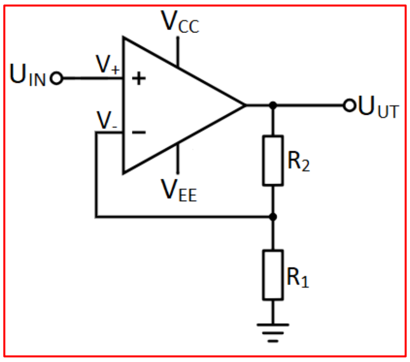
3.4 - Negativ återkoppling i OP-förstärkarkretsar

3.4.1 – Introduktion

- I detta avsnitt behandlas negativ återkoppling i OP-förstärkarkretsar, för att demonstrera dess funktion samt dess påverkan på en given OP-förstärkares egenskaper.

- Negativ återkoppling innebär att en bråkdel av en förstärkares utsignal U_{UT} matas tillbaka till OP-förstärkarens minusingång, se figuren till höger, vilket medför flera fördelar:



Icke-inverterande OP-förstärkarkoppling, där negativ återkoppling används för att linjärisera OP-förstärkaren.

1. **Ökad linjaritet och minskad distorsion:** Leder till jämn prestanda, exempelvis mycket jämn förstärkningsfaktor trots förändrade omständigheter, såsom ökad temperatur, som annars kan leda till mycket ökad förstärkningsfaktor och hög distorsion.

2. **Ökad inimpedans Z_{IN}:** Medför mindre energiförbrukning samt minskade inströmmar på OP-förstärkarens ingångar, vilket medför minskad offset (avvikelser i utsignalens storlek).

3. **Minskad utimpedans Z_{UT}:** Leder till att mycket lågohmiga laster, såsom högtalare, kan drivas med hög effekt utan problem. Annars kan det bli problematiskt att driva lågohmiga laster, då lastresistansen annars kan medföra minskad utström och därmed minskad uteffekt.

4. **Minskad känslighet för eventuell lastresistans:** Medför att förstärkningsfaktorn hålls mycket jämn trots förändrad lastresistans, vilket medför jämn prestanda lägre distorsion.

5. **Ökad bandbredd:** Leder till att OP-förstärkaren fungerar högre upp i frekvens än utan negativ återkoppling. Dock så kommer denna ökning av minska något, då förstärkningen medvetet måste minskas med ökad frekvens för att hålla OP-förstärkaren stabil vid högre frekvenser, se nedan.

- Negativ återkoppling medför också två nackdelar:

1. **Kraftigt minskad förstärkningsfaktor:** Förstärkningsfaktorn kan minska från exempelvis 1 000 000 ned till en faktor 20. Dock är detta vanligtvis inget problem, då det samtidigt leder till enormt ökad linjaritet. Istället för extremt hög, men olinjär förstärkning som är mycket känslig för yttre omständigheter, såsom temperaturförändringar eller eventuella lastresistanser, så erhålls relativt låg, men mycket linjär förstärkning, som är mycket okänslig för tidigare nämnda yttre omständigheter.

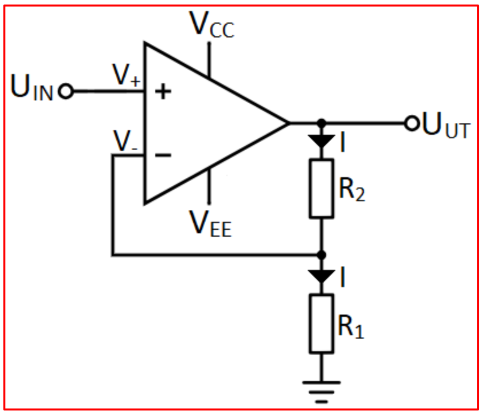
- Om ökad förstärkning ändå behövs så kan ett flertal OP-förstärkare kaskadkopplas, alltså kopplas i följd. Som exempel, två återkopplade OP-förstärkare med en förstärkningsfaktor på 20 var medför en total förstärkning på 20 * 20, alltså en faktor 400.

2. **Instabilitet vid höga frekvenser:** Negativ återkoppling medför att OP-förstärkaren kan bli mycket instabil vid höga frekvenser. Vid en viss frekvens, den så kallade kritiska frekvensen f_k, så kan OP-förstärkaren börja självsvänga, vilket medför instabilitet.

- För att eliminera risken för instabilitet vid höga frekvenser så används så kallad Millerkompensation via en kondensator placerad mellan OP-förstärkarens differentialförstärkare och spänningsförstärkare, som medför att OP-förstärkarens totala förstärkningsfaktor minskar med ökad frekvens, för att understiga en faktor ett innan den kritiska frekvensen f_k.

- Det finns också positiv återkoppling, vilket innebär att en bråkdel av OP-förstärkarens utsignal U_{UT} matas tillbaka till OP-förstärkarens plusingång. Positiv återkoppling medför dock att utsignalen U_{UT} kommer öka kontinuerligt tills OP-förstärkaren blir överstyrd, vilket inte är önskvärt i förstärkarkretsar. Som vi har sett tidigare är det dock användarbart i Schmitt-triggerkretsar, där överstyrning av OP-förstärkaren sker medvetet.

3.4.2 - OP-förstärkarens återkopplingsfaktor K



Genom att mata tillbaka en del av utsignalen U_{UT} till OP-förstärkarens minusingång så bildas ett reglersystem, vilket leder till ett flertal fördelar, såsom minskad, men mycket jämn förstärkning, mindre distorsion samt högre bandbredd.

- På grund av de externa resistorerna R_1 och R_2 så kommer en bråkdel av utsignalen U_{UT} matas tillbaka till OP-förstärkarens minusingång. Därmed så gäller att insignalen V_- på OP-förstärkarens minusingång är en bråkdel av utsignalen U_{UT}.

- Ration mellan insignalen V_- på OP-förstärkarens minusingång och utsignalen U_{UT} brukar anges via OP-förstärkarens så kallade återkopplingsfaktor K, som kan beräknas med formeln

$$K = \frac{V_-}{U_{UT}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

där V_- är inspänningen på OP-förstärkarens minusingång, U_{UT} är utsignalen och R_1 samt R_2 är de två resistorerna i förstärkarkopplingen som avgör förstärkningsfaktorn vid negativ återkoppling.

- Detta kan enkelt demonstreras med via en spänningsvandring. Genom att köra en spänningsvandring från jordpunkten (där spänningen är 0 V) upp till minusingången V_- så passerar vi endast resistor R_1.

- Inspänningen V_- på minusingången är lika med spänningen i jordpunkten (0 V) plus spänningsfallet U_1 över resistor R_1:

$$V_- = 0 + U_1,$$

vilket medför att

$$V_- = U_1$$

- Eftersom vi går mot strömmens riktning så kommer spänningsfallet över R_1 räknas som positivt, då spänningsfallet är negativt i strömmens riktning (eftersom strömmen går från plus- till minuspolen).

- OP-förstärkarens inimpedans Z_{IN} kan antas vara mycket hög så kommer inströmmen på OP-förstärkarens ingångar vara obefintliga, vilket medför att strömmen I flödar genom både resistor R_1 och R_2. Därmed så gäller att spänningsfallet U_1 över resistor R_1 är lika med R_1 multiplicerat med strömmen I, i enlighet med Ohms lag:

$$U_1 = R_1 I,$$

vilket alltså medför att

$$V_- = R_1 I$$

- Vi måste även härleda en formel för utsignalen U_{UT}, vilket vi kan göra med Kirchhoffs spänningslag; summan av samtliga spänningar ett helt varv i en hel krets är lika med noll.

- Vi kör då från jordpunkten via utsignalen U_{UT}, sedan via resistor R_1 och R_2, nu i strömmens riktning, tillbaka till jordpunkten. Som nämndes tidigare så kan vi anta att strömmen I flödar genom båda resistorer, då OP-förstärkarens inimpedans Z_{IN} kan antas vara mycket hög. Vi kan då härleda formeln

$$U_{UT} - R_2 I - R_2 I = 0,$$

där $R_1 I$ samt $R_2 I$ är spänningsfallet över respektive resistor.

- Formeln ovan kan transformeras till

$$U_{UT} = R_1 I + R_2 I,$$

där strömmen I kan brytas ut för att härleda formeln

$$U_{UT} = (R_1 + R_2)I$$

- Därefter kan en formel för återkopplingsfaktorn K härledas:

$$K = \frac{V_-}{U_{UT}} = \frac{R_1 I}{(R_1 + R_2)I},$$

där strömmen I kan elimineras, då denna förekommer i både täljaren och nämnaren, vilket ger formeln

$$K = \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

där R_1 och R_2 är storleken på resistorerna i kretsen.

- Vanligtvis sätts R_2 omkring 19 gånger större än R_1, vilket medför att återkopplingsfaktorn K blir 1/20:

$$R_2 = 19R_1,$$

vilket medför att

$$R_1 + R_2 = R_1 + 19R_1 = 20R_1$$

- Därmed kan återkopplingsfaktorn K beräknas:

$$K = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{20R_1},$$

där R_1 förekommer i både täljaren och nämnaren och han därmed elimineras ut formeln, vilket ger:

$$K = \frac{1}{20}$$

- En återkopplingsfaktor K på 1/20 medför att en tjugondel av utsignalen U_{UT} matas tillbaka till minusingången V_-, eftersom

$$V_- = K * U_{UT} = \frac{1}{20} * U_{UT},$$

vilket medför att

$$V_- = \frac{U_{UT}}{20}$$

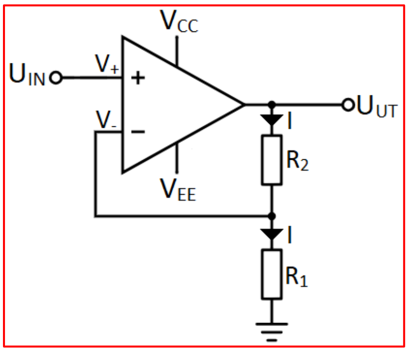
3.4.3 - OP-förstärkaren som reglersystem

- OP-förstärkaren kan ritas som ett konventionellt reglersystem, se figuren till höger. Som synes så är insignalen V_+ på OP-förstärkarens plusingång lika med inspänningen U_{IN}:

$$V_+ = U_{IN},$$

samtidigt som insignalen V_- på minusingången är lika med utsignalen U_{UT} mulitplicerat med återkopplingsfaktorn K:

$$V_- = K * U_{UT}$$



Icke-inverterande OP-förstärkare, som i grund och botten är ett helt vanligt reglersystem.

- Via formeln ovan så ser vi att för en återkopplingsfaktor K på 1/20 så blir inspänningen V_- på OP-förstärkarens minusingång lika med en tjugondel av utspänningen U_{UT}, eftersom

$$V_- = K * U_{UT} = \frac{1}{20} * U_{UT} = \frac{U_{UT}}{20}$$

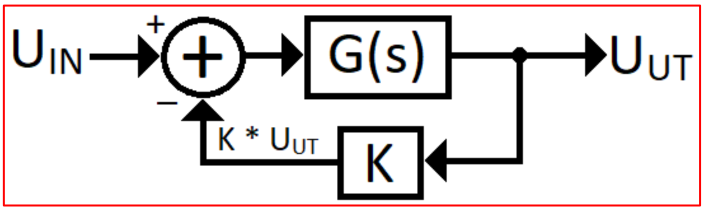
- Spänningsskillnaden ($V_+ - V_-$) mellan OP-förstärkarens plus- och minusingång blir därmed lika med ($U_{IN} - K * U_{UT}$), eftersom

$$V_+ - V_- = U_{IN} - K * U_{UT},$$

- Spänningsskillnaden ($U_{IN} - K * U_{UT}$) mellan insignalerna på OP-förstärkarens plus- och minusingång förstärks med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s), vilket resulterar i utsignalen U_{UT}, se figuren nedan. Därmed kan en formel för OP-förstärkarens utsignal U_{UT} härledas:

$$U_{UT} = (U_{IN} - K * U_{UT}) * G(s),$$

där U_{IN} är insignalen på plusingången, vilket är den egentliga ingången för exempelvis ljudsignaler och dylikt som skall förstärkas, $K * U_{UT}$ är insignalen på minusingången, som matas tillbaka från OP-förstärkarens utgång, och G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor, som kan vara mycket hög; värden mellan $1 * 10^5 - 1 * 10^6$ är inte ovanligt.



OP-förstärkaren illustrerad som ett reglersystem. Skillnaden mellan inspänningen på OP-förstärkarens plus- och minusingång ($U_{IN} - K * U_{UT}$) förstärks med en faktor G(s).

K är OP-förstärkarens återkopplingsfaktor, som indikerar hur stor andel av utsignalen som matas tillbaka, vilket vi ställer in med de externa resistorerna R_1 och R_2.

Vanligtvis är återkopplingsfaktorn K ungefär lika med 1 / 20, vilket innebär en closed loop-förstärkningsfaktor G_{CL} på 20.

Closed-loop-förstärkning G_{CL}:

- Negativ återkoppling medför att en sluten loop bildas. OP-förstärkarens förstärkningsfaktor vid negativ återkoppling kallas closed-loop-förstärkning och betecknas G_{CL}, där closed loop står för sluten loop.

- Closed-loop-förstärkningen G_{CL} är ration mellan in- och utsignalen U_{IN} och U_{UT} när loopen är sluten, vilket medför att:

$$G_{CL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}},$$

där G_{CL} är closed-loop-förstärkningen och U_{IN} samt U_{UT} är in- respektive utsignalen.

- Genom att sätta in de tidigare härledda formlerna för in- och utsignalen U_{UT} så kan en formel för closed-loop-förstärkningen G_{CL} härledas:

$$G_{CL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{(U_{IN} - K * U_{UT}) * G(s)}{U_{IN}} = \frac{U_{IN} * G(s) - U_{UT} * K * G(s)}{U_{IN}},$$

vilket medför att

$$G_{CL} = G(s) - \frac{U_{UT}}{U_{IN}} * K * G(s) = G(s) - G_{CL} * K * G(s)$$

- Formeln ovan kan transformeras till

$$G_{CL} + G_{CL} * K * G(s) = G(s),$$

där closed-loop-förstärkningen G_{CL} kan brytas ut i vänsterledet, vilket medför att

$$G_{CL}\big(1 + K * G(s)\big) = G(s)$$

- Därefter kan en formel härledas för closed-loop-förstärkningen G_{CL} genom att dividera med 1 + K * G(s) i vänster- och högerled, vilket ger formeln

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)},$$

där G_{CL} är OP-förstärkarens closed-loop-förstärkning, G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor och K är OP-förstärkarens återkopplingsfaktor.

- Därmed så medför negativ återkoppling att förstärkningsfaktorn minskar med en faktor 1 + K * G(s). För en intern förstärkningsfaktor G(s) på 100 000 samt en återkopplingsfaktor K på 1/20 så kommer därmed förstärkningsfaktorn minska men ungefär en faktor 5000, eftersom

$$1 + K * G(s) = 1 + \frac{1}{20} * 100\,000 \approx 5000$$

- För en återkopplingsfaktor K på 1/20 hamnar closed-loop-förstärkningen G_{CL} runt en faktor 20, då

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} = \frac{100\,000}{1 + \frac{1}{20} * 100\,000} \approx \frac{100\,000}{5000} = 20$$

- Därmed ser vi att under förutsättningen att OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) är mycket hög, vilket är normalfallet, så är closed-loop-förstärkningen ungefär lika med inversen till återkopplingsfaktorn K:

$$G_{CL} = \frac{1}{K}$$

Open-loop-förstärkning G_{OL}:

- Utan negativ återkoppling så förstärks inkommande signaler med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s). Utsignalen U_{UT} blir därmed lika med insignalen U_{IN} multiplicerat med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s):

$$U_{UT} = G(s) * U_{IN},$$

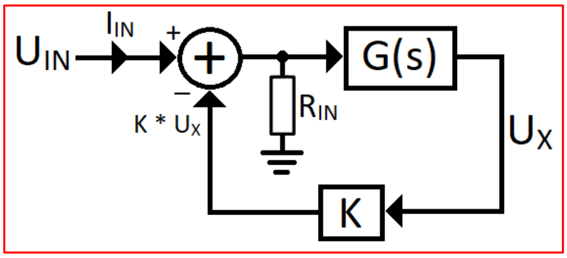
  där U_{UT} är utsignalen, G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor och U_{IN} är insignalen på OP-förstärkarens plusingång.

- OP-förstärkarens förstärkningsfaktor utan negativ återkoppling benämns open-loop-förstärkning och betecknas G_{OL}, där OL står för open loop, vilket indikerar att loopen är öppen/inte sluten.

- Open-loop-förstärkningen G_{OL} är givetvis lika med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s):

$$G_{OL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s)$$

3.4.4 - Ökad inimpedans Z_{IN}



Kretsschema för beräkning av OP-förstärkarens closed-loop-inimpedans $Z_{IN,CL}$.

- OP-förstärkarens open-loop-inimpedans $Z_{IN,OL}$ (inimpedans utan negativ återkoppling) kan beräknas med formeln

$$Z_{IN,OL} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}},$$

där U_{IN} är inspänningen och I_{IN} är inströmmen, som vanligtvis är mycket låg (i området pA).

- Anta att OP-förstärkarens open-loop-inimpedans $Z_{IN,OL}$ (inimpedans utan negativ återkoppling) är helt resistiv och utgörs av inresistansen R_{IN}:

$$Z_{IN,OL} = R_{IN}$$

- För att beräkna closed-loop-inimpedansen Z_{CL} så kan schemat till höger användas, där utsignalen U_{UT} har frånkopplats. OP-förstärkarens resistiva inimpedans R_{IN} kan tänkas utgöra en parallellkoppling mellan plus- och minusingången och jord.

- För att underlätta beräkningen så har spänningen U_X ritats ut på OP-förstärkarens utgång.

- Closed-loop-inimpedansen $Z_{IN,CL}$ är lika med inspänningen U_{IN} dividerat med inströmmen I_{IN} i kretsschemat till höger:

$$Z_{IN,CL} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}}$$

- Vi börjar med att härleda ett uttryck för inströmmen I_{IN}. Vi kan anta att strömmen som flödar genom feedback-loopen (via K) är ungefär lika med noll. Vi kan därmed anta att inströmmen I_{IN} flödar genom resistor R_{IN} till jord, där spänningsfallet över R_{IN} är lika med U_{IN} – K * U_X. Därmed gäller att

$$I_{IN} = \frac{U_{IN} - K * U_X}{R_{IN}}$$

- För att förenkla formeln ovan så behöver spänningen U_X ersättas med ett motsvarande uttryck. Via kretsschemat ovan kan följande formel härledas:

$$U_X = [U_{IN} - K * U_X] * G(s),$$

där U_X är spänningen på OP-förstärkarens utgång, U_{IN} är inspänningen, K är återkopplingsfaktorn och G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor.

- Formeln ovan kan förenklas till

$$U_X = U_{IN} * G(s) - U_X * K * G(s),$$

som kan transformeras till

$$U_X + U_X * K * G(s) = U_{IN} * G(s)$$

- Genom att bryta ut spänningen U_X så erhålls formeln

$$U_X[1 + K * G(s)] = U_{IN} * G(s),$$

som kan transformeras till

$$U_X = U_{IN} * \frac{G(s)}{1 + K * G(s)}$$

- Genom att ersätta U_X i ovanstående formel för inströmmen I_{IN} så erhålls följande:

$$I_{IN} = \frac{U_{IN} - K * U_{IN} * \frac{G(s)}{1 + K * G(s)}}{R_{IN}}$$

- Genom att bryta ut U_{IN} i högerledet så erhålls formeln:

$$I_{IN} = \frac{U_{IN}\left[1 - \frac{K * G(s)}{1 + K * G(s)}\right]}{R_{IN}},$$

som kan transformeras till

$$\frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{R_{IN}}{1 - \frac{K * G(s)}{1 + K * G(s)}},$$

vilket är ekvivalent med

$$\frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{R_{IN}}{\left[\frac{1 * (1 + K * G(s)) - K * G(s)}{1 + K * G(s)}\right]} = \frac{R_{IN}}{\left[\frac{1 + K * G(s) - K * G(s)}{1 + K * G(s)}\right]} = \frac{R_{IN}}{\left[\frac{1}{1 + K * G(s)}\right]}$$

- Genom att multiplicera med 1 + K * G(s) i både täljare och nämnare, så erhålls:

$$\frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{R_{IN}}{\left[\frac{1}{1 + K * G(s)}\right]} * \frac{1 + K * G(s)}{1 + K * G(s)} = \frac{R_{IN}[1 + K * G(s)]}{\left[\frac{1(1 + K * G(s))}{1 + K * G(s)}\right]} = R_{IN}[1 + K * G(s)]$$

- Därmed ser vi att

$$Z_{IN,CL} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = R_{IN}[1 + K * G(s)]$$

- Resultatet indikerar att negativ återkoppling medför att inimpedansen Z_{IN} ökar med en faktor 1 + K * G(s), då

$$\frac{Z_{IN,CL}}{Z_{IN,OL}} = \frac{R_{IN}[1 + K * G(s)]}{R_{IN}} = 1 + K * G(s),$$

  där K är OP-förstärkarens återkopplingsfaktor och G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor.

- Som exempel, för en intern förstärkningsfaktor G(s) på 100 000 samt en återkopplingsfaktor K på 1/20 så medför negativ återkoppling att inimpedansen Z_{IN} ökar med en faktor på ca 5000, eftersom

$$Z_{IN,CL} = Z_{IN,OL} * (1 + K * G(s)) = Z_{IN,OL} * \left(1 + \frac{1}{20} * 100\,000\right) \approx Z_{IN,OL} * 5000$$

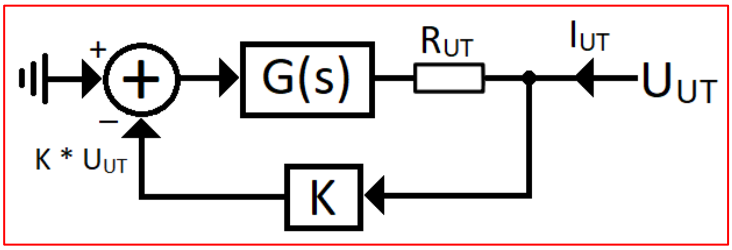
- Inimpedansen $Z_{IN,OL}$ utan negativ återkoppling är vanligtvis är moderat till mycket hög, mellan enstaka MΩ upp till hundratals TΩ beroende på ifall BJT- eller MOSFET-transistorer används på ingångarna. Med negativ återkoppling så kan vi räkna med att inimpedansen ligger mellan ett fåtal GΩ upp till hundratals PΩ.

3.4.5 - Minskad utimpedans Z_{UT}

- OP-förstärkarens open-loop utimpedans $Z_{UT,OL}$ (utimpedans utan negativ återkoppling) kan beräknas med formeln

$$Z_{UT,OL} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}},$$

där U_{UT} är utsignalen och I_{UT} är utströmmen.



Kretsschema för beräkning av OP-förstärkarens closed-loop-utimpedans $Z_{UT,CL}$.

- Vi antar att $Z_{UT,OL}$ är helt resistiv och därmed består utav utresistansen R_{UT}:

$$Z_{UT,OL} = R_{UT}$$

- För beräkning av closed-loop-utimpedansen $Z_{UT,CL}$ så används kretsschemat till höger, där inspänningen U_{IN} kortsluts och en spänningskälla U_{UT} ansluts till ingången.

- Closed-loop-utimpedansen $Z_{UT,CL}$ är lika med ration av utspänningen U_{UT} samt utströmmen I_{UT} i kretsschemat ovan:

$$Z_{UT,CL} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}}$$

- Vi kan anta att strömmen som flödar genom feedback-loopen (via K i kretsschemat) är ungefär lika med noll, då OP-förstärkarens closed-loop-inimpedans $Z_{IN,CL}$ kan antas vara mycket hög.

- Därmed kan vi anta att strömmen som flödar genom R_{UT} är lika med I_{UT}, där spänningsfallet över R_{UT} är lika med U_{UT} – [-K * U_{UT} * G(s)], se kretsschemat ovan. Därmed gäller att

$$I_{UT} = \frac{U_{UT} - [-K * U_{UT} * G(s)]}{R_{UT}} = \frac{U_{UT} + K * U_{UT} * G(s)}{R_{UT}}$$

- Genom att bryta ut U_{UT} ur högerledet så erhålls formeln

$$I_{UT} = \frac{U_{UT}[1 + K * G(s)]}{R_{UT}},$$

som kan transformeras till

$$\frac{U_{UT}}{I_{UT}} = \frac{R_{UT}}{1 + K * G(s)}$$

- Därmed gäller att

$$Z_{UT,CL} = \frac{U_{UT}}{I_{UT}} = \frac{R_{UT}}{1 + K * G(s)}$$

- Resultatet indikerar att OP-förstärkarens utimpedans Z_{UT} minskar med en faktor 1 + K * G(s) vid negativ återkoppling, då

$$\frac{Z_{UT,CL}}{Z_{UT,OL}} = \frac{\left(\frac{R_{UT}}{1 + K * G(s)}\right)}{R_{UT}},$$

som kan förenklas via multiplikation med 1/R_{UT} i både täljare och nämnare:

$$\frac{Z_{UT,CL}}{Z_{UT,OL}} = \frac{\left(\frac{R_{UT}}{1 + K * G(s)}\right)}{R_{UT}} * \frac{\left(\frac{1}{R_{UT}}\right)}{\left(\frac{1}{R_{UT}}\right)} = \frac{1}{1 + K * G(s)}$$

- Därmed ser vi att ration mellan utimpedansen Z_{UT} med och utan negativ återkoppling är lika med

$$\frac{Z_{UT,CL}}{Z_{UT,OL}} = \frac{1}{1 + K * G(s)}$$

där K är OP-förstärkarens återkopplingsfaktor och G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor.

- För en intern förstärkningsfaktor G(s) på 100 000 samt en återkopplingsfaktor K på 1/20 så medför därmed negativ återkoppling att utimpedansen Z_{UT} minskar med en faktor på ca 5000, eftersom

$$\frac{Z_{UT,CL}}{Z_{UT,OL}} = \frac{1}{1 + K * G(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{20} * 100\,000} \approx \frac{1}{5000}$$

- Förutsatt att ett bra slutsteg används så brukar OP-förstärkarens utimpedans $Z_{UT,OL}$ utan negativ återkoppling som mest uppgå till ett fåtal Ω. Vid negativ återkoppling så kommer utimpedansen Z_{UT} i så fall minska till ett fåtal mΩ. Att utimpedansen minskade ytterligare är positivt, men eftersom Z_{UT} redan var så låg så hade de flesta laster kunnat drivas utan problem.

- Som en tumregel så bör OP-förstärkarens utimpedans Z_{UT} vara minst tio gånger lägre än lastresistansen R_L för att inte förstärkningen skall minska, vilket kan leda till att högtalaren inte kan drivas effektivt. Därmed så kan lågohmiga laster, såsom en högtalare på 8 Ω eller laster med ännu lägre resistans, medföra problem på grund av sin låga resistans.

- En del OP-förstärkare, så kallade obuffrade OP-förstärkare, har dock inget slutsteg, vilket medför att utimpedansen Z_{UT} är moderat till hög, vanligtvis mellan hundratals kΩ upp till hundratals MΩ. I dessa fall så kommer utimpedansen Z_{UT} bli kraftigt reducerad, från hundratals Ω till hundratals kΩ.

3.4.6 - Minskad känslighet för lastresistans R_L

- Vi har sett tidigare att utsignalen U_{UT} ur en OP-förstärkare utan negativ återkoppling kan härledas med formeln

$$U_{UT} = G(s) * U_{IN},$$

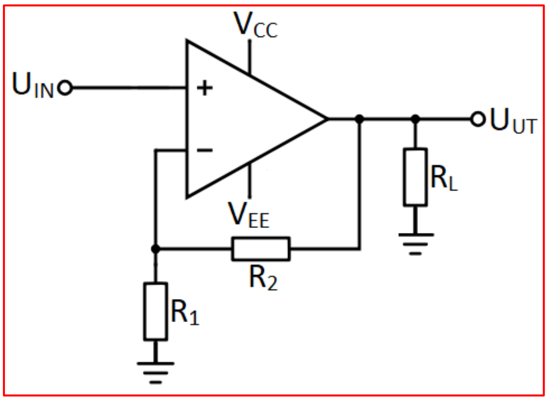
där utsignalen U_{UT} är lika med insignalen U_{IN} multiplicerat med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s).

- Därmed så gäller att open-loop-förstärkningen G_{OL} är lika den interna förstärkningsfaktorn G(s), eftersom

$$G_{OL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s)$$

- I lastat tillstånd så kommer dock open-loop-förstärkningen i de flesta fall bli kraftigt reducerad, vilket vi kan se genom att analysera en OP-förstärkare som är lastad med en resistans R_L, såsom figuren ovan till höger.

- Som vi kommer se senare så är hög utresistans r_o ur så kallade spännings- och differentialförstärkare mycket viktigt för att erhålla hög spänningsförstärkning.



OP-förstärkare lastad med resistansen R_L på utgången, som kraftigt minska open-loop-förstärkningen G_{OL}, som minskar från den interna förstärkningen G(s) till ersättningsimpedansen G(s)//R_L.

Negativ återkoppling medför att lastens påverkan på closed-loop-förstärkningen G_{CL} blir knappt märkbar för moderata till höga laster. För lägre laster, såsom högtalare, så krävs ett väl fungerande slutsteg på OP-förstärkarens utgång, som vi kommer se senare.

Introduktion till OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) med och utan lastresistans R_L, sett från insidan:

- Följande stycke beskriver kortfattat OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) sett från insidan. För mer information, se kapitel *4.2 – Spänningsförstärkaren* samt *4.4 – Differentialförstärkaren*.

- OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) är produkten av differentialförstärkarens differentialförstärkning G_1 (förstärkning av önskvärda signaler, såsom ljud) samt spänningsförstärkningen G_2 från spänningsförstärkaren:

$$G(s) = G_1 * G_2$$

- Som vi kommer se senare så är spänningsförstärkningsfaktorerna G_1 och G_2 både inverterande, men dessa tar ut varandra genom att produkten av två negativa storheter blir positiv.

- Anta att differentialförstärkarens förstärkningsfaktor G_1 är lika med -250:

$$G_1 = -250$$

- Ifall en obuffrad OP-förstärkare används, alltså en OP-förstärkare utan slutsteg, så kommer lastresistansen R_L utgöra en parallellkoppling med spänningsförstärkarens utresistans r_{o2}, vilket medför att spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2 kraftigt minskar.

- Antag att vi använder ett så kallat GE-steg, alltså en spänningsförstärkare som består av en BJT-transistor på ingången. Vi siktar på att en kollektorström I_C på 10 mA flödar genom spänningsförstärkaren. Vi kan då för enkelhets skull anta att dess utresistans r_{o2} är lika med 100 kΩ, samtidigt som den så kallade inbygga emitterresistansen r_{e2} är ungefär lika med 2,6 Ω, då denna är ungefär lika med 26 dividerat på kollektorströmmen mätt i mA:

$$r_{e2} = \frac{26}{I_{c(ma)}} = \frac{26}{10} = 2,6\ \Omega$$

- Vi skall sedan beräkna spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2 i olastat samt lastat tillstånd. Anta att vi har en lastresistans R_L på 1 kΩ. I olastat tillstånd så blir därmed G_2 ungefär lika med -4000, eftersom

$$G_2 = -\frac{r_{o2}}{r_{e2}} = -\frac{100k}{26} \approx -4000,$$

vilket medför att den interna förstärkningen G(s) blir ungefär lika med 1 000 000, eftersom

$$G(s) = G_1 * G_2 \approx -250 * -4000 = 1\ 000\ 000$$

- Därmed blir också open-loop-förstärkningen G_{OL} ungefär lika med 1 000 000, eftersom

$$G_{OL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s) \approx 1\ 000\ 000$$

- Däremot i lastat tillstånd, då differentialförstärkarens förstärkningsfaktor G_1 fortfarande är -250, så kommer spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2 kraftigt minska till ungefär 40, då lastresistansen R_L utgör en parallellkoppling $r_{o2}//R_L$ med spänningsförstärkarens utresistans r_{o2}, vilket medför att

$$G_{2,last} = -\frac{r_{o2}//R_L}{r_{e2}} = -\frac{100k//1k}{26} \approx -\frac{1k}{26} - 40,$$

vilket medför att den interna förstärkningen G(s) minskar till runt 10 000, eftersom

$$G(s) = G_1 * G_2 \approx -250 * -40 = 10\ 000$$

- Därmed så minskar open-loop-förstärkningen $G_{OL,last}$ i lastat tillstånd till ungefär 10 000, eftersom

$$G_{OL,last} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s) \approx 10\ 000$$

- Notera att open-loop-förstärkningen minskade men en faktor 100, vilket är extremt mycket. Därmed så är open-loop-förstärkningen mycket känsliga för laster, särskilt laster med låg till moderat resistans.

Förenklad beskrivning av OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) med och utan lastresistans R_L:

- I detta avsnitt används en något förenklad modell, där vi säger att lastresistansen R_L utgör en parallellkoppling med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s), vilket minskar open-loop-förstärkningen G_{CL} från G(s) till G(s)//R_L. Resultatet blir ungefär detsamma, även om detta är något förenklat från vad som sker i praktiken (egentligen är det spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_{VAS} som minskar). För mer information om detta, se senare avsnitt om spänningsförstärkaren.

- Förenklat sett kan vi tänka att utan negativ återkoppling så kommer den interna förstärkningsfaktorn G(s) kraftigt minska av låga till moderata laster, eftersom lasten kommer utgöra en parallellkoppling G(s)//R_L med denna, vilket medför att open-loop-förstärkningen G_{OL} kommer minska:

$$G_{OL,last} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s)//R_L,$$

där ersättningsimpedansen G(s)//R_L blir ungefär lika med lastresistansen R_L, förutsatt att denna är mycket lägre än G(s):

$$G_{OL,last} \approx R_L,$$

då

$$G(s) \gg R_L$$

- Antag att vi använder en OP-förstärkare, vars interna förstärkningsfaktor G(s) är lika med 1 000 000. Open-loop-förstärkningen G_{OL} i olastat tillstånd blir som bekant lika med 1 000 000, eftersom

$$G_{OL} = G(s) = 1\,000\,000$$

- Antag nu att OP-förstärkaren blir lastad med en resistans R_L på 1 kΩ. Open-loop-förstärkningen G_{CL} minskar då från 1 000 000 till ungefär 1000, eftersom

$$G_{OL,last} = G(s)//R_L = 1M//1k = \frac{1M * 1k}{1M + 1k} \approx 1000$$

- Open-loop-förstärkningen G_{OL} minskade alltså med en faktor 1000! Därmed ser vi att open-loop-förstärkningen är mycket känslig mot laster, speciellt laster med låg till moderat resistans.

- Vi har också sett att OP-förstärkarens closed-loop-förstärkning G_{CL} kan härledas med formeln

$$G_{CL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)},$$

där G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor och K är den så kallade återkopplingsfaktorn, som indikerar hur stor andel av utsignalen U_{UT} som matas tillbaka till OP-förstärkarens minusingång.

$$G_{CL,last} = \frac{G(s)//R_L}{1 + K * G(s)//R_L}$$

- Förutsatt att lastresistansen R_L är mycket lägre än den interna förstärkningsfaktorn G(s) så blir parallellkopplingen $G(s)//R_L$ ungefär lika med lastresistansen R_L. Vi kan då göra följande approximation för closed-loop-förstärkningen G_{CL} i lastat tillstånd:

$$G_{CL,last} \approx \frac{R_L}{1 + K * R_L}$$

- Låt oss anta att vi har samma specifikationer som förut, alltså att OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) är lika med 1 000 000, samtidigt som lastresistansen R_L är lika med 1 kΩ. Låt oss anta att vi siktar på en closed-loop-förstärkning G_{CL} på 20 i olastat tillstånd, vilket medför en återkopplingsfaktor K på 20, eftersom

$$K = \frac{1}{G_{CL}} = \frac{1}{20}$$

- I olastat tillstånd så kommer då closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} hamna mycket nära 20, eftersom

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} = \frac{1M}{1 + \frac{1}{20} * 1M} \approx \frac{1M}{50\,000} = 20$$

- Även i olastat tillstånd så kommer closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} hamna mycket nära 20, eftersom

$$G_{CL,last} = \frac{G(s)//R_L}{1 + K * G(s)//R_L} = \frac{1M//1k}{1 + \frac{1}{20} * 1M//1k} \approx \frac{1k}{1 + \frac{1}{20} * 1k} \approx \frac{1k}{50} = 20$$

Betydelsen av slutsteg för att kunna driva lågohmiga laster:

- Vi såg tidigare att OP-förstärkarens closed-loop-förstärkningsfaktor G_{CL} blir knappt påverkad av moderata till höga lastresistanser. Det är först när lastresistansen R_L närmar sig closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL}, som förstärkningsfaktorn börjar minska. Om R_L är lika med eller understiger G_{CL} så kommer förstärkningsfaktorn minska kraftigt. Som exempel, ifall vi lastar OP-förstärkaren med en högtalare, vars resistans R_L vanligtvis är 8 Ω, så blir closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} lika med 5,7:

$$G_{CL,last} = \frac{G(s)//R_L}{1 + K * G(s)//R_L} = \frac{1M//8}{1 + \frac{1}{20} * 1M//8} \approx \frac{8}{1 + \frac{1}{20} * 8} \approx \frac{8}{1 + 0,4} \approx 5,7$$

- På grund av detta så används vanligtvis ett slutsteg som sista förstärkarsteg inuti OP-förstärkaren. Slutstegets funktion är att minska OP-förstärkarens utresistans, samtidigt som den kraftigt minskar lastresistansens påverkan på spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2.

- Som vi kommer se senare så fungerar slutsteget ungefär som ett förstoringsglas, som ökar resistansen sedd från dess ingång från dess utgång; vi kan räkna med att ett slutsteg består av tre delar, som var och en ökar lastresistansen R_L sedd från spänningsförstärkarens utgång med en faktor 50–100.

- För enkelhets skull antar vi att den totala ökningen blir 100 * 100 * 50 = 500 000. En lastresistans R_L på 8 Ω medför då en förstärkts lastresistans R_{L2} på 4 MΩ sedd från spänningsförstärkarens utgång, eftersom:

$$R_{L2} = R_L * 100 * 100 * 50 = 8 * 100 * 100 * 50 = 4\ M\Omega$$

- Därmed så blir spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor i princip opåverkad av högtalarens lastresistans R_L, eftersom

$$G_{2,last} = -\frac{r_{o2}//R_{L2}}{r_{e2}} = -\frac{100k//4M}{26} \approx -\frac{100k}{26} - 4000,$$

vilket medför att den interna förstärkningsfaktorn G(s) förblir ungefär 1 000 000, eftersom

$$G(s) = G_1 * G_2 \approx -250 * -4000 = 1\ 000\ 000$$

- Vi ser då att vi kan försumma högtalarens lastresistans R_L, då spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2 blir i princip påverkad av lastresistansen R_L då ett välfungerande slutsteg används. Därmed så kommer den interna förstärkningsfaktorn G(s) förbli i princip opåverkad:

$$G_{2,last} \approx G_2$$

- Därmed så förblir closed-loop-förstärkningen G_{CL} ungefär 20 även vid lågohmiga laster, såsom högtalare, förutsatt att ett slutsteg används. Vi kan därmed försumma lastresistansen R_{L2} och beräkna closed-loop-förstärkningen $G_{CL,last}$ som i olastat tillstånd:

$$G_{CL,last} \approx G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} = \frac{1M}{1 + \frac{1}{20} * 1M} \approx \frac{1M}{1 + \frac{1}{20} * 1M} \approx \frac{1M}{50k} = 20$$

- Detta gäller även för open-loop-förstärkningen, som också blir skyddad av slutsteget och därmed förblir i princip opåverkad av lastresistansen R_{L2}, eftersom

$$G_{OL,last} = G(s) \approx 1\ 000\ 000$$

- Därmed ser vi att ett slutsteg är mycket viktigt för att kunna driva lågohmiga laster. Vi har sett att användning av negativ återkoppling minskar påverkan av eventuell last R_L på closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL}. Dock såg vi att användning av slutsteg kan minska påverkan av lågohmiga laster, både med och utan negativ återkoppling. Negativ återkoppling medför dock att mycket låga laster, alltså laster nära noll, kan drivas utan problem, vilket fortfarande kommer vara problematiskt utan negativ återkoppling.

3.4.7 - Minskade olinjariteter och distorsion

- Negativ återkoppling har mycket stor betydelse för en OP-förstärkarens linjaritet. Som exempel, utan negativ återkoppling så kommer OP-förstärkarens open-loop-förstärkningsfaktor G_{CL} variera enormt med temperaturen, vilket leder till hög distorsion (förvrängning av utsignalerna).

- Som vi kommer se senare så kan den interna förstärkningsfaktorn G(s), och därmed också closed-loop-förstärkningen G_{CL}, på en OP-förstärkare konstruerad med BJT-transistorer öka med ungefär 20 % för varje grad °C temperaturökning inuti förstärkaren. Vid drift kan vi räkna med att temperaturen inuti förstärkaren ökad med mer än så, vilket leder till en mycket olinjär förstärkare. Som vi kommer se senare så leder negativ återkoppling till att sådana olinjariteter i princip elimineras.

- Antag för ett ögonblick att förstärkarsteget inuti OP-förstärkaren är konstruerade med BJT-transistorer. Ökad temperatur leder till ca 9 % ökning av I_C per °C, vilket medför att den interna förstärkningsfaktorn G(s) kommer öka, eftersom differentialförstärkarens differentialförstärkning G_1 kan beräknas med formeln

$$G_1 = -\frac{r_{o1}}{r_{e1}},$$

där r_{o1} är differentialförstärkarens utresistans och r_{e1} är dess inbyggda emitterresistans, som kan beräknas med formeln

$$r_{e1} = \frac{26}{I_{c1(mA)}},$$

vilket medför att

$$G_1 = -\frac{r_{o1}}{r_{e1}} = -\frac{r_{o1}}{\left(\frac{26}{I_{c1(mA)}}\right)} = -\frac{r_{o1} * I_{c1(mA)}}{26}$$

- I takt med att temperaturen ökar så kommer kollektorströmmen I_{C1} öka, vilket medför att differentialförstärkarens differentialförstärkning G_1 ökar.

- Därmed så kan vi räkna med att förstärkningsfaktorn G_1 ökar med ca 9 % per ökning av den omgivande temperaturen. Eftersom temperaturen garanterat kommer öka mer än 1 °C vid drift så kommer G_1 öka relativt kraftigt.

- Detsamma gäller för spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2; ökad temperatur leder till ca 9 % ökning av kollektorströmmen I_{C2} per °C, vilket medför att G_2 kommer öka, eftersom

$$G_2 = -\frac{r_{o2}}{r_{e2}},$$

där

$$r_{e2} = \frac{26}{I_{c2(mA)}},$$

vilket medför att

$$G_2 = -\frac{r_{o2}}{r_{e2}} = -\frac{r_{o2}}{\left(\frac{26}{I_{c2(mA)}}\right)} = -\frac{r_{o2} * I_{c2(mA)}}{26}$$

- I takt med att temperaturen ökar så kommer kollektorströmmen I_{C2} öka, vilket medför att spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2 ökar.

- Precis som för förstärkningsfaktorn G_1 så kan vi räkna med att varje grad temperaturökning medför att förstärkningsfaktorn G_2 ökar med ca 9 %. Eftersom temperaturen garanterat kommer öka mer än 1 °C vid drift så kommer G_2 öka relativt kraftigt.

- Samtidigt kan vi anta att slutstegets förstärkningsfaktor G_3 hålls stabilt runt ett vid ökad temperatur:

$$G_3 \approx 1$$

- Vi kan därmed anta att vid en given starttemperatur så är den interna förstärkningsfaktorn G(s) ungefär lika med produkten av differentialförstärkarens differentialförstärkning G_1 samt spänningsförstärknarens förstärkningsfaktor G_2, eftersom

$$G(s) = G_1 * G_2 * G_3 \approx G_1 G_2 * 1 = G_1 G_2$$

- Antag nu att den omgivande temperaturen ökar med 1 °C. Som vi såg tidigare så kommer då både differentialförstärkarens differentialförstärkning G_1 samt spänningsförstärknarens förstärkningsfaktor G_2 öka med ca 9 % var. Därmed så kommer den interna förstärkningsfaktorn öka med ca 19 %, eftersom

$$G(s) = 1{,}09G_1 * 1{,}09G_2 * G_3 \approx 1{,}09^2 * G_1 G_2 * 1 \approx 1{,}19G_1 G_2$$

- Vi ser därmed att för en temperaturökning på 1 °C så kommer den interna förstärkningsfaktorn G(s) öka med en faktor på ca 1,19. Vi kan därmed räkna med att G(s) kommer öka med ungefär en faktor 1,19 per grad som temperaturen ökar.

- Därmed så kan den interna förstärkningsfaktorn G(s) vid en given temperaturökning x beräknas med formeln

$$G(s,) \approx 1{,}19^x G_1 G_2,$$

där x är temperaturökningen i °C, G_1 differentialförstärkarens differentialförstärkning och G_2 är spänningsförstärkarens spänningsförstärkning.

- Vi såg tidigare att för en temperaturökning på 1 °C så ökade OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) med nästan 20 %. En temperaturökning på 5 °C hade istället medfört en ökning av G(s) med en faktor på hela 2,4:

$$G(s) \approx 1{,}19^5 G_1 G_2 \approx 2{,}4G_1 G_2,$$

samtidigt som en temperaturökning på 10 °C hade medfört en ökning av G(s) med en faktor på hela 5,6:

$$G(s) \approx 1{,}19^{10} G_1 G_2 \approx 5{,}6G_1 G_2$$

- Lika stora minskning av G(s) erhålls av temperaturminskning från starttemperaturen. Som exempel, en temperaturminskning på 5 °C hade medfört en minskning G(s) med en faktor på 2,4:

$$G(s) \approx 1{,}19^{-5} G_1 G_2 \approx 0{,}42G_1 G_2,$$

där G(s) minskade till ca 42 % av startvärdet, vilket medför en minskning på ca 1 / 0,42 ≈ 2,4.

- Eftersom open-loop-förstärkningen G_{OL} är lika med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) så kommer OP-förstärkaren bli mycket temperaturinstabil utan negativ återkoppling, sett till förstärkningsfaktor G_{OL} samt distorsion, eftersom

$$G_{OL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s)$$

- Som vi kommer se senare så kan problem med temperaturstabilitet reduceras genom att använda så kallade emitterresistorer (eller sourceresistorer, beroende på transistortyp) i differentialförstärkaren samt spänningsförstärkaren, som i sig utgör ett återkopplat system. Dock har detta nackdelen är differentialförstärkningen G_1 samt spänningsförstärkningen G_2 vanligtvis kommer minska med en faktor var, vilket leder till att OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) kommer minska med en faktor 100!

- I de flesta fall, särskilt audioapplikationer, så används både negativ återkoppling i OP-förstärkarkretsen samt emitterresistorer i förstärkarsteget för att göra OP-förstärkaren så linjär som möjligt, vilket leder till minskad distorsion. Dock så är negativ återkoppling absolut viktigast; OP-förstärkaren kommer vara relativt linjär även utan emitterresistorer (eller sourceresistorer). I många kretsar, främst mindre IC-kretsar, där det inte finns utrymme för resistorer, så används varken emitterresistorer (eller sourceresistorer) överhuvudtaget utan problem.

Reduktion av olinjariteter via negativ återkoppling:

- Vi har tidigare sett att closed-loop förstärkningsfaktorn G_{CL} för en återkopplad OP-förstärkare är lika med

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)},$$

där G_{CL} är OP-förstärkarens closed-loop-förstärkning, G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor och K är OP-förstärkarens återkopplingsfaktor.

- Antag att OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) är lika med 1 000 000 och återkopplingsfaktorn K är lika med 1/20. Vi starttemperaturen blir då closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} ungefär lika med 20, eftersom

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} = \frac{1M}{1 + \frac{1}{20} * 1M} \approx \frac{1M}{50k} = 20$$

- Även om temperaturen ökar med 10 °C, vilket leder till att den interna förstärkningsfaktorn G(s) ökar med en faktor på ca 5,6 (till 5,6 * 10^6) så kommer closed-loop-förstärkningen hållas stabil, eftersom

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} \approx \frac{5{,}6M}{1 + \frac{1}{20} * 5{,}6M} \approx \frac{5{,}6M}{280k} = 20$$

- Även om temperaturen hade ökat med 50 °C, vilket hade lett till den interna förstärkningsfaktorn G(s) hade ökat med en faktor på ca 5530 (till ca 5,53 * 10^9), eftersom

$$G(s) \approx 1{,}19^{50} G_1 G_2 \approx 5529 G_1 G_2,$$

så hade closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} hållits stabil, eftersom

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} \approx \frac{5{,}53G}{1 + \frac{1}{20} * 5{,}53G} \approx \frac{5{,}53G}{276{,}4M} = 20$$

- Closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} hade även hållits stabil vid temperaturminskningar. Som exempel, en temperaturminskning från starttemperaturen med 10 °C hade medfört en minskning av G(s) med en faktor på 5,6 (till ca 178 000) eftersom

$$G(s) \approx 1{,}19^{-10} G_1 G_2 \approx 0{,}178 G_1 G_2,$$

där G(s) minskade till ca 17,8 % av startvärdet, vilket medför en minskning på ca 1 / 0,178 ≈ 5,6.

Även i detta fall hade closed-loop-förstärkningsfaktorn G_{CL} hållits stabil, eftersom

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} \approx \frac{178\,000}{1 + \frac{1}{20} * 178\,000} \approx \frac{178\,000}{8920} = 20$$

- Därmed ser vi att negativ återkoppling medför att closed-loop-förstärkningen hålls stabil trots varierande temperatur, medan open-loop-förstärkningen G_{OL} ökar med ca 20 % per grad som den omgivande temperaturen ökar.

- Tillsammans med användning av emitterresistorer i de interna förstärkarstegen så kan ytterligare temperaturstabilitet samt minskning av distorsion erhållas.

3.4.8 - Ökad bandbredd BW

- OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) varierar med insignalernas frekvens. Den interna förstärkningsfaktorn G(s) är som högst vid likström och minskar gradvis med ökad frekvens, på grund av kapacitanser i OP-förstärkarens interna förstärkarsteg. Dock så hålls förstärkningsfaktorn G(s) relativt konstant till en viss frekvens, då börjar G(s) falla kraftigt. Denna frekvens kallas OP-förstärkarens övre brytfrekvens och betecknas $f_ö$.

- När en OP-förstärkares interna förstärkningsfaktor mäts eller beräknas så utförs detta vanligtvis med så kallade småsignalmodeller, som beräknas vid låga frekvenser. Detta medför att den interna förstärkningsfaktorn G(s) som beräknas gäller vid låga frekvenser, inte vid höga frekvenser.

- Som exempel, en OP-förstärkare vars interna förstärkningsfaktor G(s) är specificerad till 100 000 gäller endast vid låga frekvenser. Men ökad frekvens så kommer G(s) gradvis minska något, för att kraftigt minska vid den övre brytfrekvensen $f_ö$.

- Antag att vi har en OP-förstärkare vars interna förstärkningsfaktor G(s) vid en given frekvens kan beräknas med följande formel:

$$G(s) = \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}},$$

där G(0) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor vid frekvenser nära noll, s är den så kallade frekvensparametern, som är en funktion av insignalernas frekvens enligt formeln

$$s = 2\pi f$$

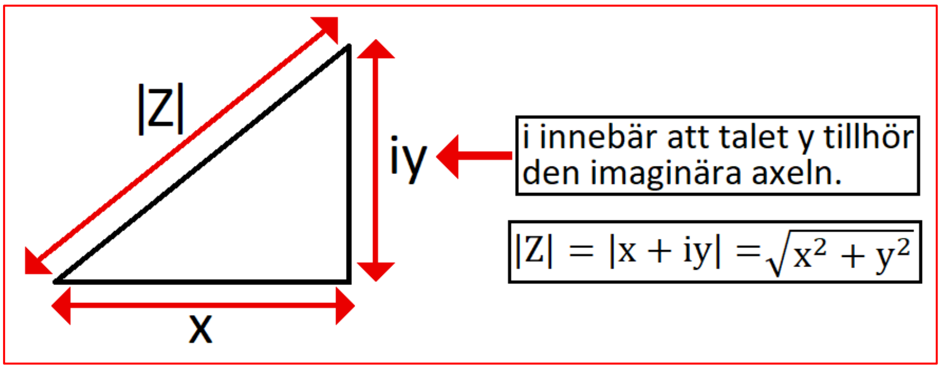
och $w_ö$ är OP-förstärkarens övre brytvinkelfrekvens, som är lika med den övre brytfrekvensen $f_ö$ multiplicerat med 2π:

$$w_ö = 2\pi f_ö$$

- Som vi har sett tidigare vid analys av passiva filter så är det amplitudfunktionen |G(s)| som är mest intressant för oss, då den reaktiva delen samt den resistiva delen av överföringsfunktionen kan tänkas ligga på olika axlar, på samma sätt som reella och imaginära tal inom komplex analys, där absolutbeloppet |Z| ger mellanvägen mellan ett reellt tal x samt ett imaginärt tal iy med Pythagoras sats:

$$|Z| = |x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2},$$

där x är ett givet reellt tal, y är ett givet imaginärt tal och i indikerar att talet y är en storhet på den imaginära axeln.



Komplext talplan, där den reella delen x samt den komplexa delen iy av det komplexa talet Z bildar en triangel, vars hypotenusa är lika med absolutbeloppet |Z|, som därför kan beräknas med Pythagoras sats.

- Precis som för komplexa tal så ger amplitudfunktionen |G(s)| mellanvägen mellan den resistiva samt den reaktiva delen av överföringsfunktionen, vilket kan beräknas med Pythagoras sats:

$$|G(s)| = \frac{|G(0)|}{\left|1 + \frac{s}{w_ö}\right|} = \frac{\sqrt{[G(0)]^2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{s}{w_ö}\right)^2}},$$

  vilket kan förenklas till

$$|G(s)| = \frac{G(0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{w_ö}\right)^2}}$$

- Vid frekvenser som understiger den övre brytfrekvensen $f_ö$ så kommer amplitudfunktionen förbli relativt opåverkad, eftersom

$$f < f_ö,$$

  vilket medför att

$$2\pi f < 2\pi f_ö,$$

  där

$$s = 2\pi f$$

  samt

$$w_ö = 2\pi f_ö$$

- Detta medför att

$$\frac{s}{w_ö} < 1,$$

  vilket i sin tur medför att

$$1 + \left(\frac{s}{w_ö}\right)^2 \approx 1,$$

  vilket ger amplitudfunktionen

$$|G(s)| = \frac{G(0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{w_ö}\right)^2}} \approx \frac{G(0)}{\sqrt{1}} = G(0)$$

- Dock så kommer amplitudfunktionen |G(s)| alltid minska något med ökad frekvens, men detta är mycket lite fram till den övre brytfrekvensen f_c.

- Vid OP-förstärkarens övre brytfrekvens $f_ö$ så är den resistiva och den reaktiva delen av nämnaren lika stora, vilket medför att

$$\left(\frac{s}{w_ö}\right)^2 = 1$$

- Därmed så blir amplitudfunktionen |G(s)| vid den övre brytfrekvensen lika med den interna förstärkningsfaktorn G(0) vid låga frekvenser dividerat på roten ur två, eftersom

$$|G(s)| = \frac{G(0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{w_ö}\right)^2}} = \frac{G(0)}{\sqrt{1 + 1^2}} = \frac{G(0)}{\sqrt{2}}$$

- I praktiken medför detta en dämpning på ca 30 %, eftersom

$$\frac{G(0)}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 * G(0)$$

- Vid frekvenser som överstiger den övre brytfrekvensen $f_ö$ så kommer amplitudfunktionen |G(s)| minska kraftigt med ökad frekvens, för att närma sin noll när frekvensen går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{f \to 0} \frac{s}{w_ö} = \lim_{f \to 0} \frac{2\pi f}{2\pi f_ö} = \lim_{f \to 0} \frac{f}{f_ö} = \frac{\infty}{f_ö} \approx \infty,$$

vilket ger amplitudfunktionen

$$\lim_{f \to 0} |G(s)| = \frac{G(0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{w_ö}\right)^2}} \approx \frac{G(0)}{\sqrt{1 + \infty^2}} = 0$$

- Anta att ett högpassfilter används på OP-förstärkarens plusingång för att spärra för likström, som annars kan förstöra en eventuell högtalare. Vi sätter därmed OP-förstärkarens undre brytfrekvens f_u runt 0,5 Hz, så att likström dämpas, samtidigt som vi inte riskerar att dämpa några hörbara frekvenser:

$$f_u \approx 0{,}5\ Hz$$

- Vi tänker därmed att OP-förstärkaren fungerar som förstärkare från ett fåtal Hz upp till brytfrekvensen $f_ö$. Detta frekvensspann kallas OP-förstärkarens bandbredd och betecknas BW, som står för *bandwidth*. OP-förstärkarens bandbredd BW är därmed lika med differensen $f_ö$ - f_u mellan den övre samt undre brytfrekvensen:

$$BW = f_ö - f_u,$$

där BW är bandbredden, $f_ö$ är OP-förstärkarens övre brytfrekvens, där den interna förstärkningsfaktorn G(s) är lika med ett, vilket medför att OP-förstärkaren inte längre förstärker inkommande signaler, och f_u är den undre brytfrekvensen, där högpassfiltret på OP-förstärkarens ingång spärrar inkommande signaler med ca 30 %, samtidigt som frekvenser som understiger f_u kommer dämpas kraftigt, främst för att spärra likström.

- I detta fall så gäller att OP-förstärkarens bandbredd BW är ungefär lika med den övre brytfrekvensen $f_ö$, eftersom den undre brytfrekvensen f_u är ungefär lika med 0,5 Hz, samtidigt som den övre brytfrekvensen $f_ö$ kan antas ligga i området 100 kHz-1MHz, vilket medför att

$$BW = f_ö - f_u \approx f_ö - 0{,}5 \approx f_ö$$

OP-förstärkarens övre brytfrekvens $f_ö$ utan negativ återkoppling:

- Som vi sett ovan så är den övre brytfrekvensen lika med $f_ö$ utan negativ återkoppling, då open-loop-förstärkningen G_{OL} är lika med OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s):

$$G_{OL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = G(s) = \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}},$$

- Vid brytvinkelfrekvensen så är frekvensparametern s lika med den övre brytvinkelfrekvensen $w_ö$:

$$s = w_ö$$

där

$$w_ö = 2\pi f_ö,$$

vilket medför en brytvinkelfrekvens $f_ö$ på

$$f_ö = \frac{w_ö}{2\pi},$$

där $w_ö$ är OP-förstärkarens övre brytvinkelfrekvens.

OP-förstärkarens övre brytfrekvens $f_ö$ vid negativ återkoppling :

- Som vi har sett tidigare så kan OP-förstärkarens closed-loop-förstärkning härledas med formeln

$$G_{CL} = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)},$$

där G(s) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor och K är dess feedbackfaktorn.

- Antag att den interna förstärkningsfaktorn G(s) i en given OP-förstärkare är lika med

$$G(s) = \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}},$$

där G(0) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor vid frekvenser nära noll, s är frekvensparametern och $w_ö$ är OP-förstärkarens övre brytvinkelfrekvens, som är lika med den övre brytfrekvensen $f_ö$ multiplicerat med 2π:

$$w_ö = 2\pi f_ö$$

- Därmed så kan följande formel härleda för closed-loop-förstärkningen G_{CL}:

$$G_{CL} = \frac{G(s)}{1 + K * G(s)} = \frac{\left(\frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}}\right)}{\left(1 + K * \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}}\right)},$$

vilket kan förenklas till

$$G_{CL} = \frac{\left(\frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}}\right)}{\left(\frac{1\left(1 + \frac{s}{w_o}\right) + K * G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}}\right)},$$

där nämnarna tar ut varandra, vilket medför att

$$G_{CL} = \frac{G(0)}{1 + K * G(0) + \frac{s}{w_ö}}$$

- Därefter så elimineras 1 + K * G(0) från nämnaren så att överföringsfunktionen får samma form som förut (i stil med 1 + s/$w_ö$), genom att vi dividerar med 1 + K * G(0) i både täljare och nämnare:

$$G_{CL} = \frac{G(0)}{1 + K * G(0) + \frac{s}{w_ö}} = \frac{\left(\frac{G(0)}{1 + K * G(0)}\right)}{\left(\frac{1 + K * G(0) + \frac{s}{w_ö}}{1 + K * G(0)}\right)},$$

vilket medför att

$$G_{CL} = \frac{G(0)}{\left(\frac{1 + K * G(0)}{1 + K * G(0)} + \frac{\left(\frac{s}{w_ö}\right)}{1 + K * G(0)}\right)} = \frac{G(0)}{1 + \frac{\left(\frac{s}{w_ö}\right)}{1 + K * G(0)}},$$

som vidare kan förenklas till

$$G_{CL} = \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö\big(1 + K * G(0)\big)}} = \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_{ö,CL}}},$$

där $w_{ö,CL}$ är den övre brytvinkelfrekvensen vid negativ återkoppling, som då är lika med

$$w_{ö,CL} = w_ö\big(1 + K * G(0)\big)$$

- Därmed så gäller att ration mellan den övre brytvinkelfrekvensen $w_ö$ med och utan negativ återkoppling är lika med 1 + K * G(0), eftersom

$$\frac{w_{ö,CL}}{w_ö} = 1 + K * G(0)$$

- Därmed ser vi att den övre brytvinkelfrekvensen ökade med en faktor 1 + K * G(0), från den ordinarie brytvinkelfrekvensen $w_ö$ utan negativ återkoppling till $w_{ö,CL}$ = $w_ö$(1 + K * G(0)) vid negativ återkoppling. Detsamma gäller givetvis för den övre brytfrekvensen $f_ö$, eftersom

$$\frac{f_{ö,CL}}{f_ö} = \frac{\left(\frac{w_{ö,CL}}{2\pi}\right)}{\left(\frac{w_ö}{2\pi}\right)} = \frac{w_{ö,CL}}{w_ö} = 1 + K * G(0)$$

- Samtidigt så ökade OP-förstärkarens bandbredd BW med en faktor 1 + K * G(s), då den övre brytfrekvensen ökade från $f_ö$ till $f_{ö,CL}$ = $f_ö$ (1 + K * G(s). Vi såg tidigare att bandbredden BW är ungefär lika med den övre brytfrekvensen $f_ö$, eftersom

$$BW = f_ö - f_u \approx f_ö - 0 = f_ö$$

- Detta gäller också vid negativ återkoppling:

$$BW_{CL} = f_{ö,CL} - f_u \approx f_{ö,CL} - 0 = f_{ö,CL},$$

vilket medför att även bandbredden BW ökade med en faktor 1 + K * G(s):

$$\frac{BW_{CL}}{BW} \approx \frac{f_{ö,CL}}{f_ö} = 1 + K * G(s)$$

3.4.9 - Negativ återkoppling och stabilitet

- Vi har tidigare sett flera fördelar med negativ återkoppling , såsom ökad linjaritet, ökad inimpedans, minskad utimpedans, ökad bandbredd samt mindre påverkan av eventuell last.

- Som vi har sett tidigare så leder negativ återkoppling till minskad förstärkningsfaktor, från t.e.x. 1 000 000 ned till 20. Dock är detta inget problem, då vi enkelt kan få mycket hög förstärkning, exempelvis genom att kaskadkoppla flera OP-förstärkare.

- En nackdel med negativ återkoppling är att det kan leda till instabilitet vid en viss kritisk frekvens. Vid instabilitet så börjar OP-förstärkaren förstärkningsfaktor öka kontinuerligt mot oändlighet. I detta avsnitt så kommer instabilitet i återkopplade system presenteras samt hur denna instabilitet kan elimineras genom så kallad Millerkompensation.

- Antag att vi har en OP-förstärkare vars interna förstärkningsfaktor G(s) vid en given frekvens kan beräknas med följande formel:

$$G(s) = \frac{G(0)}{1 + \frac{s}{w_ö}},$$

där G(0) är OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor vid frekvenser nära noll, s är den så kallade frekvensparametern, som är en funktion av insignalernas frekvens enligt formeln

$$s = 2\pi f$$

och $w_ö$ är OP-förstärkarens övre brytvinkelfrekvens, som är lika med den övre brytfrekvensen $f_ö$ multiplicerat med 2π:

$$w_ö = 2\pi f_ö$$

- OP-förstärkarens interna förstärkning G(s) har då en fasvinkel arg G(s), som kan härledas med formeln

$$\arg G(s) = 0 - \arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_ö}\right)}{1}\right) = -arctan\left(\frac{s}{w_ö}\right)$$

- Vid negativ återkoppling så kommer förstärkarkopplingen, precis som ett helt vanligt reglersystem, att bli instabil vid en viss frekvens, som kallas den kritiska frekvensen f_k. Vid den kritiska frekvensen f_k, då frekvensparametern s är lika med

$$s = 2\pi f_k,$$

så är fasvinkeln G(s) lika med -180°, vilket medför att

$$\arg G(s) = -180°,$$

vilket också kan mätas i radianer:

$$\arg G(s) = -\pi\ rad$$

- Eftersom en konventionell OP-förstärkare har tre förstärkarsteg så har den interna förstärkningsfaktorn G(s) tre poler:

$$G(s) = \frac{G(0)}{\left(1 + \frac{s}{w_1}\right)\left(1 + \frac{s}{w_2}\right)\left(1 + \frac{s}{w_3}\right)},$$

där w_1, w_2 samt w_3 är de tre förstärkarstegens respektive brytvinkelfrekvens.

- Detta medför att den interna förstärkningsfaktorns fasvinkel arg G(s) kan härledas med formeln

$$\arg G(s) = 0 - \arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_1}\right)}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_2}\right)}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_2}\right)}{1}\right),$$

som kan förenklas till

$$\arg G(s) = -arctan\left(\frac{s}{w_1}\right) - arctan\left(\frac{s}{w_2}\right) - arctan\left(\frac{s}{w_3}\right),$$

vilket medför att

$$\arg G(s) = -\left(arctan\left(\frac{s}{w_1}\right) + arctan\left(\frac{s}{w_2}\right) + arctan\left(\frac{s}{w_3}\right)\right)$$

- Även här gäller att vid den kritiska frekvensen f_k, så är arg G(s) lika med -180° :

$$\arg G(s) = -\left(arctan\left(\frac{s}{w_1}\right) + arctan\left(\frac{s}{w_2}\right) + arctan\left(\frac{s}{w_3}\right)\right) = -180°,$$

vilket kan transformeras till

$$arctan\left(\frac{s}{w_1}\right) + arctan\left(\frac{s}{w_2}\right) + arctan\left(\frac{s}{w_3}\right) = 180°$$

- När vi har tre poler som här så kommer den kritiska frekvensen nås för eller senare, vilket kommer leda till att OP-förstärkaren blir instabil vid högre frekvenser. Som vi kommer se nedan så kan denna instabilitet förebyggas genom att OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) understiger ett vid den kritiska frekvensen f_k, i enlighet med Nyquists stabilitetskriterium. Då kommer G(s) avta med ökad frekvens, istället för att öka mot oändlighet:

$$Nyquists\ stabilitetkriterium: G(s_k) = G(2\pi f_k) < 1 \rightarrow\ stabilitet\ vid\ höga\ frekvenser$$

- OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) är produkten av differentialförstärkarens, spänningsförstärkarens samt slutstegets respektive förstärkningsfaktor G_1, G_2 och G_3:

$$G(s) = G_1 * G_2 * G_3,$$

där slutstegets förstärkningsfaktor i normalfallet är ungefär lika med ett:

$$G_3 \approx 1,$$

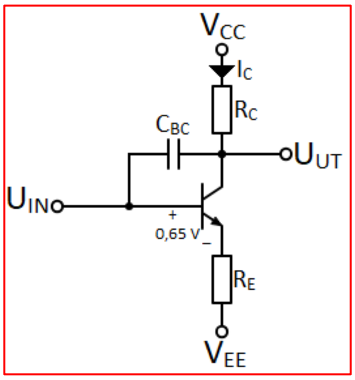
vilket medför att G(s) i praktiken är produkten av differentialförstärkarens samt spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_1 respektive G_2:

$$G(s) \approx G_1 * G_2$$

- För att förebygga instabilitet så måste vi alltså se till att den interna förstärkningen G(s) understiger ett vid den kritiska frekvensen f_k, i enlighet med Nyquists stabilitetskriterium.

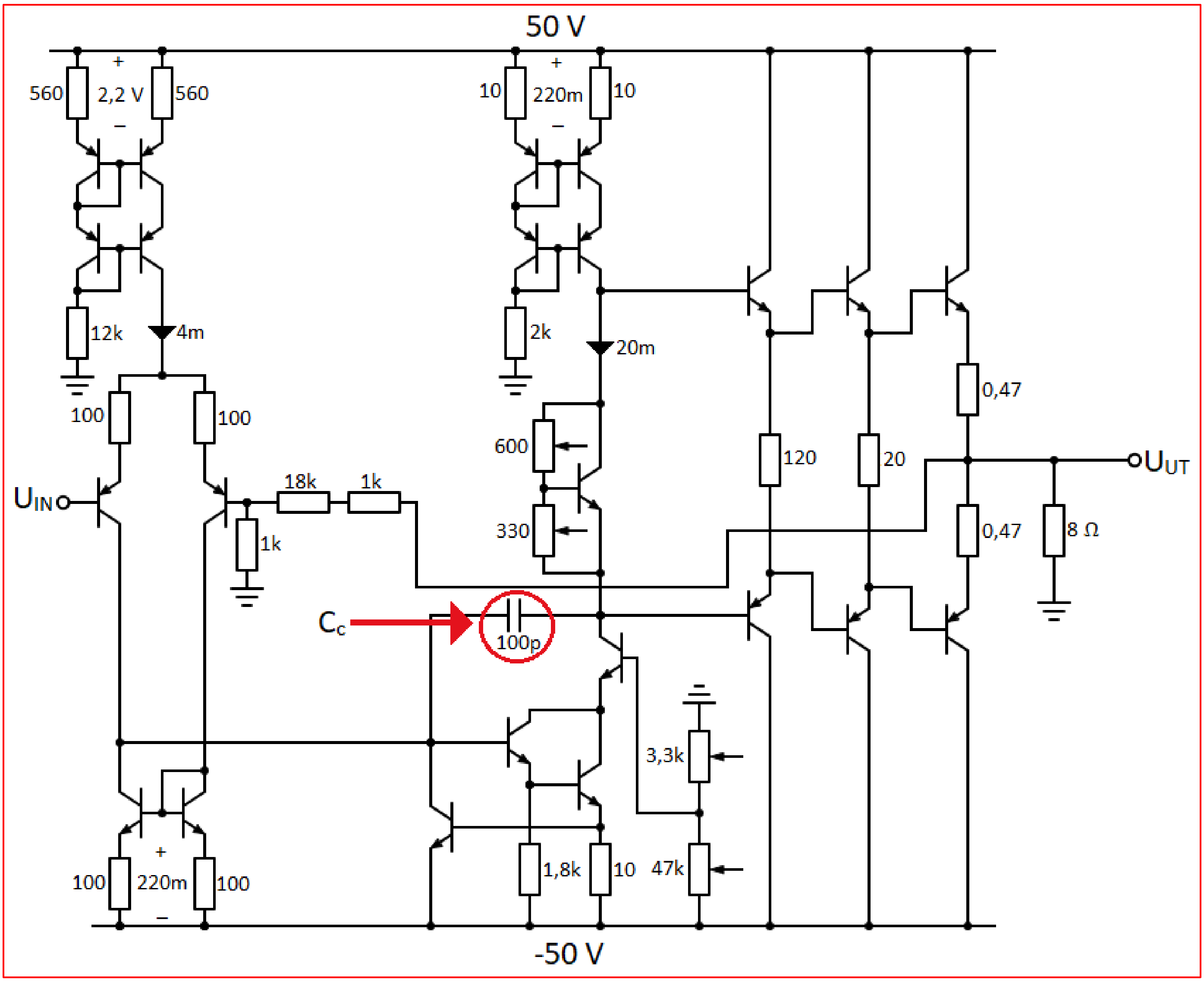
- Vanligtvis görs detta via så kallad Millerkompensation, vilket betyder att en kompensationskondensator C_c placeras mellan OP-förstärkares differentialförstärkare och spänningsförstärkare, se figuren på nästa sida.

- Kompensationskondensatorn C_c efterliknar den så kallade Millereffekten, då den leder till minskar förstärkning vid ökad frekvens, vilket också är fallet på vanliga transistorer, då dessa innehar en viss intern kapacitans mellan BJT-transistorers anslutningar bas och kollektor samt MOSFET-transistorernas motsvarande anslutningar gate och drain.



Millereffekten innebär en intern kapacitans C_{BC} mellan BJT-transistorns bas och kollektor, vilket leder till minskad förstärkning vid ökad frekvens.

Denna effekt efterliknas med så kallad Millerkompensation i OP-förstärkare, där en kompensationskondensator används för att minska den interna förstärkningsfaktorn G(s) till mindre än ett innan den kritiska frekvensen f_k uppnås.



OP-förstärkarkrets med kompensationskondensatorn C_c utritad. Genom att använda Kompensationskondensatorn så ser vi till att minska OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) till mindre än ett vid den kritiska frekvensen f_k. Därmed hålls OP-förstärkaren stabil även vid högre frekvenser. Dock minskar givetvis OP-förstärkarens bandbredd något, då den inte fungerar som förstärkare lika högt upp i frekvens.

- I takt med att insignalerna frekvens f ökar så kommer kompensationskondensatorn C_c att utgöra ett mindre och mindre motstånd, vilket medför att mer ström kan passera genom denna istället för genom spänningsförstärkaren.

- Detta leder till att spänningsförstärkarens förstärkningsfaktor G_2 kommer minska, vilket i sin tur leder till att den interna förstärkningsfaktorn G(s) kommer minska.

- Genom att använda en tillräckligt stor kompensationskondensator C_c så kan vi därmed se till att den interna förstärkningen understiger ett vid den kritiska brytfrekvensen f_k, vilket förebygger instabilitet genom att den interna förstärkningsfaktorn G(s) då kommer minska med ökad frekvens, istället för att öka mot oändlighet:

$$Millerkompensation \ \rightarrow G(s_k) = G(2\pi f_k) < 1 \rightarrow stabilitet\ vid\ höga\ frekvenser$$

Polbestämning för att undersöka ifall ett system är stabilt:

- För ett givet system så är det viktigt att detta är stabilt, vilket betyder att en given begränsad insignal U_{IN} resulterar i en begränsad utsignal U_{UT}. Med begränsad menas i detta fall att in- eller utsignalen inte ökar mot oändlighet.

- Vi har tidigare gjort antagandet att en given OP-förstärkare är stabil vid lägre frekvenser, men att instabilitet kan uppstå vid högre frekvenser, som måste åtgärdas. Det är dock inte alltid fallet att ett givet system är stabilt vid någon frekvens överhuvudtaget. Sådana system bör inte användas.

- Därmed är det viktigt att kunna kontrollera att ett givet system är stabilt, vilket man enkelt kan beräkna genom att bestämma polerna/nollställena på dess överföringsfunktion H(s). Detta gäller alltså för vilken typ av system som helst, inte bara återkopplade OP-förstärkare eller reglersystem i allmänhet.

- För ett stabilt system, alltså ett system där en begränsad insignal vid alla frekvenser medför en begränsad utsignal, gäller att den reella delen av dess poler/nollställen, Re [s] understiger noll:

$$Stabilt\ system \rightarrow Re\ [s] < 0$$

- Anta att vi skall undersöka stabiliteten på en OP-förstärkare, vars interna förstärkningsfaktor G(s) kan härledas med formeln

$$G(s) = \frac{G(0)}{\left(1 + \frac{s}{w_1}\right)\left(1 + \frac{s}{w_2}\right)\left(1 + \frac{s}{w_3}\right)},$$

  där G(0) är den interna förstärkningsfaktorn vid låga frekvenser och de tre faktorerna i nämnaren är den dämpning som sker vid ökad frekvens på grund av differentialförstärkarens, spänningsförstärkarens samt slutstegets respektive övre brytvinkelfrekvens w_1, w_2 och w_3.

- Vi antar att differentialförstärkarens, spänningsförstärkarens samt slutstegets övre brytvinkelfrekvens är lika med 100 MHz:

$$w_1 = w_2 = w_3 = 100\ MHz$$

- Vi ser direkt att OP-förstärkaren är stabil, därför att alla tre polerna understiger noll.

- Den första polen s_1 kan enkelt beräkna med formeln

$$1 + \frac{s_1}{w_1} = 0,$$

  vilket kan transformeras till

$$\frac{s_1}{w_1} = -1$$

- Därmed ser vi att den första polen s_1 understiger noll, eftersom

$$s_1 = -1 * w_1 = -w_1 \rightarrow s_1 < 0$$

- Faktum är att eftersom den övre brytvinkelfrekvensen w_1 är lika med 100 MHz så är den första polen s_1 lika med 100 MHz:

$$s_1 = -w_1 = -100\ MHz$$

- Detsamma gäller för den andra polen s_2, eftersom

$$1 + \frac{s_2}{w_2} = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$\frac{s_2}{w_2} = -1,$$

som också understiger noll, eftersom

$$s_2 = -1 * w_2 = -w_2 \rightarrow s_2 < 0$$

- Den andra polen s_2 är identisk med den första polen s_1, då brytvinkelfrekvenserna w_1 och w_2 är identiska:

$$s_2 = -w_2 = -100\ MHz$$

- Detsamma gäller även för den tredje polen s_3:

$$1 + \frac{s_3}{w_3} = 0,$$

vilket kan transformeras till

$$\frac{s_3}{w_3} = -1,$$

vilket medför att även s_3 understiger noll:

$$s_3 = -1 * w_3 = -w_3 \rightarrow s_3 < 0,$$

där

$$s_3 = -w_3 = -100\ MHz$$

- Därmed har OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) tre reella poler:

$$s_1 = s_2 = s_3 = -100\ MHz$$

- Eftersom ingen av de tre polerna har imaginära rötter så är de reella delarna av polerna Re [s] identiska med respektive pols nollställe s:

$$Re\ [s_1] = Re\ [s_2] = Re\ [s_3] = -100\ MHz$$

- Eftersom samtliga tre poler s_1, s_2 och s_3 understiger noll så är OP-förstärkaren stabil.

Beräkning av den kritiska brytfrekvensen f_k:

- Vi såg tidigare att formeln för OP-förstärkarens interna förstärkningsfaktor G(s) i detta fall är lika med

$$G(s) = \frac{G(0)}{\left(1+\frac{s}{w_1}\right)\left(1+\frac{s}{w_2}\right)\left(1+\frac{s}{w_3}\right)},$$

- där G(0) är den interna förstärkningsfaktorn vid låga frekvenser och w_1, w_2 samt w_3 är differentialförstärkarens, spänningsförstärkarens samt slutstegets respektive övre brytvinkelfrekvens.

- Ur detta formel så kan OP-förstärkarens fasvinkel arg G(s) beräknas :

$$\arg G(s) = 0 - \arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_1}\right)}{1}\right) - arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_2}\right)}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\left(\frac{s}{w_3}\right)}{1}\right),$$

vilket kan förenklas till

$$\arg G(s) = -\arctan\left(\frac{s}{w_1}\right) - \arctan\left(\frac{s}{w_2}\right) - \arctan\left(\frac{s}{w_3}\right)$$

- Eftersom samtliga delar i högerledet ovan föregås av ett minustecken så kan formeln transformeras till:

$$\arg G(s) = -\left[\arctan\left(\frac{s}{w_1}\right) + \arctan\left(\frac{s}{w_2}\right) + \arctan\left(\frac{s}{w_3}\right)\right]$$

- Vid den kritiska frekvensen f_k så gäller att fasvinkeln arg $G(s_k)$ är lika med -180°:

$$\arg G(s_k) = -\left[\arctan\left(\frac{s_k}{w_1}\right) + \arctan\left(\frac{s_k}{w_2}\right) + \arctan\left(\frac{s_k}{w_3}\right)\right] = -180°,$$

vilket kan transformeras till

$$\arctan\left(\frac{s_k}{w_1}\right) + \arctan\left(\frac{s_k}{w_2}\right) + \arctan\left(\frac{s_k}{w_3}\right) = 180°$$

- Genom att sätta in värdet för respektive övre brytvinkelfrekvens w_1, w_2 och w_3, som alla är 100 MHz, så erhålls formeln

$$\arctan\left(\frac{s_k}{100M}\right) + \arctan\left(\frac{s_k}{100M}\right) + \arctan\left(\frac{s_k}{100M}\right) = 180°,$$

som kan förenklas till

$$3 * \arctan\left(\frac{s_k}{100M}\right) = 180°$$

- Genom att dividera med tre i både vänster- och högerledet så erhålls formeln

$$\arctan\left(\frac{s_k}{100M}\right) = \frac{180°}{3} = 60°$$

- Därefter kan arctan elimineras genom att använda tan i både vänster- och högerled:

$$tan\left[\arctan\left(\frac{s_k}{100M}\right)\right] = \tan 60°,$$

där

$$\tan 60° = \sqrt{3}$$

- Därmed gäller att

$$\frac{s_k}{100M} = \sqrt{3}$$

- Genom att multiplicera med 100M i både vänster- och högerled så kan frekvensparametern s_k beräknas:

$$s_k = \sqrt{3} * 100M \approx 173{,}2\ MHz$$

- Vi har tidigare sett att sambandet mellan frekvensparametern s samt motsvarande frekvens är följande:

$$s = 2\pi f,$$

vilket kan transformeras till

$$f = \frac{s}{2\pi}$$

- Genom att applicera sambandet ovan till att gälla för den kritiska frekvensen f_k så gäller att denna är lika med den motsvarande frekvensparameter s_k dividerat med 2π:

$$f_k = \frac{s_k}{2\pi},$$

vilket medför att den kritiska frekvensen f_k är ungefär lika med 28 MHz, eftersom

$$f_k = \frac{\sqrt{3} * 100M}{2\pi} \approx \frac{173{,}2\ MHz}{2\pi} \approx 27{,}6\ MHz$$

- Därmed så måste den interna förstärkningsfaktorn G(s) understiga ett innan den kritiska frekvensen f_k runt 28 MHz.

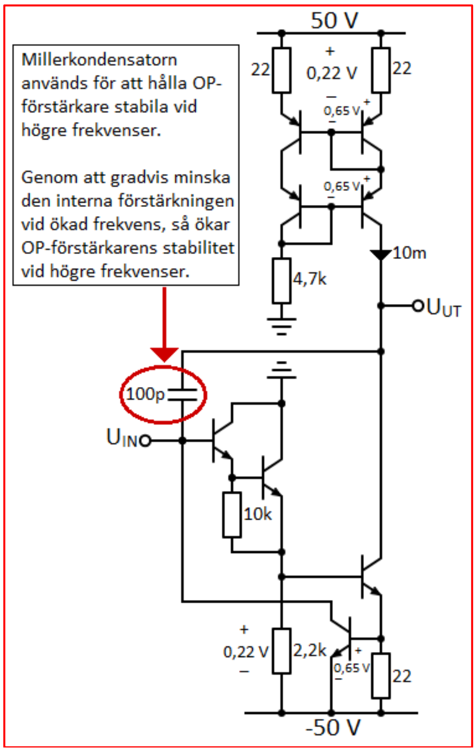
- Som nämnts tidigare så görs detta genom att placera en kompensationskondensator C_c mellan differentialförstärkaren och spänningsförstärkaren. En lämplig storlek på kondensatorn är vanligtvis runt 100 pF:

$$C_c = 100\ pF$$

- Som vi kommer se senare så vinns ett flertal kompensationsmetoder. Den vi såg nu kallas Millerkompensation och fungerar mycket bra trots sin enkelhet. I de flesta fall används endast vanlig Millerkompensation, alltså endast en kompensationskondensator C_C.

- Det finns dock andra metoder som kan generera lite skarpare dämpning närmare det instabila området ifall så önskas, såsom så kallad tvåpolskompensation. Då kan förstärkningen hållas något högre innan frekvensen börjar närmar sig den kritiska frekvensen f_k.

- Fördelen med tvåpolskompensation är dock relativt liten, samtidigt som konstruktionen blir mer komplex, vilket är anledningen till att det används relativt sällan i jämförelse med Millerkompensation.



Separat spänningsförstärkare med en kompensationskondensator på 100 pF mellan dess ingång samt dess utgång. I praktiken betyder detta att kondensatorn placeras mellan differentialförstärkaren samt spänningsförstärkarens.

Millerkompensation är den vanligaste metoden för frekvenskompensation och är mycket effektiv samt simpel att applicera.

Appendix A: Stabilitetsanalys av ett system med komplexa poler

- Som vi såg tidigare så kan man enkelt beräkna ifall ett system är stabilit eller inte genom att kan enkelt bestämma polerna/nollställena på dess överföringsfunktion H(s). Som nämndes tidigare så gäller detta för vilken typ av system som helst, inte bara återkopplade OP-förstärkare eller reglersystem i allmänhet. I detta avsnitt skall vi undersöka stabiliteten på ett system med komplexa poler samt beräkna eventuell kritisk frekvens där system börjar bli instabilt.

- Kriteriet för ett stabilt system, alltså ett system där en begränsad insignal vid alla frekvenser medför en begränsad utsignal, gäller att den reella delen av dess poler/nollställen, Re [s] understiger noll:

$$Stabilt\ system \rightarrow Re\ [s] < 0$$

- Anta att vi skall undersöka stabiliteten på ett system, vars överföringsfunktion H(s) kan härledas med formeln

$$H(s) = \frac{5}{1 + 2s + 5s^2}$$

- För att ta reda på ifall systemet är stabilt så behöver polerna på överföringsfunktionen H(s) beräknas. Vi undersöker därför när nämnaren $1 + 2s + 5s^2$ är lika med noll:

$$1 + 2s + 5s^2 = 0,$$

  vilket kan transformeras till

$$5s^2 = -2s - 1$$

- Genom att dividera med b i både vänster och högerled så kan följande formel härledas:

$$s^2 = \frac{-2s - 1}{5},$$

  vilket kan förenklas till

$$s^2 = -\frac{2s}{5} - \frac{1}{5}$$

- Därmed kan polerna beräknas med pq-formeln:

$$s = -\frac{2}{5} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2 - \frac{1}{5}},$$

  vilket kan förenklas till

$$s = -\frac{2}{5} \pm \sqrt{\frac{4}{25} - \frac{1}{5}},$$

  där vi kan multiplicera med fem i både täljare och nämnare på den sista kvoten 1/5:

$$\frac{1}{5} = \frac{5 * 1}{5 * 5} = \frac{5}{25},$$

  vilket ger formeln

$$s = -\frac{2}{5} \pm \sqrt{\frac{4}{25} - \frac{5}{25}},$$

  som kan förenklas till

$$s = -\frac{2}{5} \pm \sqrt{\frac{4 - 5}{25}} = -\frac{2}{5} \pm \frac{\sqrt{4 - 5}}{\sqrt{25}}$$

- Därmed gäller att

$$s = -\frac{2}{5} \pm \frac{\sqrt{-1}}{5},$$

där roten ur -1 är lika med det imaginära talet j:

$$\sqrt{-1} = j$$

- Därmed kan polerna beräknas ur följande formel:

$$s = -\frac{2}{5} \pm \frac{j}{5}$$

där den reella delen av polerna, Re [s], är lika med -2/5:

$$Re\ [s] = -\frac{2}{5}$$

och den imaginära delen av polerna, Im [s], är lika med ± j/5:

$$Im\ [s] = \pm\frac{j}{5}$$

- Eftersom den reella delen av polerna, Re [s], understiger noll så är systemet stabil:

$$Re\ [s] = -\frac{2}{5} < 0 \rightarrow stabilt\ system$$

- Överföringsfunktionen H(s) kan därefter skrivas om till

$$H(s) = \frac{5}{\left[s - \left(-\frac{2}{5} + \frac{j}{5}\right)\right]\left[s - \left(-\frac{2}{5} - \frac{j}{5}\right)\right]},$$

vilket kan förenklas till

$$H(s) = \frac{5}{\left[s + \frac{2}{5} - \frac{j}{5}\right]\left[s + \frac{2}{5} + \frac{j}{5}\right]}$$

- I detta fall, när polerna har en imaginär del, så översätter vi från överföringsfunktionen H(s) till den så kallade frekvensfunktionen H(jw) för att kunna förenkla formeln ytterligare. Vi ersätter därför frekvensparametern s med den komplexa vinkelfrekvensen jw, för att härleda frekvensfunktionen H(jw):

$$s = jw,$$

vilket medför att

$$H(jw) = \frac{5}{\left[jw + \frac{2}{5} - \frac{j}{5}\right]\left[jw + \frac{2}{5} + \frac{j}{5}\right]}$$

- För att samtliga delar av polerna skall ha en gemensam nämnare så kan vi multiplicera bägga instanser av den koplexa vinkelfrekvensen jw med fem, vilket medför att

$$H(jw) = \frac{5}{\left[\frac{jw}{5} + \frac{2}{5} - \frac{j}{5}\right]\left[\frac{jw}{5} + \frac{2}{5} + \frac{j}{5}\right]} = \frac{5}{\left[\frac{jw + 2 - j}{5}\right]\left[\frac{jw + 2 + j}{5}\right]},$$

där det komplexa talet j kan brytas ut i nämnaren, vilket ger

$$H(jw) = \frac{5}{\left[\frac{2 + j(w-1)}{5}\right]\left[\frac{2 + j(w+1)}{5}\right]}$$

- Därefter kan faktorna i nämnaren multiplieras, vilket medför att

$$H(jw) = \frac{5}{\left(\frac{2 + j(w-1)(2 + j(w+1)}{5 * 5}\right)} = \frac{5}{\left(\frac{2 + j(w-1)(2 + j(w+1)}{25}\right)}$$

- Därefter kan formeln förenklas genom att vi multiplicerar med 25 i både täljare och nämnare, vilket ger

$$H(jw) = \frac{5 * 25}{\left(\frac{2 + j(w-1)(2 + j(w+1)}{25}\right) * 25},$$

vilket ger det slutgiltiga formeln

$$H(jw) = \frac{125}{2 + j(w-1)(2 + j(w+1)}$$

- Via den transformerade formeln för överföringsfunktionen H(jw) ovan kan den kritiska vinkelfrekvensen w_k hittas, då

$$\arg H(jw) = 0 - \arctan\left(\frac{w-1}{2}\right) - \arctan\left(\frac{w+1}{2}\right)$$

- Vi vet att vid den kritiska frekvensen f_k så är fasvinkeln arg H(jw) lika med -180°, vilket medför att

$$-180° = -\arctan\left(\frac{w_k - 1}{2}\right) - \arctan\left(\frac{w_k + 1}{2}\right),$$

vilket kan förenklas till

$$\arctan\left(\frac{w_k - 1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{w_k + 1}{2}\right) = 180°$$

- Vi kan anta att den kritiska frekvensen w_k är mycket högre än ett:

$$w_k \gg 1,$$

vilket medför att

$$\arctan\left(\frac{w_k - 1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{w_k + 1}{2}\right) \approx \arctan\left(\frac{w_k}{2}\right) + \arctan\left(\frac{w_k}{2}\right) = 2 * \arctan\left(\frac{w_k}{2}\right)$$

- Därmed kan följande approximation göras:

$$2 * \arctan\left(\frac{w_k}{2}\right) \approx 180°,$$

vilket medför att

$$\arctan\left(\frac{w_k}{2}\right) \approx \frac{180°}{2} = 90°$$

- Därmed kan tan användas i vänster- och högerled för att eliminera arctan ur vänsterledet:

$$\tan\left[\arctan\left(\frac{w_k}{2}\right)\right] \approx \tan 90°,$$

där tan 90° går mot oändlighet, eftersom

$$\lim_{v \to 90°} v = \infty,$$

vilket betyder att

$$\tan\left[\arctan\left(\frac{w_k}{2}\right)\right] = \infty$$

- Dessutom gäller att

$$\tan\left[\arctan\left(\frac{w_k}{2}\right)\right] = \frac{w_k}{2},$$

  vilket betyder att

$$\frac{w_k}{2} = \infty$$

- Därmed ser vi att den kritiska vinkelfrekvensen w_k, går mot oändlighet, eftersom

$$w_k = \infty * 2 = \infty$$

- Detta gäller även för den kritiska frekvensen f_k, då

$$w_k = 2\pi f_k$$

- Därmed så gäller att

$$2\pi f_k = \infty,$$

  vilket kan transformeras till

$$f_k = \frac{\infty}{2\pi} = \infty$$

- Här ser vi att den kritiska frekvenser f_k går mot oändlighet, vilket kan tolkas som att vi inte behöver oroa oss för instabilitet för en given frekvens f. Systemet kan alltså antas vara stabilt för samtliga frekvenser.