

BACHELOR IV - MICROMECHANIQUE

PROJET DE CONCEPTION DE MÉCANISMES

PROFESSEURS : OLIVIER CHAPUIS, SIMON HENEIN

---

## Projet SileX

---

HINARD Killian  
VRAY Alexandre  
ODDON Rémi  
LJUNGBERG Oliver  
DE BEL-AIR Lou

Groupe 11

Printemps 2021

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte . . . . .	1
1.2	Cahier des charges . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Principe de fonctionnement du mécanisme développé</b>	<b>3</b>
2.1	Explication du principe de fonctionnement . . . . .	3
2.1.1	Principe général du scanner dans le contexte de l'usinage par laser Femtoseconde . . . . .	3
2.1.2	Principe du guidage du miroir à 2 DDL en rotation (cardan) . . . . .	3
2.1.3	Principe général de l'équilibrage dynamique du système . . . . .	4
2.2	Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler . . . . .	4
2.2.1	Calcul de la mobilité en guidages idéaux . . . . .	4
2.2.2	Calcul de la mobilité en guidages flexibles . . . . .	5
2.2.3	Discussion sur les hyperstatismes . . . . .	6
2.3	Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue . . . . .	6
2.3.1	Fonction cardan . . . . .	6
2.3.2	Fonction équilibrage dynamique . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Dimensionnement du mécanisme</b>	<b>7</b>
3.1	Débattement cinématique des articulations flexibles . . . . .	7
3.1.1	Tables à lames . . . . .	7
3.1.2	Ressorts . . . . .	8
3.1.3	Pivot à lames croisées séparées . . . . .	9
3.1.4	Tiges . . . . .	10
3.2	Mouvement parasite du miroir . . . . .	10
3.3	Contraintes mécaniques dans les articulations flexibles . . . . .	11
3.3.1	Tables à lames . . . . .	12
3.3.2	Pivot à lames croisées séparées . . . . .	13
3.3.3	Tiges verticales . . . . .	14
3.3.4	Tiges cardan . . . . .	14
3.4	Flambage . . . . .	14
3.5	Calcul des performances clés . . . . .	14
3.5.1	Calcul des rigidités de chaque articulation . . . . .	14
3.5.2	Rigidité équivalente au niveau de chaque actionneur . . . . .	17
3.5.3	Masse et Moment d'inertie de la surface . . . . .	18
3.5.4	Calcul de l'équilibrage $m'$ et $J'$ . . . . .	21
3.5.5	Masse réduite au niveau de chaque actionneur . . . . .	22
3.5.6	Accélération angulaire maximale du miroir durant le balayage de précision . . . . .	23
3.5.7	Jerk angulaire maximal du miroir durant le balayage de précision . . . . .	23
3.5.8	Fréquence maximale du balayage de précision . . . . .	24
3.5.9	Résolution angulaire du miroir . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Construction</b>	<b>25</b>
4.1	Argumentation des choix de construction . . . . .	25
4.2	Argumentation des choix des matériaux : . . . . .	26
4.3	Encombrement . . . . .	26
4.4	Estimation du prix : . . . . .	26

<b>5 Conclusion</b>	<b>27</b>
<b>A Annexes</b>	<b>28</b>
A.1 Définitions et notations . . . . .	28
A.1.1 Définition des variables . . . . .	28
A.1.2 Matériaux . . . . .	31
A.2 Schémas de représentation des variables . . . . .	32
A.2.1 Variables de mobilités . . . . .	32
A.2.2 Dimensions clés . . . . .	33
A.3 (Facultatif) Mouvement parasite au niveau du capteur de position . . . . .	35
A.4 Constructeurs . . . . .	36
A.4.1 Vis . . . . .	36
A.4.2 Ressorts . . . . .	37
A.4.3 Tiges . . . . .	38
A.4.4 Lames des pivot à lames croisées séparées . . . . .	39
A.4.5 Soufflet . . . . .	40

# 1 Introduction

## 1.1 Contexte

Dans de nombreux domaines d'ingénierie de notre monde actuel, la miniaturisation est l'un des objectifs clés du développement. Les systèmes modernes sont tous de plus en plus petits, atteignant de nos jours des tailles de l'ordre du micromètre, voir même du nanomètre. En parallèle de ceci, de nouvelles techniques d'usinage ont dû être mises au point afin de pouvoir produire ces microsystèmes.

L'une d'entre elles consiste à focaliser un faisceau laser à haute fréquence sur un substrat de verre, pour augmenter sa sensibilité à l'attaque chimique à un endroit précis. Cela permet d'obtenir la pièce souhaitée suite au passage du substrat dans un bain d'acide fluorhydrique.

Le système SileX cherche à exploiter cette technologie en optimisant le taux de recouvrement et le temps de balayage du laser.

L'objectif du projet proposé est de réaliser un mécanisme à deux degrés de liberté en roulis et tangage équilibré dynamiquement afin de rendre le miroir mobile.

## 1.2 Cahier des charges

Le dimensionnement de notre mécanisme a été guidé par le suivi d'un cahier des charges fourni. Afin d'avoir accès à toutes les données imposées rapidement, nous avons condensé ce cahier des charges sous forme d'un tableau, présent à la page suivante.

Les variables qui ne sont pas définies dans le tableau sont représentées Figure 1. On note  $P$  l'axe de pivotement du miroir.

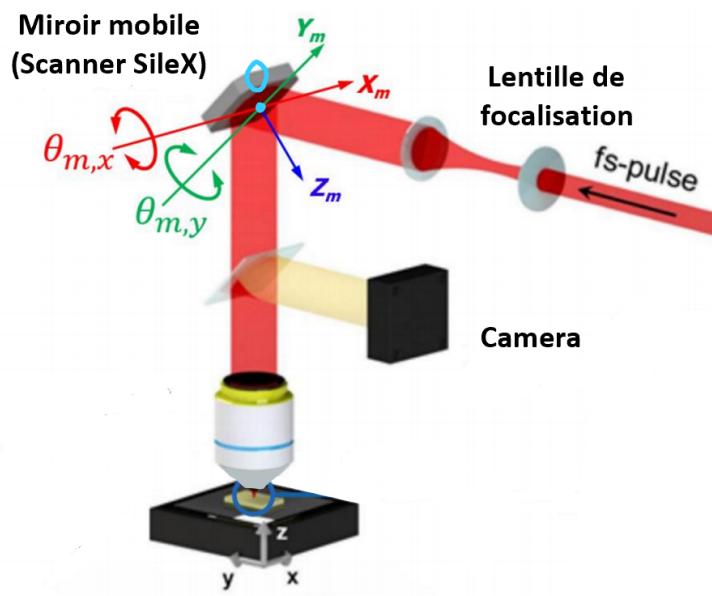


FIGURE 1 – définition des variables du cahier des charges

### Tableau des contraintes du cahier des charges

<b>Cinématique</b>	
$P \subset (X_m, Y_m)$ et $O \in P$	Course angulaire totale de pivotement du miroir : $-1.5^\circ \leq \theta_{max} \leq 1.5^\circ$
Angle entre $P$ et $Xm$ : $0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$	Résolution angulaire de pivotement : $R_\theta = 2.5 \mu\text{rad}$
Course angulaire (balayage de précision) : $(\theta_0 - 0.015^\circ) \leq \theta_s \leq (\theta_0 + 0.015^\circ)$	$-1.485^\circ \leq \theta_0 \leq 1.485^\circ$
<b>Dynamique</b>	
Fréquence de pivotement du miroir : $f_{scan} \geq 860 \text{ Hz}$	Mouvement à profil d'accélération sinusoïdal (balayage de précision)
<b>Actionneurs imposés</b>	
Masse bobine mobile : 7 g	Course admissible : 6.4 mm
Force moyenne continue admissible : $-1.8 \text{ N} \leq F_{act_{RMS}} \leq 1.8 \text{ N}$	Force de pointe admissible : $-5.6 \text{ N} \leq F_{act} \leq 5.6 \text{ N}$
<b>Capteurs de position imposés</b>	
Plage de mesure : $0.2 \text{ mm} \leq P \leq 2 \text{ mm}$	Gamme dynamique : $G_d = 32865$
Résolution de mesure : $R_c = \frac{(P_{max}-P_{min})}{G_d}$	
<b>Miroir</b>	
Cylindre de verre de $\varnothing 12.7 \text{ mm} \times 6.4 \text{ mm}$	Masse : 2 g
<b>Encombrement</b>	
Volume alloué pour le mécanisme : cylindre de $\varnothing 150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$	Distance entre O et la pupille d'entrée de la lentille de focalisation : $H_{scan} = 20 \text{ mm}$
Diamètre extérieur de la pupille de focalisation : $\varnothing d_{lens} = 33 \text{ mm}$	En position nominale $(X_m, Y_m)$ a un angle de $45^\circ$ avec le plan de la lentille de focalisation
Le bâti possède 8 taraudages M5 répartis sur un cercle de $\varnothing 120 \text{ mm}$	
<b>Informations indicatives</b>	
$d_{spot} = 2 \mu\text{m}$	$f_{laser} = 860 \text{ kHz}$
$\lambda_{laser} = 800 \text{ nm}$	taux de recouvrement optimal : $t_r = 100$
$A_{scan} = 2H_{scan}(\theta_{s,max} - \theta_{s,min})$	$f = \frac{f_{laser}d_{spot}}{A_{scan}t_r}$
$T_{fonct} = 20 \pm 0.1^\circ \text{C}$	Durée de vie minimum : 10 ans en considérant une utilisation de 8h/jour, 200 jours/an
Prix max : 20 000 CHF	

Le mécanisme choisi doit être basé sur des articulations flexibles et dénué d'hyperstatismes. Il doit aussi être optimisé en maximisant la fréquence de pivotement  $f_{scan}$  du miroir ainsi que les rigidités transverses du principe de guidage, et en minimisant les forces et moments exportés vers le bâti par le mouvement du miroir.

## 2 Principe de fonctionnement du mécanisme développé

### 2.1 Explication du principe de fonctionnement

#### 2.1.1 Principe général du scanner dans le contexte de l'usinage par laser Femtoseconde

Dans le cadre du rendu intermédiaire, nous avons trouvé 4 différents mécanismes permettant d'atteindre l'objectif imposé, deux degrés de rotation et un équilibrage dynamique en guidages flexibles. Nous avons choisi de développer celui qui était le plus simple à réaliser, le plus durable et précis. Il permet également une bonne optimisation du volume disponible.

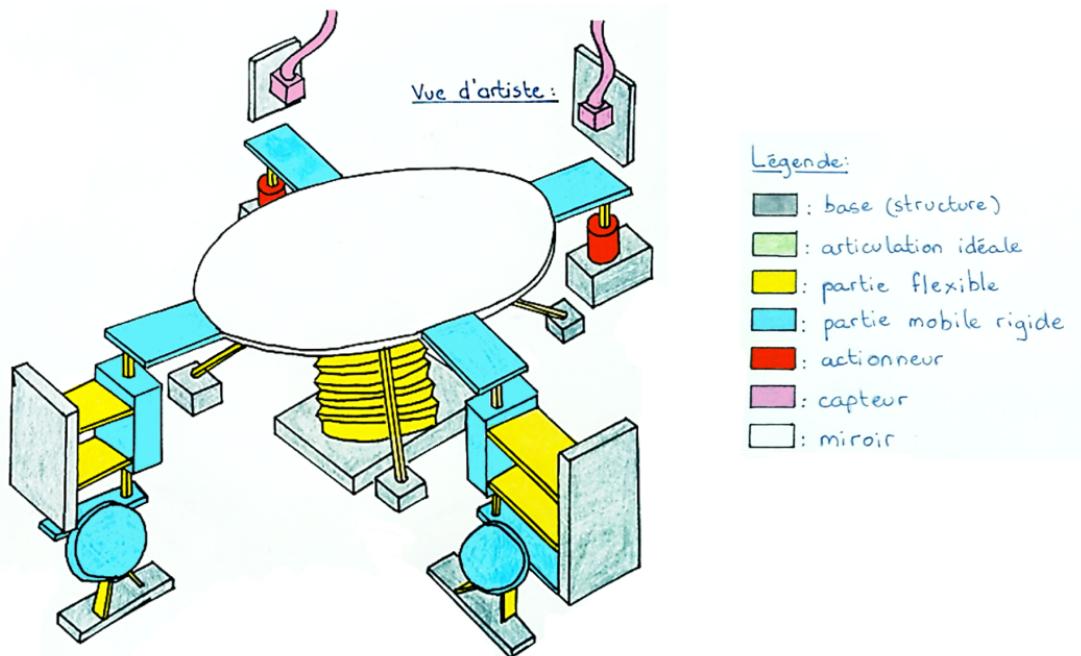


FIGURE 2 – Schéma de la solution choisie au stade du rendu intermédiaire

Pour le rendu final nous avons gardé ce mécanisme en tentant de l'améliorer. Lors du rendu intermédiaire nous étions parti du principe que l'actionneur était déjà guidé intrinsèquement. Nous avons donc dû changer notre système, et avons rajouté une table à lames parallèles en sortie de chaque actionneur pour permettre la mobilité du miroir. Nous avons aussi ajouté des ressorts de précharge afin d'annuler la rigidité des tables à lames. Enfin, nous avons cherché à équilibrer dynamiquement notre système sans utiliser de volants.

#### 2.1.2 Principe du guidage du miroir à 2 DDL en rotation (cardan)

Le cahier des charges impose que le miroir puisse bouger selon deux degrés de liberté, en roulis et en tangage. Ce mécanisme correspond à un cardan, qui peut aussi être vu comme une rotule dont l'une des rotations est bloquée.

L'implémentation en guidages flexibles s'est fait de la manière suivante. Nous avons choisi :

- Trois tiges tétraédriques dont le point d'intersection est le centre du miroir pour la fonction de rotule.
- Un soufflet, dont la particularité est de ne bloquer aucun degré de liberté hormis  $Z_m$ , pour obtenir les 2 degrés de liberté souhaités.

### 2.1.3 Principe général de l'équilibrage dynamique du système

Les actionneurs sont guidés par une table à lames parallèles, afin de réaliser une translation verticale similaire à une glissière en guidages idéaux. L'équilibrage dynamique doit donc compenser ce mouvement de translation ainsi que la rotation du miroir. Nous avons donc :

- Deux tables à lames parallèles pour équilibrer le mouvement et le guidage des actionneurs.
- Deux masses d'équilibrage dynamique qui vont chacune avoir un moment d'inertie inverse au miroir et donc compenser une rotation.

## 2.2 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler

Afin de nous assurer du bon fonctionnement de notre mécanisme, nous devons passer par une étape essentielle de la vérification du système : le calcul de la mobilité de Grübler. Cette méthode nous permet de calculer le nombre de degrés de liberté théorique de notre système. Nous pouvons ainsi contrôler que le mécanisme réalise bien la fonction souhaitée.

### 2.2.1 Calcul de la mobilité en guidages idéaux

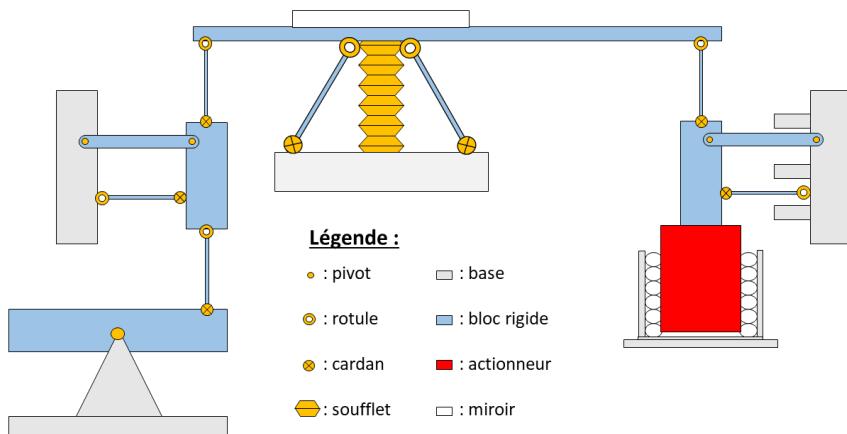


FIGURE 3 – Schéma du mécanisme en guidage idéaux

Pour calculer la mobilité Grübler, il est suffisant d'avoir le schéma 2D ci-dessus du modèle de notre mécanisme en guidages idéaux. De cette manière nous pouvons voir clairement le circuit d'équilibrage dynamique et de l'actionneur. Notons que pour obtenir le mécanisme complet, il nous suffit de rajouter ces deux circuits une deuxième fois chacun, de manière à ce qu'ils soient respectivement alignés avec l'axe  $X_m$  et l'axe  $Y_m$ .

Afin de calculer la mobilité Grübler il nous faut tout d'abord déterminer le nombre de segments  $n$ , le nombre de joints  $k$  et le nombre de boucles  $b$ .

On a :

$$n = 25, k = 37$$

Cela nous permet d'obtenir le nombre de boucles du mécanisme :

$$b = k + 1 - n = 13$$

Nous pouvons donc maintenant déterminer la mobilité de Grübler :

$$M = 10 \cdot 1 + 13 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 1 \cdot 5 - 6 \cdot 13 = 2$$

Notre mécanisme est un cardan pour le miroir du laser et on a donc :

$$DOF = 2 \rightarrow DOH = 0$$

Cela nous permet de confirmer que notre mécanisme idéal est un cardan et qu'il n'a pas d'hyperstatismes.

### 2.2.2 Calcul de la mobilité en guidages flexibles

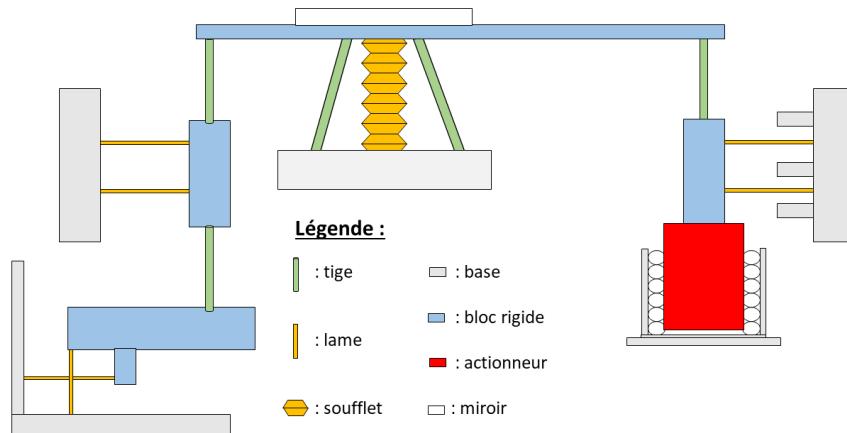


FIGURE 4 – Schéma cinématique du mécanisme en guidages flexibles

Maintenant que nous avons calculé la mobilité de notre système en guidages idéaux, il nous faut vérifier la mobilité de son implémentation en guidages flexibles. Pour ce faire nous effectuons les mêmes calculs que précédemment, mais appliqués à ce système.

On a :

$$\begin{aligned} n &= 8, k = 22 \\ \implies b &= k + 1 - n = 15 \end{aligned}$$

Et donc :

$$M = 12 \cdot 3 + 9 \cdot 5 + 1 \cdot 5 - 6 \cdot 15 = -4$$

Nous savons que notre mécanisme doit être un cardan :

$$DOF = 2$$

Ce qui implique que :

$$DOH = 6$$

### 2.2.3 Discussion sur les hyperstatismes

Le calcul de la mobilité de l'implémentation de notre système en guidages flexibles nous a montré que celui-ci possédait 6 degrés d'hyperstatismes. Cependant, nous pouvons facilement identifier leurs origines. En effet, nous pouvons constater que l'implémentation de notre mécanisme en guidages flexibles possède 6 assemblages qui possèdent 1 degré d'hyperstatisme chacun : les 4 tables à lames et les 2 pivots à lames croisées. Heureusement, ces hyperstatismes ne sont pas dangereux pour notre système, du moment que l'assemblage a été réalisé de façon optimale.

Pour les tables à lames, nous pouvons directement les usiner à partir d'un bloc monolithique grâce à l'électroérosion, de manière à ce qu'il n'y ait aucun problème pour l'assemblage. De cette façon, les hyperstatismes des tables à lames ne sont plus un problème.

Pour les pivots à lames croisés il est difficile d'utiliser la même méthode d'usinage monolithique que pour les tables à lames. Il nous faudra donc réaliser le montage de ceux-ci précautionneusement, de manière à ne pas induire de sur-contraintes sur les lames du pivots.

## 2.3 Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue

### 2.3.1 Fonction cardan

Une des solutions pour faire le mécanisme de cardan est d'utiliser une rotule et de bloquer la rotation selon  $Z_m$ . Ce qui différencie notre mécanisme des autres est le fait que pour bloquer le degré de liberté de la rotation selon  $Z_m$  nous utilisons un soufflet flexible. Utiliser un soufflet présente plusieurs avantages.

Tout d'abord cela nous permet de compacter notre système car en le positionnant au centre des trois tiges, il ne va pas prendre plus d'espace que ce que la rotule occupe déjà. De plus c'est un guidage relativement résistant et facile à assembler avec le reste de notre système.

### 2.3.2 Fonction équilibrage dynamique

Un des concepts originaux de notre mécanisme est également l'idée que nous utilisons pour assurer la fonction d'équilibrage dynamique de notre système. En effet, nous utilisons un bloc combinant la fonction d'équilibrage dynamique des translations et des rotations.

L'avantage de faire cela est que nous pouvons diminuer l'énergie cinétique nécessaire pour une même quantité de mouvement.

### 3 Dimensionnement du mécanisme

Dans cette section, toutes les dimensions utilisées sont définies dans l'annexe A.1.1 Définition des variables.

#### 3.1 Débattement cinématique des articulations flexibles

Pour l'ensemble des articulations flexibles nous utilisons le même matériau (le Titane) dont nous avons le module de Young  $E_{Ti}$  et sa limite en fatigue  $\sigma_D$ . Ainsi nous choisissons pour nos articulations un facteur de sécurité  $SF = 1.3$  afin de déterminer notre contrainte admissible.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_D}{1.3} = 384.6 \text{ MPa}$$

##### 3.1.1 Tables à lames

Dans le cas du dimensionnement des tables à lames (Voir Annexe A.2.2 Figure 30 pour visualiser les dimensions), deux contraintes principales sont à prendre en compte :

- La course admissible  $f_{ta_{adm}} \geq y_{1max}$
- Le déplacement parasite  $\lambda_{ta} < \lambda_{ta_{max}}$

Tout d'abord, pour une question de rigidité globale du système, nous avons décidé d'annuler la rigidité de la table en ajoutant une force normale à celle-ci. La rigidité est ainsi donnée par :

$$K_{ta} \approx K_{ta_0} - \frac{K_{ta_0}}{N_{0_{ta}}} N_{ta}$$

avec :

$$K_{ta_0} = \frac{24E_{Ti}I_{ta}}{l_{ta}^3} = 9,12 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Il nous suffit donc de choisir  $N_{ta} = N_{0_{ta}}$  afin de pouvoir négliger la rigidité de cette table, tout en s'assurant que la charge appliquée reste inférieure à la charge critique :

$$N_{ta} = \frac{2\pi^2 E_{Ti} I_{ta}}{l_{ta}^2} = 75 \text{ N}$$

Ainsi, nous pourrons dorénavant considérer  $K_{ta} \approx 0 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ . (Voir le dimensionnement des ressorts dans la section suivante.)

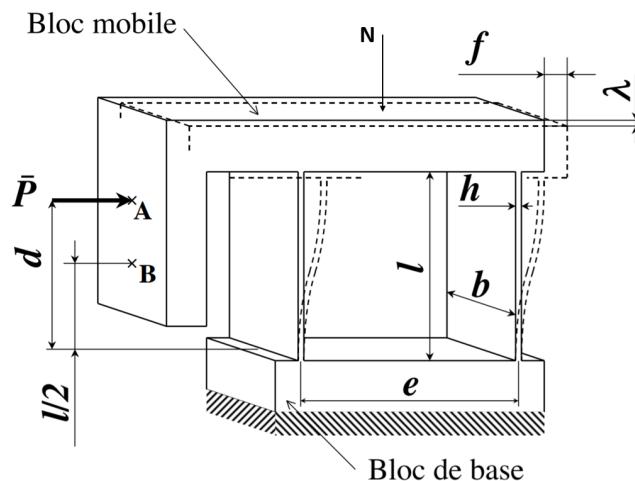


FIGURE 5 – Débattements d'une table à lames parallèles

Nous souhaitons maintenant que la course admissible de notre table à lames parallèles soit supérieure à la course réelle de celle-ci. Nous avons choisi  $R_1 = 20$  mm donc :

$$y_{1\max} = R_1 \theta_{\max} = 524 \text{ } \mu\text{m}$$

Nous sommes dans le cas  $0 \leq N_{ta} < N_{ta_c}$ . Ainsi :

$$f_{ta\text{adm}} = \frac{hl_{ta}^3\pi^2(-N_{ta} + b_{ta}h_{ta}\sigma_{adm})}{3b_{ta}E_{Ti}h_{ta}^3\pi^2 + 3l_{ta}^2N_{ta}(\pi^2 - 12)} = 702 \text{ } \mu\text{m}$$

d'où

$$f_{ta\text{adm}} \geq y_{1\max}$$

Nous souhaitons de plus que le mouvement parasite de cette table n'influence pas la direction de l'actionneur, c'est à dire que  $\lambda_{ta}$  soit inférieur au "coil clearance per side" de la datasheet de l'actionneur. Soit  $\lambda_{ta} < \lambda_{\max} = 320 \text{ } \mu\text{m}$ .

On a :

$$\lambda_{ta} \approx \frac{3f_{ta}^2}{5l_{ta}} = 16.45 \text{ } \mu\text{m}$$

Ainsi, la contrainte est bien respectée et voici les débattements cinématiques et mouvements parasites des deux tables à lames en fonction de  $\theta$ .

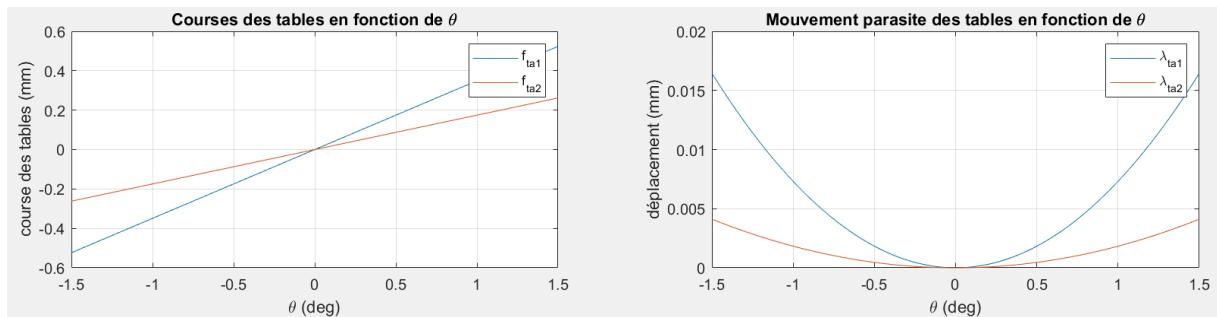


FIGURE 6 – Débattements cinématiques et mouvements parasites des deux tables à lames

### 3.1.2 Ressorts

(Voir Annexe A.4.2 pour la fiche constructeur)

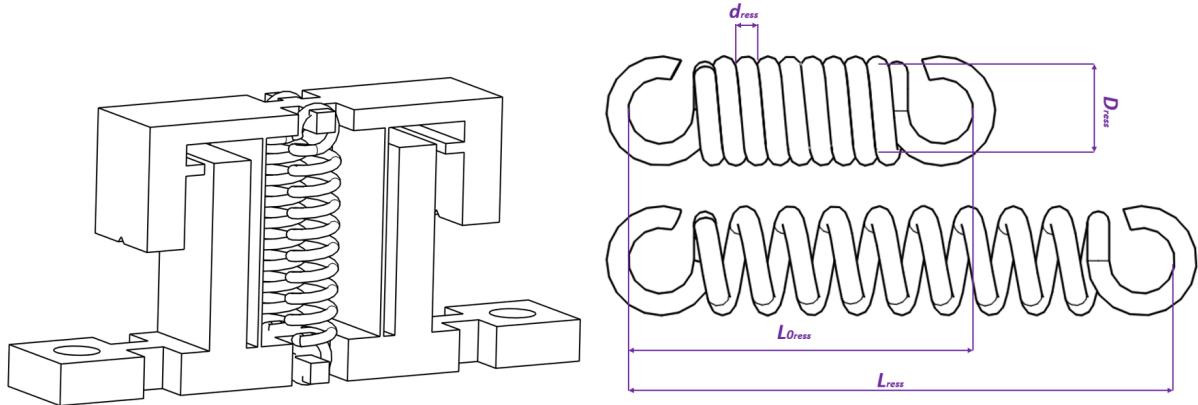


FIGURE 7 – Implémentation des ressorts et dimensions clés

Nous voulons vérifier que la précharge exercée par les ressorts est correcte. Nous avons calculé précédemment que la précharge nécessaire de  $N_{ta} = 75$  N permet d'annuler la rigidité des tables à lames. La rigidité du ressort n'étant pas donnée par le constructeur, nous avons dû la calculer. Pour calculer le nombre de spires, nous avons supposé que  $L_{0_{ress}}$  est la longueur lorsque toutes les spires se touchent. Nous obtenons donc :

$$n_{ress} = \frac{L_{0_{ress}} - 2 \cdot (D_{ress} - d_{ress})}{d_{ress}} = 9.8$$

Le ressort est en acier, dont le module de cisaillement est  $G_{ress} = 81$  GPa.

$$K_{ress} = \frac{G_{Ac} d_{ress}^4}{8n_{ress} D_{ress}^3} = 8.07 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Nous avons choisi d'étirer notre ressort à  $L_{ress} \approx 12.55$  mm. La charge exercée par un ressort est donc :

$$N_{ress} = K_{ress} \cdot (L_{ress} - L_{0_{ress}}) = 37.525 \text{ N}$$

Il nous suffit donc d'utiliser deux ressorts afin d'obtenir :

$$N_{2ress} = 2 \cdot N_{ress} = 75.051 \text{ N} \approx 75 \text{ N}$$

### 3.1.3 Pivot à lames croisées séparées

Procédons de manière similaire pour le pivot à lames croisées séparées (Voir Annexe A.2.2 Figure 31 pour visualiser les dimensions). Nous souhaitons que l'angle admissible soit supérieur à l'angle réalisé par le pivot, soit  $\theta_{p_{adm}} \geq \theta_{p_{max}}$ .

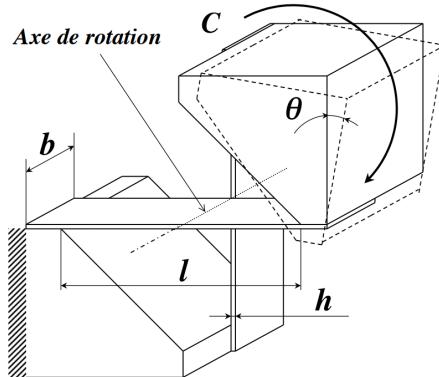


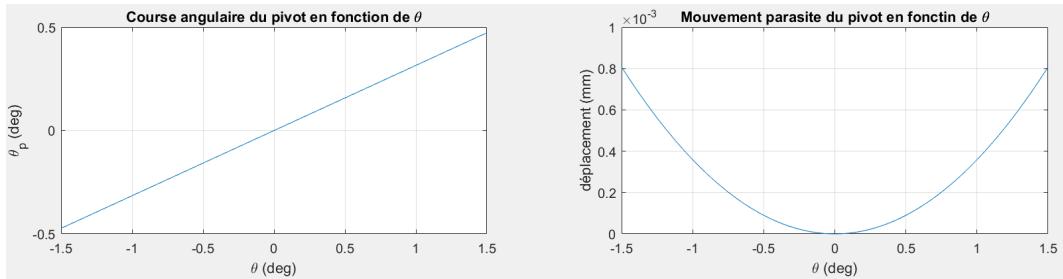
FIGURE 8 – Débattement d'un pivot à lames croisées séparées

On a :

$$\theta_{p_{max}} = \frac{y_{2_{max}}}{R_p} = 8.26 \text{ mrad}$$

$$\theta_{p_{adm}} = \frac{2\sigma_{adm} l_p}{E_{Ti} h_p} = 337.38 \text{ mrad}$$

Et donc la contrainte est bien respectée. On peut aussi représenter le débattement cinématique du pivot en fonction de  $\theta$  ainsi que le déplacement parasite du centre de rotation.

FIGURE 9 – Débattement cinématique et mouvement parasite d'un pivot en fonction de  $\theta$ 

### 3.1.4 Tiges

Nous souhaitons ici vérifier l'angle admissible de toutes les tiges de notre système. Considérons 3 types de tiges différentes :

- 2 tiges verticales  $t_{i1}$  et  $t_{i2}$  qui subissent un angle maximum  $\theta_{max} = 26.18$  mrad ( $1.5^\circ$ )
- 1 tige verticale  $t_{i3}$  qui subit un angle maximum  $\theta_{p_{max}} = 8.26$  mrad ( $0.46^\circ$ )
- 3 tiges équatoriales qui subissent un angle maximum  $\theta_{max}$

**Pour les tiges verticales :** (Voir Annexe A.2.2 Figure 33 pour visualiser les dimensions)

$$\theta_{ti_{adm}} = \frac{2\sigma_{adm}l_{ti}}{E_{Ti}l_{ti}} = 253.04 \text{ mrad} \geq \theta_{max} \geq \theta_{p_{max}}$$

**Pour les tiges équatoriales :** (Voir Annexe A.2.2 Figure 32 pour visualiser les dimensions)

$$\theta_{ca_{adm}} = \frac{2\sigma_{adm}l_{ca}}{E_{Til}l_{ca}} = 421.73 \text{ mrad} \geq \theta_{max}$$

## 3.2 Mouvement parasite du miroir

À présent, nous allons calculer le déplacement parasite du miroir. Le miroir est placé sur trois tiges constituant une rotule. On suppose que le déplacement parasite du centre de rotation à la surface du miroir est équivalent au déplacement à l'extrémité d'une tige de la rotule. Pour ce faire, on utilise la théorie vue en cours pour une tige en flexion sur laquelle on impose un angle  $\theta$ .

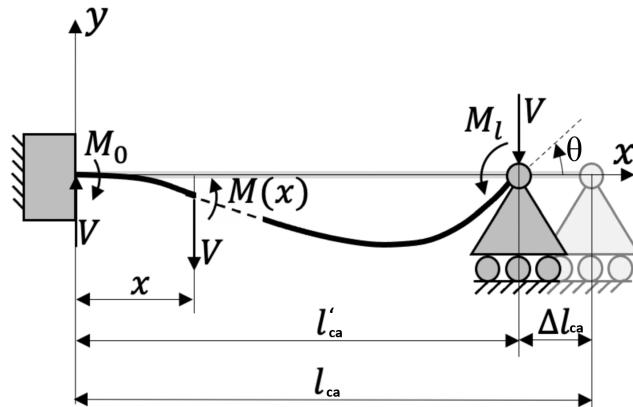


FIGURE 10 – Déplacement parasite d'une tige en flexion

On fait ainsi l'hypothèse que la longueur d'arc de la tige reste constante, c'est à dire :

$$l_{ca} = \int_0^{l'_{ca}} \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_0^{l'_{ca}} \sqrt{1 + y'(x)^2} dx \approx \int_0^{l'_{ca}} 1 + \frac{y'(x)^2}{2} dx$$

La tige encastrée subit un moment de flexion et une force de cisaillement imposant un angle  $\theta$  et une flèche nulle à son extrémité. Ainsi par superposition on a :

$$y'(x) = \frac{\theta}{l'^2_{ca}} (3x^2 - 2l'_{ca}x) \quad \text{avec } y(0) = y'(0) = y(l'_{ca}) = 0 \text{ et } y'(l'_{ca}) = \theta$$

En utilisant les deux relations précédentes, on obtient :

$$l_{ca} \approx l'_{ca} + \frac{\theta^2 l'_{ca}}{15} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta l_{ca} = l_{ca} - l'_{ca} \approx \frac{\theta^2 l'_{ca}}{15} \approx \frac{\theta^2 l_{ca}}{15}$$

À présent, il faut tenir compte du fait que la tige est inclinée d'un angle  $\alpha = 25^\circ$  et donc le déplacement selon l'axe  $Z_m$  vaut :

$$\Delta Z_m = \frac{\theta^2 l_{ca}}{15} \sin \alpha$$

En observant la formule de  $\Delta Z_m$ , on se rend compte que pour minimiser le déplacement parasite, il faut minimiser  $l_{ca}$  et/ou minimiser l'angle  $\alpha$  qu'ont les tiges avec le plan  $(X_m, Y_m)$  en leur points d'encastrement dans le bâti. Nous avons choisi de faire varier  $\alpha$  afin de respecter le cahier des charges stipulant un déplacement parasite maximum de 0.5  $\mu\text{m}$  et nous trouvons  $\Delta Z_{m,\max} = 0.483 \mu\text{m}$ .

On peut ensuite représenter ce déplacement parasite dans un graphe où  $\Delta Z_m$  est fonction de l'angle  $\theta$ .

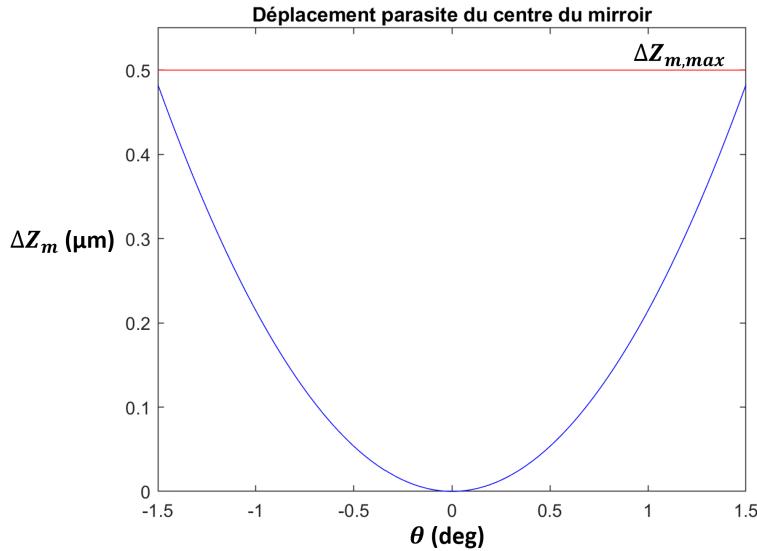


FIGURE 11 – Déplacement parasite  $\Delta Z_m$  du centre du miroir en fonction de l'angle  $\theta$

### 3.3 Contraintes mécaniques dans les articulations flexibles

Dans cette partie, nous allons déterminer les contraintes maximales s'appliquant dans les articulations flexibles lors de leur course. Pour cela, on va utiliser le problème type d'une poutre en flexion et traction/compression auquel on se ramènera pour chaque élément flexible. On considère donc une poutre encastée à une extrémité et libre à l'autre, sur laquelle on applique un moment  $M_0$  et des forces  $F_x$  et  $F_y$ .

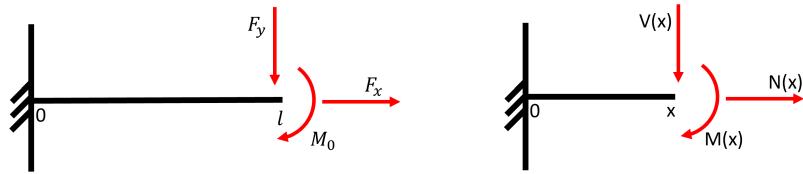


FIGURE 12 – Débattement d'un pivot à lames croisées séparées

On en déduit que le moment de flexion à une distance  $x$  du point d'encastrement vaut  $M(x) = M_0 + F_y(x - l)$ . De plus, d'après le cours du semestre précédent, on a  $\sigma_x = \frac{F_x}{A} - \frac{M(x)}{I}c$ , où  $c$  est la distance maximum à l'axe neutre dans le matériau, avec l'axe neutre défini pour une flexion pure.

Dans les problèmes suivants, on va donc chercher à déterminer le moment  $M_0$  et les forces  $F_x$  et  $F_y$  pour ensuite maximiser  $M(x)$  et  $|\sigma_x|$ .

Dans la suite des calculs, on considère  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_D}{1.3} = 384.6$  MPa, où  $\sigma_D = 500$  MPa correspond à la limite en fatigue du titane et 1.3 est choisi comme facteur de sécurité. Il a été choisi de manière à s'assurer que le cycle de contrainte utilisé n'atteigne pas une rupture du matériau au déçà du nombre minimum de cycles. EN effet, notre mécanisme doit fonctionner sur 10 ans, 200 jours par année et 8 heures par jour à une fréquence minimum de 860 Hz lors du balayage de précision, ce qui correspond à  $10 \cdot 200 \cdot 8 \cdot 3600 \cdot 860 = 4.95 \cdot 10^{10}$  cycles au minimum.

### 3.3.1 Tables à lames

Les tables sont préchargées d'une force  $N_{0ta} = 75$  N afin d'annuler leur rigidité, et on suppose que l'actionneur pousse la table coté actionneur et coté équilibrage d'une force  $F_{act}$  et  $F_{act} \cdot \frac{R_2}{R_1}$  respectivement, en négligeant la rigidité équivalente du reste du mécanisme, puisque cela diminuerait la force appliquée selon  $Z_m$ . Étant donné que les tables contiennent 2 lames, la force de précharge et celle de l'actionneur se répartissent chacune équitablement dans chacune des lames.

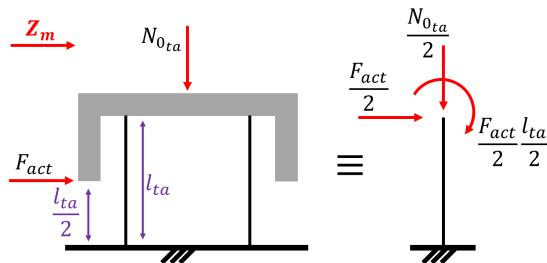


FIGURE 13 – Forces et moment s'appliquant sur les lames de la table à lames côté actionneur

On a donc pour chaque lame de la table côté actionneur :

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{N_{0ta}}{2}, \quad F_y = \frac{F_{act}}{2} \quad \text{et} \quad M_0 = F_y \frac{l_{ta}}{2} = \frac{F_{act} l_{ta}}{4} \\ &\Rightarrow M(x) = \frac{F_{act}}{2} \left( x - \frac{l_{ta}}{2} \right) \end{aligned}$$

Afin de se placer au point dans la lame où la contrainte  $|\sigma_x|$  est maximale, on prend les paramètres suivants :

$$A = h_{tab} l_{ta}, \quad x = l_{ta}, \quad I = I_{ta}, \quad c = \frac{h_{ta}}{2} \Rightarrow \sigma_{ta,act_{max}} = 228 = |\sigma_x| \text{ MPa} < \sigma_{adm}$$

De même, pour la table à lames parallèles côté équilibrage, en prenant les mêmes paramètres, on a :

$$F_x = -\frac{N_{0ta}}{2}, \quad F_y = \frac{F_{act} R_2}{2 R_1} \quad \text{et} \quad M_0 = F_y \frac{l_{ta}}{2} = \frac{F_{act} l_{ta}}{4} \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow M(x) = \frac{F_{act} R_2}{2 R_1} \left( x - \frac{l_{ta}}{2} \right) \Rightarrow \sigma_{ta, equ_{max}} = |\sigma_x| = 133 \text{ MPa} < \sigma_{adm}$$

### 3.3.2 Pivot à lames croisées séparées

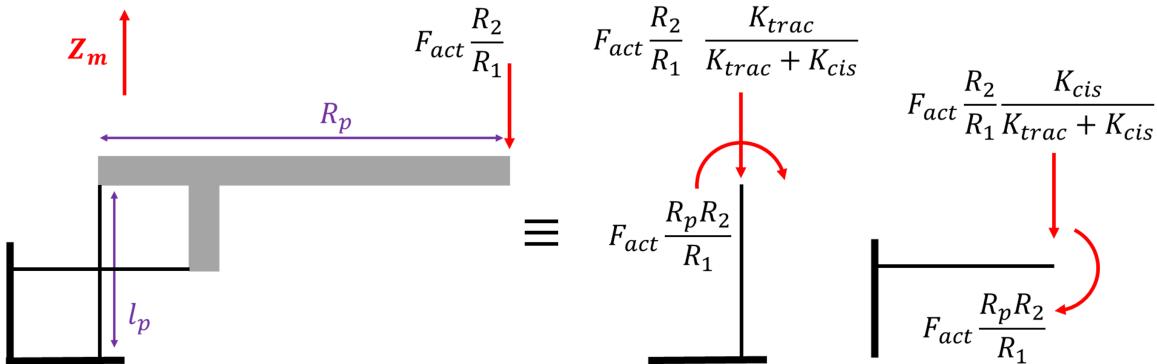


FIGURE 14 – Forces et moments s’appliquant sur les lames du pivot à lames croisées séparées

Pour le pivot à lames croisées séparées, la force  $F_{act} \cdot \frac{R_2}{R_1}$  crée un moment égal à l’extrémité des deux lames et étant donné que la force  $F_{act} \cdot \frac{R_2}{R_1}$  crée un déplacement en  $Z_m$  du bloc d’équilibrage, cela implique que la répartition des forces dans les deux lames est régie par ces 2 relations :

$$F_{vert_x} + F_{horz_y} = F_{act} \frac{R_2}{R_1} \quad \text{et} \quad \delta_{Z_m} = \frac{F_{vert_x}}{K_{trac}} = \frac{F_{horz_y}}{K_{cis}} \quad \text{avec} \quad K_{trac} = \frac{b_p h_p E_{Ti}}{l_p} \quad \text{et} \quad K_{cis} = \frac{3E_{Ti} I_p}{l_p^3}$$

On en déduit que pour la lame verticale, les forces et moments s’appliquant à son extrémité libre sont :

$$F_x = -\frac{K_{trac}}{K_{trac} + K_{cis}} F_{act} \frac{R_2}{R_1}, \quad F_y = 0, \quad M_0 = -F_{act} \frac{R_2 R_p}{R_1} \Rightarrow M(x) = M_0$$

À nouveau pour maximiser  $|\sigma_x|$ , on prend les paramètres suivants :

$$A = h_p b_p, \quad I = I_p, \quad c = -\frac{h_p}{2} \Rightarrow \sigma_{p,vert_{max}} = |\sigma_x| = 303.1 \text{ MPa} < \sigma_{adm}$$

De la même manière pour la lame horizontale, on a :

$$F_x = 0, \quad F_y = \frac{K_{cis}}{K_{trac} + K_{cis}} F_{act} \frac{R_2}{R_1}, \quad M_0 = -F_{act} \frac{R_2 R_p}{R_1}$$

$$\text{et avec } A = h_p b_p, \quad I = I_p, \quad c = \frac{h_p}{2} \Rightarrow \sigma_{p,horz_{max}} = |\sigma_x| = 302.5 \text{ MPa} < \sigma_{adm}$$

### 3.3.3 Tiges verticales

Pour les tiges verticales, on suppose qu'elles sont encastrées à une extrémité et que on leur applique une force de compression et un moment forçant un angle à l'autre extrémité libre. Ainsi, la tige verticale coté actionneur subit un moment  $M_0 = K_{ti}\theta_{max}$  et des forces  $F_x = -F_{act}$  et  $F_y = 0$ .

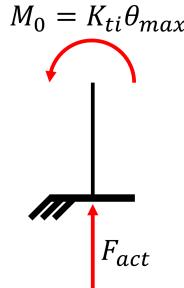


FIGURE 15 – Force et moment s'appliquant sur la tige  $ti_1$

On en déduit que pour maximiser  $|\sigma_x|$ , il faut prendre  $A = \frac{\pi d_{ti}^2}{4}$ ,  $I = I_{ti}$ ,  $c = \frac{d_{ti}}{2} \Rightarrow \sigma_{ti_{1,max}} = 60 \text{ MPa} < \sigma_{adm}$ . Le raisonnement est le même pour les tiges verticales coté équilibrage, sauf qu'elles subissent une force de compression de  $F_x = -F_{act} \cdot \frac{R_2}{R_1}$  et que celle liée au bloc d'équilibrage dynamique a un moment  $M_0 = K_{ti}\theta_{p_{max}}$ . Ces changements donnent, en conservant les mêmes valeurs de  $A$ ,  $I$  et  $c$ ,  $\sigma_{ti_{2,max}} = 50 \text{ MPa} < \sigma_{adm}$  et  $\sigma_{ti_{3,max}} = 33 \text{ MPa} < \sigma_{adm}$ .

### 3.3.4 Tiges cardan

Enfin, pour les tiges du cardan, on sait que l'angle limite à leur extrémité, dans le cadre du projet, est  $\theta_{max} = 1.5^\circ \approx 0.026 \text{ radians}$  et que l'angle admissible est :

$$\theta_{adm} = \frac{2\sigma_{adm}l_{ca}}{E_{Ti}d_{ca}} = 0.422 \text{ radians} = 24.2^\circ > \theta_{max} = 1.5^\circ$$

## 3.4 Flambage

À présent, nous allons regarder le flambage de nos éléments flexibles. On sait que la force critique pour le premier mode de flambage vaut :  $F_{cr} = \left(\frac{\pi}{l_{eff}}\right)^2 EI$ . Nos tiges et lames sont encastrées à leurs extrémités donc  $l_{eff} = 0.5l$ , avec  $l$  leur longueur. Ainsi, en utilisant cette formule sur nos différents éléments flexibles, on trouve que les forces critiques sont supérieures à  $F_{act}$  :

$F_{ta_{cr}} = 37.50 \text{ N}$  (pour chaque lame des tables),  $F_{ti_{cr}} = 25.14 \text{ N} \gg F_{act}$  (tiges verticales),

$F_{ca_{cr}} = 9.05 \text{ N} \gg F_{act}$  (tiges du cardan) et  $F_{pcr} = 300.04 \text{ N} \gg F_{act}$  (lame verticale des pivots)

## 3.5 Calcul des performances clés

### 3.5.1 Calcul des rigidités de chaque articulation

**Rigidité table à lames parallèles :** (Voir Annexe A.2.2 Figure 30 pour visualiser les dimensions). Comme nous l'avons précisé dans la section précédente, nous avons décidé d'annuler la rigidité des tables à lames en exerçant une force normale à celles-ci. Ainsi, nous considérons :

$$I_{ta} = \frac{b_{ta}h_{ta}^3}{12} = 3.333 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 \quad \text{et} \quad K_{ta} \approx 0 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

**Rigidité des tiges verticales :** Afin de déterminer la rigidité des tiges (Voir Annexe A.2.2 Figure 33 pour visualiser les dimensions), il nous faut d'abord calculer leur moment de flexion :

$$I_{ti} = \frac{\pi d_{ti}^4}{64} = 1.257 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 \quad \text{et} \quad K_{ti} = \frac{E_{Ti} I_{ti}}{l_{ti}} = 9.55 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

**Rigidité du pivot à lames croisées séparées** De même (Voir Annexe A.2.2 Figure 31 pour visualiser les dimensions), nous calculons le moment de flexion :

$$I_p = \frac{b_p h_p^3}{12} = 6.667 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 \quad \text{et} \quad K_p = \frac{2E_{Ti} I_p}{l_p} = 152 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

**Rigidité du soufflet :** Comme nous n'avons pas étudié la théorie sur les calculs de rigidité des soufflets, nous avons, après quelques recherches, trouvé une ancienne thèse de master traitant du design des soufflets. (Pour plus de détails concernant la théorie et les modèles utilisés pour calculer cette rigidité, vous pouvez consulter le document "Static characteristics of flexible bellows" en Annexe de notre rapport.)

Pour commencer, voici les différentes données et dimensions dont nous allons avoir besoin :

$$D_{m_{sou}} = \frac{D_{o_{sou}} + D_{i_{sou}}}{2} = 5.05 \text{ mm} \quad , \quad \frac{l_{sou}}{4n_{sou}} = 195.79 \mu\text{m}$$

$$f_{sou} = D_{o_{sou}} - D_{i_{sou}} - 2a_{sou} = 0.85 \text{ mm} \quad \text{et} \quad E_{sou} = 160 \text{ GPa}$$

Les schémas ci dessous permettent de mieux comprendre à quoi font référence les différentes variables utilisées :

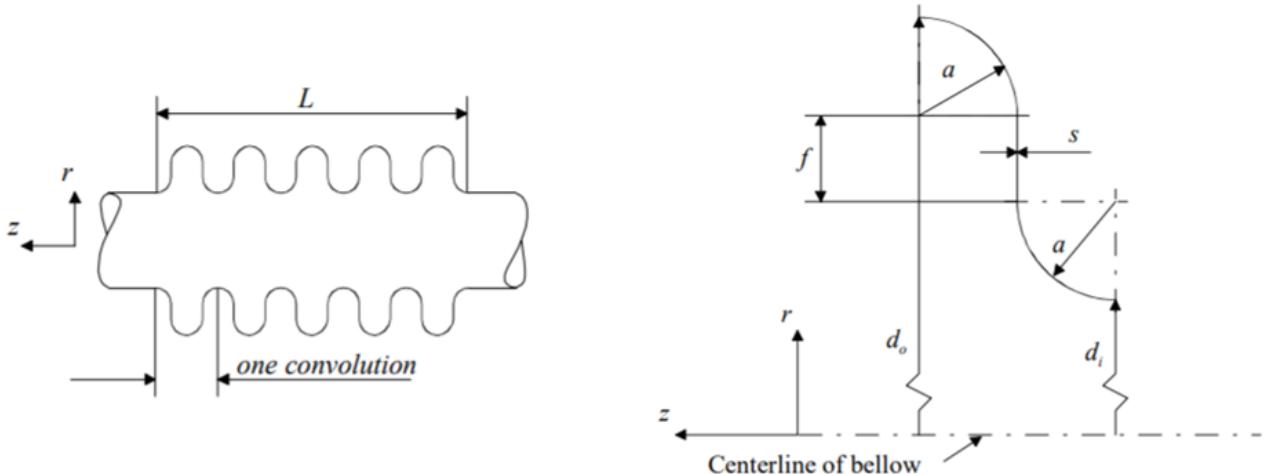


FIGURE 16 – Schéma simplifié de la géométrie du soufflet

La rigidité en flexion du soufflet nous est alors donné par :

$$K_{sou} = \frac{E_{sou} \pi s_{sou}^3 D_{m_{sou}}^3 (4,602 + 6.10^7 a_{sou}^3 - 43,1 D_{o_{sou}})}{16n_{sou}(6\pi a_{sou}^3 + 24f_{sou}a_{sou}^2 + f_{sou}^3 + 3f_{sou}^2 a_{sou}\pi(1 + \frac{s_{sou}^2}{12a_{sou}^2}))} = 33.13 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Et la rigidité en torsion selon l'axe du soufflet est donné par :

$$K_{M_z \text{ sou}} = \frac{2\pi s_{\text{sou}} G r_i^2}{n \left(1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2\right)} = 4231 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

**Rigidité de la rotule :** Nous allons maintenant calculer la matrice de rigidité des trois tiges du cardan (Voir Annexe A.2.2 Figure 32 pour visualiser les dimensions). Pour cela, on utilise des matrices de transformation afin d'exprimer la matrice de rigidité connue dans le repère propre de la tige, dans le repère utilisé dans le cadre du projet. Tout d'abord, voici les positions des tiges constituant la rotule.

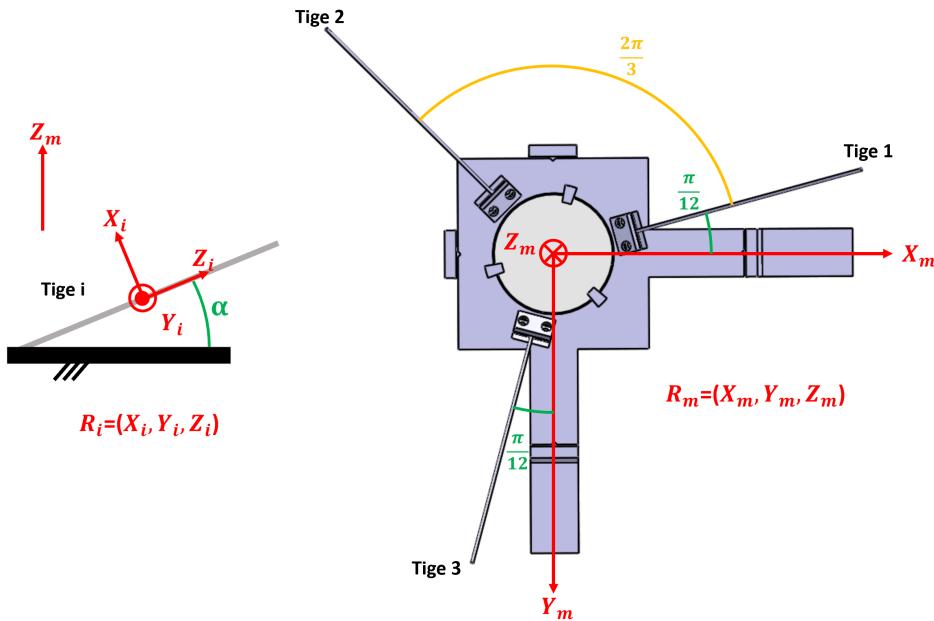


FIGURE 17 – Repère  $\mathcal{R}_i$  de la tige  $i$  (gauche) & Positions des tiges du cardan vu du dessous (droite)

On constate que pour transformer le repère  $\mathcal{R}_m$  en le repère  $\mathcal{R}_i$ , la tige  $i$  subit d'abord une translation selon l'axe  $Z_m$  d'une distance  $z_i = -\frac{l_{ca}}{2} - p$  afin de placer le repère au milieu de la longueur de la tige. Ensuite, on effectue une rotation autour de  $Y_i$  d'un angle  $\psi = -(\frac{\pi}{2} - \alpha)$  et enfin une deuxième rotation selon  $Z_i$  d'un angle  $\phi_i = -\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}(i-1)$  ( $i=1,2,3$ ). Ainsi, on a les matrices de rotation et transformation suivantes :

$$\begin{aligned} Rot^{\phi_i, \psi} &= \begin{pmatrix} \cos(\phi_i) & -\sin(\phi_i) & 0 \\ \sin(\phi_i) & \cos(\phi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\psi) & 0 & \sin(\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{pmatrix} \\ (OO_i \times)_{\mathcal{R}_i} &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{l_{ca}}{2} + p & 0 \\ -\frac{l_{ca}}{2} - p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_i} \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \left(T_{i \rightarrow 0}^{O \rightarrow O_i}\right)_{\mathcal{R}_m} &= \begin{pmatrix} Rot^{\phi_i, \psi} & 0 \\ 0 & Rot^{\phi_i, \psi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_3 & 0 \\ OO_i \times & I_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_i} \end{aligned}$$

Il nous faut à présent déterminer la matrice de rigidité dans le repère propre de la tige  $(K)_{\mathcal{R}_i}$ . On remarque qu'une force selon  $X_i$  et  $Y_i$  implique une flexion, alors qu'une force dirigée selon  $Z_i$  implique de la traction/compression. De même, un moment selon  $X_i$  et  $Y_i$  créera une flexion de la tige, alors qu'un moment

orienté selon  $Z_i$  résultera en de la torsion. Ainsi, en utilisant les formules de rigidité selon ces différentes sollicitations de la tige, on obtient :

$$I_{x_{ca}} = I_{y_{ca}} = \frac{\pi d_{ca}^4}{64} = 1.257 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 \quad I_{z_{ca}} = \frac{\pi d_{ca}^4}{32} = 2.513 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4$$

$$(K)_{\mathcal{R}_i} = \begin{pmatrix} \frac{12E_{Ti}I_{y_{ca}}}{l_{ca}^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_{Ti}I_{x_{ca}}}{l_{ca}^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_{Ti}}{l_{ca}} \left( \frac{\pi d_{ca}^2}{4} \right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E_{Ti}I_{x_{ca}}}{l_{ca}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_{Ti}I_{y_{ca}}}{l_{ca}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{Ti}I_{z_{ca}}}{l_{ca}} \end{pmatrix}$$

Nous avons à présent tous les éléments pour calculer la matrice de rigidité ( $K_E$ ) de notre rotule dans le repère  $\mathcal{R}_m$ , que l'on calcule en sommant les contributions de chaque tige.

$$(K_E)_{\mathcal{R}_m} = \sum_{i=1}^3 \left( T_{i \rightarrow 0}^{O \rightarrow O_i} \right)_{\mathcal{R}_m} (K)_{\mathcal{R}_i} \left( T_{i \rightarrow 0}^{O \rightarrow O_i} \right)_{\mathcal{R}_m}^T$$

$$\text{Application Numérique : } (K_E)_{\mathcal{R}_m} = \begin{pmatrix} 706215 & 0 & 0 & 0 & -3.1288 & 0 \\ 0 & 706215 & 0 & 3.1288 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 307309 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.1288 & 0 & 0.11307 & 0 & 0 \\ -3.1288 & 0 & 0 & 0 & 0.11307 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.15273 \end{pmatrix}$$

Grâce à cette matrice, on obtient toutes les rigidités suivant toutes les sollicitations possibles de la rotule. Ainsi, en considérant uniquement des translations ou rotations à la fois, on obtient la rigidité des tiges selon une rotation autour des axes  $X_m$  ou  $Y_m$  :

$$K_{ca3} = K_{M_x} = K_{M_y} = ((K_E)_{\mathcal{R}_m})_{4,4} = ((K_E)_{\mathcal{R}_m})_{5,5} = 113.07 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

De plus, on obtient les rigidités transverses que l'on cherche à maximiser, à savoir les rigidités selon les axes  $X_m$ ,  $Y_m$  et  $Z_m$  en translation, et selon  $Z_m$  en rotation, pour lesquelles on a :

$$K_{F_x} = K_{F_y} = ((K_E)_{\mathcal{R}_m})_{1,1} = ((K_E)_{\mathcal{R}_m})_{2,2} = 706.215 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$K_{F_z} = ((K_E)_{\mathcal{R}_m})_{3,3} = 307.309 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1} \text{ et enfin } K_{M_z} = ((K_E)_{\mathcal{R}_m})_{6,6} = 152.73 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

On remarque que les rigidités transverses en translation sont de plusieurs ordres de grandeur au dessus de la rigidité selon la rotation en  $X_m$  ou  $Y_m$ , alors que les rigidités en rotation sont du même ordre de grandeur, donc on en conclut que notre assemblage de 3 tiges constitue une bonne implémentation d'une rotule. Le cahier des charges demande de minimiser la rotation selon  $Z_m$ . Or, cette fonction n'est pas assurée par la rotule, ce qui explique notre utilisation d'un soufflet pour bloquer ce degré de liberté.

### 3.5.2 Rigidité équivalente au niveau de chaque actionneur

Notons que les rigidités citées précédemment n'ont pas toutes les mêmes unités, nous avons des rigidités de translation représentées en vert et des rigidités angulaires représentées en bleu.

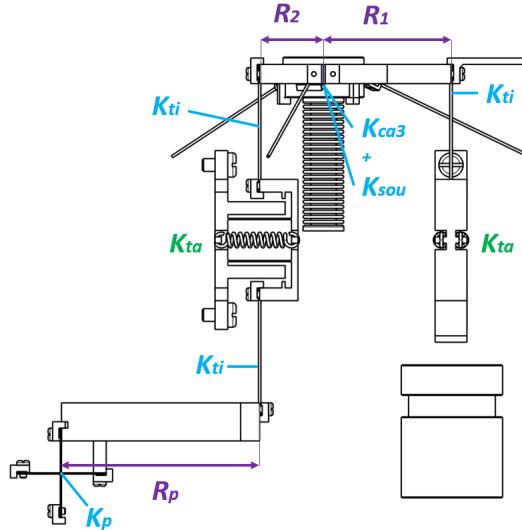


FIGURE 18 – Positions des tiges du cardan

Afin de calculer la rigidité équivalente, nous avons égalisé les énergies potentielles :

$$\frac{1}{2}K_{eq}y_1^2 = \frac{1}{2}K_{ta}y_1^2 + \frac{1}{2}(2K_{ti} + K_{ca} + K_{sou})\theta^2 + \frac{1}{2}K_{ta}y_2^2 + \frac{1}{2}(K_{ti} + K_p)\theta_p^2$$

De plus, on rappelle que :

$$\theta = \frac{y_1}{R_1}$$

$$y_2 = \frac{R_2}{R_1}y_1$$

$$\theta_p = \frac{y_2}{R_p} = \frac{R_2}{R_1 R_p} y_1$$

D'où l'équation de  $K_{eq}$  :

$$K_{eq} = K_{ta} + \left(\frac{1}{R_1}\right)^2 (2K_{ti} + K_{ca} + K_{sou}) + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 K_{ta} + \left(\frac{R_2}{R_1 R_p}\right)^2 (K_{ti} + K_p)$$

$$K_{eq} = 453.46 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

### 3.5.3 Masse et Moment d'inertie de la surface

Dans le but d'équilibrer notre système dynamiquement, il nous est nécessaire de calculer le moment d'inertie de la surface mobile  $J = J_{su} + J_{cale} + J_{mir}$ . De plus, nous pouvons observer que la surface n'est pas symétrique par rapport au centre de rotation, ainsi nous devons considérer une masse  $m_{su}$  qui translate d'une distance  $y_{su} = R_{su}\theta$ , avec  $R_{su}$  la distance du centre de masse par rapport à l'axe de rotation.

**Calcul de  $J_{su}$  :** (Voir Annexe A.2.2 Figure 34 pour visualiser les dimensions) Pour le calcul de  $J_{su}$ , nous allons calculer le moment d'inertie de la surface sans trou (traversant) et ensuite lui soustraire le moment d'inertie du trou  $J_{trou}$ .

$$J_{su\_plein} = \rho_A h_{su} \left( 2R_2 \int_{-R_2}^{-\frac{b_{su}}{2}} x^2 dx + (R_1 + R_2) \int_{-\frac{b_{su}}{2}}^{\frac{b_{su}}{2}} x^2 dx + 2R_2 \int_{\frac{b_{su}}{2}}^{R_2} x^2 dx + b_{su} \int_{R_2}^{R_1} x^2 dx \right)$$

$$J_{su_{plein}} = \frac{\rho_{Al} h_{su}}{3} \left( 4R_2 \left( R_2^3 - \frac{b_{su}^3}{8} \right) + (R_1 + R_2) \frac{b_{su}^3}{4} + b_{su} (R_1^3 - R_2^3) \right)$$

$$J_{su_{plein}} = 203.34 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$$

Calculons maintenant  $J_{trou}$  :

$$J_{trou} = \rho_{Al} h_{su} \iint_s x^2 ds = \rho_{Al} h_{su} \int_0^{R_{mir}} \int_0^{2\pi} r^3 \cos^2(\theta) d\theta dr = \rho_{Al} h_{su} \frac{\pi R_{mir}^4}{4} = \rho_{Al} h_{su} \pi R_{mir}^2 \frac{R_{mir}^2}{4}$$

$$J_{trou} = \frac{m_{trou} d_{mir}^2}{16} = 10.34 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$$

Ainsi nous obtenons  $J_{su}$  en son centre, cependant nous considérons la rotation de la surface suivant l'axe se situant sous la surface. Nous allons donc utiliser la règle de Steiner afin de calculer notre moment d'inertie  $J_{su}$ . Commençons cependant par calculer la masse de la surface  $m_{su}$ .

$$m_{su} = \rho_{Al} V_{su} = \rho_{Al} h_{su} \left( 4R_2^2 + 2b_{su}(R_1 - R_2) - \frac{\pi d_{mir}^2}{4} \right) = 3.024 \text{ g}$$

$$J_{su} = J_{su_{plein}} - J_{trou} + m_{su} \left( h_{mir} - \frac{h_{su}}{2} - h_{enc} \right)^2 = 215.04 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$$

**Calcul de  $J_{mir}$**  : Pour le calcul du moment d'inertie du miroir, nous pouvons réutiliser la formule obtenue lors du calcul de  $J_{trou}$ , sans oublier la règle de Steiner. Ainsi nous obtenons :

$$J_{mir} = \frac{m_{mir} d_{mir}^2}{16} + m_{mir} \left( \frac{h_{mir}}{2} \right)^2 = 40.64 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$$

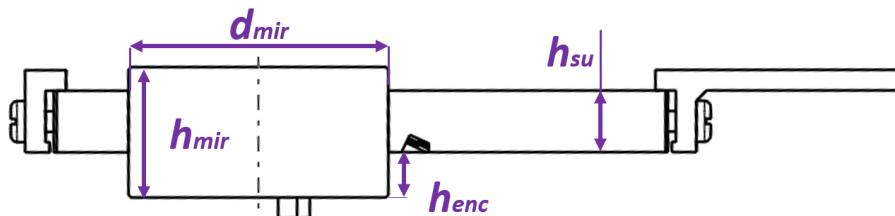


FIGURE 19 – Dimensions clés du miroir

**Calcul de  $J_{cale}$**  : Pour calculer le moment d'inertie des cales, nous réalisons la simplification schématique comme ci-dessous.

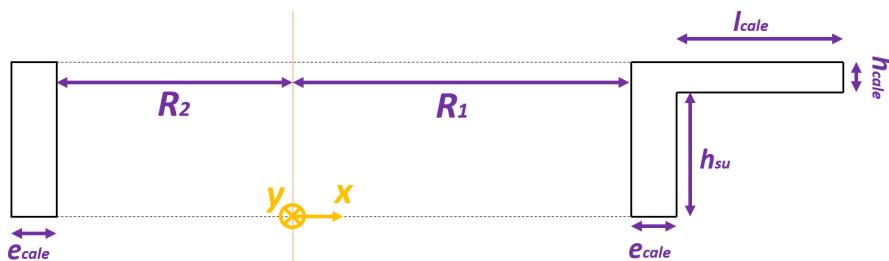


FIGURE 20 – Simplification des cales

Nous allons réaliser ce calcul en prenant les cales deux à deux, c'est à dire que nous ne considérons qu'une seule cale  $R_1$  et qu'une seule cale  $R_2$ . Nous calculons  $J_{x_{cale}}$  et  $J_{y_{cale}}$  et enfin  $J_{cale} = J_{x_{cale}} + J_{y_{cale}}$ . Nous observerons que  $J_{x_{cale}}$  est négligeable par rapport à  $J_{y_{cale}}$ .

$$\begin{aligned} J_{x_{cale}} &= \rho_{Al} \left( l_{cale} h_{cale} \int_{-\frac{b_{su}}{2}}^{\frac{b_{su}}{2}} x^2 dx + 2e_{cale}(h_{su} + h_{cale}) \int_{-\frac{b_{su}}{2}}^{\frac{b_{su}}{2}} x^2 dx \right) \\ &= \frac{\rho_{Al} b_{su}^3}{12} (l_{cale} h_{cale} + 2e_{cale}(h_{su} + h_{cale})) \\ &= 0.337 \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{y_{cale}} &= \rho_{Al} b_{su} \left( (h_{su} + h_{cale}) \left( \int_{-(R_2 + e_{cale})}^{-R_2} x^2 dx + \int_{R_1}^{R_1 + e_{cale}} x^2 dx \right) + h_{cale} \int_{R_1 + e_{cale}}^{R_1 + e_{cale} + l_{cale}} x^2 dx \right) \\ &= \frac{\rho_{Al} b_{su}}{3} ((h_{su} + h_{cale}) ((R_2 + e_{cale})^3 - R_2^3) + (R_1 + e_{cale})^3 - R_1^3) \\ &\quad + h_{cale} ((R_1 + e_{cale} + l_{cale})^3 - (R_1 + e_{cale})^3) \\ &= 71.27 \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \end{aligned}$$

Nous avons bien  $J_{y_{cale}} \gg J_{x_{cale}}$  donc nous obtenons :

$$J_{cale} = 71.60 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$$

**Calcul du moment d'inertie  $\mathbf{J}$  :** Nous n'avons plus qu'à joindre nos précédents résultats, et nous obtenons

$$J = J_{su} + J_{cale} + J_{mir} = 327.29 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$$

**Masse inertielle de la surface** Afin de déterminer la masse inertielle de la surface, nous devons calculer dans un premier temps la masse totale de celle-ci, et trouver la position  $R_{su}$  de son centre de gravité par rapport au centre de rotation.

$$m_{cale} = \rho_{Al} V_{cale} = \rho_{Al} b_{su} (2(e_{cale}(h_{su} + h_{cale})) + l_{cale} h_{cale}) = 0.162 \text{ g}$$

$$m_{sutot} = m_{su} + m_{mir} + 2m_{cale} = 5.35 \text{ g}$$

Calculons donc la distance du centre de masse :

$$\begin{aligned} R_{su} &= \frac{\rho_{Al} \iiint_V x dV}{m_{sutot}} = \frac{\rho_{Al} b_{su}}{m_{sutot}} \left( h_{su} \int_{R_2}^{R_1 + e_{cale}} x dx + h_{cale} \int_{R_1}^{R_1 + e_{cale} + l_{cale}} x dx \right) \\ &= \frac{\rho_{Al} b_{su}}{2m_{sutot}} (h_{su} ((R_1 + e_{cale})^2 - R_2^2) + h_{cale} ((R_1 + e_{cale} + l_{cale})^2 - R_1^2)) \\ &= 1.65 \text{ mm} \end{aligned}$$

Nous avons donc  $y_{su} = R_{su} \cdot \theta$

### 3.5.4 Calcul de l'équilibrage $m'$ et $J'$

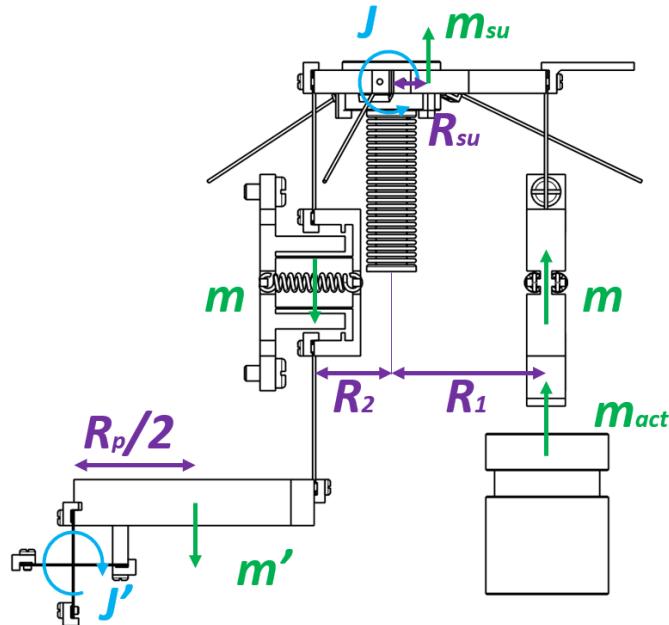


FIGURE 21 – Éléments à prendre en compte pour l'équilibrage dynamique

Nous allons dans cette section déterminer les dimensions de notre système d'équilibrage dynamique.

**Calcul de  $m'$  :** Tout d'abord nous cherchons à ce que la somme des quantités de mouvement soit nulles.

$$m'\dot{y}' = (m + m_{act})\dot{y}_1 + m_{su_{tot}}\dot{y}_{su} - m\dot{y}_2$$

avec :

- $\dot{y}_{su} = \frac{R_{su}}{R_1}\dot{y}_1$
- $\dot{y}_2 = \frac{R_2}{R_1}\dot{y}_1$
- $\dot{y}' = \frac{\dot{y}_2}{2} = \frac{R_2}{2R_1}\dot{y}_1$

D'où notre équilibrage doit posséder une masse  $m'$  tel que

$$m' = \frac{2R_1}{R_2} \left( m + m_{act} + \frac{R_{su}}{R_1}m_{su_{tot}} + \frac{R_2}{R_1}m \right) = 31.50 \text{ g}$$

**Calcul de  $J'$  :** Nous allons maintenant égaliser les moments cinétiques.

$$J'\dot{\theta}_p = (J + m_{su_{tot}}R_{su}^2 + (m + m_{act})R_1^2 + mR_2^2)\dot{\theta}$$

avec avec  $\dot{\theta}_p = \frac{R_2}{R_p}\dot{\theta}$ .

D'où notre système d'équilibrage possède un moment d'inertie  $J'$  tel que

$$J' = \frac{R_p}{R_2}(J + m_{su_{tot}}R_{su}^2 + (m + m_{act})R_1^2 + mR_2^2) = 11.3312 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

**Vérification de la cohérence des dimensions :** Nous devons vérifier que les dimensions données à notre système d'équilibrages sont cohérentes à la fois pour  $m'$  et  $J'$ . Tout d'abord, pour les dimensions du bloc d'équilibrage, on prend  $L_{bloc} \equiv R_p = 31.69$  mm,  $b_{bloc} = 22$  mm et enfin  $h_{bloc} = 5.94$  mm. Avec ces dimensions, on a :

$$m'_{eff} = L_{bloc} b_{bloc} h_{bloc} \cdot \rho_{boh} = 31.47 \text{ g} \approx m'$$

On en déduit la valeur de  $J'_{eff}$  qui représente le moment d'inertie effectif réalisé par la masse  $m'_{eff}$ . Nous considérons le moment d'inertie d'une barre à son extrémité, et on applique la règle de Steiner.

$$J'_{eff} = \frac{m'_{eff} R_p^2}{3} + m'_{eff} \left( \frac{l_p}{2} \right)^2 = 11.3227 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2 \approx J'$$

Étant donné que les valeurs de  $m'_{eff}$  et  $J'_{eff}$  sont proches des valeurs idéales pour l'équilibrage dynamique, on en déduit que la force et le moment exportés vers le bâti sont négligeables.

### 3.5.5 Masse réduite au niveau de chaque actionneur

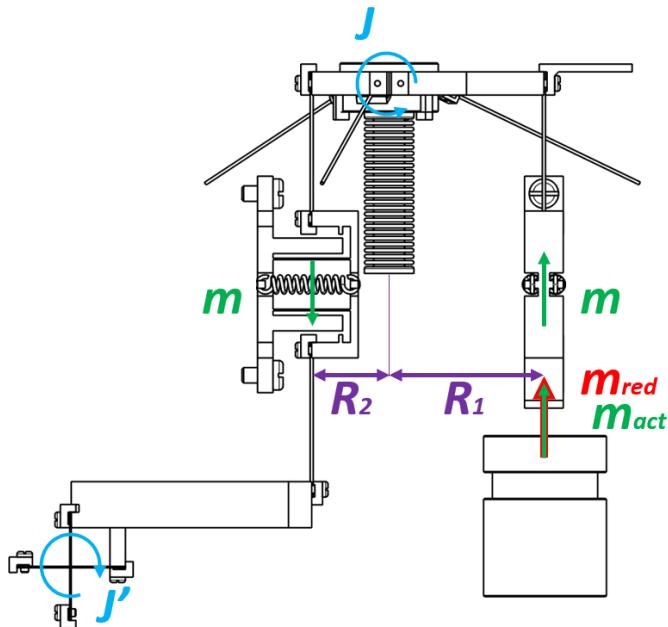


FIGURE 22 – Éléments à prendre en compte pour le calcul de la masse réduite

Afin de calculer la masse réduite au niveau de l'actionneur, nous avons égalisé les énergies cinétiques de chaque système en mouvement.

$$\frac{1}{2} m_{red} \dot{y}_1^2 = \frac{1}{2} (m + m_{act}) \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} J' \dot{\theta}_p^2$$

avec :

- $\dot{\theta} = \frac{\dot{y}_1}{R_1}$
- $\dot{y}_2 = \frac{R_2}{R_1} \dot{y}_1$
- $\dot{\theta}_p = \frac{\dot{y}_2}{R_p} = \frac{R_2}{R_1 R_p} \dot{y}_1$

D'où nous obtenons la masse réduite  $m_{red}$  telle que :

$$m_{red} = m + m_{act} + \left(\frac{1}{R_1}\right)^2 J + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 m + \left(\frac{R_2}{R_1 R_p}\right)^2 J' = 11.72 \text{ g}$$

### 3.5.6 Accélération angulaire maximale du miroir durant le balayage de précision

Pour étudier le balayage de précision, nous nous plaçons dans le pire des cas, c'est à dire lorsque  $1.470^\circ \leq \theta \leq 1.5^\circ$ .

Afin d'obtenir une accélération angulaire maximale, nous allons calculer l'accélération maximale au niveau de chaque actionneur. Afin de garantir un régime cycloïdal tout en garantissant que la moyenne RMS de la force utilisée par l'actionneur soit telle que  $F_{act,RMS} \leq 1.8 \text{ N}$ , nous déduisons que la force maximale que doit appliquer l'actionneur est  $F_{m,p} = 1.8 \cdot \sqrt{2} = 2.55 \text{ N}$ .

Nous pouvons ainsi calculer  $\ddot{\theta}_{1max}$  tel que :

$$\ddot{\theta}_{1max} = \frac{F_{act} - K_{eq}y_{1max}}{m_{red}} = 196.88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Avec  $\ddot{\theta} = \frac{\ddot{\theta}_1}{R_1}$ , nous obtenons l'accélération angulaire maximale  $\ddot{\theta}_{max}$  tel que

$$\ddot{\theta}_{max} = 9.84 \text{ rad} \cdot \text{ms}^{-1}$$

### 3.5.7 Jerk angulaire maximal du miroir durant le balayage de précision

Nous avons précédemment calculé  $\ddot{\theta}_{1max}$ , ainsi nous pouvons écrire la loi d'accélération pour un régime cycloïdal :

$$\ddot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_{max} \sin \omega t$$

Nous avons donc le Jerk en fonction du temps :

$$\dddot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_{max} \omega \cos \omega t$$

Il nous faut donc déterminer  $\omega$ . La période de l'accélération pour un régime cycloïdal est la suivante :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi\theta_s}{\ddot{\theta}_{max}}} = 578.10 \mu\text{s} \quad \text{d'où} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 10.87 \text{ ms}^{-1}$$

Enfin, le jerk angulaire maximal est donné par

$$\dddot{\theta}_{max} = \ddot{\theta}_{max} \omega^2 = 2.14 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-3}$$

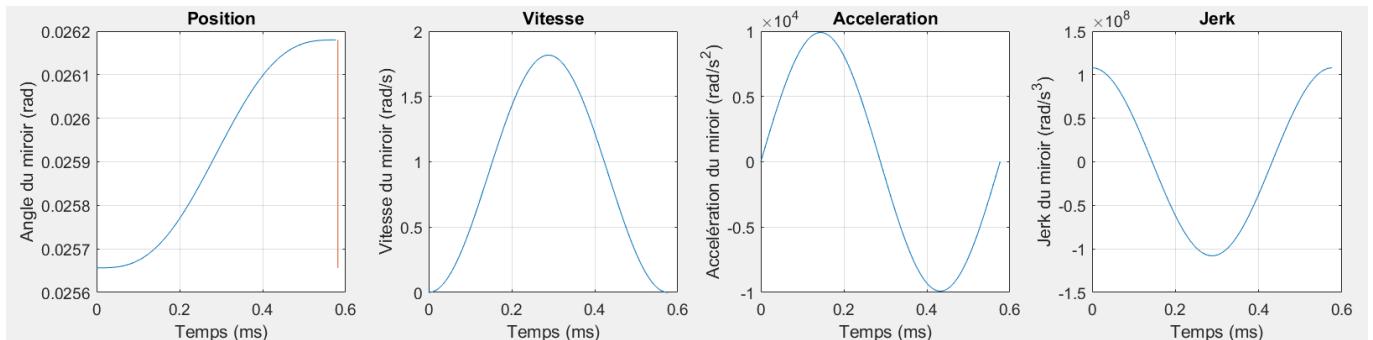


FIGURE 23 – Lois cinématiques angulaires du miroir

### 3.5.8 Fréquence maximale du balayage de précision

Dans la section précédente, nous avons calculé la période de la loi d'accélération. Ici nous nécessitons de la période de la loi de position, soit deux fois supérieure à celle précédemment calculée. Ainsi, nous obtenons la fréquence du balayage de précision :

$$f_{scan} = \frac{1}{2T} = 864.90 \text{ s}^{-1}$$

Nous remarquons que cette fréquence respecte bien le cahier des charges.

### 3.5.9 Résolution angulaire du miroir

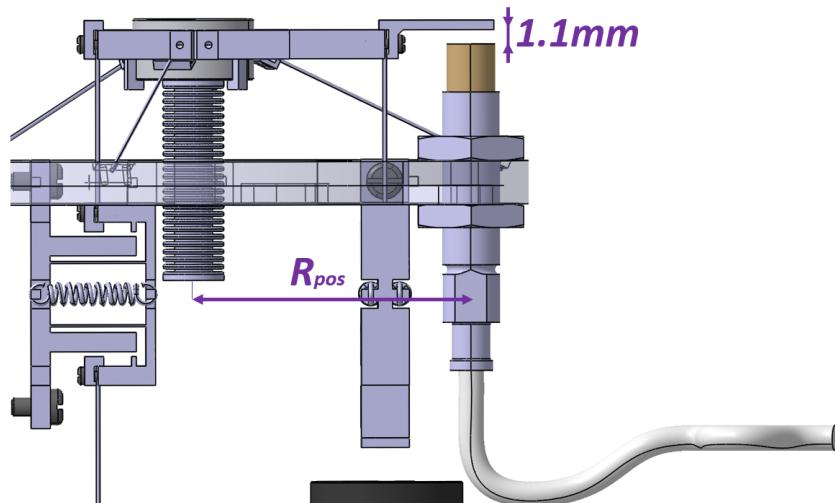


FIGURE 24 – Implémentations du capteur de position

Afin de déterminer la résolution angulaire du miroir, nous allons calculer la résolution  $R_c$  du capteur TQ-401.

$$R_c = \frac{P_{max} - P_{min}}{G_d} = 54.77 \text{ nm}$$

D'où la résolution angulaire :

$$R_\theta = \frac{R_c}{R_{pos}} = 1.96 \mu\text{rad} < 2.5 \mu\text{rad}$$

Ce qui rentre bien dans le cahier des charges.

Vérifions aussi que nous ne dépassons pas la course du capteur.

$$y_{pos} = R_{pos} \cdot \theta_{max} = 0.73 \text{ mm} \leq \frac{P_{max} - P_{min}}{2} = 0.9 \text{ mm}$$

## 4 Construction

### 4.1 Argumentation des choix de construction

**Usinage :** Nous avons décidé d'utiliser l'électroérosion à fil pour les tables à lames car c'est un type d'usinage abordable en prix compte tenu de sa précision. Cela permet également d'usiner des pièces monolithiques, évitant des assemblages inutiles, réduisant le nombre de vis et goupilles à utiliser et évitant des hyperstatismes liés à l'assemblage. Des butées font parti intégrante des tables à lames, puisqu'elles sont usinées à partir du même monobloc. Le support central est usiné par des méthodes plus traditionnelles, telles que le fraisage et l'alésage, car c'est une grande pièce qui ne nécessite pas d'usinage extrêmement précis en dehors du trou prévu pour le miroir, car ce dernier sera légèrement chassé dans le trou. Le même raisonnement s'applique pour les cales. Toutes les tiges et lames sont achetées chez des fournisseurs (voir annexe A.4) avec le bon diamètre et la bonne épaisseur respectivement, et sont ensuite découpées pour avoir les bonnes dimensions. Le soufflet est également acheté chez un fournisseur.

**Vérification des contrainte pour l'électroérosion à fil :** Pour réaliser l'usinage par électroérosion à fil (EDM) donc nous devons respecter la contrainte  $\frac{l_{ta}}{h_{ta}} \leq 60$ .

Avec  $l_{ta} = 10$  mm et  $h_{ta} = 0.2$  mm, le rapport devient :  $\frac{l_{ta}}{h_{ta}} = \frac{10}{0.2} = 50 \leq 60$ .

**Assemblage :** Exceptées les lames des tables, toutes les lames et tiges sont assemblées au système par encastrement, car c'est un moyen efficace et qui ne risque pas de les abîmer lors de l'assemblage (flambage ou cassure).

Le soufflet est assemblé par collage, car c'est le seul moyen de ne pas l'abîmer.

Enfin, chaque partie du système est assemblé par alignement et fixation par serrage, grâce à des goupilles et des vis.

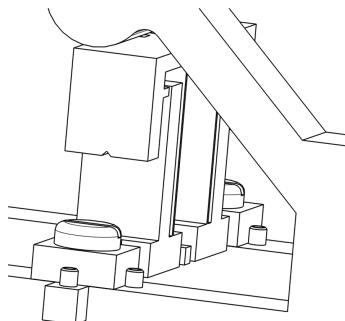


FIGURE 25 – Éléments de constructions d'une table à lames parallèles

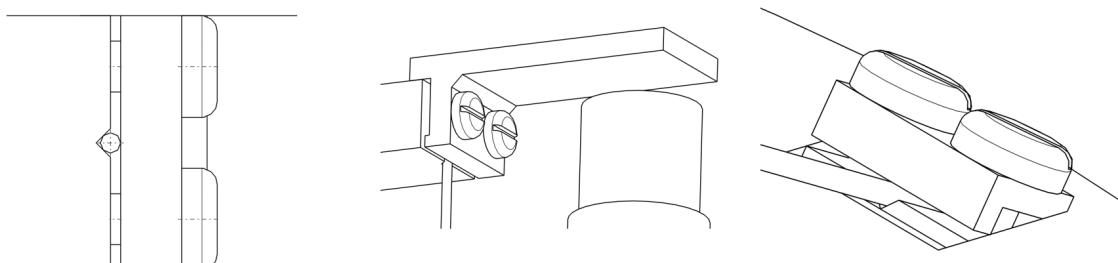


FIGURE 26 – Encastrement des tiges

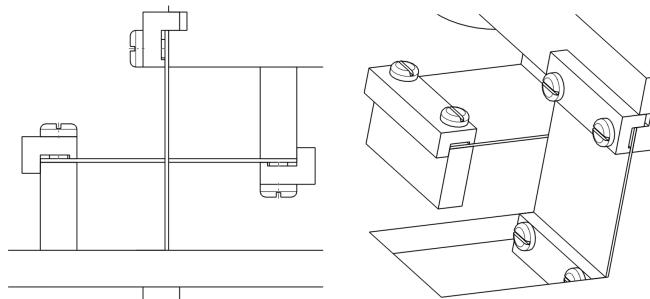


FIGURE 27 – Encastrement des lames des pivots

#### 4.2 Argumentation des choix des matériaux :

Pour les guidages flexibles, nous avons cherché à maximiser le facteur  $\frac{\sigma_D}{E}$ , pour pouvoir maximiser la course admissible des tables à lames ou des pivots, qui sont linéairement dépendants de ce facteur, et ainsi maximiser la course des actionneurs. Nous avons donc choisi le titane. Pour les masses d'équilibrage, le but était d'utiliser le matériau à la plus grande masse volumique pour pouvoir minimiser sa taille pour une même masse et un même moment d'inertie. Nous avons donc décidé d'utiliser l'acier Böhler. Le reste des pièces (excepté les vis et goupilles) sont faites d'aluminium anticordal dans le but inverse : à ce qu'elles soient aussi légères possibles, afin de minimiser les masses en mouvement. Enfin, comme nous achetons directement un soufflet standard depuis le site servometer.com, le matériau est par défaut un alliage " Servometer's signature FlexNickel™ ". Et de même, les ressorts sont en acier car c'est le matériau utilisé par le constructeur.

#### 4.3 Encombrement

On peut maintenant affirmer que notre système ne dépasse pas l'encombrement total mit à notre disposition. On a  $H_{tot} = 71.98 \text{ mm} \leq 150 \text{ mm}$ , et  $D_{tot} = 135 \text{ mm} \leq 150 \text{ mm}$ , et on respecte donc bien les contraintes du cahier des charges.

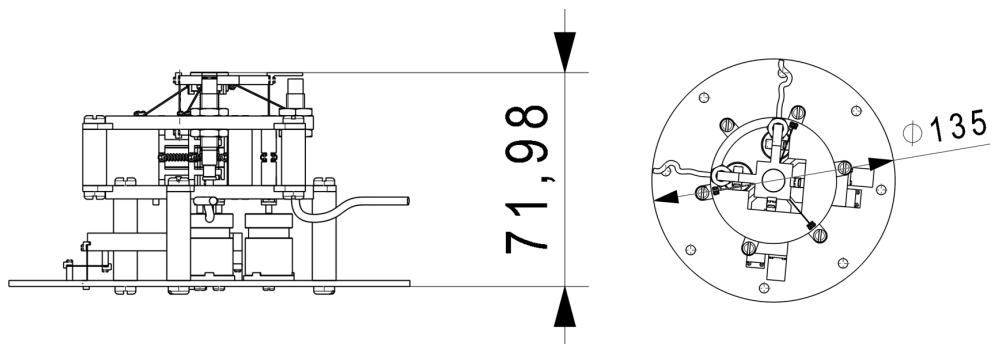


FIGURE 28 – Éléments de constructions pour l'assemblage des pivots à lames croisées séparées

#### 4.4 Estimation du prix :

Nous avons tout au long de notre analyse fait attention à éviter les usinages excessivement précis/coûteux (ex : nous évitons l'utilisation de ponts pour l'usinage par électroérosion). De plus, nous trouvons un certain nombre de nos guidages flexibles chez les constructeurs. Enfin, les autres pièces ont des géométries assez simples à usiner. Nous pouvons estimer le prix global à moins de 12 000 CHF.

## 5 Conclusion

Résumé des contraintes, respect du cahier des charges

Tableau récapitulatif des contraintes du cahier des charges résolues

<b>Cinématique :</b>	
Course angulaire du miroir :	$-1.5^\circ \leq \theta_m \leq 1.5^\circ$
Résolution angulaire de pivotement :	$R_\theta = 1.96 \text{ \mu rad}$
Balayage de précision :	$-1.485^\circ \leq \theta_o \leq 1.485^\circ$
<b>Dynamique :</b>	
Fréquence de pivotement du miroir :	$f_{scan} = 864.90 \text{ Hz}$
Mouvement parasite du centre du miroir :	$\Delta Z_{m_{max}} = 0.483 \text{ \mu m}$
<b>Actionneurs :</b>	
Course réelle de l'actionneur :	$y_{1_{max}} = 524 \text{ \mu m}$
Force moyenne continue :	$F_{act_{RMS}} = 1.8 \text{ N}$
Force de pointe :	$F_{act} = 2.55 \text{ N}$
<b>Capteurs de positions :</b>	
Plage de mesure :	$0.37 \text{ mm} \leq P \leq 1.83 \text{ mm}$
<b>Encombrement :</b>	
Cylindre d'encombrement :	$H_{tot} = 71.98 \text{ mm}, \varnothing D_{tot} = 135 \text{ mm}$
<b>Critères d'optimisation :</b>	
Rigidités :	$K_{F_x, F_y} = 706 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}, K_{F_z} = 307 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}, K_{M_z} = 4384 \text{ N} \cdot \text{mm}$ (contribution du soufflet et de la rotule)
Appariement entre équilibrage idéal $m'$ et $J'$ et équilibrage effectif $m'_{eff}$ et $J'_{eff}$ :	$m' - m'_{eff} \approx 21.73 \text{ mg}$ (très petit) $J' - J'_{eff} \approx 8.55 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$ (très petit)

On peut voir dans ce tableau que toutes les contraintes du cahier des charges sont respectées, et toutes les dimensions de notre système ont été choisies de manière à optimiser les fonctions par lesquelles nous étions contraints. Notre système a été choisi pour sa simplicité d'implémentation, et son faible nombre de pièces, le rendant très compact. Les calculs réalisés sont également très proches de la réalité, et peu de choses ont été négligées. Nous sommes donc satisfait du résultat, que nous trouvons très exhaustif.

Le plus grand défaut de notre système, et l'amélioration principale que nous pourrions y apporter, est le fait qu'il n'utilise pas la majeure partie de la course de l'actionneur, et dans le cas réel, cela pourrait être problématique au niveau de la précision de la course désirée. Dans le cadre du cahier des charges, l'actionneur a cependant été défini comme ayant une résolution infinie.

**Conclusion générale :** Ce projet a permis d'aborder un système mécanique complet, nécessitant l'entièreté des connaissances accumulées lors des cours théoriques de conception des mécanismes, utilisant d'une part les contraintes et forces internes, mais également les guidages flexibles, ou encore les transmissions. Les différentes contraintes imposées nous ont mené à modifier constamment nos dimensions et nos pièces, et à nous montrer créatifs pour trouver de nouvelles solutions lorsque cela était nécessaire, de manière à optimiser toutes les fonctionnalités du système. C'est une expérience qui nous a apporté une vision toujours plus proche de la démarche suivie dans le cadre d'un projet d'ingénierie, et qui nous sera très utile dans la suite de nos études et vie active.

## A Annexes

### A.1 Définitions et notations

#### A.1.1 Définition des variables

Légende :

- Variables prédéfinies ou choisies par nos soins
- Variables dépendantes calculées

#### Dimensions totales

- $H_{tot} = 71.98 \text{ mm}$  : Hauteur maximale du système
- $D_{tot} = 135 \text{ mm}$  : Diamètre maximale du système

#### Support du miroir

- $R_1 = 20 \text{ mm}$  : Rayon coté actionneur
- $R_2 = 10 \text{ mm}$  : Rayon côté équilibrage
- $b_{su} = 5 \text{ mm}$  : Largeur du support côté actionneur
- $h_{su} = 3 \text{ mm}$  : Épaisseur du support
- $V_{su} = 1120 \text{ mm}^3$  : Volume du support central
- $m_{su} = 3.024 \text{ g}$  : Masse du support
- $J_{su} = 215.04 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$  : Inertie réduite du support
- $R_{su} = 1.65 \text{ mm}$  : Distance entre le centre de rotation et le centre de masse du support central
- $y_{su}$  : Course du centre de masse autour du centre de rotation ( $y_{su_{max}} = 43.07 \mu\text{m}$ )

#### Tables à lames parallèles

- $l_{ta} = 10 \text{ mm}$  : Longueur des lames de la table
- $h_{ta} = 0.2 \text{ mm}$  : Hauteur des lames
- $b_{ta} = 5 \text{ mm}$  : Épaisseur des lames
- $f_{ta_{adm}} = 702 \mu\text{m}$  : Course admissible
- $\lambda_{ta} = 16.45 \mu\text{m}$  : Mouvement parasite
- $I_{ta} = 3.333 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4$  : Moment d'inertie
- $K_{ta} \approx 0 \text{ N} \cdot \text{mm}$  : Rigidité
- $N_{0ta} = 75 \text{ N}$  : Charge de compensation de rigidité

#### Ressorts

- $L_{0ress} = 7.9 \text{ mm}$  : Longueur du ressort lorsque toutes les spires se touchent
- $L_{ress} \approx 12.55 \text{ mm}$  : Longueur du ressort étiré
- $D_{ress} = 2 \text{ mm}$  : Diamètre du ressort
- $d_{ress} = 0.5 \text{ mm}$  : Diamètre du fil
- $G_{ress} = 81 \text{ GPa}$  : Module de cisaillement
- $n_{ress} = 9.8$  : Nombre de spires
- $K_{ress} = 8.07 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  : Rigidité du ressort
- $N_{ress} = 37.525 \text{ N}$  : Charge appliquée par un ressort ( $N_{2ress} \approx 75 \text{ N}$  : Charge appliquée par les deux ressorts en parallèle)

**Pivot à lames croisées séparées**

- $L_{bloc} \equiv R_p = 31.69$  mm : Longueur de la masse d'équilibrage
- $b_{bloc} = 22$  mm : Épaisseur du la masse d'équilibrage
- $h_{bloc} = 5.94$  mm : Hauteur du bloc d'équilibrage
- $l_p = 10$  mm (encastrement non inclus)
- $h_p = 0.2$  mm
- $b_p = 10$  mm
- $\theta_p$  : Angle de la masse d'équilibrage ( $\theta_{p_{max}} = 8.26$  mrad)
- $\theta_{p_{adm}} = 337.38$  mrad : Angle maximal admissible par le pivot
- $I_p = 6.667 \cdot 10^{-3}$  mm<sup>4</sup> : Moment d'inertie
- $K_p = 152$  N · mm : Rigidité

**Tiges centrales**

- $l_{ca} = 25$  mm : Longueur des tiges (encastrement non inclus)
- $d_{ca} = 0.4$  mm : Diamètre des tiges
- $p = 9.93$  mm : Distance entre le point d'encastrement et le centre de rotation O du miroir
- $\alpha = 25^\circ$  : Angle d'encastrement des tiges centrales dans le bâti
- $\theta_{ca_{adm}} = 421.73$  mrad : Angle admissible
- $I_{x_{ca}} = 1.257 \cdot 10^{-3}$  mm<sup>4</sup> : Moment d'inertie selon x
- $I_{y_{ca}} = 1.257 \cdot 10^{-3}$  mm<sup>4</sup> : Moment d'inertie selon y
- $I_{z_{ca}} = 2.513 \cdot 10^{-3}$  mm<sup>4</sup> : Moment d'inertie selon z
- $K_{ca3} = 113.07$  N · mm : Rigidité de la rotule

**Tiges verticales (tiges à l'extrémité du support central et de la masse d'équilibrage) :**

- $l_{ti} = 15$  mm longueur de la tige (encastrement non inclus)
- $d_{ti} = 0.4$  mm
- $\theta_{ti_{adm}} = 253.04$  mrad : Angle admissible
- $I_{ti} = 1.257 \cdot 10^{-3}$  mm<sup>4</sup> : Moment d'inertie
- $K_{ti} = 9.55$  N · mm : Rigidité

**Soufflet**

- $D_{o_{sou}} = 6.3$  mm : Diamètre maximal de l'accordéon du soufflet
- $D_{i_{sou}} = 3.81$  mm : Diamètre minimal de l'accordéon du soufflet
- $D_{m_{sou}} = 5.05$  mm : Diamètre moyen du soufflet
- $s_{sou} = 51$  µm : Épaisseur du soufflet
- $l_{sou} = 18.8$  mm : Longueur du soufflet
- $n_{sou} = 24$  : Nombre de convolution
- $a_{sou} = 196$  µm : Rayon d'une convolution
- $f_{sou} = 853$  µm : longueur inter-convolution (voir Figure 14)
- $E_{sou} = 160$  GPa : Module de Young du matériau du soufflet
- $G_{sou} = 76$  GPa : Module de cisaillement du matériau du soufflet
- $K_{sou} = 33.13$  N · mm : Rigidité du soufflet en rotation selon  $X_m$  ou  $Y_m$
- $K_{M_zsou} = 4231$  N · mm : Rigidité en toration du soufflet selon  $Z_m$

**Masses verticales**

- $V_m = 195$  mm<sup>3</sup> : Volume de la masse au bout des tables à lames
- $m = 0.868$  g : Masse verticale au bout des tables à lames

**Cales**

- $h_{cale} = 0.5 \text{ mm}$  : Épaisseur du bloc dépassant de la base de la cale
- $l_{cale} = 10 \text{ mm}$  : Longueur du bloc dépassant de la base de la cale
- $e_{cale} = 1 \text{ mm}$  : Épaisseur à la base de la cale
- $J_{cale} = 71.60 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$  : Moment d'inertie de la cale par rapport au centre de rotation du miroir

**Miroir**

- $m_{mir} = 2 \text{ g}$  : Masse du miroir
- $d_{mir} = 12.7 \text{ mm}$  : Diamètre du miroir
- $h_{mir} = 6.4 \text{ mm}$  : Hauteur du miroir
- $h_{enc} = 2.2 \text{ mm}$  : Encastrement du miroir par rapport au dessous de la surface
- $J_{mir} = 40.64 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$  : Inertie du miroir autour de l'axe de rotation du système

**Actionneur :**

- $f_{act} = 6.4 \text{ mm}$  : Course maximum de l'actionneur
- $\lambda_{max} = 320 \mu\text{m}$  : Mouvement parasite maximal admissible par l'actionneur (coil clearance per side)
- $F_{act_{RMS}} = 1.8 \text{ N}$  : Force moyenne maximale (par RMS) que peut produire l'actionneur sur un cycle
- $F_{act} = 2.55 \text{ N}$  : Force de pointe maximale que peut atteindre l'actionneur
- $m_{act} = 7 \text{ g}$  : Masse de l'actionneur

**Équilibrage dynamique**

- $L_{bloc} \equiv R_p = 31.69 \text{ mm}$  : Longueur de la masse d'équilibrage
- $b_{bloc} = 22 \text{ mm}$  : Largeur du bloc d'équilibrage
- $h_{bloc} = 5.94 \text{ mm}$  : Hauteur du bloc d'équilibrage
- $y' = 131 \mu\text{m}$  : Course maximale de la masse d'équilibrage
- $m' = 31.50 \text{ g}$  : Masse d'équilibrage idéale pour l'équilibrage des forces
- $m'_{eff} = 31.47 \text{ g}$  : Masse effective du bloc d'équilibrage
- $J' = 11.3312 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$  : Inertie réduite idéale pour l'équilibrage des moments
- $J'_{eff} = 11.3227 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$  : Inertie réduite effective de la masse d'équilibrage

**Capteur de position**

- $0.37 \text{ mm} \leq P \leq 1.83 \text{ mm}$  : Plage de mesure du capteur de position
- $R_{pos} = 28 \text{ mm}$  : Distance entre le capteur de position et le centre du miroir
- $y_{pos} = 0.73 \text{ mm}$  : Course du support au dessus de l'actionneur.

**Déplacement maximal**

- $\theta$  : Angle du miroir ( $\theta_{max} = 1.5^\circ$ )
- $\theta_s = 0.015^\circ$  : Course angulaire du balayage de précision
- $\theta_0 = 1.485$  : Position angulaire maximale autour de laquelle le balayage de précision est possible
- $y_1$  : Déplacement de la masse 1 coté actionneur ( $y_{1max} = 524 \mu\text{m}$ )
- $y_2$  : déplacement de la masse 2 coté équilibrage ( $y_{2max} = 262 \mu\text{m}$ )

**Performances**

- $\Delta Z_m$  : Déplacement parasite du centre du miroir ( $\Delta Z_{m_{max}} = 0.483 \mu\text{m}$ )
- $K_{eq} = 453.46 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  : Rigidité du système
- $K_{F_x} = K_{F_y} = 706.215 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  : Rigidité en translation du cardan selon  $X_m$  et  $Y_m$
- $K_{F_z} = 307.309 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  : Rigidité en translation du cardan selon  $Z_m$

- $K_{M_x} = K_{M_y} = 113.07 \text{ N} \cdot \text{mm}$  : Rigidité angulaire du cardan en rotation autour de  $X_m$  et  $Y_m$
- $K_{M_z} = 4384 \text{ N} \cdot \text{mm}$  : Rigidité angulaire en rotation autour de  $Z_m$
- $m_{red} = 11.72 \text{ g}$  : Masse réduite du système équivalent
- $T = 578.10 \mu\text{s}$  : Période minimale de pivotement du miroir
- $f_{scan} = 864.90 \text{ Hz}$  : Fréquence maximale de pivotement du miroir
- $R_\theta = 1.96 \mu\text{rad}$  : Résolution angulaire de pivotement

### A.1.2 Matériaux

#### **Titane (guidages flexibles)**

- $E_{Ti} = 114 \text{ GPa}$  : Module de Young
- $G_{Ti} = 41 \text{ GPa}$  : Module de cisaillement
- $\rho_{Ti} = 4.45 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  : Masse volumique
- $\sigma_D = 500 \text{ MPa}$  : Contrainte de limite en fatigue
- $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_D}{FS} = 385 \text{ MPa}$  : Contrainte maximale admissible (pour un facteur de sécurité SF=1.3)

#### **Aluminium Anticorodal (pour les plateformes mobiles indépendantes des guidages)**

$$\rightarrow \rho_{al} = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

#### **Acier Böhler (pour la masse d'équilibrage dynamique)**

$$\rightarrow \rho_{boh} = 7.6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

## A.2 Schémas de représentation des variables

### A.2.1 Variables de mobilités

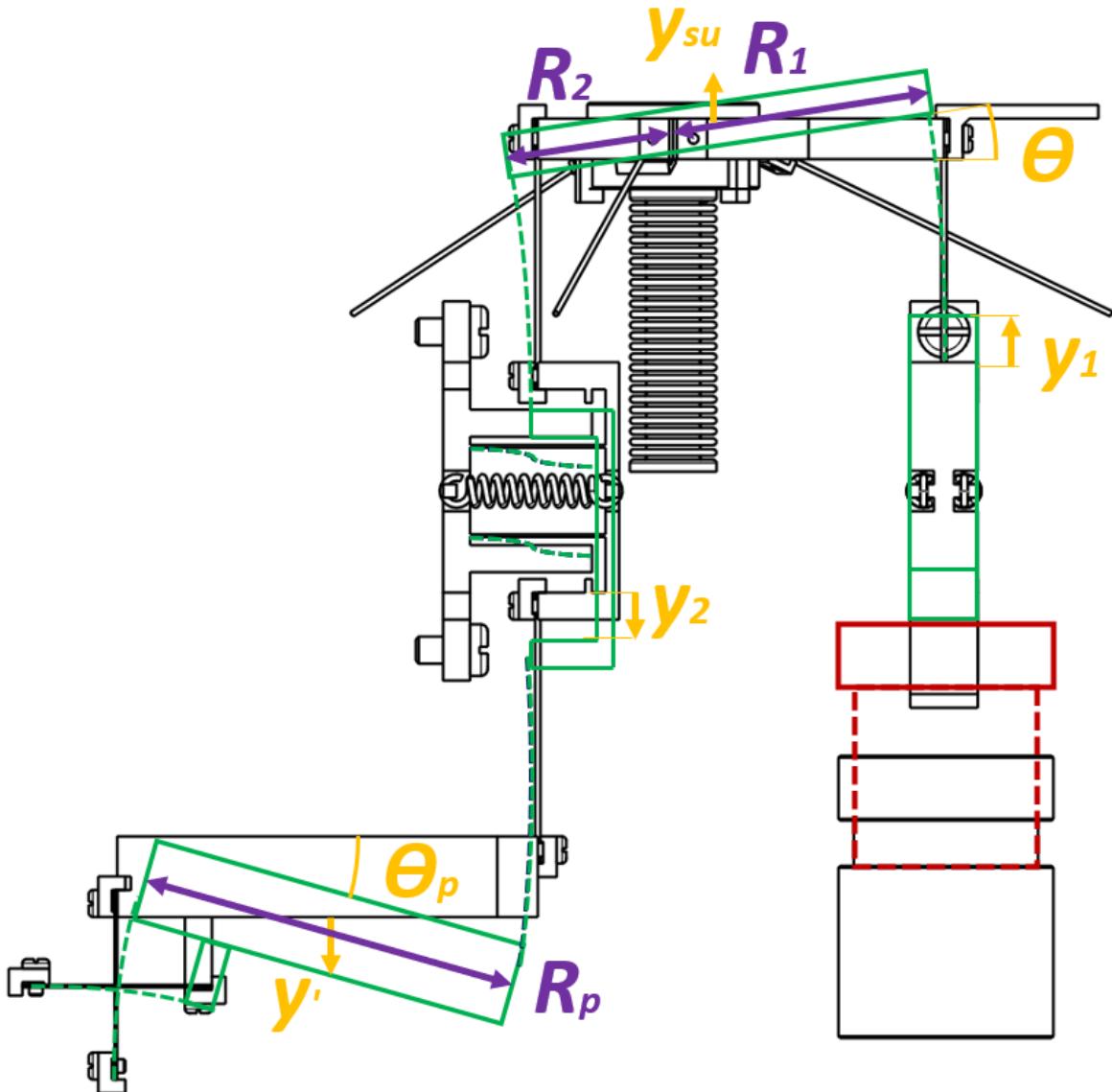


FIGURE 29 – Variables clés de déplacements

### A.2.2 Dimensions clés

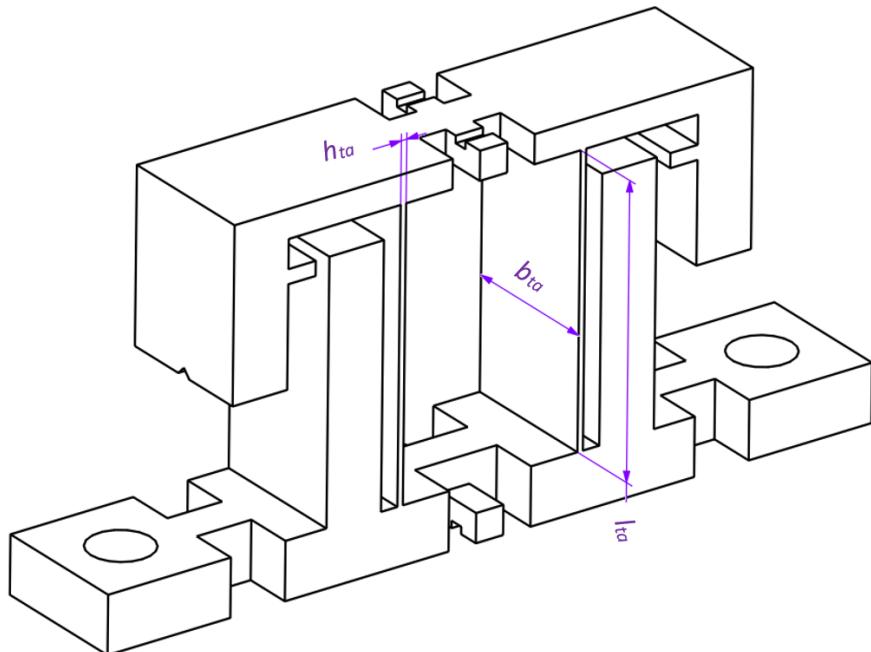


FIGURE 30 – Table à lames parallèles

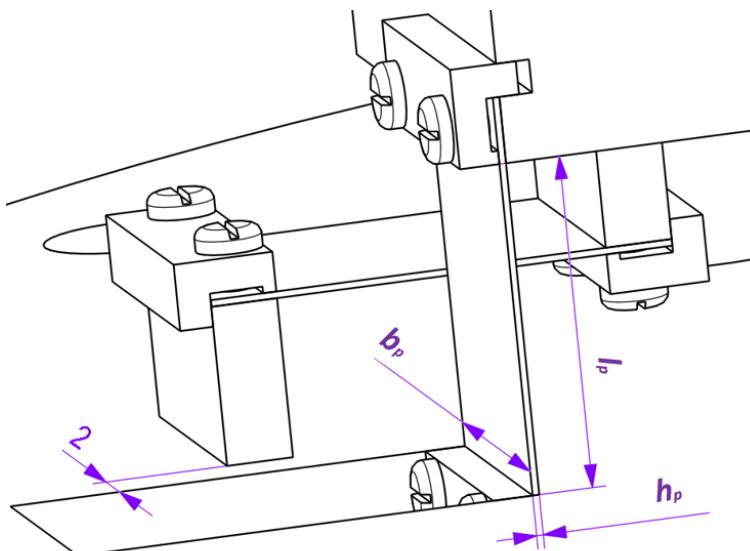


FIGURE 31 – Implémentation du pivot à lames croisées séparées

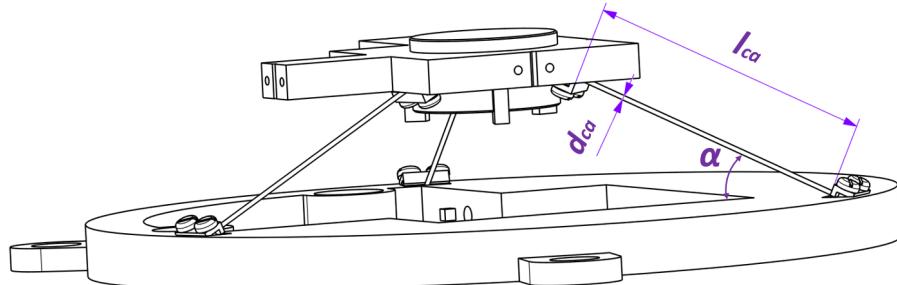


FIGURE 32 – Implémentation des tiges centrales

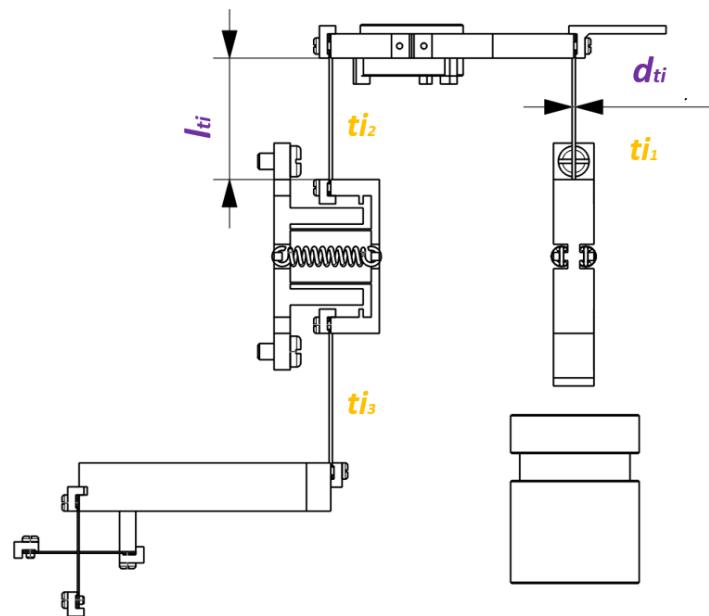


FIGURE 33 – Implémentation des tiges verticales

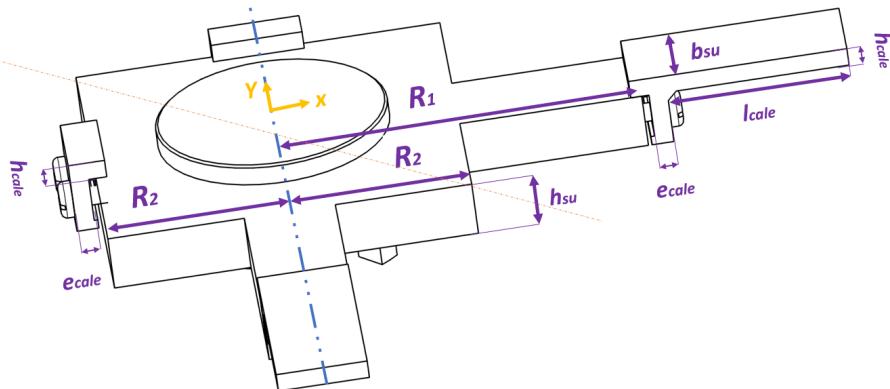


FIGURE 34 – Dimensions clés de la surface

### A.3 (Facultatif) Mouvement parasite au niveau du capteur de position

Un problème que nous n'avons pas pris en compte dans le calcul des performances est le mouvement parasite du point où le capteur de position fait sa mesure (bloc dépassant de la base de la cale, voir schéma). En effet, ce point est plus bas que le centre de rotation du miroir, et subit donc une rotation de rayon  $h_{cale}$  lorsque le miroir est poussé par l'actionneur selon l'axe opposé. Ainsi :

$$h_{mir} - h_{enc} - h_{su} - 2h_{cale} = 0.2 \text{ mm}, h = h_{cale} + 0.2 \text{ mm}$$

$$\cos(\theta_{max}) = \frac{h}{h + \Delta h}$$

$$\Delta h = h \cdot \left( \frac{1}{\cos(\theta_{max})} - 1 \right) \approx 0.24 \mu\text{m}$$

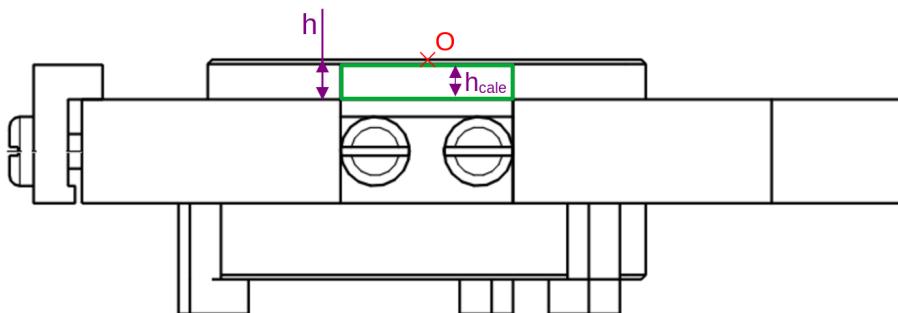


FIGURE 35 – Dimensions réelles de la cale

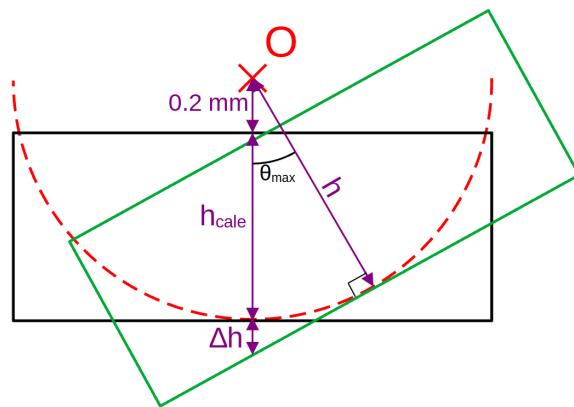


FIGURE 36 – Schéma non à l'échelle de la cale

Bien que ce déplacement parasite soit supérieur à la résolution du capteur, on peut estimer qu'il est négligeable (plus de deux fois plus petit que le mouvement parasite induit par le centre du miroir, et qui agit aussi sur l'actionneur), ou du moins prévisible, pouvant être pris en compte grâce au deuxième capteur, et grâce aux actionneurs. De plus, le seul moyen pour éviter ce déplacement parasite aurait été de placer le capteur de position au dessus du bloc dépassant de la cale, et cela nous aurait empêché de mettre le miroir au sommet du cylindre d'encombrement.

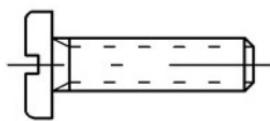
## A.4 Constructeurs

### A.4.1 Vis

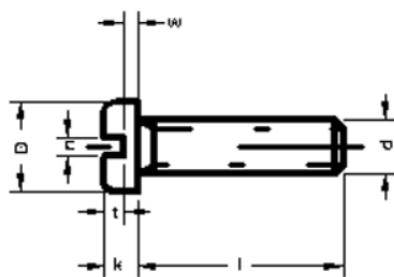
- Nom du constructeur : micro-model
- Site du constructeur : micro-model.ch
- URL de la page : <https://micro-model.ch/fr/1451-din84>
- éléments choisis :

  - 56x Vis DIN84 M1/2mm
  - 8x Vis DIN84 M2/4mm
  - 12x Vis DIN84 M4/8mm

- screen de la page de dimensions :



<b>d</b>	M1,0	M1,2	M1,4	M1,6	M1,7	M2,0	M2,3	M2,5	M2,6	M3,0	M3,5	M4,0	M5,0
<b>D</b>	2	2,3	2,6	3	3,2	3,8	4,4	4,5	5	5,5	6	7	8,5
<b>k</b>	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,3	1,5	1,6	1,7	2	2,4	2,6	3,3
<b>n</b>	0,25	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,6	0,8	1	1,2	1,2
<b>t</b>	0,25	0,3	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,85	1	1,1	1,3



Merci de sélectionner ci-dessous le type de filetage (exemple M1 = métrique 1mm)

## DIN84

FIGURE 37 – Dimensions constructeur VIS

#### A.4.2 Ressorts

- Nom du constructeur : alcomex
- Site du constructeur : boutique.alcomex.fr
- URL de la page : [https://boutique.alcomex.fr/ressort-de-traction?gclid=Cj0KCQjw7pKFBhDURIsAFUoMDYvcEm5oMOW6b46fPycX6TR7xAsxnG7R8awZnXpPN5dGr7m79WzuI4aAgjiEALw\\_wcB&lo=7.9:7.9](https://boutique.alcomex.fr/ressort-de-traction?gclid=Cj0KCQjw7pKFBhDURIsAFUoMDYvcEm5oMOW6b46fPycX6TR7xAsxnG7R8awZnXpPN5dGr7m79WzuI4aAgjiEALw_wcB&lo=7.9:7.9)
- éléments choisis :
- 8x Ressort de traction TR100
- screen de la page de dimensions :

**RESSORTS DE TRACTION**

**LÉGENDE**

d	Diamètre du fil (mm)
Dm	Diamètre moyen (mm)
De	Diamètre extérieur (Dm + d)
Lo	Longueur libre (mm)
Ln	Longueur sous charge max (mm)
fn	Extension en charge en mm (maximum admissible)
Fn	Charge maximale sous Ln (N)
c	Raideur (N/mm)
Fo	Pré-tension

1 kg = 9,80665 Newton  
1 N = 0,10197 kg  
Toutes les dimensions sont données en millimètres.

Filtres: 8 - 8 Tout effacer

2 résultats Afficher 12 produits

Code d'article	d	Dm	Lo	fn	Fn	R	Matière	Prix	Commander
<a href="#">TR100</a>	0.50	2.00	7.90	1.71	13.40	6.65	Inox	2,78 €	<a href="#">Commander</a>
<a href="#">T100</a>	0.50	2.00	7.90	1.71	16.10	7.98	Acier	1,94 €	<a href="#">Commander</a>

FIGURE 38 – Dimensions constructeur Ressort

#### A.4.3 Tiges

- Nom du constructeur : titanium services
- Site du constructeur : titane-services.eu
- URL de la page : <https://www.titane-services.eu/Fil-Titane-Grade-2-T40-0-04mm>
- éléments choisis :
  - tige T40 titane Ø0.4mm
- screen de la page de dimensions :



#### Fil Titane Grade 2 (T40) Ø 0.4mm

Référence: fil-titanium-G2-0.4xL

Soyez le premier à évaluer ce produit

Expédition sous 3 jours

14,40 €

**A partir de 12,31 €**

Vous économisez 15 %

Prix unitaire TTC, transport en sus

Recommander

Poser une question

FIGURE 39 – Dimensions constructeur Tiges

#### A.4.4 Lames des pivot à lames croisées séparées

- Nom du constructeur : goodfellow
- Site du constructeur : goodfellow.com
- URL de la page : [http://www.goodfellow.com/catalogue/GFCat4I.php?ewd\\_token=JiAUUCmCacG a4ex2jyRRquR1b4Klub&n=NRbYCBj7LDnp6uabZREMbumgI4Xkcl&ewd\\_urlNo=GFCat4C10&Catite=TI00 0400&CatSearNum=4](http://www.goodfellow.com/catalogue/GFCat4I.php?ewd_token=JiAUUCmCacG a4ex2jyRRquR1b4Klub&n=NRbYCBj7LDnp6uabZREMbumgI4Xkcl&ewd_urlNo=GFCat4C10&Catite=TI00 0400&CatSearNum=4)
- Éléments choisis :

  - 129-380-47

- Screen de la page de dimensions :



**Titane - Feuille**  
Ti

**Epaisseur :** 0,2 mm  
**Pureté :** 99,6+ %  
**Etat :** Recuit  
**Etat :** Grade 2 - ASTM B265 Chimie seulement

Mise à jour le  
21 mai 2021

**TI000400**

 [Imprimer cette page](#)



Si cet article ne correspond pas exactement à celui recherché, informez-nous par un message

**Cliquez sur un prix pour ajouter l'article au panier ( Devises GBP)**

**Taille**

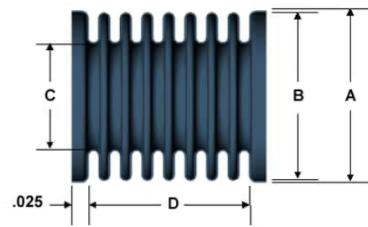
Code commande	Taille	1 pièce	2 pièces	5 pièces	10 pièces	20 pièces
129-380-47	25x25 mm	GBP 84,50	GBP 95,00	GBP 119,00	GBP 152,00	GBP 210,00
580-405-24	50x50 mm	GBP 101,00	GBP 118,00	GBP 155,00	GBP 203,00	GBP 282,00
941-750-28	100x100 mm	GBP 133,00	GBP 163,00	GBP 227,00	GBP 306,00	
236-895-81	150x150 mm	GBP 165,00	GBP 209,00	GBP 300,00		
973-163-54	300x300 mm	GBP 262,00	GBP 346,00			

FIGURE 40 – Dimensions constructeur Lames

#### A.4.5 Soufflet

- Nom du constructeur : servometer
- Site du constructeur : servometer.com
- URL de la page : <https://servometer.com/products/electroformed-metal-bellows/standard-bellows-sizes/>
- éléments choisis :
- Soufflet #FC-1
- screen de la page de dimensions :

For convenient and low cost standard bellows solutions, Servometer offers 16 standard sizes from .250 inch OD to 1.00 inch OD in various lengths and wall thicknesses. These parts are available to order in small quantities. Select the sizes you need from the chart below then [contact customer service](#) today at **973-785-4630** for availability and pricing.



**Standard Bellows Chart**

Part #	Fin O.D.	Skirt I.D.	Inside Diameter "C" (in.)	Convolution Length "D"	Nominal Wall (in.)	Spring Rate (lb./in.)	Compression Stroke (in.)	# of Convolutions	Effective Area (in <sup>2</sup> )	Working Pressure (PSI)
	"A" (in.)	"B" (in.)	"C" (in.)	(in.)	(in.)	(lb./in.)	(in.)			
FC-1	0.25	0.248	0.15	0.74	0.002	5.9	0.149	24	0.0292	290

FIGURE 41 – Dimensions constructeur Soufflet