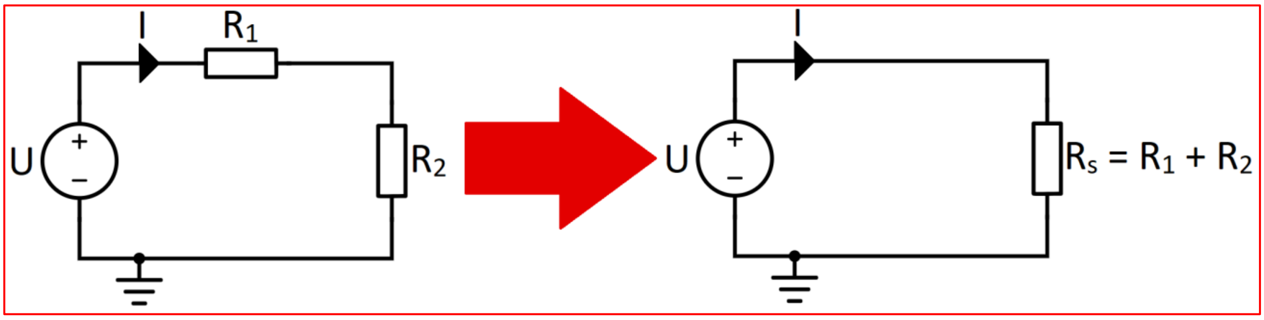
1.2 - Beräkning av likströmskretsar

1.2.1 - Serie- och parallellkoppling av resistorer

- Ofta så förekommer ett flertal resistorer i en krets, antingen kopplade i följd, vilket vi kallar seriekoppling, eller att de är kopplade parallellt vilket vi kallar parallellkoppling. Ofta är det önskvärt att förenkla kretsarna för att genomföra beräkningar av till exempel ström eller effektutveckling. Vi kan då ersätta serie- och parallellkopplade resistorer med en enda resistor som är ekvivalent med dem, som vi kallar ersättningsresistans.

Seriekopplade resistorer:

- Resistorer som är kopplade i följd sägs vara seriekopplade. Dessa resistorer skulle kunna ersättas med en resistor som är lika med deras så kallade ersättningsresistans, vilket är summan av deras individuella resistanser.



Seriekopplade resistorer kan ersättas med en resistans som är lika med summan av deras individuella resistanser. I detta fall så är ersättningsresistansen R_s lika med summan av resistor R_1 och R_2.

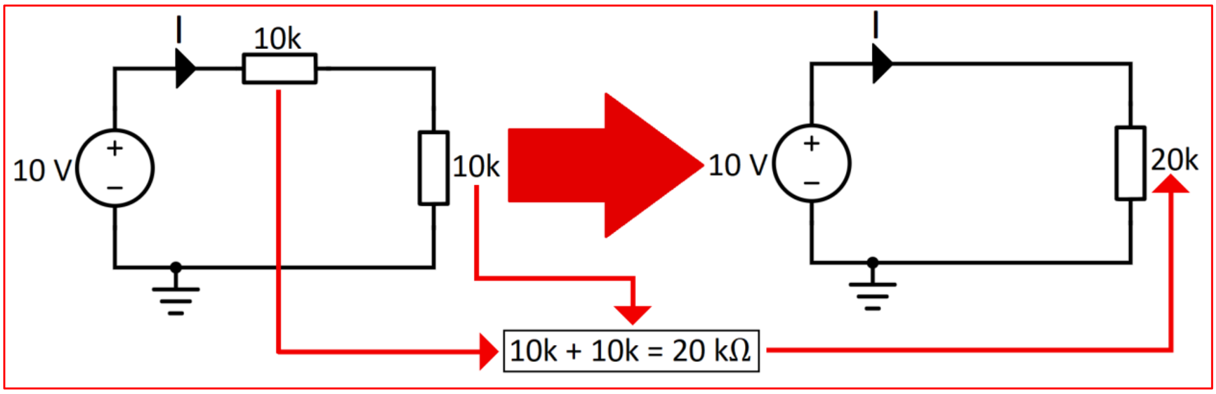
- Därmed skulle vi kunna ersätta resistor R_1 och R_2 i figuren i den vänstra figuren ovan med en ersättningsresistans R_S, som är lika med summan av dem:

$$R_s = R_1 + R_2,$$

där R_s är ersättningsresistansen (R_S står för serieresistans) och R_1 samt R_2 är de seriekopplade resistorernas individuella resistans. Vi kan därefter rita om kretsen till den högra figuren ovan, där de seriekopplade resistorerna har ersatts med serieresistansen R_S.

- Som exempel, anta att vi har två seriekopplade resistorer på 10 kΩ. Vi kan då förenkla kretsen genom att ersätta dessa resistorer med en ersättningsresistans på 20 kΩ, eftersom

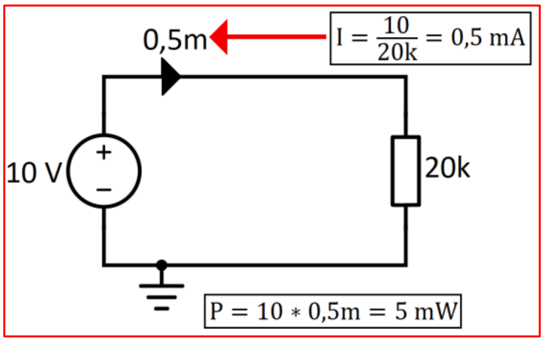
$$R_s = 10k + 10k = 20\ k\Omega$$



Ersättningsresistansen för seriekopplade resistorer är summan av deras individuella resistanser. I detta fall blir ersättningsresistansen summan av två resistorer på 10 kΩ, vilket är 20 kΩ.

- Därmed kan strömmen i kretsen enkelt beräknas till 0,5 mA med Ohms lag, eftersom vi vet att matningsspänningen från spänningskällan är 10 V och den totala resistansen i kretsen är lika med 20 kΩ:

$$I = \frac{U}{R_S} = \frac{10}{20k} = 0{,}5\ mA$$



Efter att ha förenklat kretsen till den grad att endast en resistor återstår så kan beräkningar av strömmen samt effektutvecklingen i kretsen enkel genomföras med Ohms lag samt effektlagen.

- Notera att när vi utför beräkningar med resistansen i enheten kΩ (och spänningen i V) så får vi strömmen i mA. I de flesta småsignalkretsar så mäts strömmarna lämpligaste i mA och resistorerna i kΩ. Givetvis gäller inte detta alltid, exempelvis kan strömmen genom högtalare eller inom kraftelektronik. Kom ihåg detta så blir beräkningarna mycket enklare!

- Vi kan även beräkna den totala effektutvecklingen P i kretsen med effektlagen till 5 mW, eftersom

$$P = U * I = 10 * 0{,}5m = 5\ mW$$

- Notera att effektutvecklingen i detta fall mäts i enheten mW, vilket beror på att strömmen i mäts i mA (och spänningen mäts i V). Om strömmen istället hade mätts i enheten A så hade vi fått effektutvecklingen i enheten W. Dock är detta mindre praktiskt, då en ström på 0,5 mA motsvarar 0,0005 A. Om vi hade därefter hade beräknat effektutvecklingen P i W så hade vi fått resultatet

$$P = U * I = 10 * 0{,}0005 = 0{,}005\ W = 5\ mW$$

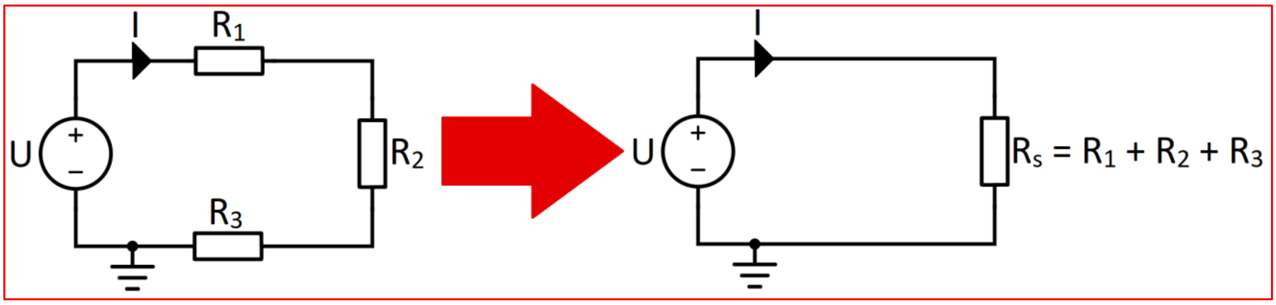
- Därmed ser vi att det är mindre praktiskt att få resultatet i W så länge strömmen ligger i storleksordningen mA. Dock är det inte alltid så, exempelvis i en högtalare, där strömmen ibland kan ligga upp till 10–12 A, vilket medför en effektutveckling runt 1 kW (förutsatt att vi använder en högtalare på 8 Ω).

Seriekoppling av fler än två resistorer:

- Regeln för seriekopplade resistorers ersättningsresistans kan användas för oändligt många seriekopplade resistorer. Så om vi har fler än två seriekopplade resistorer, såsom i figuren nedan, så blir ersättningsresistansen fortfarande summan av dessa resistorers resistans. Om vi har tre seriekopplade resistorer R_1, R_2 och R_3 nedan så kan vi alltså ersätta dem med en serieresistans R_s, som beräknas som summan av dessa resistorers resistans:

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3$$

- Därefter kan kretsen ritas om till den förenklade figuren nedan till höger nedan, där de seriekopplade resistorerna har ersatts med serieresistansen R_S.



Ersättningsresistansen för seriekopplade resistorer är alltid lika med summan av samtliga resistorers individuella resistans, oavsett antalet resistorer i kretsen. I den vänstra kretsen ovan så har vi tre seriekopplade resistorer, R_1, R_2 och R_3, som kan ersättas med ersättningsresistansen $R_s = R_1 + R_2 + R_3$.

Parallellkopplade resistorer:

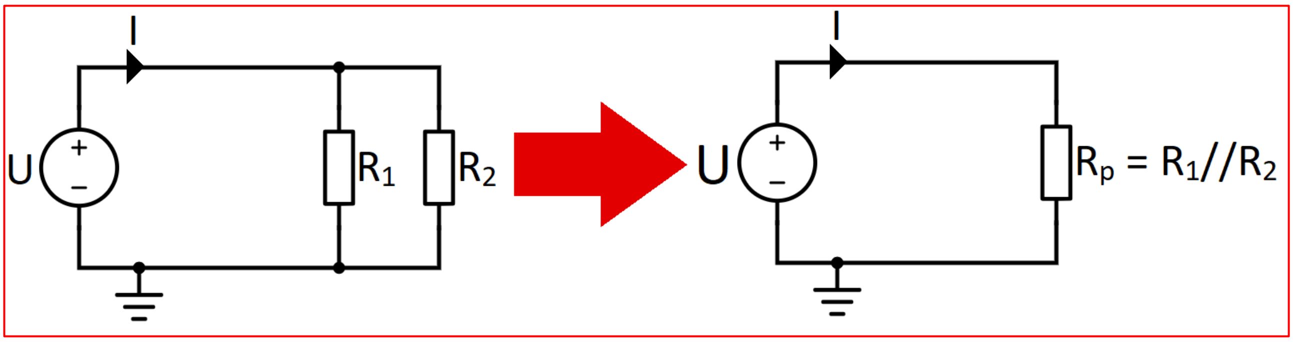
- Resistorer som är kopplade parallellt, se resistor R_1 och R_2 i den vänstra figuren nedan, sägs vara parallellkopplade. Till skillnad mot seriekopplade resistorer så blir parallellkopplade resistorers ersättningsresistans mindre än deras individuella resistanser.

- Parallellkoppling av två resistorer, exempelvis resistor R_1 och R_2, skrivs vanligtvis $R_1//R_2$. Ibland används R_p som en förkortning för ersättningsresistansen, se den högra figuren nedan, där R_p står för parallellresistans.

- Ersättningsresistansen R_p av de två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2 beräknas med följande regel:

$$R_p = R_1//R_2 = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2},$$

där R_p är ersättningsresistansen av parallellkopplingen $R_1//R_2$.

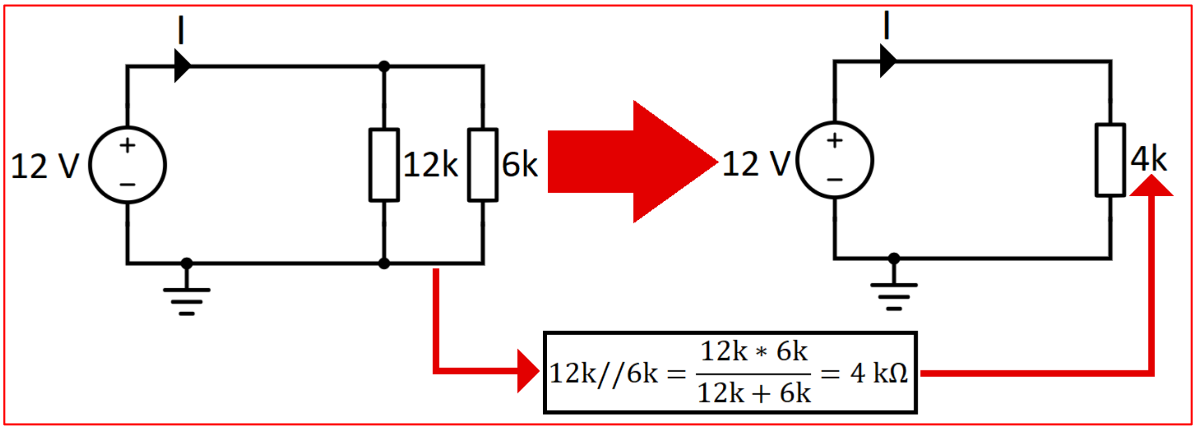


Parallellkopplade resistorer, såsom resistor R_1 och R_2 ovan, kan ersättas med ersättningsresistansen $R_p = R_1//R_2$, som är mindre än resistorernas individuella resistans.

- Den vänstra figuren nedan visar en likströmskrets som innehåller en spänningskälla på 12 V samt en parallellkoppling av två resistorer, vars resistans är 12 kΩ samt 6 kΩ. Om vi exempelvis skulle vilja beräkna strömmen I i kretsen så kan vi förenkla kretsen så att endast en resistor återstår, vilket vi gör genom att ersätta parallellkopplingen med dess ekvivalenta resistans, såsom den högra figuren nedan.

- Genom att använda formeln ovan så ser vi att parallellkopplingens ersättningsresistans R_p är lika med 4 kΩ, eftersom

$$R_p = 12\text{k}//6\text{k} = \frac{12\text{k} * 6\text{k}}{12\text{k} + 6\text{k}} = \frac{72M}{18k} = 4\text{ k}\Omega$$



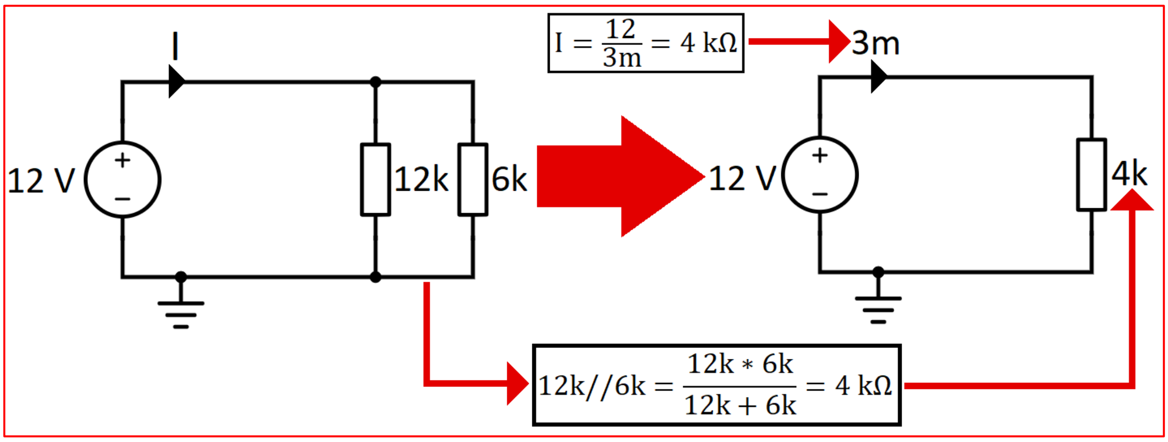
För att beräkna exempelvis strömmen I eller effektutvecklingen P i kretsen så kan vi förenkla kretsen till vänster ovan så att endast en resistor återstår. Genom att ersätta de parallellkopplade resistorerna med deras ersättningsresistans så kan vi rita om kretsen till den högra figuren ovan, där kretsen är förenklad till en mycket enkel likströmskrets, där strömmen I enkelt kan beräknas med Ohms lag och effektutvecklingen P i kretsen enkelt beräknas med effektlagen.

- **Tips:** När formeln ovan används på miniräknaren, se till att resistanserna har samma enhet, exempelvis Ω eller kΩ. Därefter behöver man inte multiplicera med 1000 där det står k (står för kilo); det räcker med vetskapen att den enhet med använder är också den enhet som resultatet komma vara. För att beräkna resistansen ovan så kan man skriva 12*6 / (12 + 6) på en miniräknare, vilket ger resultatet 4. Eftersom de två resistorerna mättes i enheten kΩ så blev resultatet därmed 4 kΩ.

- I detta fall så vet vi nu den totala resistansen i kretsen (4 kΩ) samt matningsspänningen från spänningskällan (12 V). Vi kan därmed beräkna strömmen I i kretsen till 3 mA med Ohms lag:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{4k} = 3\ mA$$

- Precis som tidigare när så noterar vi att när beräkningar utförs med resistansen i enheten kΩ (och spänningen i V) så får vi strömmen i mA. I de flesta småsignalkretsar så mäts strömmarna lämpligaste i mA och resistorerna i kΩ. Kom ihåg detta så blir beräkningarna mycket enklare.



När vi känner till matningsspänningen från spänningskällan samt den totala resistansen i kretsen så kan strömmen enkelt beräknas med Ohms lag, i detta fall 12 / 4k = 3 mA.

- Vi kan nu även beräkna den totala effektutvecklingen P i kretsen med effektlagen, då vi känner till matningsspänningen från spänningskällan (12 V) samt strömmen som flödar genom kretsen (3 mA). Vi ser då att effektutvecklingen i kretsen är 36 mW, eftersom

$$P = U * I = 12 * 3m = 36\ mW$$

- Precis som tidigare så mäts effektutvecklingen i enheten mW i denna krets, vilket beror på att strömmen i mäts i mA (och spänningen mäts i V).

Minnesregel om parallellkoppling av resistorer där resistanserna skiljer sig åt mycket:

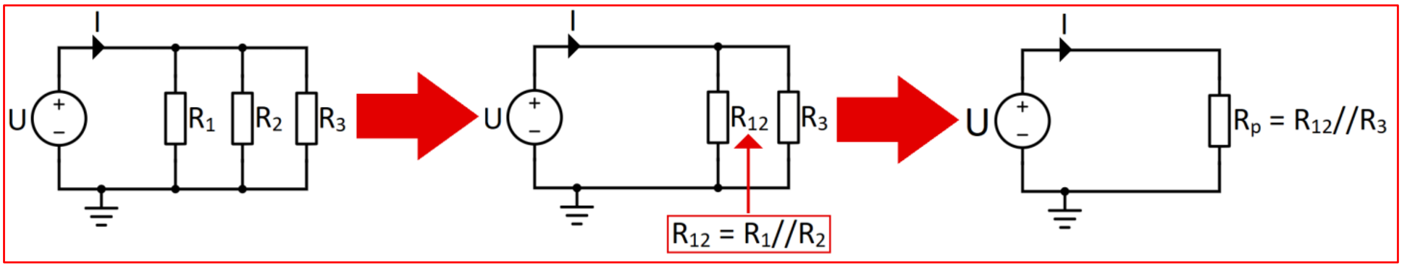
- En bra regel att känna till är att om två resistorer är parallellkopplade, där den ena resistorn har mycket högre resistans än den andra, så kommer ersättningsresistansen blir ungefär lika med storleken på den mindre resistorn.

- Som exempel, anta att vi har en parallellkoppling bestående av två resistorer, där den ena har en resistans på 1 kΩ och den andra har en resistans på 100 kΩ. Ersättningsresistansen för parallellkopplingen kommer bli ungefär lika med 1 kΩ, alltså den mindre resistorn i parallellkopplingen, eftersom

$$R_p = 1\mathrm{k}//100\mathrm{k} = \frac{1\mathrm{k} * 100\mathrm{k}}{1\mathrm{k} + 100\mathrm{k}} \approx \frac{100M}{100k} = 1\ \mathrm{k\Omega}$$

- Detta har väldigt stor påverkan på förstärkarstegs spänningsförstärkning, då efterföljande stegs inresistans ibland är så låg att den begränsar förstärkarstegets så kallade utresistans på samma sätt som 1 kΩ:s resistorn begränsar ersättningsresistansen ovan, vilket leder till begränsad spänningsförstärkning. Därför är det viktigt att efterföljande steg har hög inresistans.

Parallellkoppling av fler än två resistorer:



Om fler än två resistorer är parallellkopplade så kan man beräkna parallellkopplingen av två resistorer i taget, för att stegvis förenkla kretsen tills endast en resistor återstår. Här beräknas först parallellkopplingen av resistor R_1 och R_2, som vi kallas R_{12}. Därefter så beräknas parallellkopplingen av R_{12} och R_3, vilket är lika med parallellresistansen av de tre resistorerna R_1, R_2 och R_3.

- Om fler än två resistorer är parallellkopplade så får regeln ovan användas på två resistorer i taget. Anta att vi har tre parallellkopplade resistorer, R_1, R_2 och R_3, såsom figuren ovan. För att beräkna ersättningsresistansen $R_p = R_1//R_2//R_3$ så beräknar vi först parallellresistansen av $R_1//R_2$. Vi kan kalla denna resistans R_{12}.

$$R_p = R_1//R_2//R_3 = R_{12}//R_3,$$

där

$$R_{12} = R_1//R_2 = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

- När vi sedan har beräknat R_{12} så beräknar vi ersättningsresistansen R_p som ersättningsresistansen av $R_{12}//R_3$:

$$R_p = R_{12}//R_p = \frac{R_{12} * R_p}{R_{12} + R_p}$$

Alternativ formel för beräkning av parallellresistansen:

- När fler än två resistorer är parallellkopplade så kan parallellresistansen R_p även beräknas med formeln

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}},$$

där R_p är parallellresistansen och R_1, R_2 samt R_3 är de parallellkopplade resistorernas respektive resistans. Denna formel är mycket vanlig att använda inom litteraturen, men jämfört med den tidigare formeln så är det generellt sett lättare att beräkningarna blir fel, exempelvis på att användaren missar att använda parenteser på rätt sätt. Om formeln ovan skrivs in på en miniräknare så är det viktigt att mata in 1 / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3).

$$\textit{För beräkning på miniräknare}: R_p = 1\ /\ (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)$$

- Den alternativa formel som presenterades ovan kan givetvis användas för att beräkna ersättningsresistansen R_p på två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2, där

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

- Dock så brukar formeln

$$R_p = R_1//R_2 = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

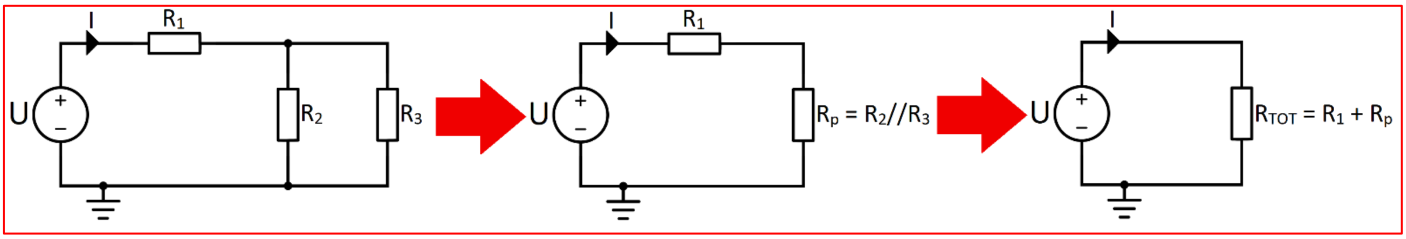
ta mindre tid att applicera och använda, samt att risken för felaktiga beräkningar generellt sett minskar.

Kombination av serie- och parallellkoppling i kretsar:

- Ibland förekommer det diverse kombinationer av serie- och parallellkopplingar i kretsar. Då gäller samma regler för ersättningsresistanser som vi såg tidigare, vilket kan användas för att förenkla kretsar, exempelvis för beräkningar. Förenklingar bör göras stegvis tills endast en enda ersättningsresistans återstår. I sådana fall så kan man kalla ersättningsresistansen för R_{TOT}, vilket står för totala resistansen i kretsen.

- Ta som exempel kretsen i den vänstra figuren nedan, där vi har både en enskild resistor R_1 samt en parallellkoppling bestående av resistor R_2 och R_3. För att förenkla kretsen bör vi först ersätta parallellkopplingen med en ersättningsresistans $R_P = R_1//R_2$. Vi kan därefter förenkla kretsen till den mittersta figuren nedan.

- Därefter så återstår endast två resistorer i kretsen R_1 och R_p, som är seriekopplade. Vi kan ersätta dessa med ersättningsresistansen $R_1 + R_p$, som vi kallar R_{TOT}, eftersom detta är den totala resistansen i kretsen. Därefter kan vi rita om kretsen till den högra figuren nedan.



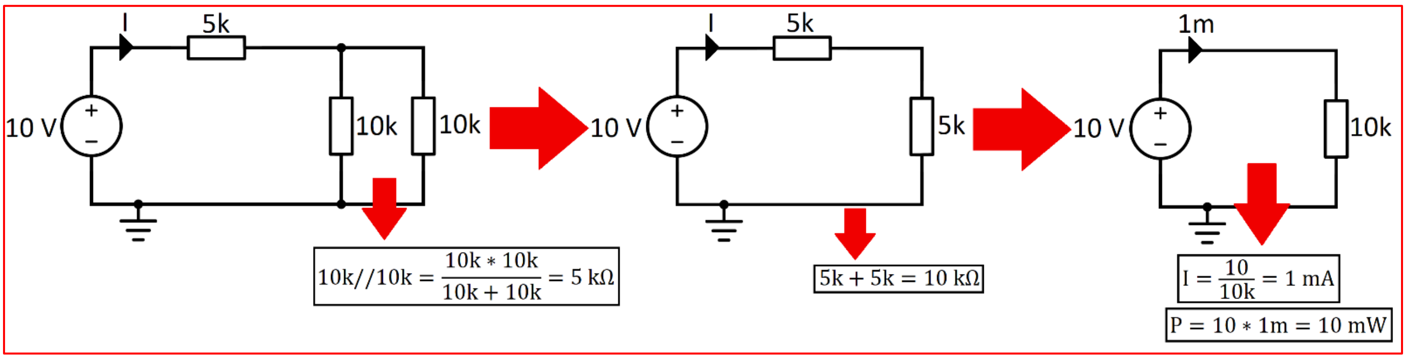
Genom att gradvis ersätta resistorerna i kretsen med ekvivalenta ersättningsresistansen så kan kretsen förenklas tills endast en resistor återstår, vilket är den totala resistansen i kretsen. Därför kallas denna resistans ofta R_{TOT}. Först ersätts parallellkopplingen bestående av resistor R_2 och R_3 med sin ersättningsresistans $R_p = R_2//R_3$. Därefter så kan vi beräkna den totala resistansen i kretsen genom att addera resistor R_1 med ersättningsresistansen R_p.

- Vi kan testa att förenkla en sådan krets i praktiken. I kretsen nedan till vänster har vi en resistor på 5 kΩ samt två parallellkopplade resistorer på 10 kΩ var. En regel som är bra att känna till är att ersättningsresistansen för två parallellkopplade resistorer som är lika stora är lika med hälften av dem för sig; därmed så blir ersättningsresistansen 5 kΩ för två seriekopplade resistorer på 10 kΩ, eftersom

$$10k//10k = \frac{10k * 10k}{10k + 10k} = 5\ k\Omega$$

- Vi kan sedan rita om kretsen till den mittersta figuren nedan. Nu återstår endast en seriekoppling av två resistorer på 5 kΩ. Ersättningsresistansen för dessa är summan av dem, alltså 10 kΩ, eftersom

$$5k + 5k = 10\ k\Omega$$



- Därefter så återstår endast en resistor och vi kan enkelt beräkna strömmen i kretsen till 1 mA med Ohms lag, eftersom

$$I = \frac{10}{10k} = 1\ mA$$

- Därefter beräknas den totala effektutvecklingen i kretsen enkelt till 10 mW effektlagen:

$$P = 10 * 1m = 10\ mW$$

1.2.2 - Kirchhoffs lagar

Kirchhoffs strömlag:

- I enlighet med Kirchhoffs strömlag så är summan av alla strömmar som flödar till en viss punkt i en krets lika med summan av strömmarna som flödar från samma punkt. Se punkten P i figuren nedan. Strömmen som flödar in i punkten P (endast strömmen I_1) är lika med summan av strömmarna som flödar från punkten P (summan av I_1 och I_2).

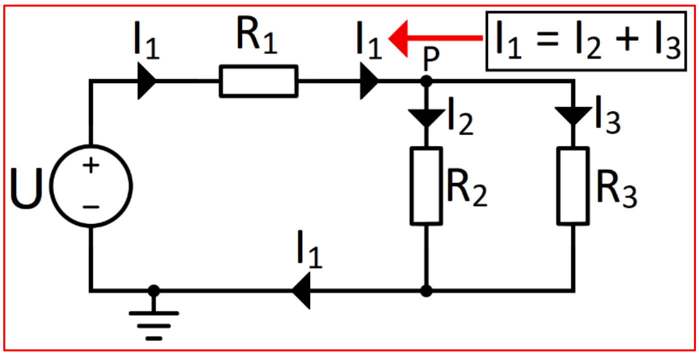
- För kretsen till höger gäller då följande samband för strömmarna i kretsen, i enlighet med Kirchhoffs strömlag:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

- Detta är också logiskt rent intuitivt; ingen ström försvinner, strömmen I_1 blir bara uppdelad när det finns två vägar för strömmen.

- Kirchhoffs strömlag fungerar ungefär som om en skolklass promenerade ute i skogen. Anta att vi har en klass med 20 elever samt en lärare, alltså totalt 21 personer. I ett parti i skogen så finns det endast en stig att gå på, så alla elever samt läraren går då på denna stig. Detta är ungefär som strömmen I_1, som endast har en ledare att flöda igenom.

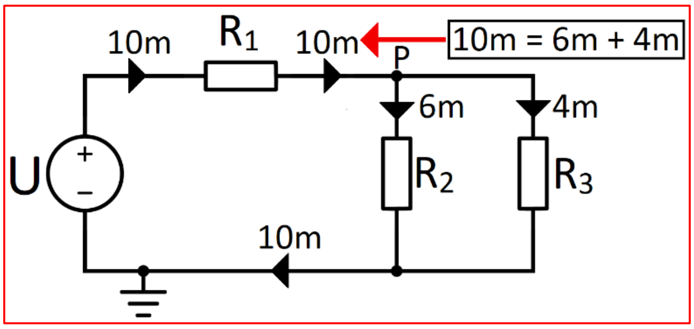
- Längre in i skogen så delas vägen in i två stigar som man kan gå på. Då delar klassen upp sig i två delar; 15 elever väljer att gå på den ena stigen (symboliserar strömmen I_2), resterande fem elever samt läraren (symboliserar strömmen I_3) går på den andra stigen. Detta symboliserar hur strömmen I_1 delas upp i två när det finns två vägar för strömmen att flöda igenom.



Strömmen I_1 delar upp sig i två delar, I_2 och I_3, när det finns två vägar för strömmen att flöda (i punkten P). Senare när det endast finns en väg för strömmen igen så summeras strömmen återigen till strömmen I_1. Ingen ström försvinner, strömmen delar endast upp sig ifall olika vägar finns.

- I slutet av skogen så tar stigarna slut. De förgrenas då ihop till en enda stig. Detta medför att samtliga elever samt läraren i klassen återigen kommer gå på samma stig hem. Därmed så är alla 21 personer återigen återsamlade på en enda stig. Detta symboliserar hur strömmarna I_2 och I_3 summeras till en enda ledare i nedre delen av kretsen, vilket medför att strömmen I_1 återuppstår.

- Figuren till höger visar ett exempel på Kirchhoffs strömlag i praktiken, med rimliga strömvärden. I denna krets flödar en ström på 10 mA, som i punkten P delas upp i två strömmar, där den ena är på 6 mA och den andra 4 mA. Summan av de två strömmarna som flödar från punkten P (6m + 4m = 10 mA) är alltså lika med strömmen som flödar till punkten P (10 mA).

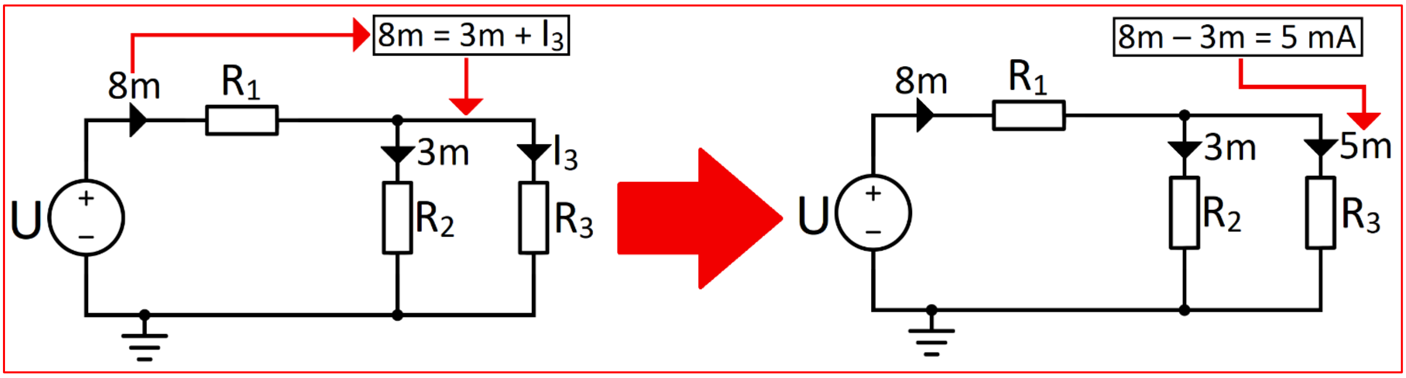


I denna krets så flödar en ström på 10 mA från spänningskällan. I enlighet med Kirchhoffs strömlag så delas denna ström upp i två delar i punkten P, i detta fall till 6 mA samt 4 mA. Dock så är summan av dessa strömmar (som flödar från punkten P) lika med strömmen som flödar in i punkten P (10 mA).

- Kirchhoffs strömlag kan vara mycket bra att använda om vi behöver beräkna strömmarna i en krets. Se figuren nedan, där en ström på 8 mA flödar från spänningskällan. Längre fram i kretsen (i knutpunkten ovanför resistor R_2) så delas denna ström upp i två delar (i parallellkopplingen), där den ena strömmen är 3 mA och den andra är okänd (märkt I_3).

- Vi kan enkelt beräkna strömmen I_3, eftersom vi vet att summan av de två strömmarna i parallellkopplingen är lika med 8 mA (strömmen som flödar till knutpunkten är lika med 8 mA, så strömmen som flödar från knutpunkten är också 8 mA). Eftersom den ena strömmen är 3 mA så måste strömmen I_3 vara 5 mA, eftersom

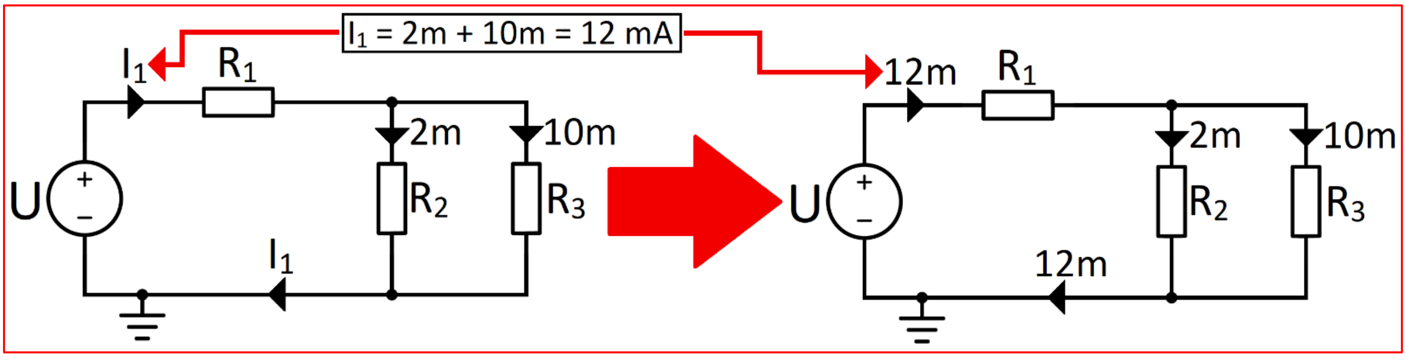
$$I_3 = 8m - 3m = 5\ mA$$



En ström på 8 mA flödar från spänningskällan. Denna ström delas sedan upp i två delar i den gemensamma knutpunkten ovanför resistor R_2, där den ena strömmen är 3 mA. Eftersom 8 mA flödade till knutpunkten så flödar det också 8 mA från knutpunkten. Då måste strömmen I_3 vara 5 mA, eftersom I_3 = 8m – 3m = 5 mA.

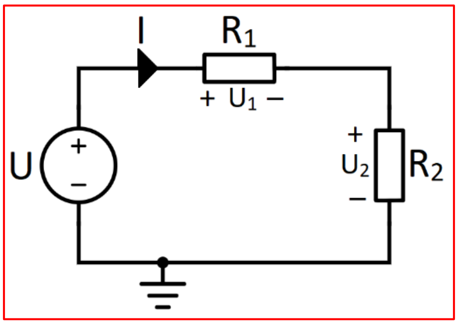
- Givetvis kan vi också beräkna strömmen som flödar från spänningskällan ifall vi känner till strömmarna i parallellkopplingen. I enlighet med Kirchhoffs strömlag så är ju summan av strömmen som flödar från knutpunkten ovanför resistor R_2 (här 2m + 10m = 12 mA) lika med strömmen som flödar till knutpunkten ovanför resistor R_2 (strömmen I_1). Därför är strömmen I_1 lika med 12 mA:

$$I_1 = 2m + 10m = 12\ mA$$



I enlighet med Kirchhoffs strömlag så är summan av strömmarna som flödar från knutpunkten ovanför resistor R_2, alltså summan av 2 mA och 10 mA, vilket är 12 mA, lika med strömmen som flödar till denna knutpunkt, vilket är strömmen I_1. Därför är strömmen I_1 lika med 12 mA.

Kirchhoffs spänningslag:



Kirchhoffs spänningslag säger matningsspänningen från spänningskällan är lika med summan av alla spänningsfall ett helt varv i kretsen.

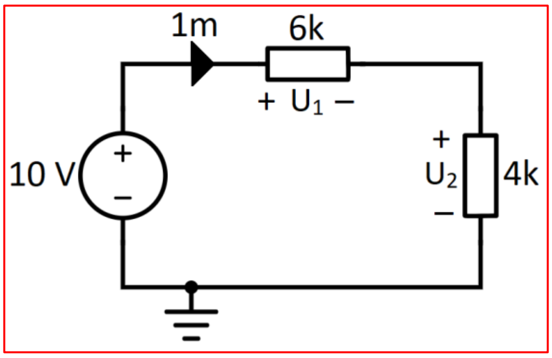
- Enligt Kirchhoffs spänningslag så är summan av alla spänningskällors matningsspänning lika med summan av alla spänningsfall ett helt varv i en krets. Eftersom vi oftast använder en spänningskälla så blir alltså spänningskällans matningsspänning lika med summan av spänningsfallet ett helt varv i en krets. Detta betyder att matningsspänningen från spänningskällan fördelar sig över komponenterna i kretsen, i detta fall resistorerna.

- För kretsen till höger så kan alltså Kirchhoffs spänningslag uttryckas med formeln

$$U = U_1 + U_2$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan och U_1 samt U_2 är spänningsfallen över de två resistorerna i kretsen.

- Summan av spänningsfallen U_1 och U_2 i kretsen kommer alltså bli lika med matningsspänningen U. Lite enklare så kan man alltså säga att matningsspänningen U från spänningskällan kommer fördela sig över resistorerna i kretsen.



Exempel på Kirchhoffs spänningslag i en krets. Matningsspänningen från spänningskällan (fördelar sig över de två resistorerna i kretsen. Hur mycket spänning som faller över respektive resistor avgörs av deras resistans, men summan av spänningsfallen kommer alltid bli lika med matningsspänningen.

I detta fall, där matningsspänningen är 10 V, så hamnar 6 V över 6 kΩ:s resistorn, medan resten, alltså 10 – 6 = 4 V, hamnar över 4 kΩ:s resistorn.

- Se figuren till höger, där en matningsspänning på 10 V fördelar sig över två resistorer, en resistor på 6 kΩ och en resistor på 4 kΩ. Notera att resistorvärdena som används i detta exempel inte ligger i E12-serien, men har valts för att lättare kunna demonstrera Kirchhoffs spänningslag; i praktiken så hade vi använt en 5,6 kΩ:s resistor samt en 3,9 kΩ:s resistor.

- Summan av spänningsfallen U_1 och U_2 kommer bli lika med matningsspänningen U från spänningskällan, alltså 10 V, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag.

$$U = U_1 + U_2 = 10\ V$$

- Strömmen i kretsen är 1 mA, vilket medför att spänningsfallet U_1 över 6 kΩ:s resistorn blir 6 V, i enlighet med Ohms lag:

$$U_1 = 6k * 1m = 6\ V$$

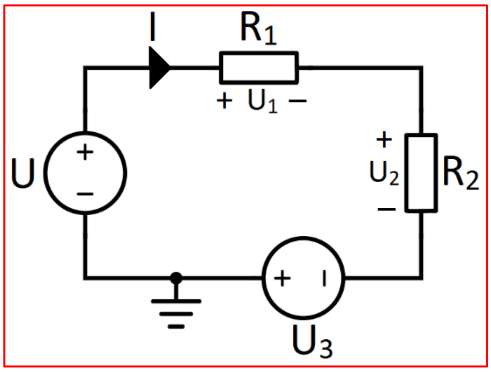
- I detta fall så skulle vi enkelt kunna beräkna spänningsfallet U_2 med Ohms lag, men detta är inte alltid den bästa lösningen, exempelvis om vi hade en seriekoppling över resistorerna. Vi hade då istället kunna använda Kirchhoffs spänningslag; av matningsspänningens 10 V så hamnade 6 V över 6 kΩ:s resistorn, vilket betyder att resten, alltså 10 - 6 = 4 V, faller över 4 kΩ:s-resistorn:

$$U_2 = 10 - U_1 = 10 - 6 = 4\ V$$

- I detta fall kan vi också verifiera resultatet med Ohms lag:

$$U_2 = 4k * 1m = 4\ V$$

Kirchhoffs spänningslag vid flera spänningskällor i en krets:



Ifall en krets innehåller fler än en spänningskälla så gäller att summan av spänningskällornas matningsspänningar (här $U + U_3$) är lika med summan av spänningsfallen över komponenterna i kretsen (här $U_1 + U_2$).

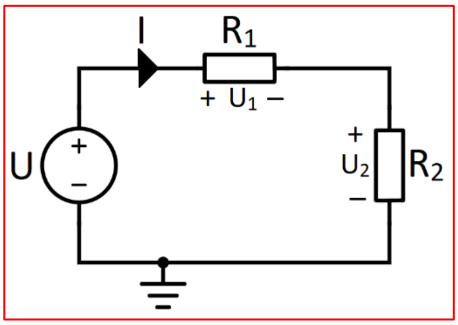
- Ifall en krets innehåller fler än en spänningskälla, såsom figuren till höger, så gäller att summan av spänningskällornas matningsspänningar ett helt varv i kretsen är lika med spänningsfallen över övriga komponenter, här resistorerna.

- I figuren till höger, där vi har lagt till en spänningskälla med matningsspänningen U_3, så gäller alltså följande:

$$U + U_3 = U_1 + U_2$$

där U och U_3 är matningsspänningarna från spänningskällorna och U_1 samt U_2 är spänningsfallen över de två resistorerna i kretsen. Därmed så är alltså summan av matningsspänningarna lika med spänningsfallen ett helt varv i kretsen.

Alternativt uttryck för Kirchhoffs spänningslag:



Kirchhoffs spänningslag kan uttryckas som att summan av alla spänningsfall ett varv i en krets är lika med noll. Då gäller att matningsspänningen från spänningskällan är positiv, eftersom den förser kretsen med spänning, medan spänningsfallen är negativa, eftersom dessa upptar spänning.

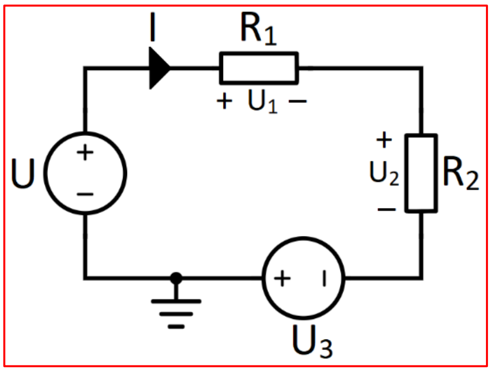
- Kirchhoffs spänningslag kan också uttryckas på ett annat sätt; alla spänningar ett helt varv i en krets lika med noll. Över ett helt varv från en spänningskällas pluspol till minuspol så blir summan av alla spänningar i kretsen lika med noll.

- Då gäller att matningsspänningen från spänningskällan är positiv, eftersom den förser kretsen med spänning, medan spänningsfallen över resistorerna är negativa, eftersom dessa upptar spänning. Detta kan också ses i kretsen, då spänningskällans pluspol är placerad i strömmens riktning, medan spänningsfallen över resistorerna har sin minuspol i strömmens riktning.

- För kretsen till höger så kan alltså Kirchhoffs spänningslag uttryckas med formeln

$$U - U_1 - U_2 = 0$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan och U_1 samt U_2 är spänningsfallen över de två resistorerna i kretsen.



Ifall den alternativa formeln för Kirchhoffs spänningslag används, alltså att summan av alla spänningar ett helt varv i en krets är lika med noll, så är det viktigt att komma ihåg följande:

Matningsspänningarna från spänningskällorna slutar på pluspolen och räknas därför som positiva spänningar, medan spänningsfallen över resistorerna slutar på minuspolen och räknas som negativa spänningar.

- Eventuella ytterligare spänningskällor hade då också räknats som positiva spänningar, då dessa matar kretsen med spänning, medan spänningsfallen räknas som negativa. För kretsen till höger, där vi har två spänningskällor U samt U_3, så gäller alltså att

$$U - U_1 - U_2 + U_3 = 0$$

- Notera att matningsspänningen från spänningskällorna (U samt U_3) räknas som positiva, medan spänningsfallen över resistorerna (U_1 och U_2) räknas som negativa. Detta ser vi också i kretsen, då spänningskällornas polararitet är riktad från minuspolen till pluspolen i strömmens riktning (eftersom dessa matar kretsen med spänning), medan spänningsfallen är riktade från pluspolen till minuspolen i strömmens riktning (såsom är normalfallet för spänningsfall).

- Ifall den alternativa formeln för Kirchhoffs spänningslag används så är det därför viktigt att komma ihåg vilken pol varje spänning slutar på; matningsspänningarna slutar på pluspolen och räknas därför som positiva, medan spänningsfallen över resistorerna (eller övriga komponenter) slutar på minuspolen och räknas därför som negativa.

Kirchhoffs spänningslag vid parallellkoppling i kretsen:

- Ifall vi har en parallellkoppling i kretsen så kommer samma spänning falla över de parallellkopplade resistorerna (gäller också övriga parallellkopplade komponenter). Se kretsen nedan, där vi kan köra två olika varv med Kirchhoffs spänningslag från spänningskällans minuspol till jord, antingen via resistor R_2 eller resistor R_3.

- Vi kan först köra Kirchhoffs spänningslag ett varv via resistor R_2. Matningsspänningen från spänningskällan kommer då bli lika med summan över resistorerna R_1 och R_2, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag:

$$U = U_1 + U_2,$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan, U_1 är spänningsfallet över resistor R_1 och U_2 är spänningsfallet över resistor R_2.

- Därefter kan vi köra Kirchhoffs spänningslag ett varv via resistor R_3. Matningsspänningen från spänningskällan kommer då bli lika med summan över resistorerna R_1 och R_3, i enlighet med Kirchhoffs spänningslag:

$$U = U_1 + U_3,$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan, U_1 är spänningsfallet över resistor R_1 och U_2 är spänningsfallet över resistor R_3.

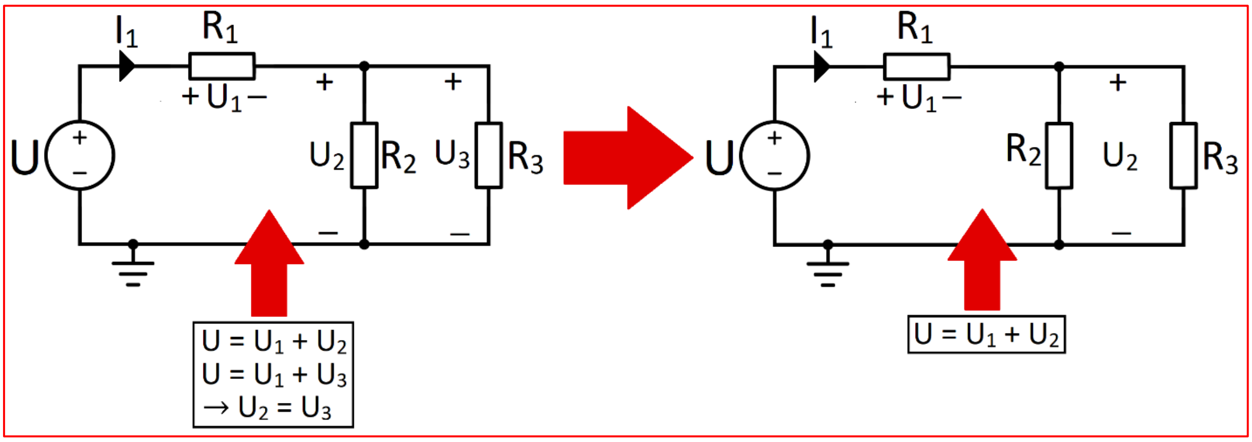
- Genom att sammansätta formlerna ovan får vi formeln

$$U = U_1 + U_2 = U_1 + U_3$$

- Eftersom spänningsfallet U_1 förefaller på båda sidor av formeln så kan vi eliminera detta. Då återstår endast spänningsfallet U_2 och U_3, som förefaller sig vara lika stora, eftersom

$$U_2 = U_3$$

- Därmed så ser vi att spänningsfallet över parallellkopplade resistorer (samt övriga parallellkopplade komponenter) är samma. Det som minskar vid parallellkoppling är istället strömmen som flödar genom resistorerna (samt övriga komponenter), vilket vi har sett tidigare (i enlighet med Kirchhoffs strömlag).

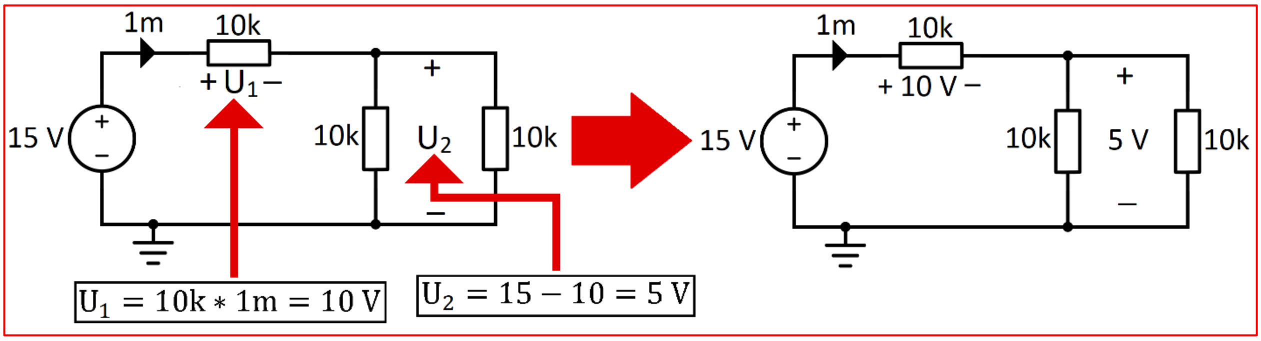


Spänningsfallet över parallellkopplade resistorer är samma, vilket enkelt går att visa med Kirchhoffs spänningslag. Därmed så skrivs spänningsfallet över parallellkopplade resistorer oftast ut mellan de parallellkopplade resistorerna, se spänningsfallet U_2 i den högra figuren ovan.

- Vi kan därför använda Kirchhoffs spänningslag för att enkelt beräkna spänningsfallet över en parallellkoppling i kretsen nedan. Matningsspänningen U från spänningskällan, som är lika med 15 V, kommer falla över 10 kΩ:s resistorn samt parallellkopplingen i enlighet med Kirchhoffs spänningslag; summan av spänningsfallen i kretsen är lika med matningsspänningen, alltså 15 V:

$$U = U_1 + U_2,$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan, U_1 är spänningsfallet över 10 kΩ:s resistorn och U_2 är spänningsfallet över parallellkopplingen, bestående av två 10 kΩ:s resistorer.



I denna krets så används Ohms lag för att beräkna spänningsfallet U_1, medan spänningsfallet U_2 beräknas med Kirchhoffs spänningslag, då 10 V av de 15 V som spänningskällan matar kretsen med upptas av U_1. Då återstår endast 5 V till U_2, vilket leder till att spänningsfallet U_2 över parallellkopplingen är lika med 5 V.

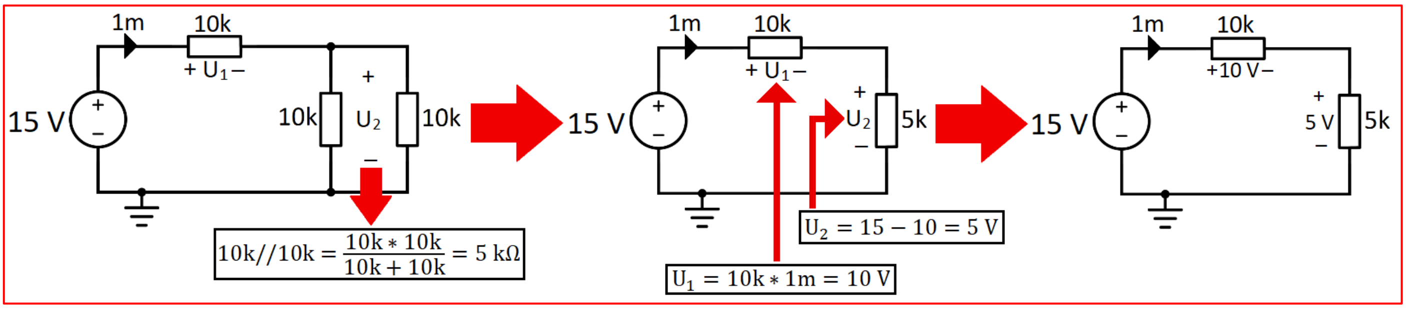
- Eftersom det flödar en ström på 1 mA från spänningskällan genom 10 kΩ:s resistorn så blir spänningsfallet U_1 lika med 10 V i enlighet med Ohms lag, eftersom

$$U_1 = 10k * 1m = 10\ V$$

- Därmed så vet vi att 10 V av de 15 V som spänningskällan matar kretsen med faller över 10 kΩ:s resistorn så hamnar resten, alltså 15 – 10 = 5 V över parallellkopplingen, eftersom

$$U_2 = 15 - 10 = 5\ V$$

- Vi hade också kunnat förenkla kretsen genom att ersätta parallellkopplingen med dess ersättningsresistans för att verifiera resultatet, se den vänstra figuren nedan.



Vi kan enkelt verifiera våra beräkningar genom att förenkla kretsen ovan till vänster. Vi ersätter parallellkopplingen med dess ersättningsresistans, som är lika med 5 kΩ. Därefter så kan vi beräkna spänningsfallet U_1 med Ohms lag, precis som förut. Dock kan vi nu enkelt beräkna spänningsfallet U_2 både med Ohms lag och Kirchhoffs spänningslag. Båda metoder ger samma resultat, alltså att spänningsfallet U_2 är lika med 5 V.

- Som vi har sett tidigare så blir ersättningsresistansen för två parallellkopplade resistorer som är lika stora lika med hälften av dem för sig; därmed så blir ersättningsresistansen 5 kΩ för två seriekopplade resistorer på 10 kΩ, eftersom

$$10k//10k = \frac{10k * 10k}{10k + 10k} = 5\ k\Omega$$

- Därefter så kan vi rita om kretsen till den mittersta figuren nedan. Därefter så kan vi beräkna spänningsfallen U_1 och U_2 med Ohms lag. Eftersom en ström på 1 mA flödar genom 10 kΩ:s resistorn så blir spänningsfallet U_1 lika med 10 V, eftersom

$$U_1 = 10k * 1m = 10\ V$$

- För att beräkna spänningsfallet U_2 så kan vi använda Ohms lag eller Kirchhoffs spänningslag. Eftersom en ström på 1 mA flödar genom 5 kΩ:s resistorn så blir spänningsfallet U_2 lika med 5 V i enlighet med Ohms lag, eftersom

$$U_2 = 5k * 1m = 5\ V$$

- Ännu enklare hade dock varit att använda Kirchhoffs spänningslag. Av de 15 V som spänningskällan matar kretsen med så faller 10 V över 10 kΩ:s resistorn, vilket medför att resten, alltså 15 – 10 = 5 V, faller över ersättningsresistansen (5 kΩ:s resistorn i figuren ovan) i enlighet med Kirchhoffs spänningslag. Därmed så är spänningsfallet U_2 lika med 5 V.

$$U_2 = U - U_1 = 15 - 10 = 5\ V$$

1.2.3 - Analys av likströmskretsar

- Vi skall nu applicera de spännings- och strömlagar vi har sett tidigare för att analysera likströmskretsar.

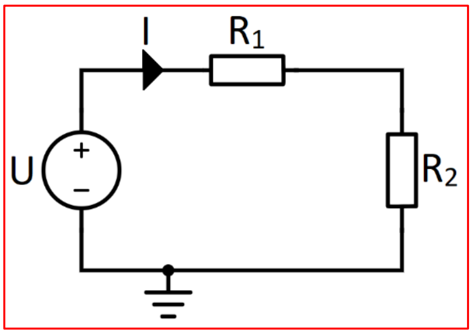
- I samtliga exempel så kommer vi använda resistorvärden som inte finns i E12-serien. För att göra beräkningarna lättare med mindre decimaler och avrundningar så används istället resistorvärden som utgörs av heltal, exempelvis 2 kΩ eller 3 kΩ (i praktiken hade vi fått använda närmaste värde, vilket i detta fall är 2,2 kΩ samt 3,3 kΩ).

Exempel 1:

- Kretsen till höger har följande data:

  $U = 10$ V; $I = 2$ mA; $R_2 = 3$ kΩ;

  a) Beräkna den totala resistansen i kretsen.



Likströmskrets med en seriekoppling bestående av två resistorer, R_1 och R_2.

- **Svar:** Vi använder Ohms lag. R_{TOT} är den totala resistansen i kretsen och är lika med matningsspänningen U från spänningskällan delat på strömmen I genom kretsen. Vi ser då att den totala resistansen i kretsen är 5 kΩ, eftersom

$$R_{TOT} = \frac{U}{I} = \frac{10}{2m} = 5\ k\Omega$$

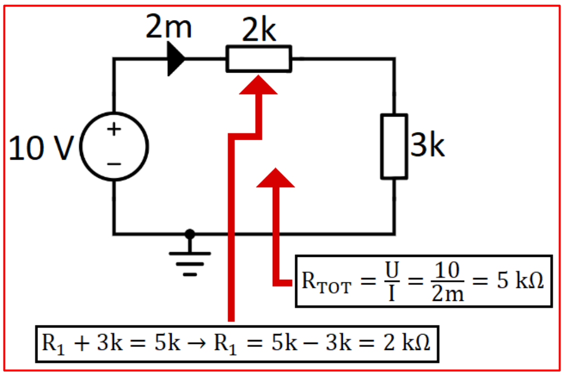
  b) Beräkna värdet på resistor R_1.

- **Svar:** Resistorerna R_1 och R_2 utgör en seriekoppling, så den totala resistansen R_{TOT} i kretsen är lika med summan av de två resistorerna i kretsen:

$$R_{TOT} = R_1 + R_2 \rightarrow 5k = R_1 + 3k$$

- R_1 är därför lika med R_{TOT} minus R_2, alltså 5k – 3k = 2 kΩ, eftersom

$$R_1 = 5k - 3k = 2\ k\Omega$$



Eftersom den totala resistansen i kretsen är lika med 5 kΩ och de två resistorerna R_1 och R_2 är seriekopplade så blir summan av deras resistanser 5 kΩ. Eftersom resistor R_2 är 3 kΩ så måste resistor R_1 vara 2 kΩ.

  c) Beräkna spänningsfallet över respektive resistorer i kretsen.

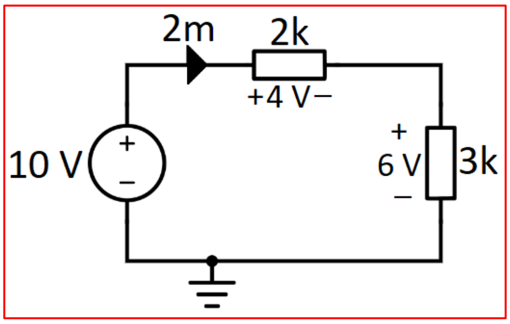
- **Svar:** Vi använder Ohms lag lokalt över resistorerna; vi beräknar spänningsfallen över resistorerna genom att multiplicera resistorernas respektive resistans med strömmen som flödar genom dem, vilket i båda fall är strömmen I, då resistorerna är seriekopplade.

- Spänningsfallet U_{R1} över resistor R_1 är lika med resistor R_1:s resistans (2 kΩ) multiplicerat med strömmen genom den, vilket är strömmen I (2 mA):

$$U_{R1} = R_1 * I = 2k * 2m = 4\ V$$

- Vi beräknar spänningsfallet U_{R1} över resistor R_1 på samma sätt; U_{R1} är lika med resistor R_2:s resistans (3 kΩ) multiplicerat med strömmen genom den, vilket är strömmen I (2 mA):

$$U_{R2} = R_2 * I = 3k * 2m = 6\ V$$



Spänningsfallet över respektive resistor beräknas enkelt med Ohms lag applicerat lokalt; spänningsfallet är lika med resistorns resistans multiplicerat med strömmen som flödar genom den.

Genom att avläsa värdena ur kretsen ovan så kan man enkelt beräkna spänningsfallet över respektive resistorer till 4 V respektive 6 V.

d) Beräkna den totala effektutvecklingen i kretsen.

- **Svar:** Vi använder effektlagen; den totala effektutvecklingen P_{TOT} i kretsen är lika med matningsspänningen U från spänningskällan multiplicerat med strömmen I genom kretsen:

$$P_{TOT} = U * I = 10 * 2m = 20\ mW$$

e) Beräkna effektutvecklingen i resistor R_1 och R_2. Ser du något samband mellan summan av effektutvecklingen i resistorerna och den totala effektutvecklingen i kretsen?

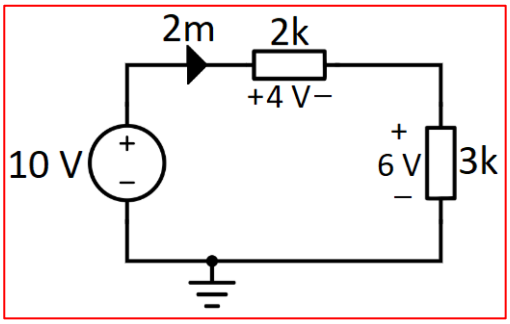
- **Svar:** Vi använder effektlagen lokalt över resistorerna:

- Effektutvecklingen P_1 genom resistorer R_1 i är lika med spänningsfallet U_1 över resistorn multiplicerat med strömmen I genom den:

$$P_1 = U_1 * I = 6 * 2m = 12\ mW$$

- Effektutvecklingen P_2 genom resistorer R_2 i är lika med spänningsfallet U_2 över resistorn multiplicerat med strömmen I genom den:

$$P_2 = U_2 * I = 4 * 2m = 8\ mW$$



För att beräkna den totala effektutvecklingen i kretsen samt effektutvecklingen i varje resistor så använder vi effektlagen.

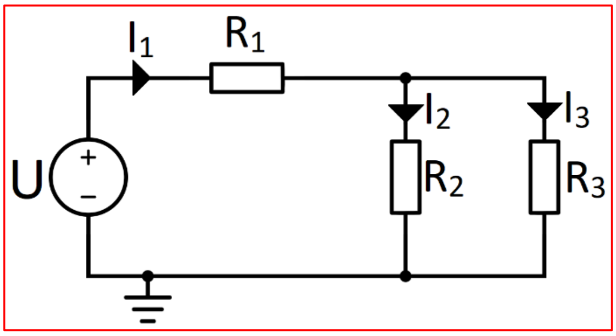
För att beräkna den totala effektutvecklingen i kretsen så multiplicerar vi matningsspänningen från spänningskällan med strömmen som flödar genom den.

För att beräkna effektutvecklingen i resistorerna så multiplicerar vi spänningsfallet över respektive resistor med strömmen som flödar genom den.

- Summan av effektutvecklingen i resistorerna ($P_1 + P_2$) är lika med den totala effektutvecklingen P_{TOT} i kretsen. Detta beror givetvis på att det är i resistorerna som effektutvecklingen sker.

- Detta hade också varit fallit om övriga komponenter, exempelvis dioder eller transistorer, hade funnits i en krets. Vi ser därmed att effektutvecklingen sker i komponenterna, men vi kan räkna ihop dem till en total summa genom att använda effektlagen; den totala effektutvecklingen i en krets är lika med matningsspänningen från kretsens spänningskälla (summan ifall det finns flera seriekopplade spänningskällor) multiplicerat med strömmen som flödar genom den (samma ström kommer flöda genom spänningskällorna även om det är flera, då dessa är seriekopplade).

Exempel 2:



Likströmskrets med en resistor R_1, som är seriekopplad med en parallellkoppling, som utgörs av resistor R_2 och R_3.

- Kretsen till höger har följande data:

  U = 16 V; R_1 = 5 kΩ; R_2 = 4 kΩ; R_3 = 12 kΩ

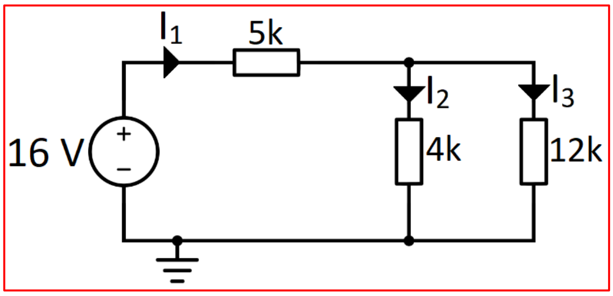
  a) Beräkna strömmen I_1.

- **Svar:** Vi använder Ohms lag, där R_{TOT} är den totala resistansen i kretsen.

- Strömmen I_1 som flödar från spänningskällan är lika med matningsspänningen U från spänningskällan dividerat på den totala resistansen i kretsen R_{TOT}:

$$I_1 = \frac{U}{R_{TOT}} = \frac{16}{R_{TOT}},$$

där matningsspänningen U är lika med 16 V, medan R_{TOT} måste beräknas genom att förenkla kretsen.

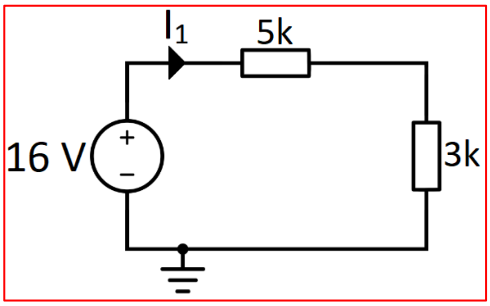


Likströmskretsen ovan med alla värden utskrivna. För att beräkna strömmen I_1 så måste vi förenkla kretsen så att endast en resistor återstår. Det första vi måste göra är att ersätta parallellkopplingen med dess ersättningsresistans R_p.

- Vi ritar ut kretsen med alla värden till höger. Kretsen består av resistor R_1 i serie med en parallellkoppling bestående av resistorerna R_2 och R_3. Vi skall förenkla kretsen så att endast en resistor återstår. Denna resistors värde är lika med den totala resistansen i kretsen, alltså R_{TOT}

- Vi förenklar först kretsen genom att ersätta de parallellkopplade resistorerna med deras ersättningsresistans, som vi kan kalla R_p.

$$R_p = R_2//R_3 = \frac{4k * 12k}{4k + 12k} = 3\ k\Omega$$



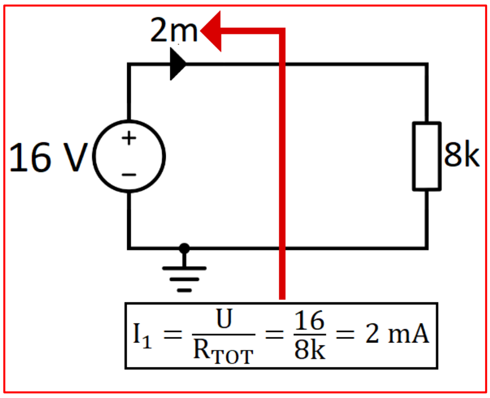
Här har kretsen ovan förenklats genom att de parallellkopplade resistorerna har ersatts med sin ekvivalenta ersättningsresistans R_p (3 kΩ:s resistorn).

- Därefter kan vi rita om kretsen såsom figuren till höger, där de parallellkopplade resistorerna R_2 och R_3 har blivit ersatta med deras ersättningsresistans R_p (3 kΩ:s resistorn).

- Nu består kretsen utav två seriekopplade resistorer R_1 och R_p, som är 5 kΩ respektive 3 kΩ. Vi kan ersätta dessa resistorer med en ersättningsresistans, som är lika med summan av dem.

- Efter att ha gjort denna förenkling så återstår endast en resistor, vilket betyder att denna resistor är lika med kretsens totala resistans R_{TOT}.

$$R_{TOT} = R_1 + R_p = 5k + 3k = 8\ k\Omega$$



- Vi kan därefter rita om kretsen såsom figuren till höger. Vi kan nu enkelt beräkna strömmen I_1 i kretsen med Ohms lag; I_1 är lika med matningsspänningen från spänningskällan dividerat på den totala resistansen R_{TOT} i kretsen:

$$I_1 = \frac{U}{R_{TOT}} = \frac{16}{8k} = 2\ mA$$

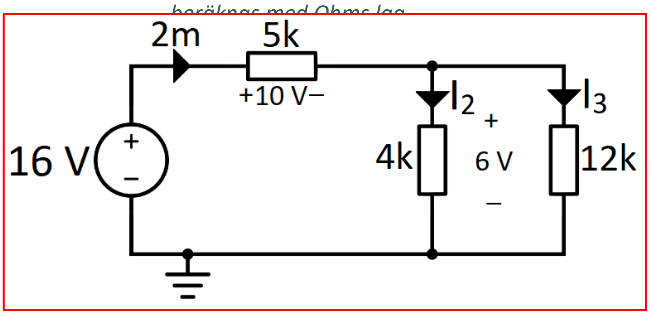
- Återigen beräknade vi strömmarna till ett värde i enheten mA, eftersom vi använda resistorvärden i enheten kΩ under beräkningen.

b) Spänningsfallet U_1 över resistorn R_1.

- **Svar:** Vi använder Ohms lag lokalt över resistor R_1, se figuren till höger; spänningsfallet över resistor R_1 är lika med dess resistans (5 kΩ) multiplicerat med strömmen som flödar genom den (2 mA):

$$U_1 = R_1 * I = 5k * 2m = 10\ V$$

Efter att ha förenklat kretsen så att endast en resistor återstår så kan strömmen I_1 enkelt beräknas med Ohms lag



Spänningskällan förser kretsen med en matningsspänning på 16 V. Dessa 16 V kommer fördela sig över resistor R_1 (5 kΩ:s resistorn) samt parallellkopplingen.

*Spänningsfallet över resistor R_1 (5 kΩ:s resistorn) är lika med dess resistans (5 kΩ) multiplicerat med strömmen som flödar genom den (2 mA). Därmed blir spänningsfallet lika med 5k * 2m = 10 V.*

Därmed så faller 10 V av matningsspänningen över resistor R_1. Resten, alltså 16 – 10 = 6 V, faller över parallellkopplingen.

c) Spänningsfallet U_2 över resistor R_2 och R_3 (parallellkopplingen).

- **Svar:** Vi kan använda Kirchhoffs spänningslag, där vi enkelt kan beräkna spänningsfallet U_2 till 6 V; spänningskällan förser kretsen med en matningsspänning på 16 V, varav 10 V faller över resistor R_1. Då återstår 16 – 10 = 6 V, som faller över parallellkopplingen, se figuren till höger:

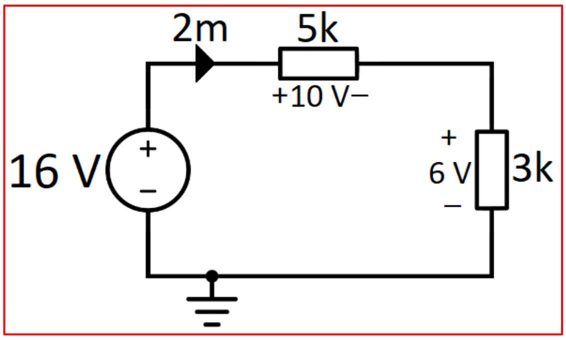
$$U_2 = U - U_1 = 16 - 10 = 6\ V$$

- Vi kan också använda Ohms lag ihop med den förenklade kretsen till höger, där parallellkopplingen har blivit ersatt med dess ekvivalenta resistans, vilket är 3 kΩ.

- Spänningsfallet över parallellkopplingens ersättningsresistans R_p (3 kΩ) är samma som parallellkopplingen, just på grund av att ersättningsresistansen är den ekvivalenta motsvarigheten till parallellkopplingen.

- Vi kan beräkna detta spänningsfall med Ohms lag i figuren ovan eller med Kirchhoffs spänningslag.

- Om vi väljer att använda Ohms lag så använder vi denna lag lokalt över parallellkopplingens ersättningsresistans R_p; spänningsfallet över resistor R_p är lika med dess resistans (3 kΩ) multiplicerat med strömmen som flödar genom den (2 mA):



*Vi kan också beräkna spänningsfallet över parallellkopplingen med Ohms lag ifall vi beräknar på det förenklade schemat ovan. Spänningsfallet U_2 över parallellkopplingen är lika med dess ersättningsresistans R_p (3 kΩ:s resistorn) multiplicerat med strömmen som flödar genom den (2 mA). Därmed blir spänningsfallet U_2 lika med 3k * 2m = 6 V.*

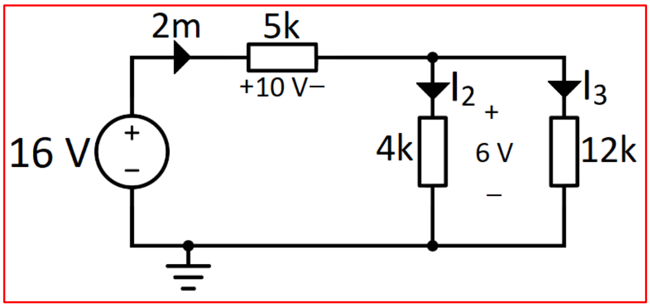
$$U_2 = R_2 * I = 3k * 2m = 6\ V$$

d) Den totala effektutvecklingen P_{TOT} i kretsen.

- **Svar:** Vi använder effektlagen; den totala effektutvecklingen P_{TOT} i kretsen är lika med matningsspänningen U från spänningskällan multiplicerat med strömmen I som flödar genom den:

$$P_{TOT} = U * I = 16 * 2m = 32\ mW$$

e) Strömmarna som flödar genom de parallellkopplade resistorerna (I_2 och I_3).



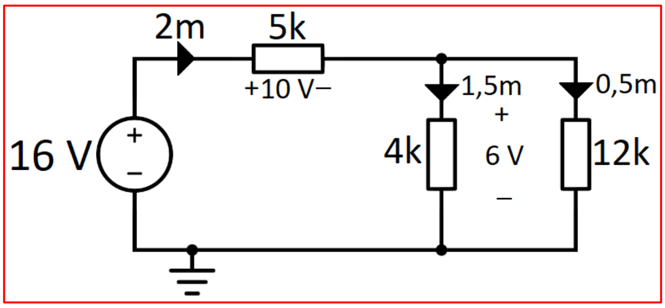
Strömmarna I_2 och I_3 som flödar genom de parallellkopplade resistorerna beräknas enkelt med Ohms lag; strömmen genom respektive resistor är lika med spänningsfallet över resistorn (6 V) dividerat med resistorns resistans.

- **Svar:** Vi kan beräkna strömmarna med Ohms lag, alternativt en kombination av Ohms lag och Kirchhoffs strömlag.

- Enklast är att använda Ohms lag. Vi vet att spänningsfallet över de parallellkopplade resistorerna är 6 V. Strömmen som flödar genom respektive resistor är lika med spänningsfallet över resistorn dividerat med dess resistans.

- Vi börjar med strömmen I_2, som flödar genom resistor R_2 (4 kΩ:s resistorn; strömmen I_2 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_2 (6 V) dividerat med dess resistans (4 kΩ), vilket är 1,5 mA, eftersom

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6}{4k} = 1{,}5\ mA$$



Strömmen I_2 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_2 (6 V) dividerat med dess resistans (4 kΩ), vilket blir 6 / 4k = 1,5 mA.

Strömmen I_3 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_3 (6 V) dividerat med dess resistans (12 kΩ), vilket blir 6 / 12k = 0,5 mA.

Vi hade också kunnat beräkna strömmen I_3 med Kirchhoffs spänningslag; eftersom strömmen I_1 är 2 mA och delas upp i två delar, där den ena delen (strömmen I_2) är 1,5 mA, så måste den andra delen (strömmen I_3) bli 2m – 1,5m = 0,5 mA.

- Vi gör sedan samma för strömmen I_3, som flödar genom resistor R_3 (12 kΩ:s resistorn; strömmen I_3 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_3 (6 V) dividerat med dess resistans (12 kΩ), vilket är 0,5 mA, eftersom

$$I_2 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{6}{12k} = 0{,}5\ mA$$

- Vi hade också kunnat beräkna strömmen I_3 med Kirchhoffs strömlag. Enligt Kirchhoffs strömlag så är strömmen I_1 som flödar till noden ovanför resistor R_2 (4 kΩ:s resistorn) lika med summan av strömmarna som flödar från denna nod, alltså summan av I_2 och I_3. Vi kan sätta samman detta till en formel:

$$I_1 = I_2 + I_3,$$

där I_1 är strömmen som flödar från spänningskällan till noden ovanför resistor R_2 och I_2 samt I_3 är strömmarna som flödar genom de parallellkopplade resistorerna.

- Vi vet sedan tidigare att strömmen I_1 är lika med 2 mA samt att strömmen I_2 är lika med 1,5 mA. Om vi sätter in dessa värden i formeln ovan så får vi ekvationen

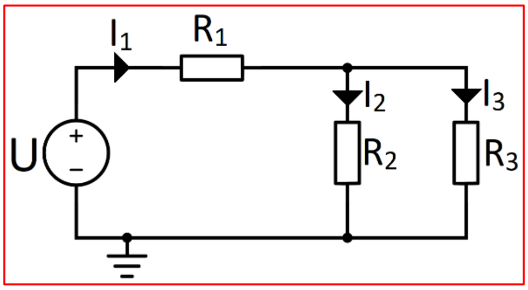
$$2m = 1{,}5m + I_3$$

- Vi ser då att strömmen I_3 är lika med 1,5 mA, eftersom

$$I_3 = 2m - 1{,}5m = 0{,}5\ mA$$

- Vi hade också kunnat räkna ut detta rent intuitivt; strömmen I_1, som är 2 mA, delas upp i två delar, varav den ena delen (strömmen I_2) är 1,5 mA. Då måste den andra delen (strömmen I_3) bli resterande ström, alltså 2m – 1,5m = 0,5 mA.

Exempel 3:



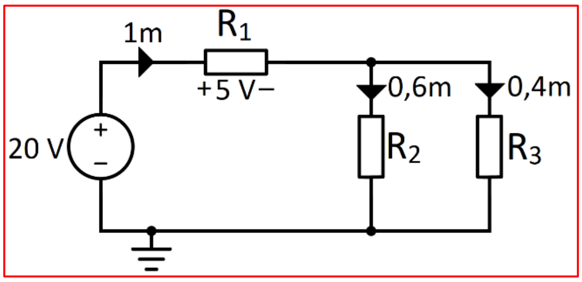
Likströmskretsen i exempel 3.

- För kretsen till höger gäller att U = 20 V, I_1 = 1 mA, I_3 = 0,4 mA. Spänningsfallet U_1 över resistor R_1 är 5 V.

  a) Beräkna strömmen I_2.

- **Svar:** Som synes så delas strömmen I_1 upp i två delar, I_2 och I_3. Eftersom strömmen I_3 är lika med 0,4 mA så måste strömmen I_2 vara resterande del, alltså 1m – 0,4m = 0,6 mA.

$$I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow \; I_2 = I_1 - I_3 = 1m - 0{,}4m = 0{,}6\; mA$$



Likströmskretsen ovan med samtliga kända storheter utritade. Strömmen I_1 delas upp i två delar, I_2 och I_3, i noden ovanför resistor R_2. Eftersom I_1 är 1 mA och strömmen I_3 är 0,4 mA så måste I_2 vara resterande ström, alltså 1m – 0,4m = 0,6 mA.

  b) Den totala effektutvecklingen i hela kretsen.

- **Svar:** Vi använder effektlagen; den totala effektutvecklingen P_{TOT} i kretsen är lika med matningsspänningen U från spänningskällan (20 V) multiplicerat med strömmen I_1 som flödar genom den (1 mA):

$$P_{TOT} = U * I_1 = 20 * 1m = 20\; mW$$

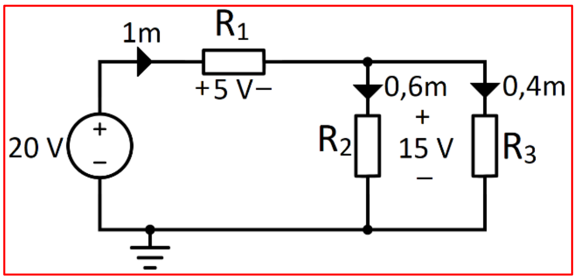
  c) Spänningsfallen U_{R2} och U_{R3} över resistorerna R_2 och R_3.

- **Svar:** R_2 och R_3 är parallellkopplade, vilket medför att spänningsfallen över dem är lika stora. Vi kallar detta spänningsfall U_2.

- Kirchhoffs spänningslag säger matningsspänningen från spänningskällan (20 V) är lika med summan av spänningsfallen i kretsen, alltså summan av U_1 och U_2:

$$U = U_1 + U_2,$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan, som är 20 V, U_1 är spänningsfallet över resistor R_1, som är 5 V.



Matningsspänningen från spänningskällan (20 V) fördelar sig över resistor R_1 samt parallellkopplingen. Eftersom 5 V faller över resistor R_2 så måste resterande del, alltså 20–5 = 15 V, falla över parallellkopplingen.

- Genom att sätta in värden i formeln ovan så får vi fram ekvationen

$$20 = 5 + U_2$$

- Eftersom matningsspänningen på 20 V delar upp sig i spänningsfallen U_1 och U_2, där U_1 är 5 V, så måste U_2 vara resterande del av matningsspänningen, alltså 20 – 5 = 15 V.

$$U_2 = 20 - 5 = 15\; V$$

  d) Resistorerna R_1, R_2 och R_3.

- **Svar:** Vi använder Ohms lag lokalt över resistorerna; vi beräknar resistansen genom att använda oss utav spänningsfallen över resistorerna samt strömmarna som flödar genom dem, kolla figuren ovan till höger.

- Värdet på resistor R_1 är lika med spänningsfallet U_1 över den (5 V) dividerat med strömmen I_1 som flödar genom den (1 mA):

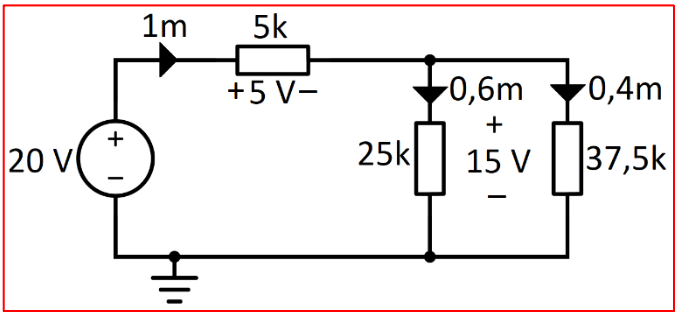
$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{5}{1m} = 5\; k\Omega$$

- Värdet på resistor R_2 är lika med spänningsfallet U_2 över den (15 V) dividerat med strömmen I_2 som flödar genom den (0,6 mA):

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{15}{0{,}6m} = 25\ k\Omega$$

- Värdet på resistor R_3 är lika med spänningsfallet U_2 över den (15 V) dividerat med strömmen I_3 som flödar genom den (0,4 mA):

$$R_3 = \frac{U_2}{I_3} = \frac{15}{0{,}4m} = 37{,}5\ k\Omega$$



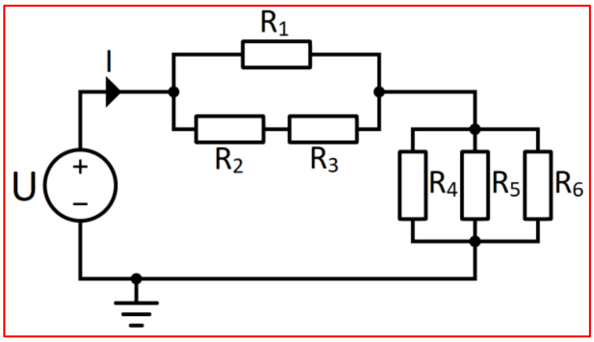
Värdena på resistorerna beräknades enkelt med Ohms lag; värdet på respektive resistor är lika med spänningsfallet över resistorn dividerat med strömmen som flödar genom den. Genom att läsa av storheterna i kretsen så kan vi enkelt beräkna resistorernas resistans.

Exempel 4:

- Kretsen till höger har följande data:

I = 2 mA; R_1 = 8 kΩ; R_2 = 4 kΩ;
R_3 = 4 kΩ; R_4 = 20 kΩ; R_5 = R_6 = 40 kΩ

a) Beräkna matningsspänningen U från spänningskällan.



Likströmskretsen i exempel 4.

- **Svar:** Vi använder Ohms lag; matningsspänningen U från spänningskällan är lika med den totala resistansen R_{TOT} i kretsen multiplicerat med strömmen I som flödar genom spänningskällan, se figuren till höger:

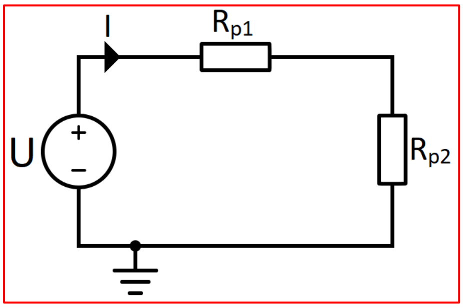
$$U = R_{TOT} * I,$$

där U är matningsspänningen från spänningskällan, R_{TOT} är den totala resistansen i kretsen och I är strömmen som flödar genom spänningskällan.

- För att beräkna R_{TOT} så måste vi förenkla kretsen så att endast en resistor återstår. I kretsen finns två parallellkopplingar, låt oss kalla deras ersättningsresistanser för R_{p1} och R_{p2}. Dessa ersättningsresistanser kan tänkas vara seriekopplade, såsom figuren till höger:

$$R_{TOT} = R_{p1} + R_{p2},$$

där R_{p1} är ersättningsresistansen för den första parallellkopplingen (R_1 // (R_2 + R_3) och R_{p2} är ersättningsresistansen för den andra parallellkopplingen (R_4 // R_5 // R_6).



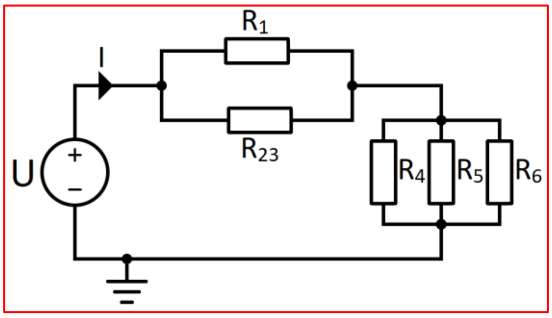
Vi kan förenkla kretsen genom att ersätta parallellkopplingarna med sina respektive ersättningsresistanser R_{p1} och R_{p2}.

1. Vi börjar med att beräkna ersättningsresistansen R_{p1}, som består av resistor R_1, R_2 och R_3.

- R_2 och R_3 är seriekopplade, så vi beräknar dem först:

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 4k + 4k = 8\ k\Omega$$

- Vi kan därefter rita om kretsen enligt figuren nedan.

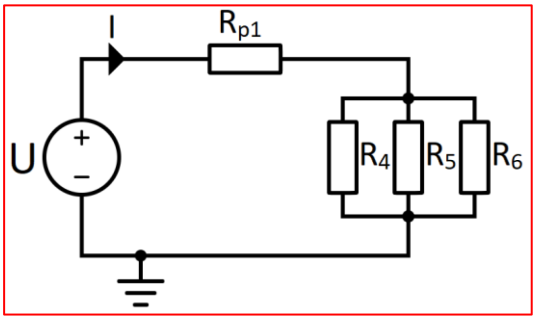


Kretsen har blivit förenklad genom att de seriekopplade resistorerna R_2 och R_3 har blivit ersatta med deras ekvivalenta ersättningsresistans R_{23}.

- Vi beräknar sedan ersättningsresistansen R_{p1} för parallellkopplingen bestående av resistor R_1 och R_{23}, som är lika med 4 kΩ, eftersom

$$R_{p1} = R_1 // R_{23} = 8k // 8k = \frac{8k * 8k}{8k + 8k} = 4\ k\Omega$$

- Vi kan därefter rita om kretsen enligt figuren nedan.



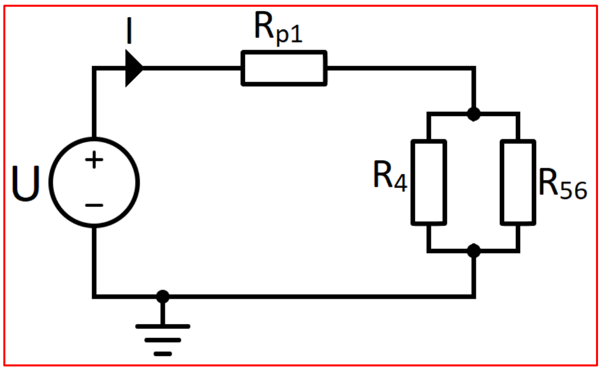
Genom att ersätta de parallellkopplade resistorerna R_1 och R_{23} med deras ekvivalenta ersättningsresistans R_{p1} så kan kretsen förenklas enligt figuren ovan.

2. Vi beräknar nu parallellkopplingen $R_{p2} = R_4 // R_5 // R_6$. För att göra det enkelt för oss själva beräknar vi två resistorer i taget.

- Vi börjar med $R_5//R_6$, som vi nedan kallas R_{56}, och beräknar sedan $R_4//R_{56}$.

$$R_{56} = R_5//R_6 = 40k//40k = \frac{40k * 40k}{40k + 40k} = 20\ k\Omega$$

- Vi kan därefter rita om kretsen enligt figuren nedan.

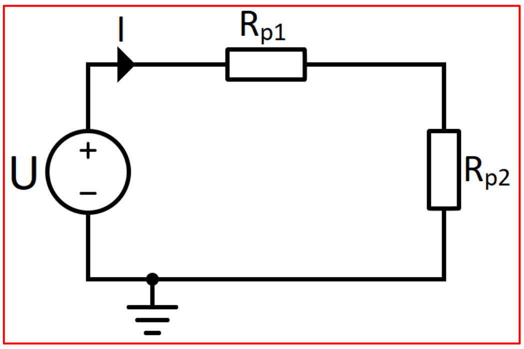


Genom att beräkna ersättningsresistansen R_{56} för de parallellkopplade resistorerna R_5 och R_6 så kan kretsen förenklas till figuren ovan. Därefter kan vi beräkna ersättningsresistansen R_{p2} för de parallellkopplade resistorerna R_4 och R_{56} på samma sätt.

- Därefter beräknar vi ersättningsresistansen R_{p2}, som alltså är detsamma som $R_4//R_{56}$, eftersom $R_{56} = R_5//R_6$.

$$R_{p2} = R_4//R_{56} = 20k//20k = \frac{20k * 20k}{20k + 20k} = 10\ k\Omega$$

- Vi kan därefter rita om kretsen enligt figuren nedan.

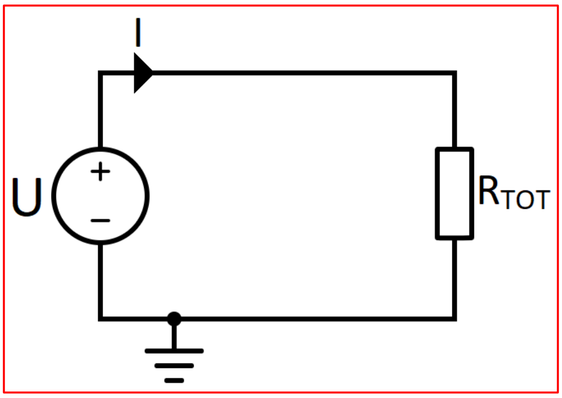


Genom att ersätta de parallellkopplade resistorerna R_4 och R_{56} med deras ekvivalenta ersättningsresistans R_{p2} så kan kretsen förenklas till figuren ovan. Nu återstår endast två seriekopplade resistorer R_{p1} och R_{p2}, vars ersättningsresistans är lika med den totala resistansen R_{TOT} i kretsen.

3. De två resistorerna R_{p1} och R_{p2} är seriekopplade. Vi beräknar den totala resistansen i kretsen, alltså ersättningsresistansen för resistorerna ovan:

$$R_{TOT} = R_{p1} + R_{p2} = 4k + 10k = 14\ k\Omega$$

- Vi kan därefter rita om kretsen enligt figuren nedan.



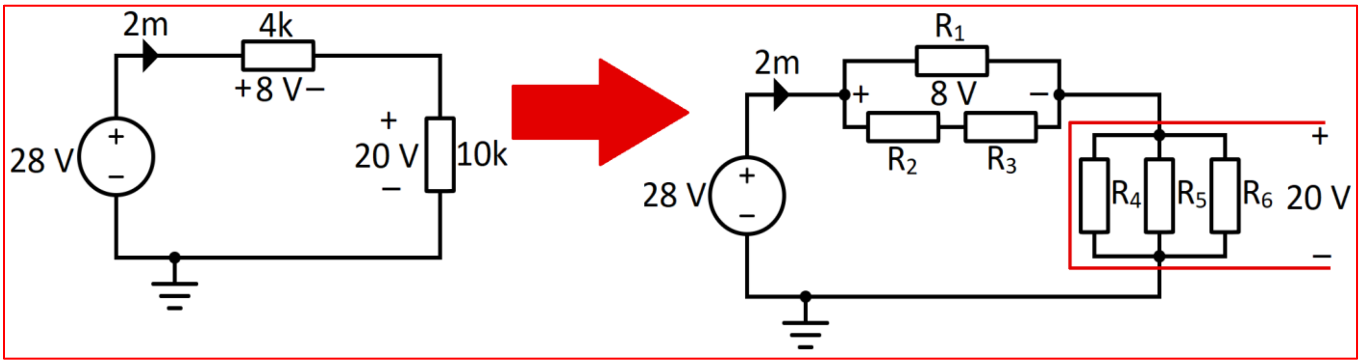
Nu återstår endast en resistans, R_{TOT}, vilket är den totala resistansen i kretsen. Eftersom vi vet hur stor strömmen I är så kan vi enkelt beräkna matningsspänningen U från spänningskällan med Ohms lag.

4. Sen beräknar vi matningsspänningen U från spänningskällan i kretsen med Ohms lag; matningsspänningen U är lika med den totala resistansen R_{TOT} i kretsen (14 kΩ) multiplicerat med strömmen I som flödar genom spänningskällan (2 mA). Därmed så blir matningsspänningen U lika med 28 V, eftersom

$$U = R_{TOT} * I = 14k * 2m = 28\,V$$

b) Beräkna spänningsfallet U_1 över den första parallellkopplingen $R_{p1} = R_1//(R_2 + R_3)$ samt spänningsfallet U_2 över den andra parallellkopplingen $R_{p2} = R_4//R_5//R_6$.

- **Svar:** För att beräkna spänningsfallet över respektive parallellkoppling så använder vi den förenklade kretsen där parallellkopplingarna har ersatts med sina respektive ersättningsresistanser R_{p1} samt R_{p2}, se den vänstra figuren nedan. Då kan vi enkelt beräkna respektive spänningsfall med Ohms lag. De spänningsfall som ligger över respektive ersättningsresistans är samma som spänningsfallet över respektive parallellkoppling i den högra figuren nedan, vilket medför att de värden vi beräknar i den vänstra kretsen direkt kan överföras till den högra kretsen. dessa spänningsfall



För att beräkna spänningsfallet över respektive parallellkoppling i kretsen till höger så kan vi utföra beräkna beräkningar på det förenklade schemat till vänster. Vi använder då Ohms lag för att beräkna spänningsfallen och överför därefter dessa på den egentliga kretsen till höger.

- Spänningsfallet U_1 över den första parallellkopplingen $R_{p1} = R_1//(R_2 + R_3)$ kan enkelt beräknas med Ohms lag ur den förenklade kretsen till vänster ovan; U_1 är lika med ersättningsresistansen R_{p1} (4 kΩ) multiplicerat med strömmen I som flödar genom denna (2 mA). Därmed så blir U_1 lika med 8 V, eftersom

$$U_1 = R_{p1} * I = 4k * 2m = 8\,V$$

- Spänningsfallet U_2 över den andra parallellkopplingen $R_{p2} = R_4//R_5//R_6$ kan också beräknas Ohms lag ur den förenklade kretsen till vänster ovan; U_2 är lika med ersättningsresistansen R_{p2} (10 kΩ) multiplicerat med strömmen I som flödar genom denna (2 mA). Därmed så blir U_2 lika med 20 V, eftersom

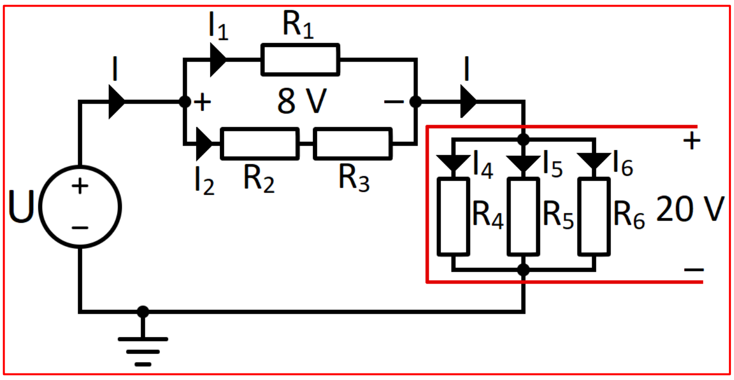
$$U_2 = R_{p2} * I = 10k * 2m = 20\ V$$

- Vi hade givetvis kunnat beräkna spänningsfallet U_2 med Kirchhoffs spänningslag; eftersom matningsspänningen U (28 V) är lika med summan av spänningsfallen U_1 och U_2 och vi tidigare beräknade U_1 till 8 V så måste U_2 vara resterande spänning, alltså 28 – 8 = 20 V, eftersom

$$U = U_1 + U_2 \rightarrow U_2 = U - U_1 = 28 - 8\ V = 20\ V$$

c) Beräkna strömmarna I_1 och I_2, som flödar genom R_1 respektive R_2 och R_3.

- **Svar:** Strömmen I kommer delas upp i två delar, I_1 och I_2, där I_1 flödar genom resistor R_1 och I_2 flödar genom R_2 och R_3.



Strömmarna I_1 och I_2 kan enkelt beräknas med en kombination av Ohms lag och Kirchhoffs spänningslag; eftersom vi vet att spänningsfallet U_1 över resistor R_1 är 8 V, så kan strömmen I_1 beräknas med Ohms lag. Därefter så kan vi enkelt beräkna strömmen I_2 med Kirchhoffs strömlag, då vi vet att strömmen I är lika med summan av I_1 och I_2, vilket betyder att I_2 är lika med strömmen I minus I_1.

- Kirchhoffs strömlag säger att strömmen I är lika med summan av strömmarna I_1 och I_2:

$$I = I_1 + I_2$$

- Strömmarna I_1 och I_2 beräknas enkelt med Ohms lag, då vi beräknade spänningsfallet över U_1 till 8 V i förra uppgiften.

- Strömmen I_1 är lika med spänningsfallet U_1 över resistor R_1 (8 V) dividerat på dess resistans (8 kΩ), vilket blir 1 mA, eftersom

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{8}{8k} = 1\ mA$$

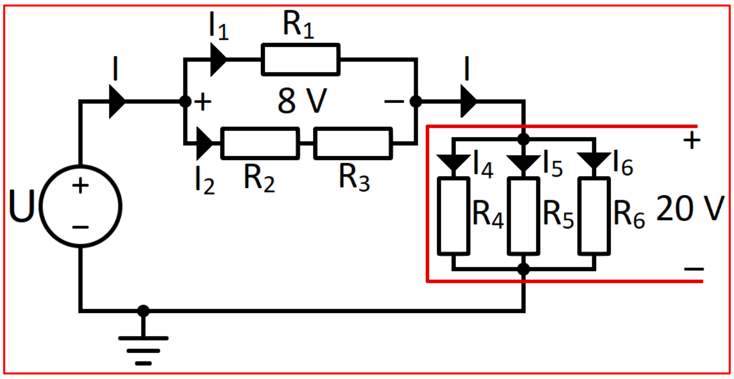
- Återigen beräknade vi strömmen till ett värde i enheten mA, eftersom vi använda resistorvärden i enheten kΩ under beräkningen.

- Strömmen I_2 genom resistor R_2 och R_3 beräknar vi enklast med Kirchhoffs strömlag; strömmen I, som är 2 mA, delas upp i två delar, I_1 och I_2, där vi just beräknade strömmen I_1 till 1 mA. Då måste strömmen I_2 vara resterande ström, alltså 2m – 1m = 1 mA, eftersom

$$I = I_1 + I_2 \rightarrow I_2 = I - I_1 = 2m - 1m = 1\ mA$$

d) Beräkna strömmarna I_4, I_5 och I_6 som flödar genom R_4 respektive R_5 och R_6.

- **Svar:** Dessa strömmar beräknas också med Ohms lag. Vi vet att spänningsfallet U_2 över de tre resistorerna är 20 V. För att beräkna respektive ström så dividerar vi spänningen 20 med respektive resistors resistans:



Strömmarna I_4, I_5 och I_6 beräknas enkelt med Ohms lag; eftersom vi vet att spänningsfallet över respektive resistor är 20 V så behöver vi bara dividera med respektive resistors resistans för att beräkna strömmen som flödar genom respektive resistor.

- Strömmen I_4 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_4 (20 V) dividerat med dess resistans (20 kΩ), vilket blir 1 mA, eftersom

$$I_4 = \frac{U_2}{R_4} = \frac{20}{20k} = 1\ mA$$

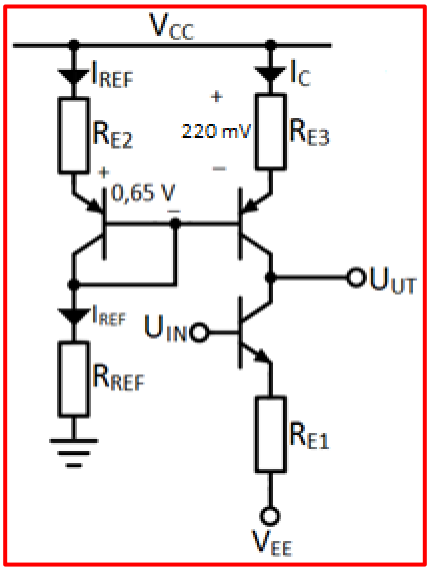
- Strömmen I_5 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_5 (20 V) dividerat med dess resistans (40 kΩ), vilket blir 0,5 mA, eftersom

$$I_5 = \frac{U_2}{R_5} = \frac{20}{40k} = 0{,}5\ mA$$

- Eftersom resistor R_6 är lika stor som resistor R_5 (40 kΩ), samtidigt som spänningsfallet över dessa resistorer är samma (20 V) så kommer strömmen I_6 bli lika stor som strömmen I_5, alltså 0,5 mA. Givetvis kan vi också beräkna detta på samma sätt som vi beräknade strömmen I_5; strömmen I_6 är lika med spänningsfallet U_2 över resistor R_6 (20 V) dividerat med dess resistans (40 kΩ), vilket blir 0,5 mA, eftersom

$$I_6 = \frac{U_2}{R_6} = \frac{20}{40k} = 0{,}5\ mA$$

Exempel 5:



Spänningsförstärkare med en enkel strömspegel som last.

- Figuren till höger visar en spänningsförstärkare, som innehåller en strömspegel för ökad spänningsförstärkning. Matningsspänningen V_{CC}/V_{EE} är ± 15 V. Kollektorströmmen I_C som flödar genom spänningsförstärkaren skall sättas till 10 mA.

- Storleken på kollektorströmmen I_C genom spänningsförstärkaren kontrolleras via referensresistor R_{REF} i den vänstra delen av strömspegeln. Genom att välja lämplig storlek på R_{REF} så erhålls en referensström I_{REF} på 10 mA. Denna ström kopieras över till högra sidan av strömspegeln, alltså spänningsförstärkaren, vilket medför en kollektorström I_C på 10 mA.

- Komponenterna med en pil i är transistorer, specifikt BJT-transistorer, som möjliggör spänningsförstärkning. Notera att spänningsfallet över samtliga transistorer är 0,65 V. I figuren till höger är detta endast utmärkt på en av transistorerna, men det gäller alltså samtliga transistorer i kretsen.

a) För att minska distorsion och brus i strömspegeln så används så kallade emitterresistorer R_{E2} och R_{E3}. Som en tumregel så bör spänningsfallet över dessa resistorer vara ca 220 mV. Dimensionera dessa resistorer så att spänningsfallet över dessa är 220 mV vid en kollektorström I_C på 10 mA.

- **Svar:** Vi använder Ohms lag för att välja ett lämpligt värde på emitterresistorer R_{E2} och R_{E3} i strömspegeln; resistansen är lika med spänningsfallet över resistorerna (220 mV) dividerat med strömmen som flödar genom dem (10 mA), vilket är 22 Ω, eftersom

$$R_{E2} = R_{E3} \approx \frac{220m}{10m} = \frac{220}{10} = 22\,\Omega$$

- Notera att resistorerna skall vara lika stora, eftersom strömmen som flödar genom dem (referensströmmen I_{REF} genom R_{E2} och kollektorströmmen I_C genom R_{E3}) är lika stora, samtidigt som spänningsfallet över dem är samma.

b) För att hålla spänningsförstärkaren temperaturstabil och därmed minska distorsion så brukar också en emitterresistor R_{E1} användas i själva spänningsförstärkaren. Precis som för emitterresistorerna i strömspegeln så bör spänningsfallet över dessa resistorer sättas till ca 220 mV. Dimensionera resistor R_{E1} så att spänningsfallet över den är 220 mV vid en kollektorström på 10 mA.

- **Svar:** Precis som för emitterresistorerna i strömspegeln så använder vi Ohms lag för att välja ett lämpligt värde på emitterresistor R_{E1}; resistansen är lika med spänningsfallet över resistorn (220 mV) dividerat med strömmen som flödar genom dem (10 mA), vilket är 22 Ω, eftersom

$$R_{E1} \approx \frac{220m}{10m} = \frac{220}{10} = 22\,\Omega$$

c) Det är via referensresistor R_{REF}, som vi genererar en referensström I_{REF}. Genom att vi använder en strömspegel så kopieras denna ström över till högra sidan av kretsen, så att kollektorströmmen I_C är en kopia av I_{REF}. Dimensionera resistor R_{REF} så att strömmen I_C (samt strömmen I_{REF}) blir lika med 10 mA.

Tips: Används Kirchhoffs spänningslag från matningsspänningen V_{CC}, som är 15 V, och gå sedan ned till jord via resistor R_{REF}. Beräkna sedan ett lämpligt värde på resistor R_{REF} med Ohms lag; storleken på resistor R_{REF} är lika med spänningsfallet över R_{REF} dividerat på referensströmmen I_{REF}/kollektorströmmen I_C.

- **Svar:** Vi använder Kirchhoffs spänningslag samt Ohms lag för att välja ett lämpligt värde på resistor R_{REF}. Storleken på R_{REF} är lika med spänningsfallet U_{REF} över resistorn, som vi inte vet, dividerat på strömmen som flödar genom den, vilket är referensströmmen I_{REF}, som är 10 mA:

$$R_{REF} = \frac{U_{REF}}{I_{REF}} = \frac{U_{REF}}{10m}$$

- Vi måste beräkna spänningsfallet U_{REF} över referensresistorn, vilket vi enkelt kan göra med Kirchhoffs spänningslag.

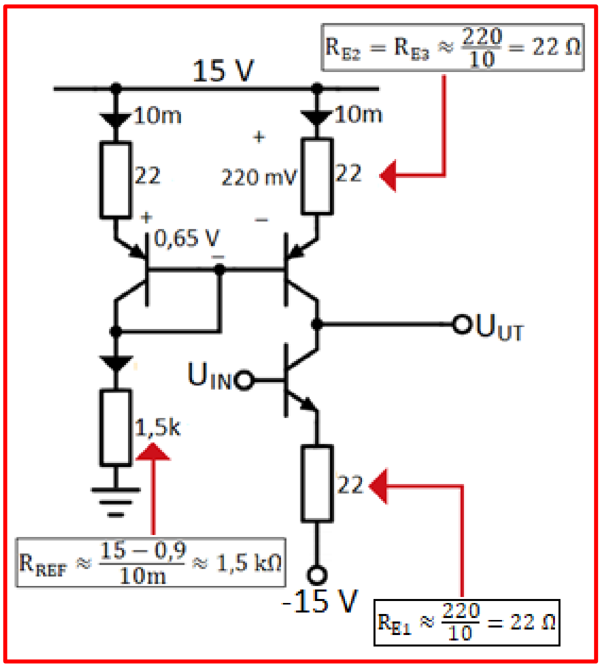
- Som vi tidigare har sätt så kommer matningsspänningen V_{CC} från spänningskällan, som i detta fall är 15 V, fördela sig över ett resten av kretsen, så om vi går ett varv till jord så kommer hela matningsspänningen ha fallit över komponenterna mellan.

- Eftersom referensresistor R_{REF} är den sista komponenten innan jordpunkten så kommer all spänning som inte faller över de andra komponenterna faller över denna resistor.

- Genom att beräkna hur mycket spänning som faller mellan matningsspänningen V_{CC} och referensresistor R_{REF}, exempelvis över emitterresistor R_{E2} samt den vänstra transistorn i strömspegeln, så kan vi beräkna resterande spänning, som då kommer falla över R_{REF}.

- Vi går från matningsspänningen V_{CC} via emitterresistor R_{E2} ned till jord via resistor R_{REF}. Vi tänker att vi börjar med spänningen V_{CC} = 15 V och beräknar hur mycket som är kvar när vi når referensresistor R_{REF}.

- Spänningsfallet över R_{E2} är 220 mV, alltså 0,22 V, så när vi har passerat R_{E2} så har vi 15 – 0,22 = 14,78 V kvar av matningsspänningen.



Spänningsförstärkaren dimensioneras mycket enkelt med ett par enkla tumregler. En kombination av Kirchhoffs spänningslag och Ohms lag används för dimensioneringen.

- Därefter så passerar vi den vänstra transistorn i strömspegeln. Notera att spänningsfallet över denna transistor är 0,65 V, vilket medför att när vi har passerat denna transistor så återstår 14,78 – 0,65 = 14,13 V.

- Därefter så har vi en förbindelse direkt till resistor R_{REF}, vilket medför att vi inte tappar någon ytterligare spänning mellan denna punkt och R_{REF}.

- Därefter så återstår endast resistor R_{REF} mellan jordpunkten, vilket medför att resterande spänning, alltså 14,13 V fallet över resistor R_{REF}. Strömmen som flödar genom resistor R_{REF} är referensströmmen I_{REF}, som är 10 mA.

- Vi kan därför använda Ohms lag för att beräkna ett lämpligt värde på resistor R_{REF}; resistansen är lika med spänningsfallet över resistorn (14,13 V) dividerat på strömmen som flödar genom den (10 mA), vilket medför en resistans R_{REF} runt 1,4 kΩ, då

$$R_{REF} = \frac{14{,}13}{10m} \approx 1{,}4\ k\Omega$$

- Närmaste värdet i E12-serien är 1,5 kΩ, som medför att kollektorströmmen blir något lägre än 10 mA (ca 9,4 mA), men detta bör inte ha någon praktisk betydelse:

$$R_{REF} = 1{,}5\ k\Omega$$

- Därmed så kan vi välja ett lämpligt värde på referensresistorn med följande formel:

$$R_{REF} = \frac{V_{CC} - 0{,}22 - 0{,}65}{I_{REF}} = \frac{15 - 0{,}22 - 0{,}65}{10m} \approx 1{,}5\ k\Omega,$$

  där V_{CC} är matningsspänningen och I_{REF} är referensströmmen, som skall vara lika stor som kollektorströmmen I_C.

- Totalt så tappade vi alltså 0,22 + 0,65 V, alltså ca 0,9 V mellan matningsspänningen och resistor R_{REF}. För att göra det enkelt för oss själva så hade vi alltså kunnat använda följande formel för beräkningen

$$R_{REF} = \frac{U_{REF}}{I_{REF}} \approx \frac{V_{CC} - 0{,}9}{I_{REF}} \approx \frac{15 - 0{,}9}{10m} \approx 1{,}5\ k\Omega$$

- Vi hade alltså kunnat tänka att hela matningsspänningen V_{CC} förutom ca 0,9 V (eller till och med 1 V) faller över resistor R_{REF}. Därefter så kan vi enkelt beräkna ett lämpligt värde på referensresistor R_{REF} med Ohms lag.