = \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}\right) * I$$

- Slutligen kan closed loop-förstärkningsfaktorn G härledas:
  $$G = \frac{U_{UT,OP}}{U_{IN,OP}} = \frac{\left(R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}\right) * I}{\left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) * I},$$
  där strömmen I förekommer i både täljaren och nämnaren och därför kan elimineras ur formeln, vilket medför att:
  $$G = \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}}$$

- Notera att både nämnaren samt täljaren består av en resistiv del samt reaktansen $1/(sC_2)$. Formeln kan förenklas genom att den resistiva delen samt reaktansen $1/(sC_2)$ i både nämnaren samt täljaren har samma nämnare sC_2.

- Därför kan vi multiplicera de resistiva delarna av täljaren samt nämnaren med sC_2:
  $$G = \frac{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{\left(\frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{sC_2}\right)}{\left(\frac{R_2 sC_2 + 1}{sC_2}\right)}$$

- Därefter kan vi multiplicera med sC_2 i både täljare och nämnare så att endast en täljare samt en nämnare återstår i hela formeln:
  $$G = \frac{\left(\frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{sC_2}\right)}{\left(\frac{R_2 sC_2 + 1}{sC_2}\right)} * \frac{sC_2}{sC_2} = \frac{\left(\frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{sC_2}\right) * sC_2}{\left(\frac{R_2 sC_2 + 1}{sC_2}\right) * sC_2},$$
  vilket medför att
  $$G = \frac{(R_2 + R_3)sC_2 + 1}{R_2 sC_2 + 1}$$

- Genom att placera den resistiva delen av täljaren respektive nämnaren först samt sätta frekvensparametern s först i de reaktiva delarna så kan följande formel erhållas:
  $$G = \frac{1 + s(R_2 + R_3)C_2}{1 + sR_2 C_2}$$

- Amplitudfunktionen |G| blir därmed lika med

$$|G| = \frac{|1 + s(R_2 + R_3)C_2|}{|1 + sR_2C_2|} = \frac{\sqrt{1^2 + (s(R_2 + R_3)C_2)^2}}{\sqrt{1^2 + (sR_2C_2)^2}},$$

vilket kan förenklas till

$$|G| = \frac{\sqrt{1 + (s(R_2 + R_3)C_2)^2}}{\sqrt{1 + (sR_2C_2)^2}}$$

Förstärkarkretsens brytfrekvenser f_{c2} och f_{c3}:

- Vid en given brytfrekvens f_c så är den resistiva samt den reaktiva delen av amplitudfunktionen |G| är lika stora. Eftersom |G| innehar sådana delar i både täljaren och nämnaren så kommer förstärkarkretsen inneha två brytfrekvenser f_{c1} och f_{c2}.

- Eftersom båda resistiva delar är lika med ett så måste också de två reaktiva delarna $s(R_2 + R_3)C_2$ samt sR_2C_2 vara lika med ett. Därmed gäller att

$$1 = (sR_2C_2)^2$$

samt

$$1 = [s(R_2 + R_3)C_2]^2$$

- Vi börjar med att beräkna den första brytfrekvensen f_{c1}. Vi tar kvadratroten ur både vänster- och högerled, vilket medför att

$$\sqrt{1} = \sqrt{(sR_2C_2)^2} = sR_2C_2,$$

där

$$\sqrt{1} = \pm 1,$$

- Detta medför att den reaktiva delen sR_2C_2 är lika med ±1, alltså 1 eller -1, vid brytfrekvensen f_{c1}:

$$sR_2C_2 = \pm 1$$

- Eftersom frekvensen f inte kan understiga noll så kan inte heller frekvensparametern s understiga noll, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

vilket medför att

$$s_{min} = 2\pi f_{min} = 2\pi * 0 = 0$$

- Eftersom resistor R_2 samt kondensator C_2 inte heller kan understiga noll så kan den negativa roten -1 försummas:

$$sR_2C_2 \geq 0 \rightarrow -1 \text{ är } en\ falsk\ rot!$$

- Därmed så gäller att den reaktiva delen sR_2C_2 är lika med ett:

$$sR_2C_2 = 1$$

- Formeln ovan kan transformeras via division med R_2C_2 i både vänster- och högerled:

$$\frac{sR_2C_2}{R_2C_2} = \frac{1}{R_2C_2}$$

vilket medför att

$$s = \frac{1}{R_2C_2}$$

- Eftersom frekvensparametern s i detta fall är lika med brytfrekvensen f_{c1} multiplicerat med 2π så gäller att

$$2\pi f_{c1} = \frac{1}{R_2 C_2},$$

vilket kan transformeras till

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2},$$

där f_{c1} är förstärkarkretsens första brytfrekvens och R_2 samt C_2 är komponenterna placerade mellan OP-förstärkarens minusingång och jordpunkten.

- Därefter beräknar vi förstärkarkretsens andra brytfrekvens f_{c2}. Genom att ta kvadratroten ur både vänster- och högerled ser vi att

$$\sqrt{1} = \sqrt{(s(R_2 + R_3)C_2)^2} = s(R_2 + R_3)C_2,$$

där

$$\sqrt{1} = \pm 1,$$

- Detta medför att den reaktiva delen $s(R_2 + R_3)C_2$ är lika med ±1, alltså 1 eller -1, vid brytfrekvensen f_{c2}:

$$s(R_2 + R_3)C_2 = \pm 1$$

- Eftersom frekvensen f inte kan understiga noll så kan inte heller frekvensparametern s understiga noll, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

vilket medför att

$$s_{min} = 2\pi f_{min} = 2\pi * 0 = 0$$

- Eftersom resistorerna R_2 och R_3 samt kondensatorn C_2 inte heller kan understiga noll så kan den negativa roten -1 försummas:

$$s(R_2 + R_3)C_2 \geq 0 \rightarrow -1 \text{ är } en\ falsk\ rot!$$

- Därmed så gäller att den reaktiva delen $s(R_2 + R_3)C_2$ är lika med ett:

$$s(R_2 + R_3)C_2 = 1$$

- Formeln ovan kan transformeras för att istället härleda en formel för frekvensparametern s vid brytfrekvensen f_c genom att dividera med $(R_2 + R_3) * C_2$ i både vänster- och högerled:

$$\frac{s(R_2 + R_3)C_2}{(R_2 + R_3)C_2} = \frac{1}{(R_2 + R_3)C_2},$$

där

$$\frac{s(R_2 + R_3)C_2}{(R_2 + R_3)C_2} = s,$$

vilket medför att frekvensparametern s kan härledas med formeln

$$s = \frac{1}{(R_2 + R_3)C_2}$$

- Eftersom frekvensparametern s i detta fall är lika med brytfrekvensen f_{c2} multiplicerat med 2π så gäller att

$$2\pi f_{c2} = \frac{1}{(R_2 + R_3)C_2},$$

vilket kan transformeras till

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi(R_2 + R_3)C_2},$$

där f_{c2} är förstärkarkretsens andra brytfrekvens, R_2 och R_3 är resistorerna i förstärkarkopplingen och C_2 är kondensatorn placerad mellan OP-förstärkarens minusingång och jordpunkten.

Förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$:

- Förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ kan härledas med formeln

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I_{IN,OP}}$$

där $U_{IN,OP}$ är förstärkarkretsens inspänning och $I_{IN,OP}$ är strömmen som flödar genom förstärkarkopplingens ingång.

- Som vi har sett tidigare så kan OP-förstärkarens inimpedans antas vara mycket hög, vilket medför att strömmarna som flödar in på dess ingångar kan antas vara obefintliga. Därmed kan vi anta att samma ström I kommer genom förstärkarkopplingen. Därmed gäller att

$$I_{IN,OP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I}$$

- Därmed måste en formel härledas för förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$, vilket enkelt kan genomföras med Kirchhoffs spänningslag, som säger att summan av samtliga spänningar och spänningsfall ett varv i kretsen lika med noll.

- Detta medför att summan av förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$, spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minusingång, spänningsfallet R_2I över resistor R_2 samt spänningsfallet $1/(sC_2)$ över kondensator C_2 är lika med noll, vilket medför att:

$$U_{IN,OP} - (V_+ - V_-) - R_2 I - \frac{1}{sC_2} * I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN,OP} = (V_+ - V_-) + R_2 I + \frac{1}{sC_2} * I$$

- Eftersom OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så kan vi anta att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0,$$

vilket medför att

$$U_{IN,OP} = R_2 I + \frac{1}{sC_2} * I$$

- Vidare kan strömmen I som flödar i kretsen brytas ut ur formeln, vilket medför att

$$U_{IN,OP} = \left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) * I$$

- Därmed kan en formel härledas för förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$:

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I} = \frac{\left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) * I}{I},$$

där strömmen I kan elimineras, då denna förekommer i både täljare och nämnare, vilket resulterar i formeln

$$Z_{IN,OP} = R_2 + \frac{1}{sC_2}$$

- Motsvarande belopp $|Z_{IN,OP}|$ blir därmed

$$|Z_{IN,OP}| = \left|R_2 + \frac{1}{sC_2}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN,OP}| = \sqrt{{R_2}^2 + \left(\frac{1}{sC_2}\right)^2}$$

- Vid frekvenser som närmar sig noll så kommer filterkondensatorns reaktans $1/(sC_2)$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC_2} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_2} = \infty,$$

där lim står för gränsvärde, f → 0 indikerar att f närmar sig noll (men är inte exakt lika med noll) och ∞ indikerar att reaktansen $1/(sC_2)$ går mot oändlighet.

- Därmed så kommer förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} Z_{IN,OP} = \lim_{f \to 0} \left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) = R_2 + \infty = \infty$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,OP}|$ går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} |Z_{IN,OP}| = |\infty| = \infty$$

- Däremot vid frekvenser som går mot oändlighet så kommer förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ bli ungefär lika med resistor R_2:s resistans , eftersom

$$\lim_{f \to \infty} \frac{1}{sC_2} = \lim_{f \to \infty} \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_2} = 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f \to \infty} Z_{IN,OP} = \lim_{f \to \infty} \left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) = R_2 + 0 = R_2,$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,OP}|$ då närmar sig filterresistor R_2:s resistans, eftersom

$$\lim_{f \to \infty} |Z_{IN,OP}| = |R_2| \;\; = R_2$$

Förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$:

- Förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ kan härledas med formeln

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I_{UT,OP}}$$

där $U_{UT,OP}$ är förstärkarkretsens utspänning och $I_{UT,OP}$ är strömmen som flödar genom förstärkarkopplingens utgång, som vi tidigare såg är lika med strömmen I som flödar genom förstärkarkopplingen:

$$I_{UT,OP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I}$$

- Därmed måste en formel härledas för förstärkarkretsens utspänning $U_{UT,OP}$. Återigen genomförs detta med Kirchhoffs spänningslag, som säger att summan av samtliga spänningar och spänningsfall ett helt varv i kretsen är lika med noll.

- Vi går ett varv i kretsen från jord via förstärkarkretsens utsignal $U_{UT,OP}$ och sedan tillbaka till jordpunkten via de två resistorerna R_2 och R_3 samt kondensator C_2. Eftersom strömmen I flödar i den riktning vi genomför beräkningen så kommer samtliga spänningsfall över komponenterna räknas som negativa, då strömmen flödar från deras respektive plus- till minuspol.

- Därmed gäller att summan av spänningen $U_{UT,OP}$, spänningsfallen R_2I samt R_3I över resistor R_2 respektive R_3 samt spänningsfallet $1/(sC_2)$ över kondensator C_2 är lika med noll, vilket medför att

$$U_{UT,OP} - R_2I - R_3I - \frac{1}{sC_2} * I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{UT,OP} = R_2I + R_3I + \frac{1}{sC_2} * I,$$

där strömmen I kan brytas ut, vilket resulterar i följande formel:

$$U_{UT,OP} = \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}\right) * I$$

- Därmed kan en formel härledas för förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$:

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I} = \frac{\left(R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}\right) * I}{I},$$

där strömmen I kan elimineras, då denna förekommer i både täljare och nämnare, vilket resulterar i formeln

$$Z_{UT,OP} = R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}$$

- Motsvarande belopp $|Z_{UT,OP}|$ blir därmed

$$|Z_{UT,OP}| = \left|R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{UT,OP}| = \sqrt{(R_2 + R_3)^2 + \left(\frac{1}{sC_2}\right)^2}$$

- Som vi såg tidigare så kommer filterkondensatorns reaktans $1/(sC_2)$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to 0}\frac{1}{sC_2}=\lim_{f\to 0}\frac{1}{2\pi f C_2}=\frac{1}{2\pi * 0 * C_2}=\infty$$

- Därmed så kommer förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to 0} Z_{UT,OP}=\lim_{f\to 0}\left(R_2+R_3+\frac{1}{sC_2}\right)=R_2+R_3+\infty=\infty$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{UT,OP}|$ går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0}\left|Z_{UT,OP}\right|=|\infty|=\infty$$

- Däremot vid frekvenser som går mot oändlighet så kommer förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ bli ungefär lika med summan av resistor R_2:s samt resistor R_3:s resistans , eftersom

$$\lim_{f\to\infty}\frac{1}{sC_2}=\lim_{f\to\infty}\frac{1}{2\pi f C_2}=\frac{1}{2\pi * \infty * C_2}=0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty} Z_{UT,OP}=\lim_{f\to\infty}\left(R_2+R_3+\frac{1}{sC_2}\right)=R_2+R_3+0=R_2+R_3$$

vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{UT,OP}|$, eftersom

$$\lim_{f\to\infty}\left|Z_{UT,OP}\right|=|R_2+R_3|=R_2+R_3$$

Filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT}:

- Det aktiva filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT} är produkten av filterkretsens överföringsfunktion H(s) samt förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G:

$$G_{TOT} = H(s) * G,$$

vilket kan utvecklas till

$$G_{TOT} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sR_1C_1}} * \frac{1 + s(R_2 + R_3)C_2}{1 + sR_2C_2},$$

som kan förenklas till

$$G_{TOT} = \frac{1 + s(R_2 + R_3)C_2}{\left(1 + \frac{1}{sR_1C_1}\right) * (1 + sR_2C_2)}$$

- Ur denna formel kan det aktiva filtrets totala amplitudfunktion $|G_{TOT}|$ härledas:

$$|G_{TOT}| = \frac{|1 + s(R_2 + R_3)C_2|}{\left|\left(1 + \frac{1}{sR_1C_1}\right) * (1 + sR_2C_2)\right|} = \frac{|1 + s(R_2 + R_3)C_2|}{\left|\left(1 + \frac{1}{sR_1C_1}\right)\right| * |(1 + sR_2C_2)|},$$

vilket är ekvivalent med

$$|G_{TOT}| = \frac{\sqrt{1^2 + [s(R_2 + R_3)C_2]^2}}{\sqrt{\left(1^2 + \left[\frac{1}{sR_1C_1}\right]^2\right) * (1^2 + [sR_2C_2]^2)}} = \frac{\sqrt{1 + [s(R_2 + R_3)C_2]^2}}{\sqrt{\left(1 + \left[\frac{1}{sR_1C_1}\right]^2\right) * (1 + [sR_2C_2]^2)}}$$

- Något som kanske känns oklart är varför överföringsfunktionen G_{TOT} är lika med produkten av filterkretsens överföringsfunktion H(s) samt förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G.

- Detta kan demonstreras med ett exempel. I enlighet med den totala överföringsfunktionen G_{TOT}

$$G_{TOT} = H(s) * G,$$

så erhålls den totala amplitudfunktionen $|G_{TOT}|$:

$$|G_{TOT}| = |H(s)| * |G|,$$

där |H(s)| samt |G(s)| är filterkretsens respektive förstärkarkretsens amplitudfunktion vid den aktuella frekvensen.

- Anta att filtret har en insignal U_{IN} vars amplitud $|U_{IN}|$ är lika med 1 V:

$$|U_{IN}| = 1\ V$$

- Anta att insignalen U_{IN} har en frekvens där filterkretsen kommer dämpa denna signal med 50 %, vilket betyder att filtrets amplitudfunktion |H(s)| är 0,5 vid denna frekvens:

$$|H(s)| = 0{,}5$$

- Då återstår 0,5 V av insignalen efter att ha passerat filterkretsen, eftersom

$$|U_{IN}| * |H(s)| = 1\ V * 0{,}5 = 0{,}5\ V$$

- Anta sedan att förstärkarkretsen förstärker denna signal med en faktor 10 vid den aktuella frekvensen:

$$|G| = 10$$

- Då kommer utsignalen $|U_{UT}|$ ur det aktiva filtret ha en amplitud på 5 V, eftersom

$$|U_{UT}| = |U_{IN}| * |H(s)| * |G| = 0{,}5 * 10 = 5\ V$$

- Totalt blir insignalen alltså förstärkt med en faktor fem, eftersom

$$|G_{TOT}| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|} = \frac{5}{1} = 5$$

- Detta hade kunnat beräknas direkt via den totala amplitudfunktionen $|G_{TOT}|$:

$$|G_{TOT}| = |H(s)| * |G| = 0{,}5 * 10 = 5$$

- Vi hade därmed direkt kunnat beräkna utsignalens amplitud $|U_{UT}|$ genom att transformera formeln för det aktiva filtrets totala amplitudfunktion $|G_{TOT}|$:

$$|G_{TOT}| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|},$$

  vilket medför att

$$|U_{UT}| = |G_{TOT}| * |U_{IN}|$$

- För en insignal vars amplitud $|U_{IN}|$ är lika med 1 V samt en total amplitudfunktion $|G_{TOT}|$ på fem så erhålls alltså en utsignal vars amplitud är lika med 5 V, eftersom

$$|U_{UT}| = 5 * 1\ V = 5\ V$$

Filtrets totala in- och utimpedans Z_{IN} och Z_{UT}:

- Det aktiva högpass RC-filtrets totala inimpedans Z_{IN} utgörs av en parallellkoppling mellan 100 kΩ:s resistorn samt högpass RC-filtrets inimpedans $Z_{IN,HP}$:

$$Z_{IN} = 100k//Z_{IN,HP},$$

där $Z_{IN,HP}$ utgörs av filterresistor R_1:s resistans i serie med filterkondensator C_1:s reaktans $1/(sC_1)$:

$$Z_{IN,HP} = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

- Motsvarande belopp $|Z_{IN,HP}|$ blir därmed

$$\left|Z_{IN,HP}\right| = \left|R_1 + \frac{1}{sC_1}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$\left|Z_{IN,HP}\right| = \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Vid signalfrekvenser så kommer kondensator C_1 är dimensionerad att utgöra ett nästintill obefintligt motstånd ovanför brytfrekvensen f_c, som satts till ca 0,5 Hz. Detta medför att högpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,HP,AC}$ vid signalfrekvenser närmar sig resistor R_1:s resistans:

$$Z_{IN,HP,AC} \approx R_1 + 0 = R_1,$$

vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{IN,HP,AC}|$:

$$\left|Z_{IN,HP,AC}\right| = |R_1| = R_1$$

- Därmed så blir hela det aktiva filtrets inimpedans $Z_{IN,AC}$ vid signalfrekvenser lika med parallellkopplingen $100k//R_1$:

$$Z_{IN,AC} = 100k//Z_{IN,HP,AC},$$

vilket är lika med

$$Z_{IN,AC} = 100k//R_1$$

- Vid likström så kommer dock $Z_{IN,HP}$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0}\frac{1}{sC_1} = \lim_{f\to 0}\frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_1} = \infty,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,HP,DC} = \lim_{f\to 0} Z_{IN,HP} = \lim_{f\to 0} R_1 + \frac{1}{sC_1} = R_1 + \infty = \infty,$$

vilket också medför att beloppet $|Z_{IN,HP,DC}|$ går mot oändlighet:

$$\left|Z_{IN,HP,DC}\right| = \lim_{f\to 0}\left|Z_{IN,HP}\right| = |\infty| = \infty$$

- Därmed så blir hela det aktiva filtrets inimpedans $Z_{IN,DC}$ vid likström lika med 100 kΩ, eftersom

$$Z_{IN,DC} = 100k//Z_{IN,HP,DC} = 100k//\infty,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,DC} = 100\ k\Omega$$

- Det aktiva filtrets utimpedans Z_{UT} är detsamma som OP-förstärkarens utimpedans $Z_{UT,OP}$, vilket medför att

$$Z_{UT} = Z_{UT,OP} = R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2},$$

där R_2 och R_3 är resistorerna i förstärkarkopplingen som avgör closed loop-förstärkningsfaktorn G och $1/(sC_2)$ är kondensator C_2:s reaktans, som används för att förebygga att likström flödar in på OP-förstärkarens minusingång.

- Motsvarande belopp $|Z_{UT}|$ blir därmed

$$|Z_{UT}| = \left|R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{UT}| = \sqrt{(R_2 + R_3)^2 + \left(\frac{1}{sC_2}\right)^2}$$

- Filtrets utimpedans $Z_{UT,AC}$ vid signalfrekvenser utgörs utav summan av resistor R_2:s samt R_3:s respektive resistans, då filterkondensator C_2 kommer utgöra ett nästintill obefintligt motstånd:

$$Z_{UT,AC} \approx R_2 + R_3$$

- Eftersom utimpedansen $Z_{UT,AC}$ är i princip helt resistiv så blir motsvarande belopp $|Z_{UT,AC}|$ ungefär samma, då

$$|Z_{UT,AC}| \approx |R_2 + R_3| = R_2 + R_3$$

- Notera ovan att AC står för *Alternate Current*, alltså växelström.

- Vid likström så kommer C_2 utgöra ett oändligt motstånd, vilket medför att $Z_{UT,DC}$ kommer gå mot oändlighet:

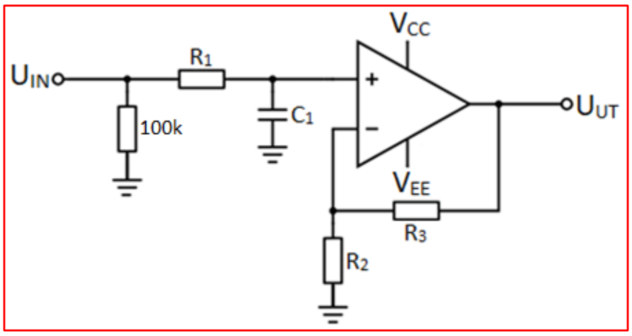
$$Z_{UT,DC} \approx R_2 + R_3 + \frac{1}{sC_2} = R_2 + R_3 + \infty = \infty,$$

vilket medför att beloppet $|Z_{UT,DC}|$ också går mot oändlighet, eftersom

$$|Z_{UT,DC}| = |\infty| = \infty$$

- Notera ovan att DC står för *Direct Current*, alltså likström.

3.3.3 – Aktivt lågpass RC-filter



Aktivt lågpass RC-filter, där frekvenser över en viss brytfrekvens f_c dämpas. En OP-förstärkare används sedan för att förstärka de signaler som passerar lågpassfiltret.

- Ett aktivt lågpassfilter kan konstrueras genom att koppla ihop ett lågpassfilter med en icke-inverterande OP-förstärkarkrets, se figuren till höger.

- Tack vara förstärkarkretsen så kommer filtret, förutom att dämpa oönskade frekvenser ovanför filtrets brytfrekvens f_c, förstärka de frekvenser som passerar filtret.

- Lågpassfiltrets brytfrekvens f_c kan beräknas med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1},$$

där R_1 är filterresistorns resistans och C_1 är filterkondensatorns kapacitans.

- Som exempel, anta att ett aktivt lågpass RC-filter skall dimensioneras för att spärra frekvenser ovanför ca 100 kHz. Samtidigt skall frekvenser under 100 kHz förstärkas med en faktor tio. Vi sätter därmed filtrets brytfrekvens f_c till 100 kHz:

$$f_c = 100\ kHz$$

- För en såpass hög brytfrekvens f_c som 100 kHz så kan resistor R_1 sättas till ett relativt lågt värde, såsom 10 Ω:

$$R_1 = 10\ \Omega$$

- Därefter kan en lämplig storlek på filterkondensator C_1 beräknas genom att transformera formeln för brytfrekvensen f_c ovan till

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_c}$$

- Genom att sätta in de kända värdena i formeln så ser vi att filterkondensator C_1 bör sättas till ca 159 nF, eftersom

$$C_1 = \frac{1}{2\pi * 10 * 100k} \approx 159\ nF$$

- Närmaste standardvärde är 150 nF, som vi väljer att använda. Då blir brytfrekvensen f_c något högre än 100 kHz, eftersom

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi * 10 * 150n} \approx 106{,}1\ kHz$$

- Dock bör det inte göra något i praktiken att brytfrekvensen hamnade något över det specificerade värdet. Men om brytfrekvensen f_c av någon anledning måste sättas så nära 100 kHz som möjligt så hade vi exempelvis kunnat placera en mindre kondensator på 10 nF:s parallellt med filterkondensator C_1, vilket hade medfört en total kapacitans på 150n + 10n = 160 nF.

- Detta beror på att ersättningskapacitansen C_p för parallellkopplade kondensatorer är summan av de enskilda kondensatorernas kapacitans, precis som ersättningsresistansen R_s för seriekopplade resistorer.

- Alternativt hade vi kunnat införskaffa en kondensator på 160 nF ur en annan kondensatorserie, vilket med största sannolikhet inte är så svårt. Dock är denna lösning i många fall mindre praktisk, då kondensatorer på 150 nF och 10 nF vanligtvis finns till hands, förutsatt att ett visst antal kondensatorer finns tillgängliga, exempelvis ur ett kondensatorpack, vilket inte är fallet med kondensatorer på 160 nF.

- Filtrets closed-loop-förstärkningsfaktor G kan härledas med formeln

$$G = \frac{R_2 + R_3}{R_2},$$

  där R_2 och R_3 är de två resistorerna i förstärkarkopplingen som avgör closed loop-förstärkningsfaktorn G.

- Som vi har sett tidigare så bör den mindre resistorn i förstärkarkopplingen sättas till 1 kΩ, vilket ger en god kompromiss mellan tillräckligt hög inimpedans och lågt brus i förstärkarkopplingen. En större resistor hade medfört högre inimpedans, men också mer brus.

- I detta fall utgör resistor R_2 den mindre resistorn i förstärkarkopplingen. En resistor R_2 på 1 kΩ medför lågt brus och samtidigt tillräckligt hög inimpedans för de flesta applikationer:

$$R_2 = 1\ k\Omega$$

- Storleken på resistor R_3 kan sedan anpassas efter önskad closed loop-förstärkningsfaktor G. Formeln för closed loop-förstärkningsfaktorn G ovan kan transformeras till

$$G = 1 + \frac{R_3}{R_2}$$

- För att beräkna ett lämpligt värde på den större resistorn i förstärkarkopplingen, alltså R_3, så kan formeln ovan omskrivas till

$$\frac{R_3}{R_2} = G - 1,$$

  som sedan kan transformeras till:

$$R_3 = R_2(G - 1)$$

- För att erhålla en closed loop-förstärkningsfaktor G på tio, så bör resistor R_3 sättas så nära 9 kΩ som möjligt, då

$$R_3 = 1k * (10 - 1) = 1k * 9 = 9\ k\Omega$$

- I praktiken hade då resistor R_3 kunnat bestå av två seriekopplade resistorer, R_{3A} samt R_{3B}, vars ersättningsresistans utgör ca 9 kΩ, då det inte finns 9 kΩ:s resistorer i E12-serien. Som exempel hade resistor R_{3A} satts till 8,2 kΩ och R_{3B} till 0,82 kΩ, vilket hade medfört en ersättningsresistans R_3 på 9,02 kΩ, då

$$R_3 = R_{3A} + R_{3B} = 8{,}2k + 0{,}82k = 9{,}02\ k\Omega$$

- Alternativt hade resistor R_3 kunnat resistor R_{3A} och R_{3B} kunnat utgöra en parallellkoppling, där de båda hade satts till 18 kΩ. Detta hade medfört en ersättningsresistans på 9 kΩ, då

$$R_3 = R_{3A}//R_{3B} = \frac{R_{3A} * R_{3B}}{R_{3A} + R_{3B}},$$

  vilket medför att

$$R_3 = 18k//18k = \frac{18k * 18k}{18k + 18k} = 9\ k\Omega$$

- Dock kan denna lösning medföra något högre brus än lösningen med seriekopplade resistorer, då större resistorvärden krävs i detta fall. Därmed så bör den förra lösningen användas primärt.

Lågpassfiltrets överföringsfunktion H(s):

- För att härleda lågpassfiltrets överföringsfunktion $H_1(s)$ så behöver formler härledas för insignalen U_{IN} samt utsignalen U_{UT}, vilket enkelt kan göras med Kirchhoffs spänningslag. Vi kan anta att efterföljande steg, vilket är OP-förstärkaren, har så hög inimpedans att all ström I som flödar genom filtrets ingång också kommer flöda via dess utgång, vilket förenklar beräkningarna.

- Vi börjar med att härleda en formel för insignalen U_{IN}. I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så är summan av samtliga spänningsfall ett helt varv i en krets är lika med noll. Vi går därför ett varv från jordpunkten via inspänningen U_{IN} (från minus- till pluspolen, vilket därför räknas som U_{IN}), sedan via filterresistor R_1 och filterkondensator C_1 ned till jord.

- Eftersom inspänningen U_{IN} i detta fall fungerar som en spänningskälla, vars matningsspänning faller över komponenterna i kretsen, så räknas U_{IN} som positiv och övriga spänningsfall som negativa. Därmed gäller att

$$U_{IN} - \frac{1}{sC_1} * I - R_1 I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN} = \frac{1}{sC_1} * I + R_1 I,$$

där strömmen I kan brytas ut, vilket medför att

$$U_{IN} = I\left(\frac{1}{sC_1} + R_1\right) = I\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right),$$

där U_{IN} är insignalen, $R_1 I$ är spänningsfallet över filterresistor R_1 och $I * 1/(sC_1)$ är spänningsfallet över filterkondensator C_1.

- Därefter kan en formel för utsignalen U_{UT} härledas genom att köra Kirchhoffs spänningslag från jordpunkten via utspänningen U_{UT}, sedan via filterkondensator C_1 ned till jordpunkten. Vi får då formeln

$$U_{UT} - \frac{1}{sC_1} * I = 0,$$

vilket medför att

$$U_{UT} = \frac{1}{sC_1} * I = \frac{I}{sC_1},$$

där $I/(sC_1)$ är spänningsfallet över filterkondensator C_1.

- Därefter kan högpassfiltrets överföringsfunktion H(s) härledas via formlerna för in- och utspänningen U_{IN} samt U_{UT}:

$$H(s) = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{\left(\frac{I}{sC_1}\right)}{I\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)},$$

där strömmen I förekommer i både täljaren och nämnaren och därför kan elimineras, vilket medför att

$$H(s) = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{R_1 + \frac{1}{sC_1}},$$

vilket är ekvivalent med

$$H(s) = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{\left(\frac{sR_1C_1 + 1}{sC_1}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{\left(\frac{1 + sR_1C_1}{sC_1}\right)}$$

- Överföringsfunktionen H(s) kan förenklas genom att vi multiplicerar med sC_1 i både täljare och nämnare:

$$H(s) = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{\left(\frac{1 + sR_1C_1}{sC_1}\right)} * \frac{sC_1}{sC_1} = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right) * sC_1}{\left(\frac{1 + sR_1C_1}{sC_1}\right) * sC_1},$$

vilket medför att

$$H(s) = \frac{1}{1 + sR_1C_1}$$

- Amplitudfunktionen |H(s)| blir därmed

$$|H(s)| = \left|\frac{1}{1 + sR_1C_1}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|H(s)| = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2 + (sR_1C_1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (sR_1C_1)^2}}$$

- Lågpassfiltrets brytfrekvens f_c uppnås när den resistiva samt den reaktiva delen av nämnaren är lika stora. Därmed gäller att

$$(sR_1C_1)^2 = 1,$$

vilket kan transformeras till

$$sR_1C_1 = \pm 1$$

- Därmed gäller att den reaktiva delen sR_1C_1 är lika med ±1, alltså 1 eller -1, vid brytfrekvensen f_c. Men frekvensen f kan inte understiga noll, vilket medför att inte heller frekvensparametern s understiga noll, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

vilket medför att

$$s_{min} = 2\pi f_{min} = 2\pi * 0 = 0$$

- Eftersom resistor R_1 samt kondensator C_1 inte heller kan understiga noll så kan den negativa roten -1 försummas:

$$sR_1C_1 \geq 0 \rightarrow -1 \text{ är } en\ falsk\ rot!$$

- Därmed så gäller att den reaktiva delen sR_1C_1 är lika med ett:

$$sR_1C_1 = 1$$

- Formeln ovan kan transformeras till

$$s = \frac{1}{R_1C_1}$$

- Eftersom frekvensparametern s i detta fall är lika med brytfrekvensen f_c multiplicerat med 2π så gäller att

$$2\pi f_c = \frac{1}{R_1C_1},$$

som kan transformeras till

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1C_1},$$

där f_c är lågpassfiltrets brytfrekvens och R_1 samt C_1 är filterresistorn respektive filterkondensatorn.

- Via överföringsfunktionen H(s) kan lågpassfiltrets frekvenssvar undersökas. Vid låga frekvenser, så kommer inkommande signaler inte dämpas märkbart, vilket vi kan se då överföringsfunktionen H(s) närmar sig ett då frekvensen f närmar sig noll:

$$\lim_{f\to 0} H(s) = \lim_{f\to 0} \frac{1}{1+sR_1C_1} = \lim_{f\to 0} \frac{1}{1+2\pi f R_1C_1} = \frac{1}{1+2\pi * 0 * R_1C_1} = \frac{1}{1} = 1$$

- Därmed blir filtrets amplitudfunktion |H(s)| också lika med ett

$$\lim_{f\to 0} |H(s)| = |1| = 1$$

- Eftersom H(s) utgör ration mellan in- och utsignalen U_{IN} och U_{UT}:

$$H(s) = \frac{U_{UT}}{U_{IN}},$$

som kan transformeras till

$$U_{UT} = H(s) * U_{IN},$$

så ser vi att utsignalen U_{UT} och insignalen U_{IN} blir lika stora då frekvensen f går mot noll:

$$\lim_{f\to 0} U_{UT} = \lim_{f\to 0} H(s) * U_{IN} = 1 * U_{IN} = U_{IN}$$

- Därmed gäller att

$$\lim_{f\to 0} U_{UT} = U_{IN}$$

- Detsamma gäller även för amplitudfunktionen |H(s)|, då

$$|H(s)| = \frac{|U_{UT}|}{|U_{IN}|},$$

vilket medför att

$$|U_{UT}| = |H(s)| * |U_{IN}|$$

- Därmed gäller att

$$\lim_{f\to 0} |U_{UT}| = \lim_{f\to 0} |H(s)| * |U_{IN}| = 1 * |U_{IN}| = |U_{IN}|$$

- Vid mycket höga frekvenser så kommer dock inkommande signaler dämpas i princip fullständigt, vilket vi enkelt kan se, då överföringsfunktionen H(s) närmar sig noll när frekvensen f går mot oändlighet:

$$\lim_{f\to \infty} H(s) = \lim_{f\to \infty} \frac{1}{1+sR_1C_1} = \lim_{f\to \infty} \frac{1}{1+2\pi f R_1C_1} = \frac{1}{1+2\pi * \infty * R_1C_1} = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

- Därmed blir filtrets även amplitudfunktion |H(s)| också lika med noll, då

$$\lim_{f\to \infty} |H(s)| = |0| = 0$$

- Som vi såg tidigare så gäller att

$$U_{UT} = H(s) * U_{IN},$$

vilket medför att utsignalen U_{UT} blir noll, då frekvensen f går mot oändlighet, då

$$\lim_{f\to \infty} U_{UT} = \lim_{f\to \infty} H(s) * U_{IN} = 0 * U_{IN} = 0$$

- Därmed gäller att

$$\lim_{f\to \infty} U_{UT} = 0$$

Lågpassfiltrets inimpedans Z_{IN}:

- Tidigare härleddes en formel för lågpassfiltrets överföringsfunktion H(s) via dess in- och utspänning för $U_{IN,LP}$ samt $U_{UT,LP}$ enligt nedan:

$$H(s) = \frac{U_{UT,LP}}{U_{IN,LP}} = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right) * I}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I},$$

där vi ser att filterkretsens inspänning $U_{IN,LP}$ kan härledas med följande formel:

$$U_{IN,LP} = \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I$$

- Lågpass RC-filtrets inimpedans $Z_{IN,LP}$ är lika med inspänningen $U_{IN,LP}$ dividerat med inströmmen $I_{IN,LP}$:

$$Z_{IN,LP} = \frac{U_{IN,LP}}{I_{IN,LP}},$$

där inströmmen $I_{IN.LP}$ är lika med strömmen I som flödar genom hela filtret:

$$I_{IN,LP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,LP} = \frac{U_{IN,LP}}{I}$$

- Genom att sätta in formeln för inspänningen $U_{IN,LP}$ i formeln ovan så kan följande formel härledas:

$$Z_{IN,LP} = \frac{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I}{I},$$

där strömmen I förekommer i både täljare samt nämnare, vilket medför att denna kan elimineras:

$$Z_{IN,LP} = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

där R_1 är filterresistorns resistans och $1/(sC_1)$ är filterkondensator C_1:s reaktans.

- Därmed kan en formel för beloppet $|Z_{IN,LP}|$ härledas:

$$|Z_{IN,LP}| = \left|R_1 + \frac{1}{sC_1}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN,LP}| = \sqrt{{R_1}^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Som vi har sett tidigare så kommer filterkondensatorns reaktans $1/(sC_1)$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to 0} \frac{1}{sC_1} = \lim_{f\to 0} \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_1} = \infty,$$

där lim står för gränsvärde, f → 0 indikerar att f närmar sig noll (men är inte exakt lika med noll) och ∞ indikerar att reaktansen $1/(sC_1)$ går mot oändlighet.

- Vid frekvenser som närmar sig noll så kommer därför lågpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,LP}$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0} Z_{IN,LP} = \lim_{f\to 0}\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) = R_1 + \infty = \infty$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,LP}|$ går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0} |Z_{IN,LP}| = \lim_{f\to 0} |\infty| = \infty$$

- $Z_{IN,LP}$ kommer sedan minska gradvis med ökad frekvens, för ett nå ett minimumvärde som närmar sig filterresistor R_1:s resistans vid frekvenser som går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to \infty} \frac{1}{sC_1} = \lim_{f\to \infty} \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_1} = 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to \infty} Z_{IN,LP} = \lim_{f\to \infty}\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) = R_1 + 0 = R_1$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,LP}|$ då närmar sig filterresistor R_1:s resistans, eftersom

$$\lim_{f\to \infty} |Z_{IN,LP}| = \lim_{f\to \infty} |R_1| = R_1$$

Lågpassfiltrets utimpedans $Z_{UT,LP}$:

- Lågpassfiltrets utimpedans $Z_{UT,LP}$ är lika med dess utspänningen $U_{UT,LP}$ dividerat med strömmen $I_{UT,LP}$, som flödar genom filtrets utgång:

$$Z_{UT,HP} = \frac{U_{UT,HP}}{I_{UT,HP}}$$

- OP-förstärkarens inimpedans kan antas vara oändligt hög, vilket medför att strömmen som flödar in på dess ingång är nästintill obefintlig. Därmed kan vi anta att hela strömmen I som flödar genom lågpassfiltret också kommer flöda genom dess utgång. Därmed gäller att utströmmen $I_{UT,LP}$ är lika med strömmen I:

$$I_{UT,LP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{UT,LP} = \frac{U_{UT,LP}}{I}$$

- Lågpassfiltrets överföringsfunktion H(s) härleddes tidigare via dess in- och utspänning $U_{IN,LP}$ samt $U_{UT,LP}$ enligt nedan:

$$H(s) = \frac{U_{UT,LP}}{U_{IN,LP}} = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right) * I}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) * I},$$

vilket medför att lågpassfiltrets utspänning $U_{UT,LP}$ kan härledas med formeln

$$U_{UT,LP} = \left(\frac{1}{sC_1}\right) * I$$

- Därmed är lågpassfiltrets utimpedans $Z_{UT,LP}$ lika med filterkondensator C_1:s reaktans $1/(sC_1)$, eftersom

$$Z_{UT,LP} = \frac{U_{UT,LP}}{I} = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right) * I}{I} = \frac{1}{sC_1}$$

- Därmed blir också beloppet $|Z_{UT,LP}|$ lika med filterkondensator C_1:s reaktans $1/(sC_1)$, eftersom

$$|Z_{UT,LP}| = \left|\frac{1}{sC_1}\right| = \frac{1}{sC_1}$$

- Vid frekvenser som närmar sig noll så kommer lågpassfiltrets utimpedans $Z_{UT,LP}$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} Z_{IN,LP} = \lim_{f \to 0} \left(\frac{1}{sC_1}\right) = \lim_{f \to 0} \left(\frac{1}{2\pi f C_1}\right) = \frac{1}{2\pi * 0 * C_1} = \infty$$

vilket också gäller för beloppet $|Z_{IN,LP}|$, då

$$\lim_{f \to 0} \left|Z_{IN,LP}\right| = |\infty| = \infty$$

- $Z_{IN,LP}$ kommer sedan minska gradvis med ökad frekvens, för ett gå mot noll vid frekvenser som närmar sig oändlighet, då

$$\lim_{f \to \infty} Z_{IN,LP} = \lim_{f \to \infty} \left(\frac{1}{sC_1}\right) = \lim_{f \to \infty} \left(\frac{1}{2\pi f C_1}\right) = \frac{1}{2\pi * \infty * C_1} = 0$$

vilket också gäller beloppet $|Z_{IN,LP}|$, då

$$\lim_{f \to \infty} \left|Z_{IN,LP}\right| = |0| = 0$$

Förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G:

- Vi kan därefter härleda closed loop-förstärkningsfaktorn G på det aktiva filtrets förstärkarkrets. Som vanligt gäller att closed loop-förstärkningsfaktorn G är ration mellan förstärkarkretsens in- och utsignal $U_{IN,OP}$ och $U_{UT,OP}$:

$$G = \frac{U_{UT,OP}}{U_{IN,OP}}$$

- För att härleda en formel för closed loop-förstärkningsfaktor G, så måste formler för OP-förstärkarens in- och utspänning $U_{IN,OP}$ och $U_{UT,OP}$ härledas.

- Vi härleder först en formel för förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$. I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så är summan av samtliga spänningar ett helt varv i kretsen lika med noll. Vi kan därför beräkna med Kirchhoffs spänningslag ett varv från jord, via inspänningen U_{IN} och tillbaka till jord är lika med noll.

- Summan av inspänningen $U_{IN,OP}$, spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol samt spänningsfallet R_2I över resistor R_2 är lika med noll, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, vilket medför att:

$$U_{IN,OP} - (V_+ - V_-) - R_2I = 0,$$

som kan transformeras till

$$U_{IN,OP} = (V_+ - V_-) + R_2I$$

- Eftersom OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så kan vi anta att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0$$

- Därmed försummar vi spänningsskillnaden (V_+ - V_-) i formeln ovan inspänningen $U_{IN,OP}$, vilket medför att

$$U_{IN,OP} = R_2I$$

- Därefter kan en formel för förstärkarkretsens utspänning $U_{UT,OP}$ härledas, även den med Kirchhoffs spänningslag.
Vi går ett varv i kretsen från jord via utsignalen U_{UT} och sedan tillbaka till jord via de två resistorerna R_2 och R_2. Eftersom summan av samtliga spänningar ett helt varv i kretsen är lika med noll i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, så kan följande formel härledas:

$$U_{UT,OP} - R_3I - R_2I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{UT,OP} = R_2I + R_3I$$

- Därefter kan strömmen I brytas ut ur formeln, vilket resulterar i följande formel:

$$U_{UT,OP} = (R_2 + R_3) * I$$

- Slutligen kan en formel för closed loop-förstärkningsfaktorn G härledas:

$$G = \frac{U_{UT,OP}}{U_{IN,OP}} = \frac{(R_2 + R_3) * I}{R_2I},$$

där strömmen I förekommer i både täljaren och nämnaren och kan därför elimineras ur formeln, vilket medför att:

$$G = \frac{R_2 + R_3}{R_2}$$

- Därmed blir amplitudfunktionen |G| samma, eftersom

$$|G| = \frac{|R_2 + R_3|}{|R_2|} = \frac{\sqrt{(R_2 + R_3)^2}}{\sqrt{{R_2}^2}},$$

vilket kan förenklas till

$$|G| = \frac{R_2 + R_3}{R_2}$$

Förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$:

- Förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ kan härledas med formeln

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I_{IN,OP}}$$

där $U_{IN,OP}$ är förstärkarkretsens inspänning och $I_{IN,OP}$ är strömmen som flödar genom förstärkarkopplingens ingång.

- Som vi har sett tidigare så kan OP-förstärkarens inimpedans antas vara mycket hög, vilket medför att strömmarna som flödar in på dess ingångar kan antas vara obefintliga. Därmed kan vi anta att samma ström I kommer genom förstärkarkopplingen. Därmed gäller att

$$I_{IN,OP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I}$$

- Därmed måste en formel härledas för förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$, vilket enkelt kan genomföras med Kirchhoffs spänningslag, som säger att summan av samtliga spänningar och spänningsfall ett varv i kretsen lika med noll.

- Detta medför att summan av förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$, spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minusingång samt spänningsfallet R_2I över resistor R_2 är lika med noll, vilket medför att:

$$U_{IN,OP} - (V_+ - V_-) - R_2 I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN,OP} = (V_+ - V_-) + R_2 I$$

- Eftersom OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så kan vi anta att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0,$$

vilket medför att

$$U_{IN,OP} = R_2 I$$

- Därmed kan en formel härledas för förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$:

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I} = \frac{R_2 I}{I},$$

där strömmen I kan elimineras, då denna förekommer i både täljare och nämnare, vilket resulterar i formeln

$$Z_{IN,OP} = R_2$$

- Motsvarande belopp $|Z_{IN,OP}|$ blir därmed samma, eftersom $Z_{IN,OP}$ är rent resistiv:

$$|Z_{IN,OP}| = |R_2| = R_2$$

Förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$:

- Förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ kan härledas med formeln

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I_{UT,OP}}$$

där $U_{UT,OP}$ är förstärkarkretsens utspänning och $I_{UT,OP}$ är strömmen som flödar genom förstärkarkopplingens utgång, som vi tidigare såg är lika med strömmen I som flödar genom förstärkarkopplingen:

$$I_{UT,OP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I}$$

- Därmed måste en formel härledas för förstärkarkretsens utspänning $U_{UT,OP}$. Återigen genomförs detta med Kirchhoffs spänningslag, som säger att summan av samtliga spänningar och spänningsfall ett helt varv i kretsen är lika med noll.

- Vi går ett varv i kretsen från jord via förstärkarkretsens utsignal $U_{UT,OP}$ och sedan tillbaka till jordpunkten via de två resistorerna R_2 och R_3. Eftersom strömmen I flödar i den riktning vi genomför beräkningen så kommer samtliga spänningsfall över komponenterna räknas som negativa, då strömmen flödar från deras respektive plus- till minuspol.

- Därmed gäller att summan av spänningen $U_{UT,OP}$, spänningsfallet R_2I över resistor R_2 samt spänningsfallet R_3I över resistor R_3 är lika med noll, vilket medför att

$$U_{UT,OP} - R_2I - R_3I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{UT,OP} = R_2I + R_3I$$

där strömmen I kan brytas ut, vilket resulterar i följande formel:

$$U_{UT,OP} = (R_2 + R_3) * I$$

- Därmed kan en formel härledas för förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$:

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I} = \frac{(R_2 + R_3) * I}{I},$$

där strömmen I kan elimineras, då denna förekommer i både täljare och nämnare, vilket resulterar i formeln

$$Z_{UT,OP} = R_2 + R_3$$

- Beloppet $|Z_{UT,OP}|$ blir därmed samma, då $Z_{UT,OP}$ är rent resistiv:

$$|Z_{UT,OP}| = |R_2 + R_3| = R_2 + R_3$$

Filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT}:

- Eftersom det aktiva filtrets består av en filterkrets samt en förstärkarkrets så kan dess totala överföringsfunktion G_{TOT} härledas med formeln

$$G_{TOT} = H(s) * G,$$

där H(s) är lågpassfiltrets överföringsfunktion och G är förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor.

- Lågpassfiltrets överföringsfunktion H(s) härleddes tidigare till

$$H(s) = \frac{1}{1 + sR_1C_1},$$

där R_1 är filterresistorn, C_1 är filterkondensatorn och s är frekvensparametern, som är lika med insignalens frekvens f multiplicerat med 2π:

$$s = 2\pi f$$

- Filtrets closed loop-förstärkningsfaktor G kan härledde tidigare till

$$G = \frac{R_2 + R_3}{R_2},$$

där R_2 samt R_3 är de två resistorerna i OP-förstärkarkopplingen.

- Det aktiva filtrets totala överföringsfunktion G_{TOT} är produkten av filterkretsens överföringsfunktion H(s) samt förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G:

$$G_{TOT} = H(s) * G,$$

vilket är ekvivalent med

$$G_{TOT} = \frac{1}{1 + sR_1C_1} * \frac{R_2 + R_3}{R_2},$$

som kan transformeras till

$$G_{TOT} = \frac{R_2 + R_3}{R_2(1 + sR_1C_1)} = \frac{R_2 + R_3}{R_2 + sR_1R_2C_1}$$

- Det aktiva filtrets totala amplitudfunktion $|G_{TOT}|$ blir därmed:

$$|G_{TOT}| = \frac{|R_2 + R_3|}{|R_2 + sR_1R_2C_1|},$$

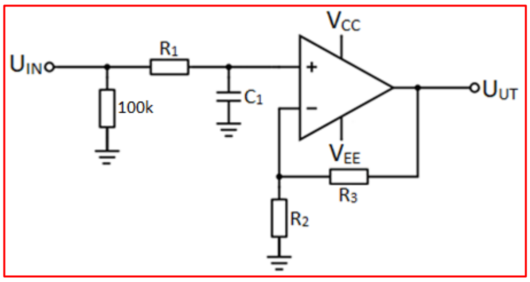
vilket är ekvivalent med

$$|G_{TOT}| = \frac{\sqrt{(R_2 + R_3)^2}}{\sqrt{{R_2}^2 + (sR_1R_2C_1)^2}},$$

som kan förenklas till

$$|G_{TOT}| = \frac{R_2 + R_3}{\sqrt{{R_2}^2 + (sR_1R_2C_1)^2}}$$

Det aktiva lågpassfiltrets totala inimpedans Z_{IN}:



Filtrets inimpedans Z_{IN} utgörs av parallellkopplingen mellan 100 kΩ:s resistorn på ingången samt lågpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,LP}$.

- Filtrets totala inimpedans Z_{IN} utgörs av en parallellkoppling mellan 100 kΩ:s resistorn på ingången samt lågpass RC-filtrets inimpedans $Z_{IN,LP}$:

$$Z_{IN} = 100k//Z_{IN,LP}$$

- Som vi såg tidigare så utgörs lågpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,LP}$ av filterresistor R_1:s resistans i serie med filterkondensatorn C_1:s reaktans $1/(sC_1)$:

$$Z_{IN,LP} = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

- Motsvarande belopp $|Z_{IN,LP}|$ blir därmed

$$|Z_{IN,LP}| = \left|R_1 + \frac{1}{sC_1}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN,LP}| = \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Därmed så gäller att aktiva lågpass RC-filtrets inimpedans Z_{IN} är lika med

$$Z_{IN} = 100k//\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right),$$

där R_1 är filterresistor R_1:s resistans och $1/(sC_1)$ är filterkondensator C_1:s reaktans.

- Motsvarande belopp blir därmed lika med

$$|Z_{IN}| = \left|100k//\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN}| = 100k//\sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{sC_1}\right)^2}$$

- Vid likström så kommer inimpedansen $Z_{IN,LP,DC}$ gå mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0}\frac{1}{sC_1} = \lim_{f\to 0}\frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_1} = \infty,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,LP,DC} = \lim_{f\to 0} Z_{IN,LP} = \lim_{f\to 0} R_1 + \frac{1}{sC_1} = R_1 + \infty = \infty,$$

- Detta medför att även beloppet $|Z_{IN,LP,DC}|$ går mot oändlighet:

$$|Z_{IN,LP,DC}| = \lim_{f\to 0}|Z_{IN,LP}| = |\infty| = \infty$$

- Därmed så blir hela det aktiva filtrets inimpedans $Z_{IN,DC}$ vid likström lika med 100 kΩ, eftersom

$$Z_{IN,DC} = 100k//Z_{IN,LP,DC} = 100k//\infty,$$

  vilket medför att

$$Z_{IN,DC} = 100\ k\Omega$$

  samt

$$|Z_{IN,DC}| = |100\ k\Omega| = 100\ k\Omega$$

- Kondensator C_1:s reaktans $1/(sC_1)$ kommer minska linjärt med ökad frekvens, för att gå mot noll vid mycket höga frekvenser, då

$$\lim_{f\to\infty}\frac{1}{sC_1} = \lim_{f\to 0}\frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_1} = 0$$

- Detta medför att lågpassfiltrets inimpedans $Z_{IN,LP}$ kommer närma sig resistor R_1:s resistans vid mycket höga frekvenser, då

$$\lim_{f\to\infty} Z_{IN,LP} = \lim_{f\to\infty} R_1 + \frac{1}{sC_1} = R_1 + 0 = R_1,$$

  vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{IN,HP,AC}|$:

$$\lim_{f\to\infty}|Z_{IN,LP}| \approx |R_1| = R_1$$

- Därmed så blir hela det aktiva filtrets inimpedans Z_{IN} ungefär lika med parallellkopplingen $100k//R_1$ vid mycket höga frekvenser, då

$$\lim_{f\to\infty} Z_{IN} = \lim_{f\to\infty} 100k//Z_{IN,LP} \approx 100k//R_1,$$

  vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{IN}|$, då

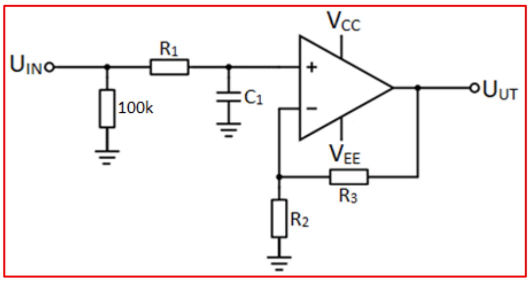
$$\lim_{f\to\infty}|Z_{IN}| \approx |100k//R_1| = 100k//R_1$$

Det aktiva filtrets totala utimpedans Z_{UT}:

- Det aktiva filtrets utimpedans Z_{UT} kan härledas med formeln

$$Z_{UT} = R_2 + R_3$$

  där R_2 och R_3 är resistorerna i förstärkarkopplingen som avgör closed loop-closed loop-förstärkningsfaktorn G.



Filtrets utimpedans Z_{UT} utgörs av komponenterna i förstärkarkopplingen, alltså resistor R_2:s samt R_3:s respektive resistans.

- Motsvarande belopp $|Z_{UT}|$ blir därmed

$$|Z_{UT}| = |R_2 + R_3|,$$

  vilket är ekvivalent med

$$|Z_{UT}| = R_2 + R_3$$

- Eftersom utimpedansen Z_{UT} är rent resistiv så kommer Z_{UT} hållas konstant oavsett frekvens.

3.3.3 – Aktivt bandpass RC-filter

- Ett bandpassfilter kan konstrueras genom att kaskadkoppla ett lågpass RC-filter med ett högpass RC-filter. I figuren nedan så utgör resistor R_1 samt kondensator C_1 ett lågpass RC-filter, som dämpar signaler dess brytfrekvens $f_ö$. Resistor R_2 samt kondensator C_2 utgör ett högpass RC-filter, som dämpas signaler som understiger dess brytfrekvens f_u.

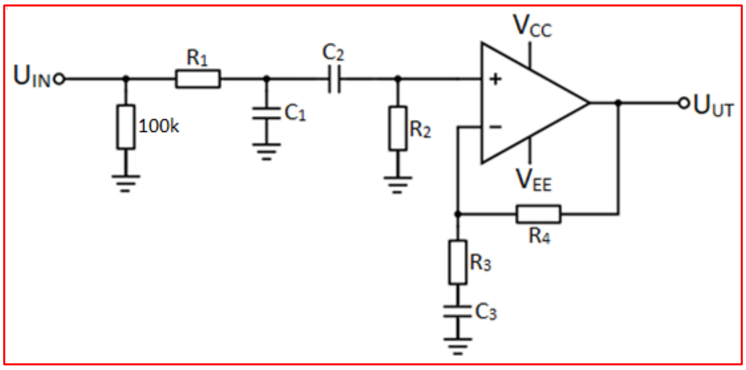
- Det frekvensband som kan passera bandpassfiltret kommer utgöra OP-förstärkarens bandbredd BW, som är lika med differensen mellan lågpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ och högpassfiltrets undre brytfrekvens f_u:

$$BW = f_ö - f_u$$

- Bandpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ kan sättas via filterresistorn samt filterkondensatorn i lågpassfiltret, som i detta fall är det första filtret:

$$f_ö = \frac{1}{2\pi R_1 C_1},$$

där $f_ö$ är den övre brytfrekvensen och R_1 samt C_1 är filterresistorn samt filterkondensatorn i lågpassfiltret.



OP-förstärkare med ett bandpass RC-filter på ingången, som låter frekvenser inom ett visst frekvensband passera, samtidigt som övriga frekvenser dämpas. OP-förstärkaren förstärker sedan de signaler som passerar bandpassfiltret. En 100 kΩ:s resistor placeras på ingången så att det alltid finns en väg för strömmen att flöda till jordpunkten, även då bandpassfiltret spärrar insignalerna.

I detta fall så förutsätts att filterresistorn R_2 i det efterföljande högpassfiltret är satt minst tio gånger högre än filterresistor R_1 i lågpassfiltret, för att inte den övre brytfrekvensen $f_ö$ skall bli påverkad av högpassfiltrets inimpedans Z_{IN2};

$$Tumregel: R_2 \geq 10R_1$$

- Tumregeln ovan gäller oavsett ordningen på låg- och högpassfiltret; filterresistorn R_2 i det efterföljande filtret (filtret närmast utgången) bör alltid sättas minst tio gånger högre än filterresistorn R_1 i det föregående filtret (filtret närmast ingången), gärna högre. Annars kan brytfrekvensen f_c på det föregående filtret (filtret närmast ingången) påverkas av inimpedansen Z_{IN2} på det efterföljande filtret (filtret närmast utgången).

- På samma sätt så kan bandpassfiltrets undre brytfrekvens f_u sättas via filterresistorn samt filterkondensatorn i högpassfiltret. För bandpassfiltret ovan så gäller därmed att

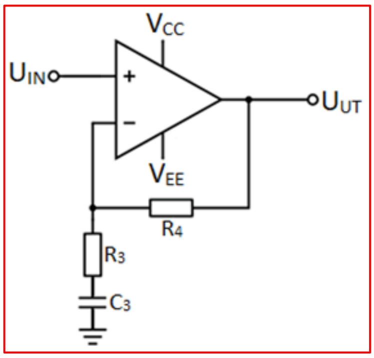
$$f_u = \frac{1}{2\pi R_2 C_2},$$

där f_u är den undre brytfrekvensen och R_2 samt C_2 är filterresistorn samt filterkondensatorn i högpassfiltret.

- En 100 kΩ:s resistor placeras på ingången så att det alltid finns en väg för strömmen att flöda till jordpunkten. Om exempelvis likström hade flödat in på ingången så hade denna ström spärrats av bandpassfiltret (i praktiken högpass RC-filtret). I detta fall hade likströmmen kunnat flöda genom 100 kΩ:s resistorn till jordpunkten.

Dimensionering av förstärkarkretsen:

- Den icke-inverterande OP-förstärkarkopplingen till höger kan antas ha ideala egenskaper. I detta exempel så placeras en kondensator C_1 på minusingången för att spärra för likström samt för att minska brus, vilket är fördelaktigt i audiotillämpningar.



Icke-inverterande OP-förstärkarkoppling men en kondensator C_1 för att bilda ett högpass RC-filter som spärrar för likström.

- OP-förstärkaren matas med ± 10 V, d.v.s. V_{CC} = 10 V, V_{EE} = -10 V.

- Resistorerna R_3 och R_4 skall dimensioneras för att erhålla en closed loop-förstärkningsfaktor G på 20. Detta betyder att för en insignal U_{IN} på 0,1 V så blir utsignalen U_{UT} blir 2 V (vid signalfrekvenser/växelström). Dessutom skall ett lämpligt värde på kondensator C_1 väljas, så att frekvenser under 0,5 Hz dämpas. Nödvändiga åtgärder skall också vidtas för att minimera påverkan av kondensatorns ESR samt ESL vid behov.

- Vi beräknar först closed loop-förstärkningsfaktorn G, som i detta fall är 20, eftersom:

$$G = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{2}{0{,}1} = 20$$

- Vi härleder en formel för förstärkarkopplingens closed loop-förstärkningsfaktor G, via formlerna för in- och utspänningen U_{IN} och U_{UT}. Vi härleder först en formel för inspänningen U_{IN} med Kirchhoffs spänningslag; summan av spänningarna ett varv från jord, via inspänningen U_{IN} och tillbaka till jord är lika med noll, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag. I det första exemplet tar vi med eventuell spänningsskillnad (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol i beräkningarna:

$$U_{IN} - (V_+ - V_-) - R_3 I - \frac{1}{sC_3} * I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN} = (V_+ - V_-) + R_3 I + \frac{1}{sC_3} * I = 0$$

- Eftersom OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så kan vi anta att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0,$$

- Därmed så försummar vi spänningsskillnaden (V_+ - V_-) i formeln för inspänningen U_{IN}, vilket medför att formeln för inspänningen U_{IN} ovan kan förenklas till

$$U_{IN} = R_3 I + \frac{1}{sC_3} * I$$

- Vidare kan strömmen I som flödar i kretsen brytas ut ur formeln, vilket ger

$$U_{IN} = \left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) * I$$

- Därefter härleder i en formel för utspänningen U_{UT} med Kirchhoffs spänningslag; vi går ett varv i kretsen från jord via utsignalen U_{UT} och sedan tillbaka till jord via de två resistorerna R_3 och R_4 samt kondensator C_3. Summan av spänningarna ett helt varv i kretsen är lika med noll i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, vilket ger formeln

$$U_{UT} - R_4 I - R_3 I - \frac{1}{sC_3} * I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{UT} = R_3 I + R_4 I + \frac{1}{sC_3} * I$$

- Återigen bryter vi ut strömmen I ur formeln, vilket ger

$$U_{UT} = \left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) * I$$

- Slutligen kan en formel för closed loop-förstärkningsfaktorn G härledas:

$$G = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{\left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) * I}{\left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) * I},$$

där strömmen I förekommer i både täljaren och nämnaren och därför tar ut varandra, vilket medför att

$$G = \frac{R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}}{R_3 + \frac{1}{sC_3}}$$

- Vid signalfrekvenser (10 Hz och uppåt) så kommer kondensator C_3:s reaktans $1/(sC_3)$ vara obefintlig, eftersom C_3 skall dimensioneras på så sätt att brytfrekvensen f_c sätts till ca 0,5 Hz.

- Därmed så dämpas mycket låga frekvenser (då kondensatorn utgör ett nästintill oändligt motstånd), eftersom

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC_3} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_3} \approx \infty,$$

samtidigt som frekvenser som överstiger brytfrekvensen f_c med en viss marginal kan passera obemärkt (då kondensatorn utgör ett nästintill obefintligt motstånd för frekvenser över ett par hundratals MHz i detta fall). Ju högre upp i frekvens vi kommer, desto lägre blir kondensatorns reaktans $1/(sC_3)$:

$$\lim_{f \to \infty} \frac{1}{sC_3} = \lim_{f \to \infty} \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_3} \approx 0$$

- Eftersom vi endast är intresserade av closed loop-förstärkningsfaktorn G_{AC} vid signalfrekvenser (växelström), där AC står för *Alternate Current,* d.v.s. likström, så försumma kondensator C_3:s reaktans $1/(sC_3)$ försummas, eftersom

$$Signalfrekvenser \to \frac{1}{sC_3} = \frac{1}{2\pi f C_3} \approx 0,$$

- Därmed så kan formeln G_{AC} för closed loop-förstärkningsfaktorn vid signalfrekvenser härledas:

$$G_{AC} = \frac{R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}}{R_3 + \frac{1}{sC_3}} \approx \frac{R_3 + R_4 + 0}{R_3 + 0},$$

vilket ger formeln

$$G_{AC} \approx \frac{R_3 + R_4}{R_3}$$

- Sedan härleder vi en formel för sambandet mellan de två resistorernas storlekar (vid signalfrekvenser, då kondensator C_3:s reaktans är obefintlig):

$$G_{AC} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} = 1 + \frac{R_3}{R_4} = 20,$$

vilket kan transformeras till

$$\frac{R_4}{R_3} = 20 - 1 = 19,$$

vilket medför att

$$R_4 = 19 * R_3$$

- För en closed loop-förstärkningsfaktor G_{AC} på 20 så behöver alltså resistor R_4: s resistans sättas till en storlek som är 19 gånger högre än resistor R_3.

- Som vi har sett tidigare så kan den mindre resistorn i förstärkarkopplingen, vilket i detta fall är resistor R_3, som en tumregel sättas till 1 kΩ, då detta medför en bra kompromiss mellan lågt brus samt tillräckligt hög inimpedans Z_{IN} på förstärkarkopplingen. Högre resistans medför högre inimpedans, men också högre brus, vilket inte är önskvärt. En resistans på 1 kΩ medför en inimpedans Z_{IN} på 1 kΩ, vilket är tillräckligt för de flesta applikationer, samt lågt brus.

$$R_3 = 1\ k\Omega$$

- Eftersom resistor R_4 bör då vara 19 gånger större än resistor R_3 så bör resistor R_4 sättas till 19k Ω, eftersom

$$R_4 = 19 * R_3 = 19 * 1k = 19\ \Omega$$

- Eftersom det inte finns 19 kΩ:s resistorer i E12-serien så hade vi kunnat seriekoppla en 18 kΩ:s resistor samt en 1 kΩ:s resistor för att få totalt 19 kΩ. Vi använder därmed två resistorer, R_{4A} samt R_{4B}, istället för en enda resistor R_4, där

$$R_{4A} = 18\ k\Omega,$$

samt

$$R_{4B} = 1\ k\Omega$$

- Summan av dessa resistorers resistans, som vi kan kalla R_4, är därmed lika med 19 kΩ, eftersom

$$R_4 = R_{4A} + R_{4B} = 18k + 1k = 19\ k\Omega$$

- OP-förstärkarens closed loop-förstärkningsfaktor vid växelström G_{AC} blir därmed 20, eftersom formeln för G_{AC} nu förändras till

$$G_{AC} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} = \frac{R_3 + (R_{4A} + R_{4B})}{R_4}$$

- Därefter sätter vi in de tidigare bestämda resistorvärdena, vilket ger

$$G_{AC} = \frac{1k + (18k + 1k)}{1k} = \frac{1k + 19k}{1k} = \frac{20k}{1k} = 20$$

- Brytfrekvensen f_c i förstärkarkopplingen kan räknas ut med formeln

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_3 C_3}$$

- Vi sätter brytfrekvensen f_c till 0,5 Hz, för att spärra likström. Annars hade en mycket liten likström kunnat flöda in på minusingången, vilket hade kunnat leda till att eventuell högtalare hade gått sönder:

$$f_c = 0,5\ Hz$$

- Därefter beräknar vi ett lämpligt värde på kondensator C_3 genom att transformera formeln för brytfrekvensen f_c ovan:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_3 C_3},$$

vilket medför att

$$C_3 = \frac{1}{2\pi R_3 * f_c} = \frac{1}{2\pi * 1k * 0,5} \approx 320\ \mu F$$

- I praktiken hade vi valt närmaste standardvärde, som är 330 µF:

$$C_3 = 330\ \mu F$$

- Dessutom hade det varit en god idé att placera en kondensator på 0,1 µF - 1µF parallellt med elektrolytkondensator C_1, för att minska påverkan av ESR (ekvivalent serieresistans) och ESL (ekvivalent serieinduktans), som annars kan leda till förlusteffekter samt minskad utsignal.

Dimensionering av bandpassfiltret:

- Vi använder ett bandpassfilter bestående av ett lågpass RC-filter kaskadkopplat med ett högpass RC-filter för att dämpa signaler utanför frekvensbandet 0,5 Hz – 250 kHz. Därmed sätter bandpassfiltrets undre brytfrekvens f_u till 0,5 Hz:

$$f_u = 0,5\ Hz,$$

samtidigt som bandpassfiltrets övre brytfrekvens $f_ö$ till 250 kHz:

$$f_ö = 250\ kHz$$

- I detta fall börjar vi med att dimensionera högpass RC-filtret.

- Som vi har sett tidigare så bör inimpedansen Z_{IN+} samt Z_{IN-} på OP-förstärkarens ingångar vara samma vid signalfrekvenser (växelström), för att minimera så kallad offset, alltså avvikelser på utsignalen:

$$Z_{IN+} = Z_{IN-},$$

- Inimpedansen Z_{IN-} på minusingången kan härledas med uttrycket

$$Z_{IN-} = \left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right)//R_4$$

- Vid signalfrekvenser så kommer kondensator C_3:s reaktans $1/(sC_3)$ vara obefintlig, eftersom dess brytfrekvens har satts till ca 0,5 Hz. Detta medför att inimpedansen Z_{IN-} på minusingången kommer bli lika med parallellresistansen $R_3//R_4$, då

$$Z_{IN-} = \left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right)//R_4 \approx (R_3 + 0)//R_4 = R_3//R_4$$

- Eftersom resistor R_3 tidigare sattes till 1 kΩ och R_4 till totalt 19 kΩ, så kommer Z_{IN-} bli ungefär lika med 0,95 kΩ vid signalfrekvenser, då

$$Z_{IN-} = R_3//R_4 = 1k//19k = \frac{1k * 19k}{1k + 19k} \approx 0,95\ k\Omega$$

- Därmed så bör också inimpedansen Z_{IN+} på OP-förstärkarens plusingång sättas till ca 0,95 kΩ. Z_{IN+} består enbart av högpass RC-filtrets utimpedans $Z_{UT,HP}$, som är lika med filterresistor R_2:s resistans:

$$Z_{IN+} = R_2$$

- För att minimera offset så bör alltså Z_{IN+} samt Z_{IN-} vara lika stora i vid signalfrekvenser. Eftersom Z_{IN-} då är lika med ca 0,95 kΩ så bör också Z_{IN+} sättas så när 0,95 kΩ som möjligt. Närmaste värde i E12-serien är 1 kΩ, som vi väljer att använda på resistor R_2:

$$R_2 = 1\ k\Omega$$

- Högpass RC-filtrets undre brytfrekvens f_u kan beräknas med formeln

$$f_u = \frac{1}{2\pi R_2 C_2},$$

där R_2 tidigare sattes till 1 kΩ och C_2 är kapacitansen på högpassfiltrets filterkondensator.

- Formeln ovan kan transformeras till

$$C_2 = \frac{1}{2\pi R_2 f_u}$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan kan ett lämpligt värde på filterkondensator C_2 beräknas:

$$C_2 = \frac{1}{2\pi * 1k * 0{,}5} \approx 318\ \mu F$$

- Närmaste värde i E12-serien är 330 µF, vilket vi väljer att använda:

$$C_2 = 330\ \mu F$$

- Som vi har sett tidigare så är det en god idé att placera en kondensator på 0,1 µF-1µF parallellt med elektrolytkondensator C_2 för att minska påverkan av ESR (ekvivalent serieresistans) och ESL (ekvivalent serieinduktans), som annars kan leda till förlusteffekter samt minskad utsignal.

- Därefter dimensioneras lågpass RC-filtret. Som en tumregel så bör resistor R_1 i lågpass RC-filtret sättas minst tio gånger lägre än resistor R_2 i högpass RC-filtret, för att inte den övre brytfrekvensen $f_ö$ skall bli påverkad av högpassfiltrets inimpedans:

$$Tumregel: R_2 \geq 10R_1$$

- Tumregeln ovan gäller oavsett ordningen på låg- och högpassfiltret; filterresistorn R_2 i det efterföljande filtret (filtret närmast utgången) bör alltid sättas minst tio gånger högre än filterresistorn R_1 i det föregående filtret (filtret närmast ingången), gärna högre. Annars kan brytfrekvensen f_c på det föregående filtret (filtret närmast ingången) påverkas av inimpedansen Z_{IN2} på det efterföljande filtret (filtret närmast utgången).

- Eftersom resistor R_2 sattes till 1 kΩ så bör resistor R_1 som högst sättas tio gånger lägre, alltså till 100 Ω, eftersom

$$R_1 \leq \frac{R_2}{10} = \frac{1k}{10} = 0{,}1\ k\Omega = 100\ \Omega$$

- Därmed kan vi sätta resistor R_1 till ca 100 Ω eller lägre. Dock medför lägre resistans att lågpassfiltrets inimpedans kommer minska. Därför sätter vi resistor R_1 till 100 Ω:

$$R_1 = 100\ \Omega$$

- Lågpass RC-filtrets undre brytfrekvens f_u kan beräknas med formeln

$$f_u = \frac{1}{2\pi R_1 C_1},$$

där R_1 tidigare sattes till 100 Ω och C_1 är kapacitansen på högpassfiltrets filterkondensator.

- Formeln ovan kan transformeras till

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_1}$$

- Genom att sätta in värden i formeln ovan kan ett lämpligt värde på filterkondensator C_1 beräknas:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi * 100 * 250k} \approx 6{,}4\ nF$$

- Närmaste värdet i E12-serien är 6,8 nF, som vi väljer att använda:

$$C_1 = 6{,}8\ nF$$

Analys av kretsens totala överföringsfunktion G_{TOT}:

- Den totala överföringsfunktionen G_{TOT} för hela kretsen är lika med produkten av lågpassfiltrets, högpassfiltrets samt OP-förstärkarkopplingens respektive överföringsfunktion:

$$G_{TOT} = H_1(s) * H_2(s) * G,$$

där $H_1(s)$ och $H_2(s)$ är låg- respektive högpassfiltrets överföringsfunktion och G är OP-förstärkarkopplingens closed loop-closed loop-förstärkningsfaktor.

Lågpass RC-filtrets överföringsfunktion $H_1(s)$:

- Som vi såg tidigare i avsnittet om det aktiva lågpass RC-filtret så gäller att ett lågpass RC-filter som består av filterkondensator R_1 samt filterkondensator C_1 har överföringsfunktionen $H_1(s)$:

$$H_1(s) = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)},$$

där R_1 är filterresistorns resistans och $1/(sC_1)$ är filterkondensatorns kapacitans.

- Genom att använda gemensamma interna nämnare sC_1 för täljaren respektive (externa) nämnaren så kan formeln förenklas till

$$H_1(s) = \frac{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}{\left(\frac{1 + sR_1C_1}{sC_1}\right)},$$

där de två interna nämnarna sC_1 tar ut varandra och därmed kan elimineras, vilket resulterar i följande formel:

$$H_1(s) = \frac{1}{1 + sR_1C_1},$$

vilket motsvarar amplitudfunktionen $|H_1(s)|$:

$$|H_1(s)| = \left|\frac{1}{1 + sR_1C_1}\right|,$$

som är ekvivalent med

$$|H_1(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (sR_1C_1)^2}}$$

- Vid den övre brytfrekvensen $f_ö$ så gäller att den resistiva samt den reaktiva delen av amplitudfunktionens nämnare är lika stora. Detta medför att

$$1 = (sR_1C_1)^2,$$

som kan transformeras till

$$sR_1C_1 = \sqrt{1} = \pm 1$$

- Därmed erhålls två rötter, +1 samt -1, där den negativa roten kan förkastas då varken frekvensparametern s, filterresistor R_1 eller filterkondensator C_1 kan understiga noll:

$$\begin{cases} s \geq 0 \\ R_1 \geq 0 \\ C_1 \geq 0 \end{cases}$$

- Därmed gäller att reaktansen sR_1C_1 inte kan understiga noll, då detta kräver att minst en av faktorerna är negativ, vilket är omöjligt:

$$sR_1C_1 \geq 0$$

- Detta medför att endast roten +1 återstår:

$$sR_1C_1 = 1,$$

som kan transformeras till

$$s = \frac{1}{R_1C_1}$$

- Vid den övre brytfrekvensen $f_ö$ så gäller att frekvensparametern s är lika med $f_ö$ multiplicerat med 2π:

$$s = 2\pi f_ö,$$

vilket medför att

$$2\pi f_ö = \frac{1}{R_1C_1},$$

som kan transformeras för att härleda en formel för den övre brytfrekvensen $f_ö$:

$$f_ö = \frac{1}{2\pi R_1C_1},$$

där R_1 är filterresistorns resistans och C_1 är filterkondensatorns kapacitans.

Högpass RC-filtrets överföringsfunktion $H_2(s)$:

- I enlighet med analys av aktiva högpassfilter som vi har sett tidigare så gäller att överföringsfunktionen $H_2(s)$ hos ett högpass RC-filter bestående av filterresistor R_2 samt filterkondensator C_2 är lika med

$$H_2(s) = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{sC_2}},$$

där R_2 är filterresistorns resistans och $1/(sC_2)$ är filterkondensatorns reaktans.

- Överföringsfunktionen $H_2(s)$ kan transformeras till

$$H_2(s) = \frac{R_2}{\left(\frac{sR_2C_2 + 1}{sC_2}\right)} = \frac{R_2}{\left(\frac{1 + sR_2C_2}{sC_2}\right)},$$

som kan förenklas via multiplikation med sC_2 i både täljare och nämnare:

$$H_2(s) = \frac{R_2}{\left(\frac{1 + sR_2C_2}{sC_2}\right)} * \frac{sC_2}{sC_2} = \frac{R_2 * sC_2}{\left(\frac{1 + sR_2C_2}{sC_2}\right) * sC_2} = \frac{sR_2C_2}{1 + sR_2C_2}$$

- Därefter kan $H_2(s)$ förenklas ytterligare via division med sR_2C_2 i både täljare och nämnare, vilket medför att

$$H_2(s) = \frac{\left(\frac{sR_2C_2}{sR_2C_2}\right)}{\left(\frac{1 + sR_2C_2}{sR_2C_2}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sR_2C_2}},$$

där R_2 är filterresistorns resistans och C_2 är filterkondensatorns kapacitans.

Förstärkarkretsens closed loop-closed loop-förstärkningsfaktor G:

- Som vi har sett tidigare så gäller att filtrets closed loop-förstärkningsfaktor G är lika ration mellan förstärkarkretsens in- och utsignal $U_{IN,OP}$ och $U_{UT,OP}$:

$$G = \frac{U_{UT,OP}}{U_{IN,OP}}$$

- För att härleda en formel för closed loop-förstärkningsfaktorn G, så måste formler för OP-förstärkarens in- och utspänning $U_{IN,OP}$ och $U_{UT,OP}$ härledas.

- Vi härleder först en formel för förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$ genom att beräkna med Kirchhoffs spänningslag ett varv i kretsen från jord, via inspänningen U_{IN} och tillbaka till jord.

- Summan av inspänningen $U_{IN,OP}$, spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol, spänningsfallet R_3I över resistor R_3 samt spänningsfallet $1/(sC_3)$ * I över kondensator C_3 är lika med noll, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag, vilket medför att:

$$U_{IN,OP} - (V_+ - V_-) - R_3I - \frac{1}{sC_3} * I = 0,$$

som kan transformeras till

$$U_{IN,OP} = (V_+ - V_-) + R_3I + \frac{1}{sC_3} * I$$

- Då OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så gör vi antagandet att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0$$

- Därmed försummar vi spänningsskillnaden (V_+ - V_-) i formeln för inspänningen $U_{IN,OP}$ ovan, vilket förenklar formeln till

$$U_{IN,OP} = R_3I + \frac{1}{sC_3} * I$$

- Därefter kan strömmen I brytas ut ur formeln, vilket medför att

$$U_{IN,OP} = \left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) * I$$

- Därefter kan en formel för förstärkarkretsens utspänning $U_{UT,OP}$ härledas. Vi går ett varv i kretsen från jord via utsignalen U_{UT} och sedan tillbaka till jord via de två resistorerna R_3 och R_4 samt kondensator C_4.

- I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så är summan av samtliga spänningar ett helt varv i kretsen är lika med noll, vilket medför att

$$U_{UT,OP} - R_4 I - R_3 I - \frac{1}{sC_3} * I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{UT,OP} = R_3 I + R_4 I + \frac{1}{sC_3} * I,$$

där strömmen I kan brytas ut ur högerleder, vilket resulterar i följande formel:

$$U_{UT,OP} = \left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) * I$$

- Därefter kan filtrets closed loop-förstärkningsfaktorn G härledas ur de framtagna formlerna för förstärkarkretsens in- och utspänningen $U_{IN,OP}$ samt $U_{UT,OP}$:

$$G = \frac{U_{UT,OP}}{U_{IN,OP}} = \frac{\left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) * I}{\left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) * I},$$

där strömmen I förekommer i både täljaren och nämnaren och därför kan elimineras ur formeln, vilket medför att:

$$G = \frac{R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}}{R_3 + \frac{1}{sC_3}}$$

- Notera att både nämnaren samt täljaren består av en resistiv del samt reaktansen $1/(sC_3)$. Formeln kan förenklas genom att den resistiva delen samt reaktansen $1/(sC_3)$ i både nämnaren samt täljaren har samma nämnare sC_3.

- Därmed kan vi multiplicera de resistiva delarna av täljaren samt nämnaren med sC_3:

$$G = \frac{R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}}{R_3 + \frac{1}{sC_4}} = \frac{\left(\frac{(R_3 + R_4)sC_3 + 1}{sC_3}\right)}{\left(\frac{R_3 sC_3 + 1}{sC_3}\right)} = \frac{\left(\frac{1 + (R_3 + R_4)sC_3}{sC_3}\right)}{\left(\frac{1 + R_3 sC_3}{sC_3}\right)}$$

- Formeln kan sedan förenklas genom via multiplikation med sC_3 i både täljare och nämnare, så att endast en täljare samt en nämnare återstår i hela formeln:

$$G = \frac{\left(\frac{1 + (R_3 + R_4)sC_3}{sC_3}\right)}{\left(\frac{1 + R_3 sC_3}{sC_3}\right)} * \frac{sC_2}{sC_2} = \frac{\left(\frac{1 + s(R_3 + R_4)C_3}{sC_3}\right) * sC_3}{\left(\frac{1 + sR_3 C_3}{sC_3}\right) * sC_3},$$

vilket medför att

$$G = \frac{1 + s(R_3 + R_4)C_3}{1 + sR_3 C_3}$$

- Amplitudfunktionen |G| blir därmed lika med

$$|G| = \frac{|1 + s(R_3 + R_4)C_3|}{|1 + sR_3C_3|} = \frac{\sqrt{1^2 + (s(R_3 + R_4)C_3)^2}}{\sqrt{1^2 + (sR_3C_3)^2}},$$

vilket kan förenklas till

$$|G| = \frac{\sqrt{1 + (s(R_3 + R_4)C_3)^2}}{\sqrt{1 + (sR_3C_3)^2}}$$

Förstärkarkretsens brytfrekvenser f_{c3} och f_{c4}:

- Eftersom amplitudfunktionen |G| innehar resistiva samt reaktiva delar i både täljaren och nämnaren så bildas två brytfrekvenser f_{c3} och f_{c4}. Vi utnyttjar det faktum att vid en given brytfrekvens f_c så är den resistiva samt den reaktiva delen av amplitudfunktionen |G| är lika stora.

- Eftersom både resistiva delar är lika med ett så måste också de två reaktiva delarna $s(R_3 + R_4)C_3$ samt sR_3C_3 vara lika med ett. Därmed gäller att

$$1 = (sR_3C_3)^2$$

samt

$$1 = [s(R_3 + R_4)C_5]^2$$

- Vi börjar med att beräkna den första brytfrekvensen f_{c3}. Vi tar kvadratroten ur både vänster- och högerled, vilket medför att

$$\sqrt{1} = \sqrt{(sR_3C_3)^2} = sR_3C_3,$$

där

$$\sqrt{1} = \pm 1,$$

- Detta medför att den reaktiva delen sR_3C_3 är lika med ±1, alltså 1 eller -1, vid brytfrekvensen f_{c3}:

$$sR_3C_3 = \pm 1$$

- Eftersom frekvensen f inte kan understiga noll så kan inte heller frekvensparametern s understiga noll, eftersom

$$s = 2\pi f,$$

vilket medför att

$$s_{min} = 2\pi f_{min} = 2\pi * 0 = 0$$

- Eftersom resistor R_3 samt kondensator C_3 inte heller kan understiga noll så kan den negativa roten -1 försummas:

$$sR_3C_3 \geq 0 \rightarrow -1 \text{ är } en\ falsk\ rot!$$

- Därmed så gäller att den reaktiva delen sR_3C_3 är lika med ett:

$$sR_3C_3 = 1$$

- Därefter kan en formel för frekvensparametern s vid brytfrekvensen f_{c3} härledas genom division med R_3C_3 i både vänster- och högerled:

$$\frac{sR_3C_3}{R_3C_3} = \frac{1}{R_3C_3},$$

där

$$\frac{sR_3C_3}{R_3C_3} = s$$

- Därmed gäller att frekvensparametern s vid brytfrekvensen f_{c3} är lika med

$$s = \frac{1}{R_3 C_3}$$

- Eftersom frekvensparametern s i detta fall är lika med brytfrekvensen f_{c3} multiplicerat med 2π så gäller att

$$2\pi f_{c3} = \frac{1}{R_3 C_3},$$

  Som kan transformeras till

$$f_{c3} = \frac{1}{2\pi R_3 C_3},$$

  där f_{c3} är förstärkarkretsens första brytfrekvens och R_3 samt C_3 är komponenterna placerade mellan OP-förstärkarens minusingång och jordpunkten.

- Därefter beräknar vi förstärkarkretsens andra brytfrekvens f_{c4}. Genom att ta kvadratroten ur både vänster- och högerled ser vi att

$$\sqrt{1} = \sqrt{(s(R_3 + R_4)C_3)^2} = s(R_3 + R_4)C_3,$$

  där

$$\sqrt{1} = \pm 1,$$

- Detta medför att den reaktiva delen $s(R_3 + R_4)C_3$ är lika med ±1, alltså 1 eller -1, vid brytfrekvensen f_{c4}:

$$s(R_3 + R_4)C_3 = \pm 1$$

- Som vi såg tidigare så kan inte frekvensparametern s understiga noll, då frekvensen f inte kan understiga noll:

$$f_{min} = 0$$

- Eftersom sambandet mellan frekvensparametern s och frekvensen f är följande:

$$s = 2\pi f,$$

  så blir också frekvensparameterns minimumvärde s_{min} lika med noll:

$$s_{min} = 2\pi f_{min} = 2\pi * 0 = 0$$

- Eftersom resistorerna R_3 och R_4 samt kondensator C_3 inte heller kan understiga noll så kan den negativa roten -1 försummas:

$$s(R_3 + R_4)C_3 \geq 0 \rightarrow -1 \text{ är } en\ falsk\ rot!$$

- Därmed så gäller att den reaktiva delen $s(R_3 + R_4)C_3$ är lika med ett:

$$s(R_3 + R_4)C_3 = 1$$

- Genom division med $(R_3 + R_4) * C_3$ i både vänster- och högerled så kan en formel för frekvensparametern s härledas:

$$\frac{s(R_3 + R_4)C_3}{(R_3 + R_4)C_3} = \frac{1}{(R_3 + R_4)C_3},$$

  där

$$\frac{s(R_3 + R_4)C_3}{(R_3 + R_4)C_3} = s$$

- Därmed gäller att frekvensparametern s vid brytfrekvensen f_{c4} kan härledas med formeln

$$s = \frac{1}{(R_3 + R_4)C_3},$$

där

$$s = 2\pi f_{c4},$$

vilket medför att

$$2\pi f_{c4} = \frac{1}{(R_3 + R_4)C_3},$$

som kan transformeras till en formel för brytfrekvensen f_{c4}:

$$f_{c4} = \frac{1}{2\pi(R_3 + R_4)C_3},$$

där f_{c4} är förstärkarkretsens andra brytfrekvens, R_3 och R_4 är resistorerna i förstärkarkretsen och C_3 är kondensatorn placerad mellan OP-förstärkarens minusingång och jordpunkten.

Förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$:

- Förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ kan härledas med formeln

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I_{IN,OP}}$$

där $U_{IN,OP}$ är förstärkarkretsens inspänning och $I_{IN,OP}$ är strömmen som flödar genom förstärkarkopplingens ingång.

- Som vi har sett tidigare så kan OP-förstärkarens inimpedans antas vara mycket hög, vilket medför att strömmarna som flödar in på dess ingångar kan antas vara obefintliga. Därmed kan vi anta att samma ström I kommer genom förstärkarkopplingen. Därmed gäller att

$$I_{IN,OP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I}$$

- Därmed måste en formel härledas för förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$, vilket enkelt kan genomföras med Kirchhoffs spänningslag, som säger att summan av samtliga spänningar och spänningsfall ett varv i kretsen lika med noll.

- I enlighet med Kirchhoffs spänningslag så blir summan av förstärkarkretsens inspänning $U_{IN,OP}$, spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minusingång, spänningsfallet R_3I över resistor 3_2 samt spänningsfallet $1/(sC_3)$ över kondensator C_3 lika med noll.

- Därmed gäller att

$$U_{IN,OP} - (V_+ - V_-) - R_3 I - \frac{1}{sC_3} * I = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$U_{IN,OP} = (V_+ - V_-) + R_3 I + \frac{1}{sC_3} * I$$

- Eftersom OP-förstärkaren antas ha ideella egenskaper så kan vi anta att spänningsskillnaden (V_+ - V_-) mellan OP-förstärkarens plus- och minuspol är obefintlig:

$$V_+ = V_- \rightarrow V_+ - V_- = 0,$$

vilket medför att

$$U_{IN,OP} = R_3 I + \frac{1}{sC_3} * I,$$

där strömmen I kan brytas ut ur högerledet, vilket resulterar i formeln

$$U_{IN,OP} = \left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) * I$$

- Därmed kan en formel härledas för förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$:

$$Z_{IN,OP} = \frac{U_{IN,OP}}{I} = \frac{\left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) * I}{I},$$

där strömmen I förekommer i både täljare och nämnare och därför kan elimineras, vilket resulterar i formeln

$$Z_{IN,OP} = R_3 + \frac{1}{sC_3},$$

där R_3 är storleken på den mindre resistorn i förstärkarkretsen och $1/(sC_3)$ är kondensator C_3 reaktans.

- Motsvarande belopp $|Z_{IN,OP}|$ blir därmed

$$|Z_{IN,OP}| = \left|R_3 + \frac{1}{sC_3}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{IN,OP}| = \sqrt{{R_3}^2 + \left(\frac{1}{sC_3}\right)^2}$$

- Som vi har sett tidigare så kommer filterkondensatorns reaktans $1/(sC_3)$ gå mot oändlighet vid frekvenser f som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to 0} \frac{1}{sC_3} = \lim_{f\to 0} \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_3} = \infty,$$

där lim står för gränsvärde, f → 0 indikerar att f närmar sig noll (men är inte exakt lika med noll) och ∞ indikerar att reaktansen $1/(sC_2)$ går mot oändlighet.

- Därmed så kommer förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f\to 0} Z_{IN,OP} = \lim_{f\to 0}\left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) = R_3 + \infty = \infty$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,OP}|$ går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to 0} |Z_{IN,OP}| = |\infty| = \infty$$

- Däremot vid frekvenser som går mot oändlighet så kommer kondensator C_3:s reaktans $1/(sC_3)$ gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} \frac{1}{sC_3} = \lim_{f\to\infty} \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_3} = 0$$

- Då kommer förstärkarkretsens inimpedans $Z_{IN,OP}$ närmar sig resistor R_3:s resistans , eftersom

$$\lim_{f\to\infty} Z_{IN,OP} = \lim_{f\to\infty} \left(R_3 + \frac{1}{sC_3}\right) = R_3 + 0 = R_3,$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{IN,OP}|$ då närmar sig filterresistor R_3:s resistans, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} |Z_{IN,OP}| = |R_3| \ = R_3$$

Förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$:

- Förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ kan härledas med formeln

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I_{UT,OP}}$$

där $U_{UT,OP}$ är förstärkarkretsens utspänning och $I_{UT,OP}$ är strömmen som flödar genom förstärkarkopplingens utgång, som vi tidigare såg är lika med strömmen I som flödar genom förstärkarkopplingen:

$$I_{UT,OP} = I,$$

vilket medför att

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I}$$

- Därmed måste en formel härledas för förstärkarkretsens utspänning $U_{UT,OP}$, vilket enkelt kan göras med Kirchhoffs spänningslag. Vi går ett varv i kretsen från jord via förstärkarkretsens utsignal $U_{UT,OP}$ och sedan tillbaka till jordpunkten via de två resistorerna R_3 och R_4 samt kondensator C_3.

- I enlighet med Kirchhoffs spänningslag, så är summan av samtliga spänningar och spänningsfall ett helt varv i kretsen lika med noll. Därmed gäller att summan av spänningen $U_{UT,OP}$, spänningsfallen R_3I samt R_4I över resistor R_3 respektive R_4 samt spänningsfallet $1/(sC_3)$ över kondensator C_3 är lika med noll.

- Eftersom strömmen I flödar i den riktning vi genomför beräkningen så kommer samtliga spänningsfall över komponenterna räknas som negativa, då strömmen flödar från deras respektive plus- till minuspol.

- Därmed gäller att

$$U_{UT,OP} - R_3I - R_4I - \frac{1}{sC_3} * I = 0,$$

som kan transformeras till

$$U_{UT,OP} = R_3I + R_4I + \frac{1}{sC_3} * I,$$

där strömmen I kan brytas ut, vilket resulterar i följande formel:

$$U_{UT,OP} = \left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) * I$$

- Därefter kan en formel för förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ härledas:

$$Z_{UT,OP} = \frac{U_{UT,OP}}{I} = \frac{\left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) * I}{I},$$

där strömmen I kan elimineras, då denna förekommer i både täljare och nämnare, vilket resulterar i formeln

$$Z_{UT,OP} = R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3},$$

där R_3 och R_4 är storleken på resistorerna i förstärkarkretsen och $1/(sc_3)$ är kondensator C_3:s reaktans.

- Motsvarande belopp $|Z_{UT,OP}|$ blir därmed

$$|Z_{UT,OP}| = \left|R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right|,$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{UT,OP}| = \sqrt{(R_3 + R_4)^2 + \left(\frac{1}{sC_3}\right)^2}$$

- Som vi såg tidigare så kommer kondensator C_3:s reaktans $1/(sC_3)$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} \frac{1}{sC_3} = \lim_{f \to 0} \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_3} = \infty$$

- Därmed så kommer förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ gå mot oändlighet vid frekvenser som närmar sig noll, eftersom

$$\lim_{f \to 0} Z_{UT,OP} = \lim_{f \to 0} \left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) = R_3 + R_4 + \infty = \infty$$

vilket också betyder att beloppet $|Z_{UT,OP}|$ går mot oändlighet, då

$$\lim_{f \to 0} |Z_{UT,OP}| = |\infty| = \infty$$

- Däremot vid frekvenser som går mot oändlighet så kommer kondensator C_3:s reaktans $1/(sC_3)$ gå mot noll, eftersom

$$\lim_{f \to \infty} \frac{1}{sC_3} = \lim_{f \to \infty} \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_3} = 0$$

- Därmed kommer förstärkarkretsens utimpedans $Z_{UT,OP}$ bli ungefär lika med summan av resistor R_3:s samt resistor R_4:s resistans , då

$$\lim_{f \to \infty} Z_{UT,OP} = \lim_{f \to \infty} \left(R_3 + R_4 + \frac{1}{sC_3}\right) = R_3 + R_4 + 0 = R_3 + R_4$$

vilket medför ett identiskt belopp $|Z_{UT,OP}|$, eftersom

$$\lim_{f \to \infty} |Z_{UT,OP}| = |R_3 + R_4| = R_3 + R_4$$

- Den totala överföringsfunktionen G_{TOT} kan sedan härledas genom att multiplicera låg- och högpassfiltrets respektive överföringsfunktion $H_1(s)$ samt $H_2(s)$ med förstärkarkretsens closed loop-förstärkningsfaktor G:

$$G_{TOT} = H_1(s) * H_2(s) * G,$$

vilket är ekvivalent med

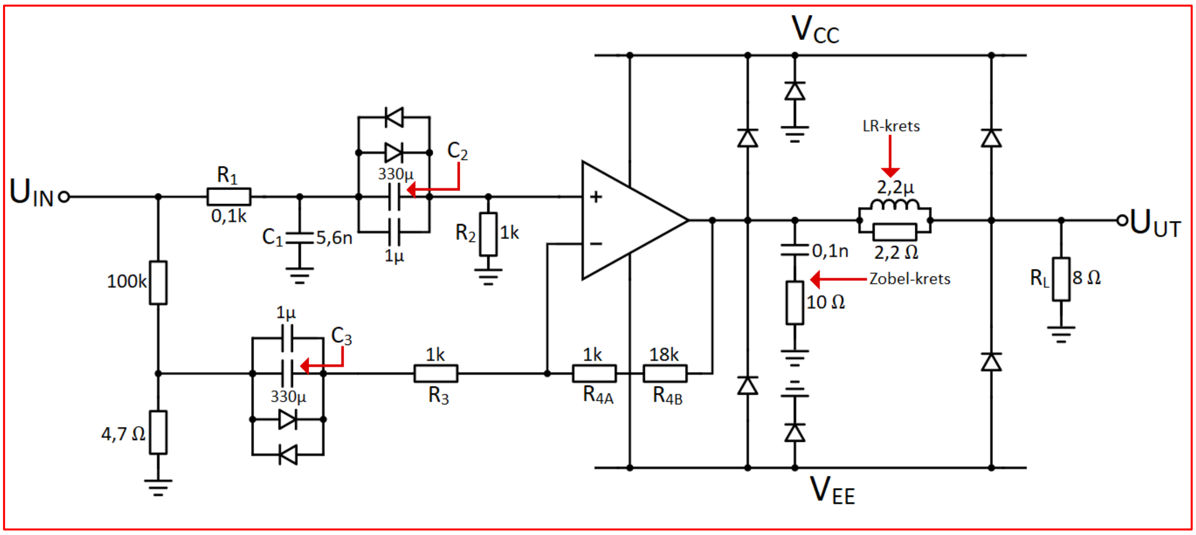
$$G_{TOT} = \left(\frac{1}{1 + sR_1C_1}\right) * \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{sR_2C_2}}\right) * \left(\frac{1 + s(R_3 + R_4)C_3}{1 + sR_3C_3}\right),$$

som kan förenklas till

$$G_{TOT} = \frac{1 + s(R_3 + R_4)C_3}{(1 + sR_1C_1)\left(1 + \frac{1}{sR_2C_2}\right)(1 + sR_3C_3)}$$

3.3.4 – Aktivt bandpassfilter för audioapplikationer

- Det aktiva bandpassfiltret som konstruerades tidigare kan användas för audioapplikationer under förutsättning att ett flertal stabilitetskretsar samt överspänningsskydd implementeras, för att dämpa oönskade frekvenser samt minska risken för instabilitet vid höga frekvenser. I detta avsnitt kommer vanliga sådana kretsar presenteras.



Aktivt filter med externa stabilitetskretsar och överspänningsskydd, vilket lämpar sig väl för audioapplikationer.

1. Som vi har sett tidigare så används en 100 kΩ:s resistor på ingången, så att det alltid finns en väg för strömmen att flöda till jord; utan denna resistor så finns det ingen väg för strömmen vid likström, då kondensatorerna spärrar alla andra vägar till jord.

2. En 4,7 Ω:s resistor placeras mellan 100 kΩ:s resistorn och jordpunkten, för att separera denna och den så kallade RCA-jorden, vilket förebygger jordslingor, en av de vanligaste anledningarna till att brus uppkommer i högtalare.

- Jordslingor uppkommer alltså när de så kallade RCA-kablarna på in- och utgången ansluts till jord, där RCA-kablar är de röda, vita och gula kablar som används för att koppla mellan digital och analog utrustning, exempelvis från en CD-spelare till en högtalare. Därmed så förebyggs jordslingor och därigenom brus genom att RCA-jordpunkten separeras från den vanliga jordpunkten med en 4,7 Ω:s resistor.

1. Likriktardioder placeras runt de stora elektrolytkondensatorerna samt mellan den positiva matningsspänningen V_{CC}, utgången samt den negativa matningsspänningen V_{EE}). Dessa dioder fungerar som överspänningsskydd. Om spänningen i fram- eller backriktningen blir för hög (0,65 V eller mer) så kommer dioderna börja leda för att eliminera överspänningen.

2. En Zobel-krets mellan OP-förstärkarens utgång och högtalaren används för att OP-förstärkaren alltid skall vara lastad vid alla frekvenser. Vid höga frekvenser så kan OP-förstärkarens slutsteg bli instabilt i olastat tillstånd.

- Med Zobel-kretsen så ser vi då till att ifall ingen högtalare hade varit ansluten till OP-förstärkarens utgång så ser vi till denna alltid är lastad med minst 10 Ω, vilket är något mer än en vanlig högtalare. Vid lägre frekvenser så kommer impedansen från Zobel-kretsen vara mycket hög, uppe i ett flertal MΩ, vilket gradvis minskar mot 10 Ω vid mycket höga frekvenser. På grund av detta så förebyggs den instabilitet som kan uppkomma i olastat tillstånd vid höga frekvenser.

- Zobel-kretsen bör placeras parallellt med högtalaren, så nära transistorerna på slutstegets utgång som möjligt.

- Storleken på Zobel-resistorn R_{Zobel} sätts vanligtvis till ungefär samma som resistansen på en vanlig högtalare, dvs. ca 8 Ω- För enkelhets skull så sätts den därför på 10 Ω, då detta värde fungerar utmärkt samt att det är lätt att komma ihåg. Dock är alla värden mellan 4,7–10 Ω vanliga:

$$R_{Zobel} = 10\ \Omega$$

- Zobel-kondensatorn bör ha en kapacitans mellan 22–100 nF. Det exakta värdet spelar ingen roll, men 100 pF (0.1 nF) är vanligt, då det är ett utmärkt värde samt att det är lätt att komma ihåg:

$$C_{Zobel} = 0{,}1\ nF$$

- Denna kondensator används som ett motstånd, vars impedans (resistans) minskas med ökad frekvens. Låt oss kalla impedansen från Zobel-kretsen för Z_{Zobel}. Zobel-impedansen kan beräknas med formeln

$$Z_{Zobel} = R_{Zobel} + \frac{1}{sC_{Zobel}},$$

  där Z_{Zobel} är Zobel-kretsens impedans, R_{Zobel} Zobel-resistorns resistans, som vanligtvis sätts till 10 Ω, och $1/(sC_{Zobel})$ är Zobel-kondensatorns reaktans vid varje given frekvens.

- Frekvensparametern s som vanligt är lika med den aktuella frekvensen f multiplicerat med 2π:

$$s = 2\pi f$$

- Därmed gäller att beloppet $|Z_{Zobel}|$ kan härledas med formeln

$$|Z_{Zobel}| = \left|R_{Zobel} + \frac{1}{sC_{Zobel}}\right|,$$

  vilket är ekvivalent med

$$|Z_{Zobel}| = \sqrt{{R_{Zobel}}^2 + \left(\frac{1}{sC_{Zobel}}\right)^2}$$

- Vi vill att Zobel-kretsen inte skall belasta högtalaren; om detta hade skett så att utimpedansen Z_{UT} kraftigt hade ökat, från 8 Ω till exempelvis 8 kΩ, så hade strömmen genom högtalaren blivit mycket låg; ca 1000 gånger lägre! Därför så parallellkopplas högtalaren och Zobel-kretsen, vilket medför att Zobel-kretsens impedans aldrig ökar utimpedansen Z_{UT}.

- Vid frekvenser f som närmar sig noll, så kommer $|Z_{Zobel}|$ gå mot oändlighet, då

$$\lim_{f\to 0}\frac{1}{sC_{Zobel}} = \lim_{f\to 0}\frac{1}{2\pi f C_{Zobel}} = \frac{1}{2\pi * 0 * C_{Zobel}} = \infty,$$

  vilket medför att

$$\lim_{f\to 0}|Z_{Zobel}| = \lim_{f\to 0}\sqrt{{R_{Zobel}}^2 + \left(\frac{1}{sC_{Zobel}}\right)^2} = \sqrt{{R_{Zobel}}^2 + \infty^2} = \infty$$

- Eftersom Zobel-kretsen och högtalaren, vars resistans R_L är lika med 8 Ω, är parallellkopplade så blir därmed parallellimpedansen $|Z_{Zobel}|//R_L$ lika med 8 Ω, eftersom

$$\lim_{f\to 0}|Z_{Zobel}|//R_{högtalare} \approx \infty//8 = \frac{\infty * 8}{\infty + 8} = 8\ \Omega$$

- Vid frekvenser f som närmar sig oändlighet, så kommer $|Z_{Zobel}|$ gå mot Zobel-resistor R_{Zobel}:s resistans, då

$$\lim_{f\to\infty} \frac{1}{sC_{Zobel}} = \lim_{f\to\infty} \frac{1}{2\pi f C_{Zobel}} = \frac{1}{2\pi * \infty * C_{Zobel}} = 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty} |Z_{Zobel}| = \lim_{f\to\infty} \sqrt{{R_{Zobel}}^2 + \left(\frac{1}{sC_{Zobel}}\right)^2} = \sqrt{{R_{Zobel}}^2 + 0^2} = R_{Zobel}$$

- Eftersom Zobel-kretsen och högtalaren utgör en parallellkoppling så blir därmed parallellimpedansen $|Z_{Zobel}|//R_L$ lika med parallellkopplingen $R_{Zobel}//8$, då

$$\lim_{f\to\infty} |Z_{Zobel}|//R_L \approx R_{Zobel}//8 = \frac{R_{Zobel} * 8}{R_{Zobel} + 8}$$

- Vanligtvis sätts R_{Zobel} till ca 10 Ω, vilket ger en parallellresistans på ca 4,4 Ω då frekvensen f går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f\to\infty} |Z_{Zobel}|//R_L \approx 10//8 = \frac{10 * 8}{10 + 8} \approx 4{,}4\ \Omega$$

- Vi kan också visa detta med mer praktiska exempel. Inom det hörbara frekvensbandet så kommer Zobel-kretsen inte ens påverka utimpedansen Z_{UT}. Utimpedansen Z_{UT} kommer därmed alltid bli lika med högtalarens resistans, vilket vanligtvis är 8 Ω, precis som i detta fall. Vid mycket höga frekvenser så kommer parallellresistansen till och med bli mindre än 8 Ω, vilket vi kommer se nedan.

- Då kan Zobel-kretsens impedans Z_{Zobel} beräknas med formeln

$$Z_{Zobel} = R_{Zobel} + \frac{1}{sC_{Zobel}} = 10 + \frac{1}{s * 0{,}1n},$$

vilket motsvarar beloppet $|Z_{Zobel}|$:

$$|Z_{Zobel}| = \sqrt{100 + \left(\frac{1}{s * 0{,}1n}\right)^2}$$

- Genom att ersätta frekvensparametern s med motsvarande frekvens 2π * f så erhålls formeln

$$|Z_{Zobel}| = \sqrt{100 + \left(\frac{1}{2\pi f * 0{,}1n}\right)^2}$$

- Vid lägre frekvenser så kommer Zobel-kondensatorn C_{Zobel} utgöra ett mycket stort motstånd, medan Zobel-resistorn R_{Zobel} som vanligt är 10 Ω. Då kommer Zobel-impedansen vara så hög att högtalarens resistans inte påverkas.

- Som exempel, vid det hörbara frekvensbandets undre gräns (ca 20 Hz), så har Zobel-kondensator C_{Zobel} en reaktans på ca 80 MΩ, då

$$\frac{1}{sC_{Zobel}} = \frac{1}{2\pi f C_{Zobel}} = \frac{1}{2\pi * 20 * 0{,}1n} \approx 80\ M\Omega$$

- Därmed så blir beloppet $|Z_{Zobel}|$ ungefär lika med 80 MΩ, eftersom

$$|Z_{Zobel}| = \sqrt{100 + \left(\frac{1}{2\pi * 20 * 0{,}1n}\right)^2} \approx \sqrt{100 + 80M^2} \approx 80\ M\Omega$$

- Zobel-kretsen och högtalaren, vars resistans R_L är lika med 8 Ω, utgör en parallellkoppling så blir därmed parallellimpedansen $|Z_{Zobel}|//R_L$ lika med 8 Ω, eftersom

$$|Z_{Zobel}|//R_L \approx 80M//8 = \frac{80M * 8}{80M + 8} \approx 8\ \Omega$$

- Därmed ser vi att Zobel-kretsen kommer utgöra ett obefintligt motstånd i lastat tillstånd vid det hörbara frekvensbandets undre gräns, vilket är runt 20 Hz. Därmed så medför Zobel-kretsen ingen ökning av impedansen $Z_{Zobel}|//R_L$ på utgången. vilket annars hade lett till minskad utsignal i lastat tillstånd.

- Däremot vid mycket höga frekvenser så kommer Zobel-kondensatorn C_{Zobel} inte utgöra något betydande motstånd, vilket medför att endast 10 Ω:s resistorns resistans återstår. Detta medför i sin tur att OP-förstärkaren är lastad även vid extremt höga frekvenser.

- Vid det hörbara frekvensbandets övre gräns (ca 20 kHz), så har Zobel-kondensator C_{Zobel} en reaktans på ca 80 kΩ, då

$$Z_C = \frac{1}{2\pi * 20k * 0{,}1n} \approx 80\ k\Omega$$

- Därmed så blir beloppet $|Z_{Zobel}|$ ungefär lika med 80 kΩ, eftersom

$$|Z_{Zobel}| = \sqrt{100 + \left(\frac{1}{2\pi * 20k * 0{,}1n}\right)^2} \approx \sqrt{100 + 80k^2} \approx 80\ k\Omega$$

- Återigen blir parallellimpedansen $|Z_{Zobel}|//R_L$ lika med 8 Ω, då

$$|Z_{Zobel}|//R_L \approx 80k//8 = \frac{80k * 8}{80k + 8} \approx 8\ \Omega$$

- Men vid ännu högre frekvenser då? Antag att frekvensen f hade uppgått till 20 GHz, långt över det frekvensområde som OP-förstärkaren är stabil och arbetar som förstärkare, förutsatt att vi inte använda en RF-förstärkare, alltså en OP-förstärkare för högfrekvensapplikationer. Vi testar denna frekvens för demonstration.

- Vid en frekvens f på 20 GHz så uppgår Zobel-kondensator C_{Zobel}:s reaktans till ca 80 mΩ, då

$$Z_C = \frac{1}{2\pi * 20G * 0{,}1n} \approx 80\ m\Omega$$

- Därmed så blir beloppet $|Z_{Zobel}|$ ungefär lika med 10 Ω, eftersom

$$|Z_{Zobel}| = \sqrt{100 + \left(\frac{1}{2\pi * 20G * 0{,}1n}\right)^2} \approx \sqrt{100 + 80m^2} \approx 10\ \Omega$$

- Eftersom Zobel-kretsen och högtalaren utgör en parallellkoppling så blir parallellimpedansen $|Z_{Zobel}|//R_L$ ungefär lika med 4,4 Ω, då

$$|Z_{Zobel}|//R_L \approx 10//8 = \frac{10 * 8}{10 + 8} \approx 4{,}4\ \Omega$$

- Notera att även vid mycket hög frekvenser så medför Zobel-kretsen ingen ökning av impedansen $|Z_{Zobel}|//R_L$ på utgången. Därmed kan vi anta att Zobel-kretsen aldrig kommer leda till minskad utsignal i lastat tillstånd på grund av ökad utimpedans.

3. En LR-krets placeras mellan OP-förstärkarens utgång och högtalaren för att isolera slutsteget från kapacitiva laster vid höga frekvenser, som annars kan destabilisera slutsteget.

- LR-kretsen består av en spole L_{LR} parallellkopplad med en resistor R_{LR}. Det är resistorn som utgör själva isolationsfunktionen, vilket innebär att det är resistorn som isolerar slutsteget från eventuella kapacitanser vid höga frekvenser.

- Vid höga frekvenser så kommer spolens reaktans vara mycket hög. Då kommer all ström flöda genom resistorn, som då isolerar slutsteget från eventuell lastkapacitans. Därmed så hålls slutsteget stabilt även vid kapacitiva laster och samtida höga frekvenser.

- Vanliga värden på spolens induktans är mellan 0,5 – 7 µH, där värden runt 2–3 µH är vanligast. Vi kommer använda en induktans på 2,2 µH, vilket är det normala värde som är närmast 2 µH.

$$L_{LR} = 2{,}2\ \mu H$$

- Resistorn R_{LR} brukar ha ett värde mellan 2 – 10 Ω, ofta runt 2 Ω. Vi kommer använda ett resistorvärde på 2,2 Ω, eftersom detta är ett lagom värde samt att det innehåller samma siffror som spolens induktans. Därmed är det lätt att komma ihåg:

$$R_{LR} = 2{,}2\ \Omega$$

- Samtidigt vill vi att LR-kretsen skall utgöra ett obefintligt motstånd vid samtliga hörbara frekvenser, då denna utgör en seriekoppling med högtalaren, vilket medför att utimpedansen Z_{UT} i detta fall är lika med

$$Z_{UT} = Z_{LR} + R_L,$$

  där Z_{LR} är LR-kretsens impedans och R_L är högtalarens resistans, som vanligtvis är 8 Ω.

- Annars om LR-kretsen utgör ett betydande motstånd vid hörbara frekvenser kommer LR-kretsen leda till minskad utsignal, då utimpedansen Z_{UT} ökar, på samma sätt som för Zobel-kretsen som analyserades tidigare.

- För analys så kan LR-kretsens impedans Z_{LR} beräknas med formeln

$$Z_{LR} = R_{LR}//sL_{LR},$$

  där R_{LR} är storleken på LR-kretsens resistor och sL_{LR} är storleken på LR-spolens reaktans.

- Formeln ovan kan utvecklas till

$$Z_{LR} = \frac{R_{LR} * sL_{LR}}{R_{LR} + sL_{LR}} = \frac{sR_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + sL_{LR}},$$

  vilket motsvarar beloppet $|Z_{LR}|$:

$$|Z_{LR}| = \left|\frac{sR_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + sL_{LR}}\right|,$$

  som är ekvivalent med

$$|Z_{LR}| = \frac{\sqrt{(sR_{LR}L_{LR})^2}}{\sqrt{{R_{LR}}^2 + (sL_{LR})^2}} = \frac{sR_{LR}L_{LR}}{\sqrt{{R_{LR}}^2 + (sL_{LR})^2}}$$

- Vid frekvenser som går mot noll så kommer Z_{LR} gå mot noll, då

$$\lim_{f\to 0} sL_{LR} = \lim_{f\to 0} 2\pi f * L_{LR} = 2\pi * 0 * L_{LR} = 0,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to 0} Z_{LR} = \lim_{f\to 0} \frac{sR_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + sL_{LR}} = \lim_{f\to 0} \frac{2\pi f * R_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + 2\pi f * L_{LR}} = \frac{2\pi * 0 * R_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + 2\pi * 0 * L_{LR}} = \frac{0}{R_{LR}} = 0$$

- Detta medför att också beloppet $|Z_{LR}|$ går mot noll, då

$$\lim_{f\to 0} |Z_{LR}| = |0| = 0$$

- Däremot vid frekvenser som går mot oändlighet så kommer Z_{LR} närma sig 1 Ω, då

$$\lim_{f\to\infty} sL_{LR} = \lim_{f\to\infty} 2\pi f * L_{LR} = 2\pi * \infty * L_{LR} = \infty,$$

vilket medför att

$$\lim_{f\to\infty} Z_{LR} = \lim_{f\to\infty} \frac{sR_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + sL_{LR}} = \lim_{f\to\infty} \frac{2\pi f * R_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + 2\pi f * L_{LR}} = \frac{2\pi * \infty * R_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + 2\pi * \infty * L_{LR}} = \frac{\infty}{\infty} = 1\ \Omega$$

- Detta medför att också beloppet $|Z_{LR}|$ närmar sig 1 Ω, då

$$\lim_{f\to\infty} |Z_{LR}| = |1\ \Omega| = 1\ \Omega$$

- Vi kan också visa detta med ett praktiskt exempel. Då vi har satt R_{LR} till 2,2 Ω och L_{LR} till 2,2 µH så kan formeln för LR-kretsens impedans $|Z_{LR}|$ skrivas som

$$Z_{LR} = \frac{sR_{LR}L_{LR}}{R_{LR} + sL_{LR}} = \frac{s * 2{,}2 * 2{,}2\mu}{2{,}2 + s2{,}2\mu} = \frac{2{,}2s * 2{,}2\mu}{2{,}2 + s2{,}2\mu},$$

där 2,2µ kan brytas ut ur både täljare och nämnare, vilket medför att

$$Z_{LR} = \frac{2{,}2\mu * 2{,}2s}{2{,}2\mu(10^6 + s)} = \frac{2{,}2\mu * 2{,}2s}{2{,}2\mu(s + 10^6)},$$

där

$$\frac{2{,}2\mu}{2{,}2\mu} = 1,$$

vilket medför att

$$Z_{LR} = \frac{2{,}2s}{s + 10^6}$$

- Motsvarande belopp $|Z_{LR}|$ blir därmed

$$|Z_{LR}| = \frac{|2{,}2s|}{|s + 10^6|},$$

vilket är ekvivalent med

$$|Z_{LR}| = \frac{\sqrt{(2{,}2s)^2}}{\sqrt{s^2 + (10^6)^2}} = \frac{2{,}2s}{\sqrt{s^2 + 10^{12}}} = \frac{2\pi f * 2{,}2}{\sqrt{(2\pi f)^2 + 10^{12}}}$$

- Vid det hörbara frekvensbandets undre gräns (ca 20 Hz), så utgör $|Z_{LR}|$ en obefintlig impedans, då

$$|Z_{LR}| = \frac{2\pi f * 2{,}2}{\sqrt{(2\pi f)^2 + 10^{12}}} = \frac{2\pi * 20 * 2{,}2}{\sqrt{(2\pi * 20)^2 + 10^{12}}} \approx 0$$

- Även vid det hörbara frekvensbandets övre gräns (ca 20 kHz), så utgör $|Z_{LR}|$ en obefintlig impedans, då

$$|Z_{LR}| = \frac{2\pi f * 2{,}2}{\sqrt{(2\pi f)^2 + 10^{12}}} = \frac{2\pi * 20k * 2{,}2}{\sqrt{(2\pi * 20k)^2 + 10^{12}}} \approx 0$$

- Därmed ser vi att LR-kretsen aldrig kommer utgöra ett motstånd som minskar utsignalens storlek, samtidigt som den medför ett skydd mot kapacitiva laster vid höga frekvenser, som annars hade kunnat medföra att OP-förstärkarens slutsteg hade blivit instabilt.

Audioförstärkarens egenskaper:

- En bra audioförstärkare har låg distorsion (förvrängning), väldigt lågt brus på ingången, hög bandbredd, hög ingångsimpedans samt hög *slew rate:*

1. **Distorsion** betyder att signalen förvrängs, dvs. dess form ändras och därmed ändras exempelvis ljudet. Elgitarrer i rockmusik använder sig nästan alltid av distorsion för att få till det tunga, smutsiga rockljudet. Utan distorsion hade gitarrerna låtit rent och fint. Utan distorsion så är det föga troligt att musikformen *heavy metal* hade uppfunnits.

2. **Bandbredden** beskriver hur stort frekvensspannet är mellan den lägsta och högsta frekvensen, där signaler kan passera utan att dämpas.

3. ***Slew rate*** beskriver hur snabbt utspänningen U_{UT} kan förändras per tidsenhet och mäts i V/µs. En OP-förstärkares *slew rate* beror på interna och externa kapacitanser, som begränsar hastigheten. Därmed varierar *slew* rate mellan olika OP-förstärkare. Som exempel, en 741 har *slew rate* på 0,5 V/µs, medan en HA2539 har *slew rate* på 600 V/µs. *Slew rate* är positivt för ljudförstärkning, då inspänningen snabbt kan förändras när exempelvis musik spelas, vilket leder till mindre distorsion. Se mer information om slew rate på nästa sida.

Förtydligande om *slew rate:*

- En OP-förstärkarens *slew rate* kan beräknas med formeln

$$Slew\ rate = 2\pi * f_{max} * |U_{UT}|,$$

där f_{max} är den maximala frekvensen som OP-förstärkaren kan förändra utspänningen på utan distorsion och $|U_{UT}|$ är den toppvärdet på utsignalen, som är sinusformad.

- Låt oss anta att vi skall förstärka ljudsignaler med en OP-förstärkare, som matas med ±15 V matningsspänning. Eftersom OP-förstärkaren skall förstärka ljudsignaler så måste den kunna hantera frekvenser upp till 20 kHz utan distorsion. Vi sätter därför f_{max} till 20 kHz. Då måste vi införskaffa en OP-förstärkare som har en *slew rate* som är lika med eller överstiger

$$Slew\ rate = 2\pi * 20k * 15 \approx 1{,}89\ MV/s\ = 1{,}89\ V/\mu s$$

- En bra idé är att välja en OP-förstärkare vars *slew rate* är lika med 2 V/µs eller mer.

- I praktiken så brukar tillverkare av audioförstärkare sätta den maxfrekvensen f_{max} mycket högre än vid 20 kHz, exempelvis vid 100 kHz. Detta beror inte på att tillverkarna vill att förstärkaren skall släppa igenom frekvenser långt över vad vi människor kan höra, utan för att se till att eliminera problem som rör *slew rate* inom människors hörselband (ca 20 Hz – 20 kHz).

- Det kan vara fördelaktigt att ha en del marginal, exempelvis om förstärkaren skall klara att förstärka en signal med maximal effekt vid frekvenser runt 20 kHz, samtidigt som vi vill ha minimal distorsion på utsignalen. Om OP-förstärkaren då hade *slew rate* runt 2 V/µs så hade distorsion med stor sannolikhet uppstått. Därför är det fördelaktigt att ha mycket högre *slew rate,* exempelvis 50 V/µs.

- En OP-förstärkare lämplig för audioapplikationer brukar alltså konstrueras så att de kan hantera frekvenser upp till 100 kHz eller högre. Om OP-förstärkaren är konstruerad att hantera utsignaler vars toppvärde kan uppnå 50 V så hade dess *slew rate* blivit

$$Slew\ rate = 2\pi * 100k * 50 \approx 31{,}5\ MV/s\ = 31{,}5\ V/\mu s$$

Appendix A: Stabilitetsanalys av det aktiva bandpass RC-filtret

- För att en återkopplad krets skall utgöra ett stabilt system så måste den reella delen Re s av samtliga poler understiga noll. I detta avsnitt analyseras endast det aktiva bandpass RC-filtret, men samma princip gäller för aktiva hög- och lågpassfilter också, med skillnaden att dessa har färre poler. I samtliga fall gäller dock att de aktiva filtren som tidigare har presenterats är stabila.

- Det aktiva bandpass RC-filtret kan ses som ett system, som innehar fyra poler/nollställen s_1, s_2, s_3 och s_4:

$$1 + s_1 R_1 C_1 = 0,$$

$$1 + \frac{1}{s_2 R_2 C_2} = 0,$$

$$1 + s_3 R_3 C_3 = 0$$

samt

$$1 + s_4 (R_3 + R_4) C_3 = 0$$

- Vi kan enkelt visa att systemet är stabilt, då den reella delen av samtliga poler s understiger noll.

- För den första polen s_1 gäller att

$$1 + s_1 R_1 C_1 = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$s_1 R_1 C_1 = -1,$$

- Därmed gäller att

$$s_1 = -\frac{1}{R_1 C_1},$$

vilket är mindre än noll, då

$$R_1 \geq 0$$

samt

$$C_1 \geq 0$$

- Därmed gäller att den första polen s_1 understiger noll:

$$s_1 < 0$$

- Eftersom polen s_1 är reell så gäller att Re s_1 är lika med s_1. Därmed gäller att Re s_1 understiger noll:

$$Re\ s_1 = -\frac{1}{R_1 C_1} < 0$$

- För den andra polen s_2 gäller att

$$1 + \frac{1}{s_2 R_2 C_2} = 0,$$

  vilket kan transformeras till

$$\frac{1}{s_2 R_2 C_2} = -1,$$

  som i sin tur kan transformeras till

$$s_2 R_2 C_2 = -1$$

- Därmed gäller att

$$s_2 = -\frac{1}{R_2 C_2} < 0,$$

  som understiger noll, då

$$R_2 \geq 0$$

  samt

$$C_2 \geq 0$$

- Därmed gäller att även den andra polen s_2 understiger noll:

$$s_2 < 0$$

- Eftersom polen s_2 är reell så gäller att Re s_2 är lika med s_2. Därmed gäller att även Re s_2 understiger noll:

$$Re\ s_2 = -\frac{1}{R_2 C_2} < 0$$

- För den tredje polen s_3 gäller att

$$1 + s_3 R_3 C_3 = 0,$$

  vilket kan transformeras till

$$s_3 R_3 C_3 = -1$$

- Därmed gäller att

$$s_3 = -\frac{1}{R_3 C_3},$$

  vilket är mindre än noll, då

$$R_3 \geq 0$$

  samt

$$C_3 \geq 0$$

- Därmed gäller att den tredje polen s_3 understiger noll:

$$s_3 < 0$$

- Eftersom polen s_3 är reell så gäller att Re s_3 är lika med s_3. Därmed gäller att Re s_3 understiger noll:

$$Re\ s_3 = -\frac{1}{R_3 C_3} < 0$$

- För den fjärde polen s_4 gäller att

$$1 + s_4(R_3 + R_4)C_3 = 0,$$

  vilket kan transformeras till

$$s_4(R_3 + R_4)C_3 = -1$$

- Därmed gäller att

$$s_4 = -\frac{1}{(R_3 + R_4)C_3},$$

  vilket är mindre än noll, då

$$R_3 + R_4 \geq 0$$

  samt

$$C_3 \geq 0$$

- Därmed gäller att den fjärde polen s_4 understiger noll:

$$s_4 < 0$$

- Eftersom polen s_4 är reell så gäller att Re s_4 är lika med s_4. Därmed gäller att Re s_4 understiger noll:

$$Re\ s_4 = -\frac{1}{(R_3 + R_4)C_3} < 0$$

- Eftersom den reella delen av samtliga fyra poler understiger noll, så utgör kretsen ett stabilt system:

$$Stabilt\ system \rightarrow \begin{cases} Re\ s_1 = -\dfrac{1}{R_1C_1} < 0 \\ Re\ s_2 = -\dfrac{1}{R_2C_2} < 0 \\ Re\ s_3 = -\dfrac{1}{R_3C_3} < 0 \\ Re\ s_4 = -\dfrac{1}{(R_3 + R_4)C_3} < 0 \end{cases}$$