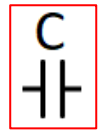


1.7 - Kondensatorn

1.7.1 - Introduktion

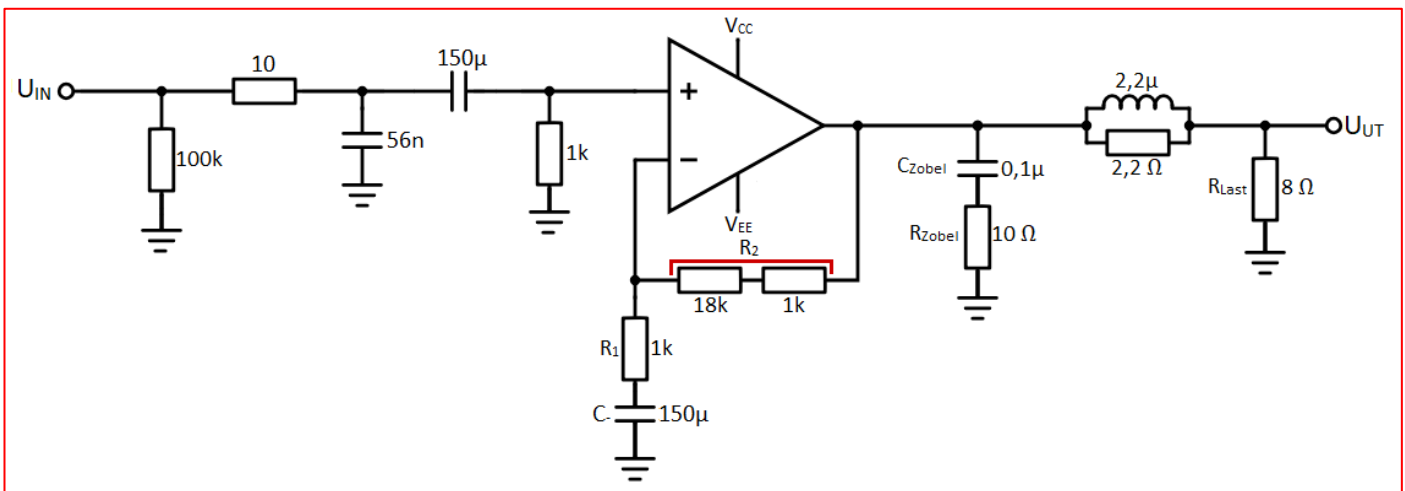
- Kondensatorn är en komponent som används för ett flertal applikationer, såsom filter (för att spärra likström), likriktare (för att jämna ut likström via sin lagringskapacitet) samt förstärkare (sänker förstärkarens spänningsförstärkningsfaktor vid höga frekvenser för att hålla förstärkaren stabil).
- Kondensatorns storlek, så kallade kapacitans, mäts i enheten Farad (F). Kondensatorers kapacitans är ett mått på hur mycket elektrisk laddning de kan lagra, ju högre kapacitans, desto mer laddning kan en kondensator lagra och desto mer kan den utjämna spänningen. Därmed så används nästan alltid större kondensatorer i likriktare, medan både stora och små kondensatorer kan användas i filter, beroende på önskad gränshfrekvens samt övriga komponenter i kretsen.



Kondensatorns symbol.

1.7.2 - Kondensatorer i hög- och lågpasfilter

- Kondensatorn kan ses som ett motstånd, vars resistans minskar med ökad frekvens. Dess funktion beror dock på hur den placeras. Ifall kondensatorn placeras i serie med strömmen så kommer denna spärra för likström. Därmed så placeras ofta kondensatorer på ingången till förstärkare så att likström inte kan passera. Detta görs då likström kan skada eller förstöra högtalaren, så om likström passerar in i en förstärkare så är det stor chans att högtalaren går sönder.
- Tillsammans med en resistor så bildar denna kondensator ett så kallat högpasfilter, alltså ett filter som släpper igenom frekvenser över en viss frekvens, den så kallade undre gränshfrekvensen, och spärrar under denna. Genom att välja ett lämpligt värde på kondensatorn på ingången så kan växelström över en viss frekvens passera, beroende på hur hög kondensatorns kapacitans är samt resistorns storlek.



OP-förstärkare med stabilitetskretsar samt en högpas RC-filter på plusingången. OP-förstärkaren (trianglesymbolen) driver en högtalare på 8 Ω (resistorn längst till höger). Genom att placera kondensatorer seriellt med OP-förstärkarens ingångar så blockeras likström, som annars hade kunnat leda till att högtalaren hade gått sönder.

Bandpass RC-filtret består av ett lågpasfilter följt av ett högpasfilter. Bandpassfiltret har som funktion att spärra för likström (via högpasfiltret) samt högfrekventa störningar (via lågpasfiltret). Genom att sätta filterresistor R_1 i lågpasfiltret så lågt som 10 Ω så ser vi till att högpasfiltrets inimpedans, som är minst lika med $R_2 = 1\text{ k}\Omega$ i detta fall, inte påverkar lågpasfiltrets brytfrekvens. Som en tumregel bör R_1 sättas minst tio gånger mindre än R_2 helst mer; därför så är R_1 satt hundra gånger mindre än R_2 i detta bandpassfilter.

Mellan OP-förstärkarens utgång och högtalaren så används en så kallad Zobelkrets, en seriekoppling av en kondensator på C_{Zobel} på 0,1 μF samt en resistor R_{Zobel} på 10 Ω anslutna till jord. I Zobelkretsen så utnyttjar man att kondensatorns "resistans" minskar med ökad frekvens. I olastat tillstånd (med högtalaren frånkopplad) så kan OP-förstärkaren bli mycket instabil vid höga frekvenser. Genom att vi placerar en Zobelkrets ser vi då till att denna lastar förstärkaren med en resistans som är ungefär lika med högtalarens resistans (10 Ω istället för 8 Ω), vilket medför att förstärkaren hålls stabil i olastat tillstånd även vid höga frekvenser.

- Om vi väljer en för liten kondensator så kommer högpasfiltret börja spärra upp i hörbara frekvenser, vilket medför att vi eventuellt förlorar en del basfrekvenser. Detta är inte önskvärt, istället så bör man välja en lagom stor kondensator så att den undre gränsfrekvensen ligger under vårt hörbara område (under 20 Hz), exempelvis 1 Hz. Eftersom högpasfiltret inte är helt perfekt så kommer denna fortsätta dämpa frekvenser något även ovanför den undre gränsfrekvensen så väljer vi ett värde långt under 1 Hz, så att vid 20 Hz så släpps i princip alla signaler igenom obemärkt.
- Kretsen ovan visar en OP-förstärkare (den triangelformade symbolen) som matar en 8 Ω högtalare (längst till höger). På OP-förstärkarens plusingång så används ett bandpass RC-filter för att spärra/dämpa för likström samt för högfrekventa störningar. Bandpassfiltret består av ett lågpas RC-filter, följt av ett högpas RC-filter.
- Lågpasfiltret består utav en filterresistor R_1 på 10 Ω samt en filterkondensator C_1 på 56 nF, vars övre gränsfrekvens är ungefär lika med 300 kHz. Därmed så spärras frekvenser över 300 kHz, vilket är relativt högt, med tanke på att vi människor som mest hör frekvenser upp till ca 20 kHz. Detta beror på att lågpasfiltret inte är helt linjärt, vilket medför att även frekvenser under brytfrekvensen kommer dämpas till viss del, särskilt frekvenser nära brytfrekvensen (250–300 kHz); genom att vi sätter brytfrekvensen så mycket högre än den övre gränsen av det hörbara intervallet (20 kHz) ser vi därför till att dämpningen är obetydligt, samtidigt som högfrekventa störningar, vars frekvens ofta uppgår i ett flertal MHz, dämpas kraftigt.
- Högpasfiltret består utav en filterkondensator C_2 på 150 μF samt en filterresistor R_2 på 1 kΩ, som spärrar för likström (frekvensen 0 Hz) upp till ca 1 Hz. Därmed ser vi till att likström spärras, som annars kan förstöra högtalaren, men inga hörbara frekvenser spärras eller dämpas, eftersom vi hör ned till 20 Hz, men högpasfilter släpper igenom frekvenser ned till ca 1 Hz; även om högpas RC-filtret inte är helt linjärt och därmed också dämpar frekvenser något över brytfrekvensen till viss grad, så är denna dämpning obetydlig vid den nedre gränsen av det hörbara området (20 Hz).
- På OP-förstärkarens minusingång har vi en kondensator C- på 100 μF, som tillsammans med 1 kΩ:s resistorn ovan bildar ett högpasfilter, som spärrar frekvenser under ca 1,6 Hz. Därmed ser vi till att likström inte kan passera någon av OP-förstärkarens två ingångar.
- Dessutom ser vi till att inimpedansen på OP-förstärkarens två ingångar blir ungefär samma (1 kΩ) vid hörbara frekvenser, vilket medför att de små inströmmarna blir ungefär samma, vilket i sin tur medför att eventuella avvikelser, så kallad offset, i utsignalen U_{UT} , som kan uppstå på grund av ojämna spänningsfall inuti OP-förstärkaren orsakat av de ojämna inströmmarna, reduceras.
- Impedansen Z_{IN+} in på OP-förstärkarens plusingång är ungefär lika med filterresistor R_2 , alltså 1 kΩ:

$$Z_{IN+} \approx R_2 = 1 \text{ k}\Omega,$$

förutsatt att OP-förstärkarens interna inimpedans är mycket hög, samtidigt som impedansen Z_{IN-} in på minusingången är ungefär samma, eftersom kondensator C- då utgör ett obefintligt motstånd, vilket medför att

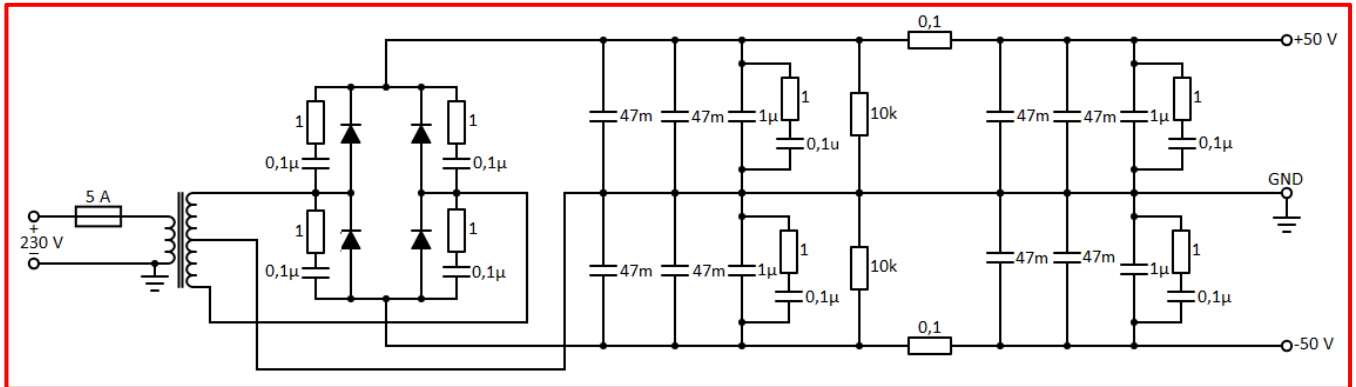
$$Z_{IN-} \approx R_1 // R_2 = 1 \text{ k} // 18 \text{ k} = \frac{1 \text{ k} * 18 \text{ k}}{1 \text{ k} + 18 \text{ k}} \approx 1 \text{ k}\Omega$$

därmed så elimineras offset på utsignalen.

- Mellan OP-förstärkarens utgång och högtalaren så har vi en seriekoppling av en kondensator C_{Zobel} på 0,1 μF samt en resistor R_{Zobel} på 10 Ω. Denna krets kallas Zobelkrets och här utnyttjar man att kondensatorns reaktans (motstånd) minskar med ökad frekvens. Om det skulle vara så att OP-förstärkaren vore olastad så kan denna bli mycket instabil vid höga frekvenser. Genom att vi placerar en Zobelkrets ser vi då till att denna lastar förstärkaren med en resistans som är ungefär lika med högtalarens resistans, vilket medför att förstärkaren hålls stabil.
- Detta är anledningen till att resistorn vi använder en resistor på 10 Ω. Vi hade givetvis kunnat använda ett värde så nära 8 Ω som möjligt, vilket är 8,2 Ω, men skillnaden hade varit minimal; i vilket fall som helst så kommer OP-förstärkaren vara stabil vid höga frekvenser, även i olastat tillstånd (alltså om högtalaren blev frånkopplad).

1.7.3 - Kondensatorn för utjämning (glättning) av spänning i likriktare

- Om kondensatorn istället placeras parallellt med strömmen så kommer den istället spärra för höga frekvenser och släppa igenom likström. Dessutom så kommer den jämna ut eventuella ojämnheter i likströmmen via sin lagringskapacitet, vilket medför att kondensatorer är mycket vanliga att använda på detta sätt i likriktare, exempelvis i nätaggregat.
- Kondensatorn kan alltså lagra elektrisk energi, ungefär som ett laddningsbart batteri. Detta används för flera ändamål, exempelvis för timers samt för att mata vissa datorkomponenter med spänning när datorn är avstängd. Större kondensatorer används för att glätta spänningen, alltså utjämna spänning i nätaggregat.



Enfas likriktare som omvandlar en växelspänning på 230 V RMS ned till 100 V likström. Denna likriktare kan därmed mata en audioförstärkare med matningsspänningen ± 50 V. Stora elektrolytkondensator på 47 mF var används för att jämna ut (glätta) strömmen.

Parallellkopplade kondensatorer fungerar som seriekopplade resistorer, alltså de medför ökad kapacitans ökad därmed mindre ojämnheter i strömmen; fyra kondensatorer på 47 mF per rad motsvarar därmed en kondensator på $47\text{ mF} * 4 = 188\text{ }\mu\text{F}$ och leder till fyra gånger mindre ojämnheter än en kondensator på 47 mF.

Ett antal små kondensatorer på 0,1–1 μF används för stabilitet samt för att dämpa interna induktanser inuti de stora elektrolytkondensatorerna

Kondensatorn som energilagare:

- Som nämnes tidigare så används kondensatorer i samband med glättning (utjämning av spänning) i likriktare. Den laddning Q som en kondensator kan lagra kan beräknas med formeln

$$Q = C * U,$$

där Q är laddningen mätt i enheten Coulomb (C), C är kondensatorns kapacitans och U är spänningsfallet över kondensatorn.

- När en kondensator laddas så sparar den energin i dess interna elektriska fält.
- Energin W lagrad i en kondensator kan beräknas med formeln

$$W = \frac{C * U^2}{2},$$

där W är energin mätt i enheten Joule (J), C är kondensatorns kapacitans och U är spänningsfallet över kondensatorn.

- Notera att ju högre kapacitans C kondensatorn har, desto bättre lagrar den energi, vilket är anledningen till att kondensatorer med högre kapacitans fungerar bättre till att jämna ut spänningar; genom att lagra energi från spänningstoppar, för att sedan släppa ut denna energi när spänningen minskar så blir jämnas spänningen ut.

- Ju högre kapacitans en kondensator har, desto mindre ojämnheter i spänningen, så kallat rippel, återstår. Vanligt är också att parallellkoppla flera kondensatorer, vilket har samma effekt som att seriekoppla resistorer; ju högre summan av deras individuella kapacitanser är, desto mindre rippel återstår.
- Strömmen I_C som flödar genom en kondensator när den laddas kan beräknas med formeln

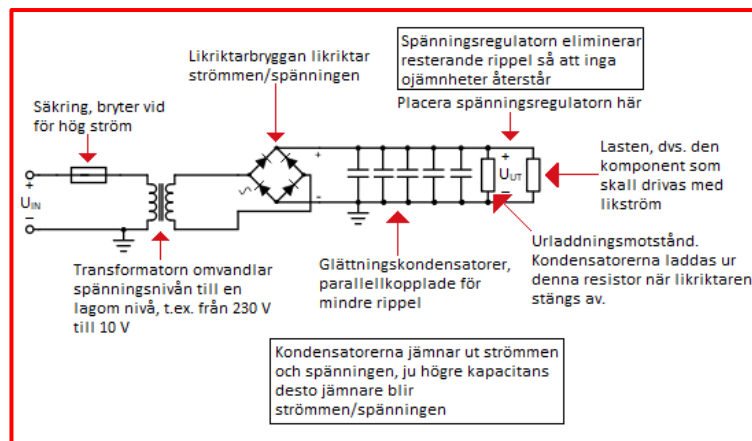
$$I_C = C * \frac{du}{dt},$$

där I_C är strömmen som flödar genom kondensatorn, C är kondensatorns kapacitans och du/dt är förändringen i spänningsfallet U över kondensatorn.

- Formeln ovan kan användas i likriktarapplikationer för att beräkna ojämnheter i spänningen, så kallat rippel, som finns kvar efter att spänningen har blivit likriktad (omvandlad från likström till växelström). Vi kan då beräkna spänningsriplet ΔU under periodtiden ΔT genom att transformera formeln ovan:

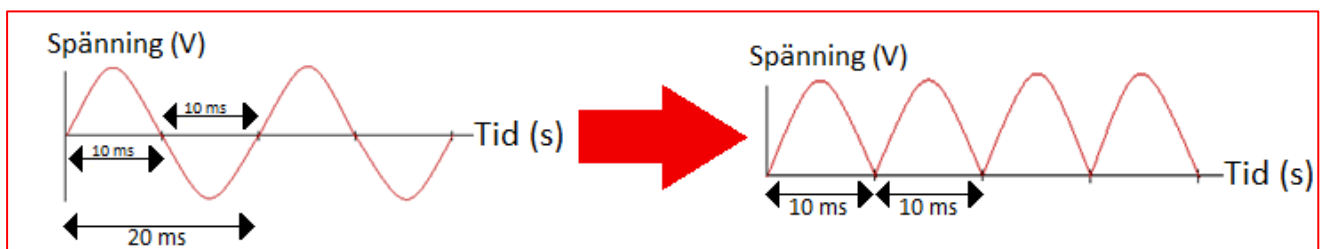
$$I_C = C * \frac{du}{dt} = C * \frac{\Delta U}{\Delta T} \rightarrow \Delta U = \frac{I_C * \Delta T}{C},$$

där ΔU är spänningsriplet, I_C är strömmen som flödar genom kondensatorn, ΔT är periodtiden på rippet och C är kondensatorns kapacitans.



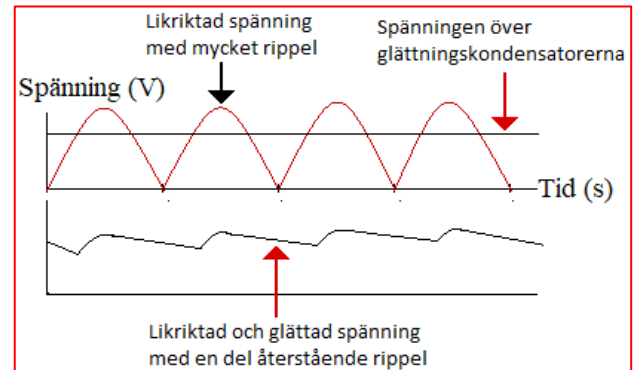
Genom att parallellkoppla flera kondensatorer så kan spänningsriplet ΔU minskas till låga nivåer.

- Som vi har sett tidigare så är spänningsripplets periodtid ΔT hälften av växelspänningens periodtid; som exempel, växelspänning från ett vanligt eluttag har en frekvens på 50 Hz, vilket ger en periodtid på $1/50 = 20$ ms, såsom den vänstra figuren nedan. Notera att kurvan "börjar om" var 20:e ms, vilket medför att periodtiden är 20 ms.
- Den högra figuren nedan visar hur växelspänningen ser ut efter att ha blivit likriktad. Notera att periodtiden nu har blivit halverat till 10 ms, vilket medför att kurvan "börjar om" var 10:e ms. Dock återstår mycket rippel, vilket kan leda till mycket ojämn drift av exempelvis apparater. Vi måste därefter glätta (jämma ut) spänningen, vilket vi gör med en eller flera kondensatorer. Oftast parallellkopplas flera kondensatorer för att spänningen skall glättas effektivare.



Likriktning av en växelström vars frekvens är 50 Hz, vilket medför en periodtid på $1/50 = 20$ ms. Efter likriktningen så halveras periodtiden till 10 ms (kurvan "börjar om" dubbelt så ofta). Dock kvarstår stora ojämnheter i spänningen, så kallat rippel, som därefter kraftigt reduceras med en eller flera kondensatorer.

- Kondensatorernas energilagringssmåga fungerar som Robin Hood; de tar från de rika och ger till de fattiga. När den likriktade spänningen överstiger spänningen över kondensatorerna, se topparna i den översta figuren till höger, så kommer dessa kondensatorer lagra energi, vilket leder till att topparna minskar.
- När den likriktade spänningen sedan understiger spänningen över kondensatorerna så släpper dessa ut den lagrade energin, vilket medför att dalarna försvinner. Därmed så jämnas spänningen ut till den nedre figuren ovan.
- Notera att en del ojämnheter (ripple) återstår. Ripplet kan reduceras genom att vi använder fler eller större kondensatorer alternativt att vi använder en så kallad spänningsregulator.
- Om vi har en viss maxnivå på önskat spänningsripple ΔU så kan vi också beräkna hur hög total kapacitans vi behöver för detta, antingen via en enda stor kondensator, men oftast används ett par mindre parallellkopplade kondensatorer.



Efter att en eller flera kondensatorer har glättat (jämnat ut) spänningen via sin energilagringssmåga så återstår dock alltid lite rippel se den nedre figuren, vars frekvens är samma som innan glättningen, se den övre figuren, notera att kurvorna "börjar om" lika ofta.

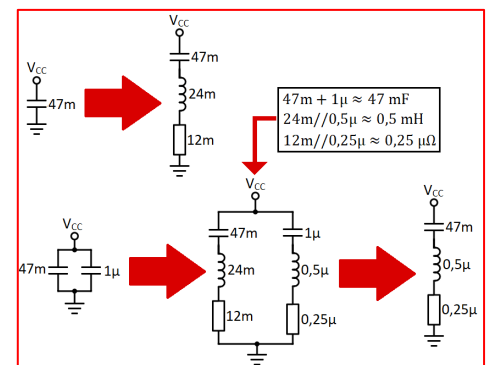
Därmed så kommer den glättade spänningen ha en periodtid ΔT på 10 ms, förutsatt att likriktaren matades med en växelspanning vars frekvens är 50 Hz.

- För att beräkna ett lämpligt värde på kondensatorernas totala kapacitans C_{TOT} så kan vi använda formeln för strömmen I_C som flödar genom de parallellkopplade kondensatorerna:

$$I_C = C_{TOT} * \frac{du}{dt} = C_{TOT} * \frac{\Delta U}{\Delta T} \rightarrow C_{TOT} = I_C * \frac{\Delta T}{\Delta U}$$

där C_{TOT} är kondensatorernas kapacitans, I_C är strömmen som flödar genom kondensatorerna, ΔT är periodtiden på ripplet och ΔU är maximalt ökat spänningsripple.

- Som exempel, om vi kommer fram till att vi behöver kapacitans C_{TOT} på minst 100 mF så kan vi använda en enda stor kondensator på 100 mF, alternativt parallellkoppla fem kondensatorer på 20 mF var (i praktiken så är 22 mF det närmaste standardvärdet på vanliga kondensatorer). Givetvis kan vi också parallellkoppla ännu fler kondensatorer för att minska ripplet ytterligare.
- Dessutom så är det en bra idé att placera en mindre kondensator mellan 0,1-1 μF parallellt med de större kondensatorerna för att förbikoppla ekvivalent serieresistans (ESR) samt serieinduktans (ESL) i de större kondensatorerna, se figuren till höger, som annars kan medföra höga effektförluster samt att utsignalen minskar på grund av det höga spänningsfallet över kondensatorernas interna resistans.
- Den totala kapacitansen C_{TOT} av parallellkopplingen kommer inte minska på grund av 0,1-1 μF :s kondensatorer (då C_{TOT} är summan av de parallellkopplade kondensatorerna), samtidigt som den interna serieresistansen samt serieinduktansen kommer minska kraftigt (eftersom parallellkoppling av en eller flera resistorer/spolar medför att ersättningsresistansen/ersättningsinduktansen är ungefär lika med storleken på den mindre resistorn/spolen, i detta fall storleken på den mindre kondensators interna serieresistans och serieinduktans).
- Som vi kommer se senare så kan vi approximera strömmen I_C genom kondensatorerna till önskad maximal ström I_L genom eventuell last, vilket brukar stå specificerat. Detta, tillsammans med att vi instinktivt vet att periodtiden ΔT är hälften av växelspanningens periodtid T , som i sig är inversen till frekvensen ($T = 1/f$) gör beräkningar med formeln ovan enkel.



Genom att placera en kondensator mellan 0,1-1 μF parallellt med en eller flera större elektrolytkondensatorer så förbikopplas de större kondensators ekvivalenta serieresistans (ESR) samt serieinduktans (ESL), som annars kan medföra ökade effektförluster samt minskad utsignal U_{UT} .

1.7.4 - Kondensatorn som motstånd i växelströmskretsar

- I växelströmskretsar utgör kondensatorn en s.k. kapacitiv reaktans, där reaktans betyder frekvensberoende motstånd och kapacitiv betyder att motståndet är omvänt proportionellt mot växelströmmens frekvens. En kondensators reaktans X_C kan beräknas med formeln

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j2\pi f C} = -\frac{j}{2\pi f C},$$

där ω och f betecknar växelströmmens vinkelfrekvens respektive frekvens och C betecknar kapacitansen. Notera att det finns ett samband mellan växelströmmens vinkelfrekvens och frekvens, som kan härledas med formeln

$$\omega = 2\pi f,$$

där ω betecknar strömmens vinkelhastighet (mätt i rad/s) och f betecknar frekvensen (mätt i Hz).

- Som vi såg tidigare för spolen så används oftast så kallade Laplacetransformer för att förenkla eventuell analys eller uträkningar av frekvensberoende kretsar. Då ersätts $j\omega$ i uttrycket ovan med frekvensparametern s , vilket ger oss formeln

$$X_C = \frac{1}{sC},$$

där s är detsamma som $j\omega$. Detta är ytterligare ett exempel på en så kallad Laplace-transform. Vid senare analys av frekvensberoende kretsar så kommer Laplacetransformer, såsom ovan, att användas.

- Vid Laplacetransformering så används inte talet j , vilket medför att frekvensparametern s vid Laplacetransformering motsvarar vinkelfrekvensen ω , om sin tur motsvarar frekvensen f multiplicerat med två gånger π (π):

$$s = j\omega = j2\pi f,$$

där s är frekvensparametern vid Laplacetransformering, ω är vinkelfrekvensen och f är frekvensen. Vid Laplacetransformering så gäller därmed att en kondensators reaktans X_C är lika med

$$X_C = \frac{1}{sC} = \frac{1}{2\pi f C},$$

där X_C är reaktansen, s är frekvensparametern, f är växelströmmens frekvens och C är kondensatorns kapacitans.

- Vid mycket låga frekvenser (då frekvensen f går mot noll) så kommer därmed kondensatorn utgöra ett motstånd som går mot oändligheten, vilken man enkelt kan visa rent matematiskt, eftersom

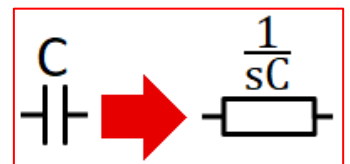
$$\lim_{f \rightarrow 0} X_C = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{1}{sC} = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{1}{j2\pi f C} = \frac{1}{2\pi * 0 * C} = \frac{1}{0} = \infty,$$

där \lim betyder gränsvärde och $f \rightarrow 0$ betyder att frekvensen f går mot noll och "0" betyder att nämnaren närmar sig, men är inte exakt lika med, noll, vilket medför att $1/0$ går mot oändligheten, som betecknas ∞ . När frekvensen f närmar sig gränsvärdet noll så går därmed kondensatorns reaktans X_C mot oändligheten. Notera att vi här ersatte frekvensen f med dess gränsvärde noll.

- Däremot vid mycket höga frekvenser (då frekvensen f går mot oändligheten, alltså ∞) så kommer kondensatorn istället utgöra ett obefintligt motstånd, eftersom

$$\lim_{f \rightarrow \infty} X_C = \lim_{f \rightarrow \infty} \frac{1}{sC} = \lim_{f \rightarrow \infty} \frac{1}{j2\pi f C} = \frac{1}{2\pi * \infty * C} = \frac{1}{\infty} = 0$$

- Det är på grund av att kondensatorns reaktans (motstånd) ökar med minskad frekvens som kondensatorer kan användas för att spärra för likström, exempelvis på högtalaringångar, medan växelström kan passera.



Laplacetransformering av en kondensator. Kondensatorn ersätts med en impedans $1/sC$, vilket medför att vi ritat ut ett motstånd i stället för den traditionella kondensatorsymbolen.

Ersättningskapacitans vid serie- och parallellkoppling av kondensatorer:

- Eftersom kondensatorns reaktans X_C är omvänt proportionerlig med kapacitansen C , som vi såg tidigare, så beräknas ersättningskapacitans i rak motsättning mot hur vi beräknar av ersättningsresistans för resistorer (samt ersättningsinduktans på spolar).
- Detta medför att ersättningskapacitansen C_p för parallellkopplade kondensatorer beräknas på samma sätt som ersättningsresistansen R_s för seriekopplade resistorer, medan ersättningskapacitansen C_s för seriekopplade kondensatorer beräknas på samma sätt som ersättningsresistansen R_p för parallellkopplade resistorer
- Därmed så gäller att ersättningskapacitansen C_p för två parallellkopplade kondensatorer C_1 och C_2 är summan av kondensatorernas individuella kapacitanser:

$$C_p = C_1 + C_2$$

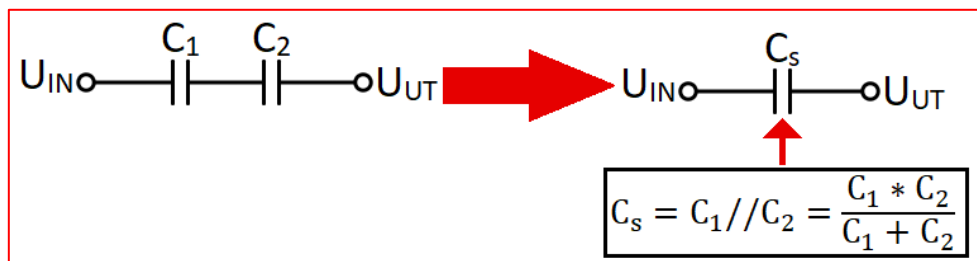


Beräkning av ersättningskapacitansen C_p för två parallellkopplade kondensatorer C_1 och C_2 .

- Samtidigt så gäller också att ersättningskapacitansen C_s för två seriekopplade kondensatorer C_1 och C_2 beräknas med formeln

$$C_s = C_1 // C_2 = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2},$$

alltså på samma sätt som vi hade beräknat ersättningsresistansen R_p för två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2 .



Beräkning av ersättningskapacitansen C_s för två seriekopplade kondensatorer C_1 och C_2 .

Ersättningskapacitans vid seriekoppling av fler än två kondensatorer:

- Om fler än två kondensatorer är seriekopplade så beräknas ersättningskapacitansen C_s lämpligast genom att beräkna ersättningskapacitansen för två kondensatorer i taget med formeln ovan, tills endast en kondensator återstår. Denna kondensator kommer då vara lika med ersättningskapacitansen C_s .
- Som exempel, anta att vi har fyra seriekopplade kondensatorer, C_1 , C_2 , C_3 och C_4 , se figuren nedan. För att beräkna ersättningskapacitansen C_s för alla fyra kondensatorer så beräknar vi först ersättningskapacitansen C_{12} för kondensatorer C_1 och C_2 samt ersättningskapacitansen C_{34} för kondensator C_3 och C_4 :

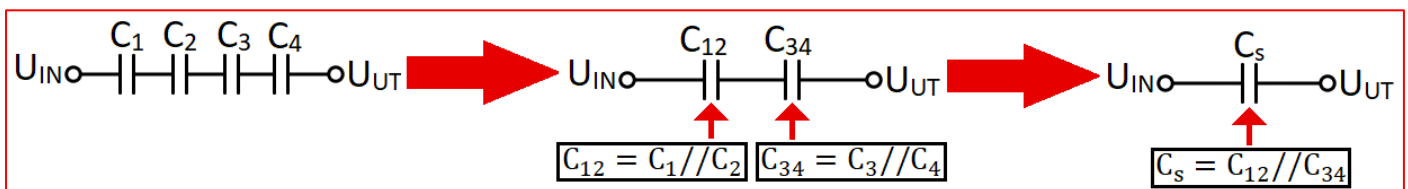
$$C_{12} = C_1 // C_2 = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$$

samt

$$C_{34} = C_3 // C_4 = \frac{C_3 * C_4}{C_3 + C_4}$$

- Därefter återstår endast två seriekopplade kondensatorer, alltså C_{12} och C_{34} . Ersättningskapacitansen C_s är då lika med ersättningskapacitansen för de två seriekopplade kondensatorerna C_{12} och C_{34} , alltså

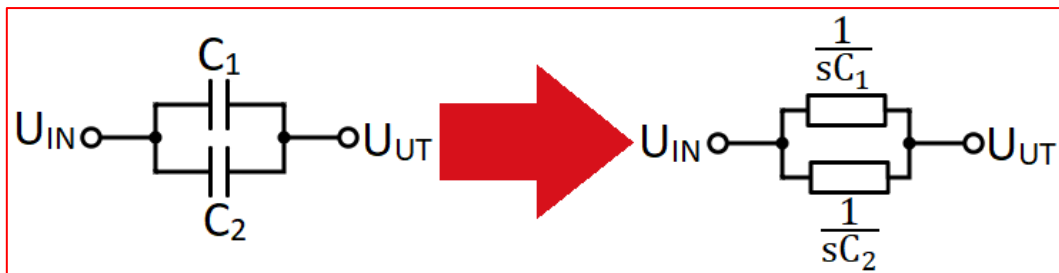
$$C_s = C_{12} // C_{34} = \frac{C_{12} * C_{34}}{C_{12} + C_{34}}$$



Genom att gradvis beräkna ersättningskapacitansen för två seriekopplade kondensatorer i taget så återstår till slut endast en kondensator, vilket är ersättningskapacitansen C_s för samtliga seriekopplade kondensatorer.

1.7.5 - Härledning av ersättningskapacitans för parallell- och seriekoppling via Laplacetransformer

- Vi kan enkelt härleda formel för ersättningskapacitans vid parallell- samt seriekopplade kondensatorer genom att använda Laplacetransformer. Vi börjar med två parallellkopplade kondensatorer C_1 och C_2 :



Laplacetransformering av två parallellkopplade kondensatorer.

- Antag att vi skall beräkna ersättningsimpedansen Z_p för de två kondensatorerna ovan. Vi använder då enligt formeln

$$Z_p = X_{C1} // X_{C2},$$

där Z_p är ersättningsimpedansen för de två parallellkopplade kondensatorerna och X_{C1} samt X_{C2} är kondensatorernas respektive reaktans (motstånd).

- Ersättningsimpedansen kan sedan beräknas på samma sätt som vi alltid gör vid parallellkopplingar:

$$Z_p = X_{C1} // X_{C2} = \frac{X_{C1} * X_{C2}}{X_{C1} + X_{C2}}$$

- Precis som vanligt så beräknas alltså ersättningsimpedansen av parallellkopplade motstånd genom att vi multiplicerar dem ($X_{C1} * X_{C2}$), för att sedan dividera med summan av dem ($X_{C1} + X_{C2}$).
- Genom att Laplacetransformera kondensatorernas respektive reaktans så får vi

$$X_{C1} = \frac{1}{sC_1}$$

samt

$$X_{C2} = \frac{1}{sC_2}$$

- Genom att sätta in dessa Laplacetransformerna för kondensatorernas reaktans i formeln för ersättningsimpedansen Z_p så kan följande formel härledas:

$$Z_p = X_{C1} // X_{C2} = \frac{1}{sC_1} // \frac{1}{sC_2} = \frac{\frac{1}{sC_1} * \frac{1}{sC_2}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}},$$

- Genom att vidareutveckla formeln ovan så kan denna förenklas till:

$$Z_p = \frac{1}{sC_1} // \frac{1}{sC_2} = \frac{\frac{1}{sC_1} * \frac{1}{sC_2}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}} = \frac{\frac{1 * 1}{sC_1 * sC_2}}{\frac{sC_2}{s^2C_1C_2} + \frac{sC_1}{s^2C_1C_2}} = \frac{\left(\frac{1}{s^2C_1C_2}\right)}{\left(\frac{s(C_1 + C_2)}{s^2C_1C_2}\right)} = \frac{1}{s(C_1 + C_2)}$$

- Notera att ersättningsimpedansen Z_p för två parallellkopplade kondensatorer C_1 och C_2 alltså är omvänt proportionerlig med summan av deras individuella kapacitanser. Därmed så hade de två parallellkopplade kondensatorerna C_1 och C_2 kunnat ersättas med en kondensator C_p , vars kapacitans är lika med summan av dem ($C_1 + C_2$):

$$C_p = C_1 + C_2$$

- Parallellimpedansen Z_p hade då blivit

$$Z_p = \frac{1}{sC_p} = \frac{1}{s(C_1 + C_2)},$$

vilket alltså är detsamma som ersättningsimpedansen Z_p för de parallellkopplade kondensatorerna C_1 och C_2 .

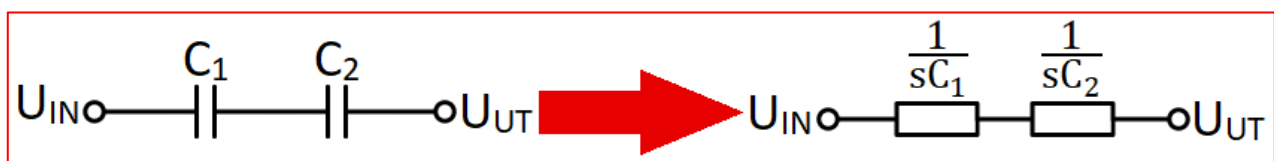
- Därmed så gäller alltså att ersättningskapacitansen för parallellkopplade kondensatorer är summan av kondensatorernas individuella kapacitanser, till skillnad mot resistorer (samt spolar), där ersättningsresistansen R_s för två seriekopplade resistorer R_1 och R_2 är summan av deras individuella resistanser.



Ersättningskapacitansen C_p för två (eller fler) parallellkopplade kondensatorer beräknas precis på samma sätt som ersättningsresistansen R_s för två (eller fler) seriekopplade resistorer. Därmed så är ersättningskapacitansen C_p lika med summan av kondensatorernas individuella kapacitanser.

- Ersättningsimpedansen Z_s för två seriekopplade kondensatorer C_1 och C_2 , såsom figuren nedan till vänster, följer dock samma regler som ersättningsresistansen R_p för två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2 , vilket vi enkelt kan visa med Laplacetransformering.
- Ersättningsimpedansen Z_s för två kondensatorer C_1 och C_2 är lika med summan av deras individuella reaktanser X_{C1} och X_{C2} :

$$Z_s = X_{C1} + X_{C2}$$



Laplacetransformering av två seriekopplade kondensatorer C_1 och C_2 .

- Genom att Laplacetransformera kretsen ovan till vänster så kan vi rita om kretsen enligt figuren ovan till höger. De två kondensatorernas reaktanser är då lika med

$$X_{C1} = \frac{1}{sC_1}$$

samt

$$X_{C2} = \frac{1}{sC_2}$$

- Vi kan då skriva om formeln för serieimpedansen Z_s ovan till

$$Z_s = X_{C1} + X_{C2} = \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}$$

- Vi kan förenkla formeln ovan vidare genom att se till att reaktanserna har en gemensam nämnare:

$$Z_s = \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} = \frac{C_2}{sC_1C_2} + \frac{C_1}{sC_1C_2} = \frac{C_1 + C_2}{sC_1C_2}$$

- Vi hade därmed kunnat ersätta de två seriekopplade kondensatorerna C_1 och C_2 med en kondensator C_s , vars kapacitans är lika med

$$C_s = C_1 // C_2 = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$$

- Denna kondensators reaktans X_c hade då blivit lika med

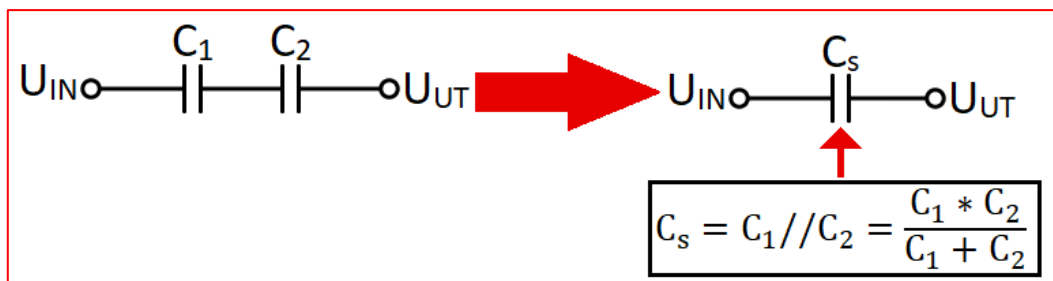
$$X_c = \frac{1}{sC_s} = \frac{1}{s(C_1 // C_2)} = \frac{1}{s\left(\frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}\right)} = \frac{C_1 + C_2}{sC_1C_2},$$

vilket är identiskt med ersättningsimpedansen Z_s för de två parallellkopplade kondensatorerna C_1 och C_2 , eftersom

$$Z_s = \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} = \frac{C_1 + C_2}{sC_1C_2}$$

- Därmed så gäller alltså att ersättningskapacitansen Z_s för två seriekopplade kondensatorer C_1 och C_2 beräknas på samma sätt som ersättningsresistansen R_p för två parallellkopplade resistorer, alltså genom att multiplicera kondensatorernas kapacitanser ($C_1 * C_2$) dividerat på summan av deras kapacitanser ($C_1 + C_2$):

$$C_s = C_1 // C_2 = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$$



Ersättningskapacitansen C_p för två seriekopplade kondensatorer C_1 och C_2 beräknas på samma sätt som ersättningsresistansen R_p för två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2 . Om fler än två kondensatorer är seriekopplade så bör seriekopplingen förenklas gradvis tills endast en kondensator återstår, genom att beräkna ersättningskapacitansen för två kondensatorer i taget med formeln ovan, precis som vi har gjort tidigare för parallellkopplade resistorer.

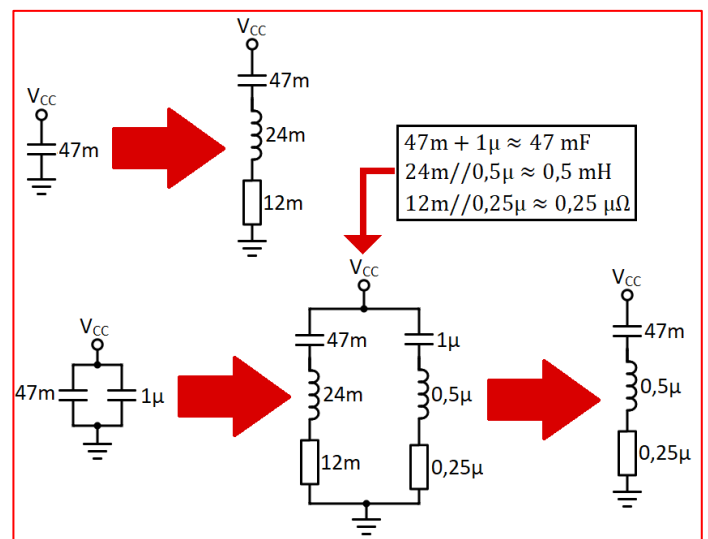
Kom ihåg: Om fler än två kondensatorer är seriekopplade så kan vi beräkna ersättningskapacitansen C_s genom att beräkna ersättningskapacitansen för två kondensatorer i taget med formeln ovan, tills endast en kondensator återstår, vilket vi såg tidigare. Kvarvarande kondensator är då lika med ersättningskapacitansen C_s .

1.7.6 - Typer av kondensatorer

- Det finns två typer av kondensatorer, keramiska kondensatorer och elektrolytkondensatorer. Keramiska kondensatorer, (icke polära kondensatorer) har lägre kapacitans, ofta mätt i enheten nF (nanoFarad) ned till pF (pikoFarad). Detta medför att de är sämre på att lagra energi än elektrolytkondensatorer. Dock är de polärt okänsliga, så man behöver inte tänka på hur man kopplar dem. Keramiska kondensatorer kan vara användbara i filter samt i förstärkare, men generellt sett inte i likriktare. Som vi kommer se nedan så är det en god idé att parallellkoppla elektrolytkondensatorer med keramiska kondensatorer för att förbikoppla elektrolytkondensatorerna relativt höga interna resistans och induktans.
- Elektrolytkondensatorer har högre kapacitans, från hundratals μF (mikroFarad) upp till hundratals mF (milliFarad). De är mycket större till ytan än keramiska kondensatorer. De lämpar sig särskilt bra för att lagra energi.
- Många elektrolytkondensatorer är dock polärt känsliga, vilket betyder att de har en pluspol och en minuspol, där potentialen på pluspolen måste vara högre än spänningspotentialen på minuspolen. Annars kan kondensatorn gå sönder och explodera. Därmed så kan inte alla elektrolytkondensatorer användas till växelström; dock kan de användas i likriktare för att glätta spänningen (då spänningen redan har likriktats). Det är då mycket viktigt att ansluta elektrolytkondensatorn på rätt håll, alltså att dess pluspol ansluts till likriktarens positiva matningsspänning och minuspolen till jord (eller eventuell negativ matningsspänning). Det brukar finnas en grå rand ovanpå minuspolens ben på polära elektrolytkondensatorer, så att man enkelt skall kunna se vilket håll som är vilket.
- Elektrolytkondensatorer ingår ofta i nätaggregat med likriktare, för att jämna ut den likriktade växelspänningen. När växelspänningen har blivit likriktad så finns fortfarande ojämnheter, rippel, kvar. När likriktarens spänning överstiger kondensatorns så laddas kondensatorn upp med elektrisk energi, vilket minskar spänningen. När likriktarens spänning sedan är mindre än kondensatorns så frigör kondensatorn den lagrade energin, vilket ökar spänningen. Spänningskurvan hålls därmed relativt stabil.

ESR och ESL i kondensatorer

- Ett problem med kondensatorer, särskilt elektrolytkondensatorer, är att de innehåller en viss intern resistans samt induktans i serie med kondensatorn, som i vardagligt tal kallas ESR (ekvivalent serieresistans) samt ESL (ekvivalent serieinduktans), se figuren till höger.
- ESR leder till ökade förlusteffekter, vilket i sin tur leder till ökad värmeutveckling, som kan förkorta kondensatorns livslängd eller till och med förstöra den. Dessutom så kan spänningsfallet över ESR bli så högt att det "stjäl" spänning från övriga delar av en krets, exempelvis ut signaler i en likriktare.
- ESL däremot kan leda till oönskat beteende, då induktansen leder till ökat motstånd med ökad frekvens, medan kondensatorn leder till minskat motstånd med ökad frekvens. Detta medför att om vi använder en elektrolytkondensator i exempelvis en högpasfilter (ett filter som spärar signaler under en viss frekvens, den så kallades gränshfrekvensen) och släpper igenom signaler över denna frekvens) så kommer ESL leda till att signalerna fortsätter att spärras högre upp i frekvenser; i bästa fall så kommer då signaler över gränshfrekvensen att spärras till viss del (och därmed försvagas, vilket är icke önskvärt), men om det vill sig riktigt illa så kommer inga signaler att passera,



Genom att parallellkoppla en större elektrolytkondensator med en mindre kondensator så förbikopplas den större kondensators interna resistans (ESR) samt induktans (ESL), som annars kan medföra ökade effektförluster samt oönskat beteende i exempelvis filter.

- Ifall man använder keramiska kondensatorer så kan man oftast försumma ESR och ESL, då dessa kommer vara väldigt små. Men om vi använder elektrolytkondensatorer, särskilt större sådana, så är det en bra idé att parallellkoppla dessa med en keramisk kondensator på mellan $0,1\ \mu\text{F}$ - $1\ \mu\text{F}$; kapacitansen kommer förbli i princip oförändrad, men ESR och ESL kommer minska kraftigt.
- Se exemplet ovan till höger, där vi har en stor elektrolytkondensator på $47\ \text{mH}$; vi kan anta att en sådan kondensator har en ESL som är ungefär hälften av kapacitansen, alltså i detta fall ca $24\ \text{mH}$, samt en ESR som är ungefär en fjärdedel av kapacitansen, alltså $12\ \text{m}\Omega$ i detta fall. Genom att parallellkoppla en keramisk kondensator på $1\ \mu\text{F}$ så kommer den resulterande kapacitansen bli ungefär lika med $47\ \text{mF}$ (ersättningsimpedansen för parallellkopplade kondensatorer är summan av kapacitanserna) medan ESR blir ungefär $0,25\ \mu\text{F}$ och ESL blir ungefär $0,5\ \mu\text{F}$ och. Därmed så minskar vi ESR och ESL med en faktor 48 000!
- **Kom ihåg:** För elektrolytkondensator vars kapacitans överstiger $1\ \mu\text{F}$ så är det en god idé att placera en kondensator mellan $0,1\ \mu\text{F}$ - $1\ \mu\text{H}$ parallellt med denna för att minska påverkan av elektrolytkondensatorns ESR och ESL.

Appendix A

Impedansberäkning av RLC-kretsar via Laplacetransformering:

- Vid Laplacetransformering av alla möjliga kombinationer av RLC-kretsar så gäller samma regler som vi tidigare har sett för spolen och kondensatorn. Värt att notera är att resistorer förblir opåverkade vid Laplacetransformering, eftersom deras motstånd inte är beroende av frekvensen, till skillnad mot spolar och kondensatorer.
- Följande gäller alltså för de olika komponenternas impedanser vid Laplacetransformering:

1. Resistor:



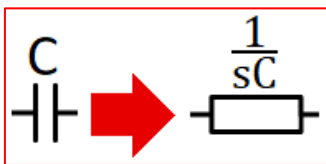
Laplacetransformering av en resistor.

2. Spole:



Laplacetransformering av en spole.

3. Kondensator:



Laplacetransformering av en kondensator.

- Samtidigt så gäller alltid samma regler för serie- och parallellkopplingar som vi har sett tidigare i detta kapitel.
- Nedan visas några vanliga kombinationer av RLC-kretsar. Efter att ha gått igenom dessa så är förhoppningen att läsaren kan förstå tillvägagångssättet för att bestämma impedansen Z vid alla möjliga kombinationer av RLC-kretsar, även sådana som inte visas här.

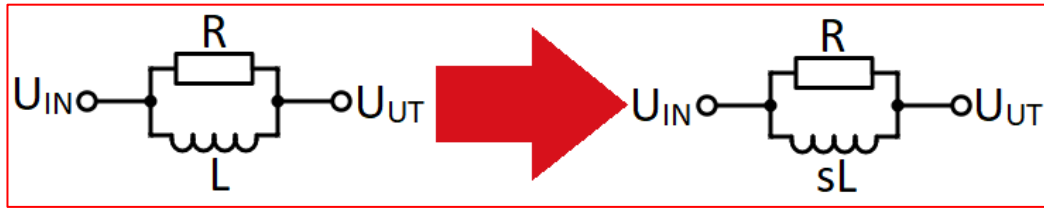
Seriekopplad RL-krets:



Laplacetransformering av en seriekopplad RL-krets.

$$Z_s = R + sL$$

Parallellkopplad RL-krets:



Laplacetransformering av en parallellkopplad RL-krets.

$$Z_p = R // sL = \frac{R * sL}{R + sL} = \frac{sRL}{R + sL} = \frac{sL}{1 + \frac{sL}{R}}$$

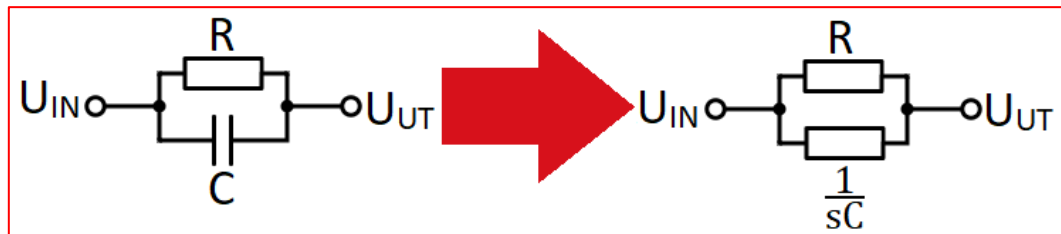
Seriekopplad RC-krets:



Laplacetransformering av en seriekopplad RC-krets.

$$Z_s = R + \frac{1}{sC} = \frac{sRC}{sC} + \frac{1}{sC} = \frac{1 + sRC}{sC}$$

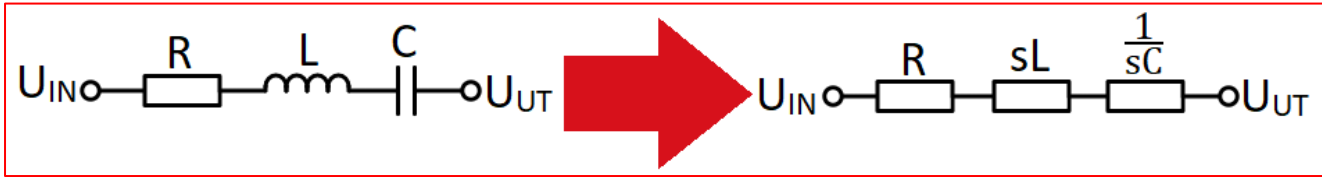
Parallellkopplad RC-krets:



Laplacetransformering av en parallellkopplad RC-krets.

$$Z_p = R // \frac{1}{sC} = \frac{R * \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{\left(\frac{R}{sC}\right)}{\left(\frac{sRC + 1}{sC}\right)} = \frac{R}{1 + sRC}$$

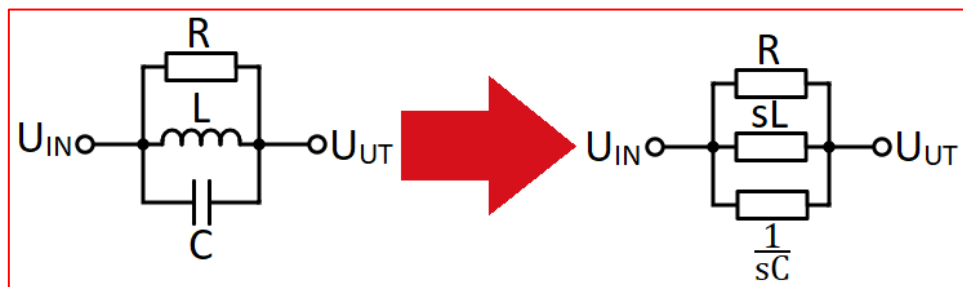
Seriekopplad RLC-krets:



Lapacetransformering av en seriekopplad RLC-krets.

$$Z_s = R + sL + \frac{1}{sC} = \frac{sRC}{sc} + \frac{s^2LC}{sC} + \frac{1}{sC} = \frac{1 + sRC + s^2LC}{sC}$$

Parallellkopplad RLC-krets:



Lapacetransformering av en parallellkopplad RLC-krets.

$$Z_p = R // sL // \frac{1}{sC} = Z_{RL} // \frac{1}{sC},$$

där

$$Z_{RL} = R // sL = \frac{R * sL}{R + sL} = \frac{sRL}{R + sL} = \frac{sL}{1 + \frac{sL}{R}}$$

$$\rightarrow Z_p = Z_{RL} // \frac{1}{sC} = \frac{Z_{RL} * \frac{1}{sC}}{Z_{RL} + \frac{1}{sC}} = \frac{\left(\frac{Z_{RL}}{sC}\right)}{\left(\frac{sCZ_{RL} + 1}{sC}\right)} = \frac{Z_{RL}}{1 + sCZ_{RL}}$$

- Genom att ersätta Z_{RL} med $sL / (1 + sL/R)$ så får vi formeln

$$Z_p = \frac{Z_{RL}}{1 + sCZ_{RL}} = \frac{\left(\frac{sL}{1 + \frac{sL}{R}}\right)}{\left(1 + sC * \frac{sL}{1 + \frac{sL}{R}}\right)} = \frac{\left(\frac{sL}{1 + \frac{sL}{R}}\right)}{\left(1 + \frac{s^2LC}{1 + \frac{sL}{R}}\right)} = \frac{\left(\frac{sL}{1 + \frac{sL}{R}}\right)}{\left(\frac{1 + \frac{sL}{R} + s^2LC}{1 + \frac{sL}{R}}\right)} = \frac{sL}{1 + \frac{sL}{R} + s^2LC}$$